



M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Villamosmérnöki és Informatikai Kar
Hálózati Rendszerek és Szolgáltatások Tanszék

Szuperrezolúciós algoritmusok használata rádiós iránymérő rendszerekben

TDK dolgozat

Készítette:

Juhász Balázs

Konzulens:

dr. Koller István

2021

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	2
2. Iránymérési és matematikai alapok	4
2.1. Forgatási vektor	6
2.2. UCA antenna forgatási vektora	6
2.3. Analitikus jel és komplex burkoló	7
2.4. Egyéb iránymérési fogalmak	7
3. Antennarendszer	8
4. MUSIC algoritmus	9
4.1. Algoritmus lépésről lépésre	11
5. Többutas terjedés	13
5.1. Fading modell szimuláció	14
5.1.1. Sum-of-sinusoids	14
5.1.2. Komplex együtthatók számítása	15
5.2. Rician modell	15
5.3. Rayleigh modell	16
6. Implementáció	17
6.1. Matlab implementáció	17
6.2. C++ implementáció	20
7. Szimuláció és valós mérési adatok értékelése	22
7.1. Szimuláció	22
7.1.1. Többutas terjedés nélküli források	22
7.1.2. Rician modellel szimulált többutas terjedés	25
7.1.3. Rayleigh modellel szimulált többutas terjedés	27
7.2. Valós adatokon futtatott tesztek	28
8. Kitekintés	30
8.1. Duplex kommunikáció	30
8.2. Többféle MUSIC spektrum számítás	30
Köszönetnyilvánítás	31
Ábrák jegyzéke	32
Irodalomjegyzék	32
Függelék	34

F.1. NRZ kódolás 34

1. fejezet

Bevezetés

A munkám során a szuperrezolúciós algoritmusokat vizsgáltam rádiós iránymérési célokkal. A feladat egy ismeretlen irányból érkező rádiójel beesési szögének meghatározása (Azimut - Eleváció). Erre a feladatra már többféle megoldás létezik. Ilyen iránymérési rendszerek közé tartozik például az interferometrikus vagy a doppler effektuson alapuló. Ezek az algoritmusok egyes körülmények között jól működnek, azonban vannak olyan esetek amikor ezeknek az algoritmusoknak a teljesítménye jelentősen csökken. Ilyen esetek közé tartozik a többutas terjedés (Multipath fading) problémája. Ebben az esetben egy jel több felszínről visszaverődve többször (időben - frekvenciában eltérhetnek) érkezik az antennákhoz. A több jel beesési szögei különböznek egymástól. Ilyen esetben a tradicionális iránymérési algoritmusok teljesítménye jelentős visszaesést szenved el. Erre a problémára adnak a szuperrezolúciós algoritmusok parciálisan megoldást.

A munkám során a szuperrezolúciós algoritmusokat vizsgáltam. Ilyen algoritmusok közé tartozik például a SAMV (Iterative Sparse Minimum Variance) és a MUSIC (Multiple Signal Classification). Ezek közül én a MUSIC algoritmus működését vizsgáltam behatóbban.

A vizsgált algoritmust nagyon fontos tesztelni különböző körülmények között. Kutatásomban vizsgáltam az egyes környezeti tényezők hatásait az algoritmus teljesítményére. Teszteltem az algoritmust alacsonyabb és magasabb frekvenciájú jelekkel is, változó mintaszámmal és változó mintavételi frekvenciákkal is. Ezen kívül alkalmaztam két különböző féle csatornamodellt is, a Rician és Rayleigh csatornamodelleket. Ezeknek a modelleknek a segítségével behatóan vizsgáltam a többutas terjedés hatását a rendszerre. A fenti modellek közül a Rayleigh modell a belvárosi körülményeket modellezi jobban, míg a Rician modell pedig a külvárosi körülményeket modellezi. Ezekben a modelleken kívül érdemes figyelembe venni a többutas terjedés okozta további problémákat is, mint például az esetleges interferencia, kioltások (például shadowing). A két csatornamodell a valószínűségszámítás eszközeit használva, valószínűségeken és eloszlásokon alapul.

A fent felsorolt modellek természetesen mind szimulációk, tehát nem alkalmasak a valós világ pontos leírására. Ebből fakadóan rendkívül fontos valós mérési adatokon is tesztelni az algoritmust. Az algoritmust emiatt lefuttattam valós mérési eredményeken is.

A valós és szimulált mérési eredmények is egy 5 antennából álló rádió iránymérő rendszerből érkeznek. Az antennák egy UCA-t (Uniform Circular Array) alkotnak. Az UCA az egy kör mentén, egymástól egyforma távolságra elhelyezett antennarendszer. A kör sugarát a beérkező jel frekvenciatartománya határozza meg. Az antennák omnidirekcionálisak.

Nagyon fontos a mérési eredményeket megfelelően ábrázolni. Az ábrázoláshoz a MUSIC spektrum vehető igénybe. Ezen a spektrumon a K legnagyobb csúcs (ahol K a beérkező jelek száma) jelenti a jel irányát. Az általam használt algoritmus csak azimut számítására alkalmas, azonban egyszerűen kibővíthető eleváció számítására is. Az általunk használt

alkalmazásban azonban az eleváció számítása elhagyható, mivel az adó és vevő között nagy a távolság ezért az eleváció elhanyagolhatóan kicsi lenne. Ezen kívül nagyon fontos megemlíteni, hogy az eredmények egy általunk kitalált 0 fokos ponthoz képest értendők.

A dolgozatom a következő fejezetekből áll:

- Iránymérési alapok
- Antennarendszer
- MUSIC algoritmus
- Többutas terjedés
- Implementáció
- Szimuláció és valós mérési adatok értékelése
- Kitekintés

Iránymérési alapok:

Ebben a fejezetben az iránymérési alapismereteket ismeretem. Bevezetem az alapfogalmakat és a szükséges alapvető matematikai ismereteket.

Antennarendszer:

Az Antennarendszer című fejezetben az általam használt antennarendszert írom le, elítés kerül mind a szimulációk során használt antennarendszerre, mind a rövidhullámú iránymérő rendszer esetén implementált antennarendszerre is.

MUSIC algoritmus:

A MUSIC algoritmus fejezetben az általam használt iránymérési algoritmus matematikai és algoritmikus fejem ki bővebben. A fejezetben szóba kerül, hogy milyen követelményei, feltételei vannak az algoritmus használatának, milyen esetekben nem használható.

Többutas terjedés:

Ebben a fejezetben a többutas terjedésről és annak a matematikai alapjairól lesz szó. Kifejtem milyen problémákat okoz, hogyan lehet szimulálni többutas terjedést, milyen csatornamodelleket szoktak általában használni, ezeket milyen környezetek szimulációjára szokták használni.

Implementáció:

Az Implementáció fejezetben az algoritmus MATLAB implementációjáról lesz szó.

Szimuláció és valós mérési adatok értékelése:

A szimulációkkal foglalkozó fejezetben bemutatom az általam generált tesztadatokon futtatott music algoritmus eredményét és ezeket értékelem ki. Ezen felül a valós mérési adatokon lefuttatott music algoritmus eredményeit is ismeretetem.

Kitekintés:

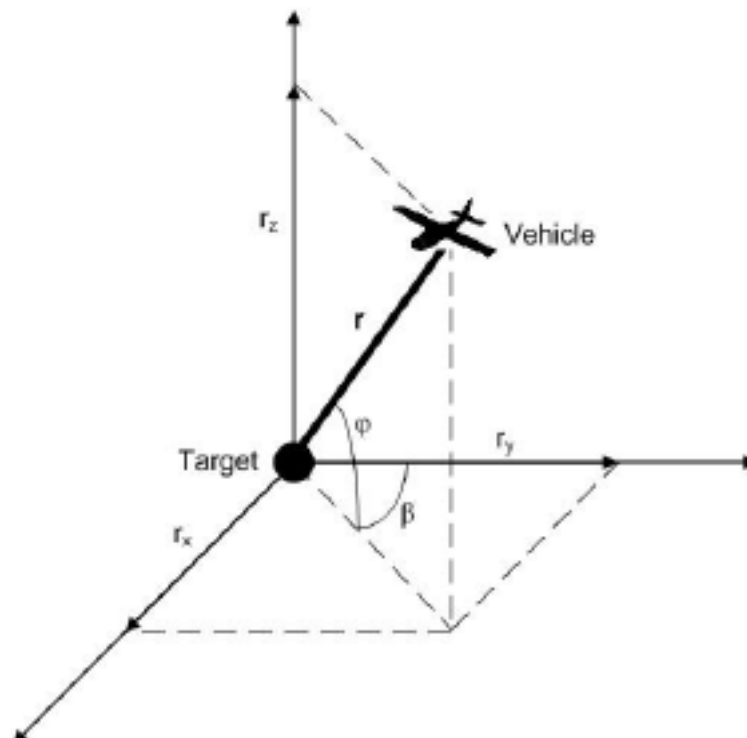
Ebben a fejezetben kitekintek, hogy milyen továbbfejlesztési lehetőségek vannak az algoritmussal kapcsolatban, mit lehet még fejleszteni. Ezen kívül kitérek még olyan problémákra, amik a mostani dolgozat során nem jöttek elő, azonban egy valós nagyobb frekvencián működő iránymérési rendszer esetén ezeket nagyon fontos figyelembe venni.

2. fejezet

Íránymérési és matematikai alapok

Elsőképpen nagyon fontos beszélni az iránymérési alapokról, az ott használt fogalmakról és jelentésükről, ebben a fejezetben ezeket fogom ismertetni.

Íránymérésnek nevezzük azt a folyamatot amikor egy ismeretlen jel (esetünkben síkhullám, de gömbhullámokra is kiterjeszthető) beesési irányát határozzuk meg valamilyen módszer szerint. A beesés irányát általában egy tetszőleges ponthoz képest határozzuk meg. Egyik népszerű módja az irány megadásának az azimut és eleváció. Ezzel a két paraméterrel effektíven leírható egy jel iránya. Az eleváció és az azimut egy egyenest határoz meg, a jel forrása ezen az egyenesen található.



2.1. ábra. Azimuth(β) és eleváció (φ)

[8, Figure 4]

Ha egy iránymérési rendszerről beszélünk érdemes két féle csoportba osztani, az egyik az egyantennás, a másik pedig a többantennás rendszerek. A többantennás rendszerek esetén általában az antennák egy úgynevezett antennacsoportba (array) tartoznak. Ezen kívül érdemes még az iránymérési rendszereket egy másik szempont szerint is kategorizálni, ami pedig az, hogy manuális vagy automatikus iránymérési rendszerről beszélünk-e. A

manuális iránymérést általában ember végzi, míg az automatikus méréseknél ezek általában automatikusan megtörténnek. A vizsgált iránymérési rendszerek mind automatikusak, a manuális iránymérésekre nem térek ki bővebben.

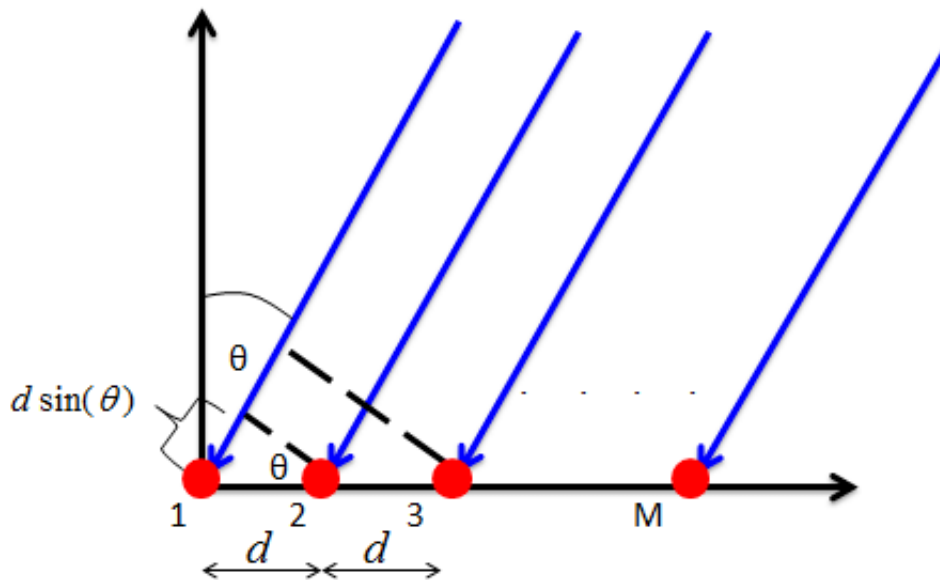
Az általam használt szimulációkban az antennák omnidirekcionális antennák.

Automatikus iránymérési módszerek:

- Interferometrikus iránymérés
- Doppler effektuson alapuló iránymérés
- MUSIC algoritmus

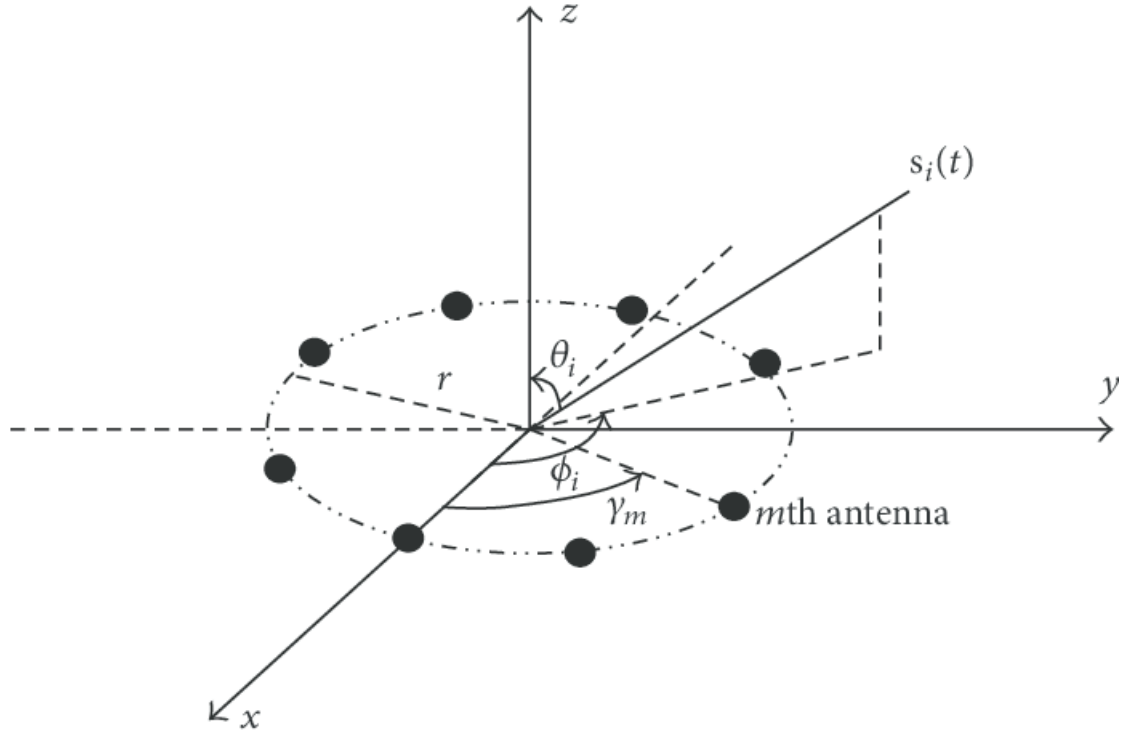
Egyantennás iránymérési módszer a doppler effektuson alapuló, míg a többi mind több antennát használ.

A leggyakrabban használt antennakonfigurációk az ULA és az UCA. Az ULA az Uniform Linear Array, míg az UCA a Uniform Circular array.



2.2. ábra. ULA antenna

[5, Figure 4]



2.3. ábra. UCA antenna

[3, Figure 1]

A fenti antennakonfigurációkat le lehet írni az egyes antennák közti távolsággal (UCA esetén a sugárral), ezen kívül nagyon fontos meghatározni az antennakonfigurációra vonatkozó úgynevezett Steering vektort. (Forgatási vektor)

2.1. Forgatási vektor

1. Definíció. Ha egy antennaelemet a $r_i = (x_i, y_i, z_i)$ koordinátákkal írhatunk le és adott a k hullámszám vektor akkor a forgatási vektor a következőképp áll elő:

$$v(k) = \begin{bmatrix} e^{-jk\vec{r}_1} \\ e^{-jk\vec{r}_2} \\ \vdots \\ e^{-jk\vec{r}_n} \end{bmatrix}$$

A forgatási vektor leírja a hullám fázis eltolásait az egyes antennákon. A fázisokat természetesen az általunk meghatározott, szabadon választott, origóhoz képest adjuk meg.

2.2. UCA antenna forgatási vektora

Legyen $\vec{e} = (e_x, e_y, e_z)$ az egységvektor.

Ha egy kör mentén helyezkednek el az antennák akkor a következőképp írható fel az r vektor:

$$\vec{r}(\alpha) = R\cos(\alpha)e_x + R\sin(\alpha)e_y$$

A steering vektorban megtalálható kr szorzat már számolható innen:

$$\vec{k}\vec{r}(\alpha) = -2\pi\frac{r}{\lambda}\cos(\theta)\cos(\alpha - \phi)$$

Behelyettesítve a fenti egyenletbe:

$$v(\alpha) = \begin{bmatrix} e^{j2\pi\frac{r}{\lambda}\cos(\theta_1)\cos(\alpha)} \\ e^{j2\pi\frac{r}{\lambda}\cos(\theta)\cos(\alpha - \frac{1}{M}2\pi)} \\ \dots \\ e^{j2\pi\frac{r}{\lambda}\cos(\theta)\cos(\alpha - \frac{M-1}{M}2\pi)} \end{bmatrix}$$

Ahol M az antennták száma. Ha csak irányt akarunk nézni (tehát az eleváció nem érdekel mindket vagy olyan antenna rendszer használunk, ahol nem számí), akkor $\theta = 0$, tehát $\cos(\theta) = 1$. Ebben az esetben egyszerűen kiesik az a tag.

2.3. Analitikus jel és komplex burkoló

Szimulációkhoz és egyes számításokhoz fontos bevezetni az analitikus jel és a komplex burkoló fogalmát.

Az analitikus függvény a következőként áll elő:

$$s_a(t) \triangleq \mathcal{F}^{-1}|S_a(f)| = s(t) + j\hat{s}(t)$$

Ahol:

$$S_a(f) = S(f) + \text{sgn}(f)(S(f))$$

$$\hat{s}(t) \triangleq \mathcal{H}|s(t)|$$

Sgn az előjel függvényt jelöli, \mathcal{H} pedig a Hilbert transzformációt.

Az analitikus jelet sokszor lekeverik frekvencitartományban a 0 Hz köré (Ez az úgynevezett Down-converting). A létrejövő függvény az úgynevezett komplex burkoló:

$$s_{a\downarrow}(t) \triangleq s_a(t)e^{j(\phi(t) - \omega_0 t)}$$

[4, 362] Ahol ω_0 az egy szabadon választott körfrekvencia.

2.4. Egyéb iránymérési fogalmak

2. Definíció. Iránymérés esetén többutas terjedésnek hívjuk (multipath fading) azt a jelenséget amikor a jel valamilyen környezeti hatás miatt visszaverődik adott felületekről és többszörösen érkezik meg az antennákhoz. ■

A többszörös jel több problémát is okozhat jelfeldolgozás során, ezekről a problémákra az erről szóló fejezetben térek ki részletesebben.

3. fejezet

Antennarendszer

Ebben a fejezetben az általunk használt antennarendszerről lesz szó. A rendszer három darab különböző, egyenként öt darab antennából áll, amelyeknek a következők a paramétereit:

Mindegyik öt antennából álló rendszer egy-egy külön frekvenciatartományt "szolgál" ki. Ezek a tartományok a következők:

Az általunk használt antennák omnidirekcionális antennák, tehát képesek jeleket fogadni minden irányban¹.

Az általunk használt antennák UCA antenna rendszerek.

Az antennákat ezekre a szegmensekre lehet bontani:

Tartomány	1.5-30 MHz	30-500 MHz	500-2000 MHz	2000-6000 MHz
Sugár	20300 mm	1380 mm	345 mm	115 mm

¹Természetesen ez csak ideális antennák esetében van így

4. fejezet

MUSIC algoritmus

Ebben a fejezetben a MUSIC algoritmusról fogok részletesebben tárgyalni. A MUSIC, azaz Multiple Signal Classification algoritmust használjuk frekvencia becslésre és rádió iránymérésre is. A MUSIC algoritmus az úgynevezett szuperrezolúciós algoritmusok közé tartozik.

3. Definíció. Szuperrezolúciós algoritmusok közé soroljuk azokat az algoritmusokat amit javítják (növelik) a felbontását a rendszernek. Például optikai rendszerek esetén a szuperrezolúciós algoritmusok azok amelyeknél az algoritmusok teljesítménye átlépi a diffrakciós limitet. ■

Az algoritmus működése a következő:

$$x(t) = As(t) + n(t)$$

Ahol:

$$s(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_D(t)]$$

$$A = [a(\Theta_1)|a(\Theta_2)|\dots|a(\Theta_D)]$$

Itt az $x(t)$ vektorban vannak az antennák jelei és a hozzáadott zaj. (Természetesen ez a zaj nem ismert valós rendszer esetében) Az $s(t)$ a forrás jelek. (úgynevezett amplitude vector) Az $a(\Theta)$ vektorok pedig az úgynevezett steering vector:

$$a(\Theta) = [1 \quad e^{j\omega} \quad e^{2j\omega} \quad \dots \quad e^{(N-1)\omega}]$$

Ahol, M az antennák száma. A steering vector fáziseltolásokat reprezentál az adott antennáknál. A fázisokat egy általunk kiválasztott ponthoz mérjük, ez nálunk az első számú antenna, ami mindig észak felé mutat.

Fontos megemlíteni, hogy az algoritmus esetén vizsgált források száma kevesebb, vagy egyenlő az antennák számával.

Az A mátrix pedig egy Vandermonde mátrix.

4. Definíció. Vandermonde mátrix Vandermonde mátrixról beszélhetünk akkor, ha minden sor egy mértani sort alkot. ■

A következő autokorrelációs mátrix számítható:

$$R_x = E\{xx^H\} = AR_sA^H + \sigma_n^2I$$

Itt az R_s az s autokorrelációja, a σ^2 a zaj variacia. A H operátor pedig a konjugált transzponált. (Egyszerűen transzponáljuk a mátrixot és utána a konjugáltját vesszük minden elemnek)

Általában azonban ez nem ismert, ezért ezt közelíteni szoktuk egy úgynevezett minta kovariancia mátrixal:

$$R_x = \frac{1}{T} \sum_{k=1}^T x(k)x(k)^H$$

T a mintavételek száma. x az előzőleg már definiált mátrix.

Mivel R_x az egy Hermitikus mátrix (Minden eleme megegyezik a konjugáltjával) ezért az összes M sajátvektora orthogonális egymással:

$$[v_1 \quad v_2 \quad \dots \quad v_M]$$

5. Definíció. Két komplex vektor (ugyanolyan dimenziójúak) akkor orthogonálisak, ha $x^H y = 0$ ▪

1. Bizonyítás. A sajátérték egyenletből kiindulva:

$$Ax = \lambda x$$

innen:

$$x^H Ax = \lambda x^H x \tag{4.1}$$

Ha mindkét oldal komplex konjugáltját vesszük:

$$(x^H Ax)^H = \lambda^* (x^H x)^H$$

Felhasználva azt a tulajdonságot, hogy $A^H = A$ Hermetikus mátrixok esetén:

$$x^H A^H x = x^H Ax = \lambda^* x^H x \tag{4.2}$$

Ha az 4.1 és 4.2 egyenleteket kivonjuk:

$$(\lambda - \lambda^*)x^H x = 0$$

Azonban $x^H x \neq 0$, tehát $\lambda - \lambda^* = 0$, szóval $\lambda = \lambda^*$, tehát λ valós.

Ezt felhasználva:

Különböző sajátértékekhez tartozó sajátvektorai a hermetikus mátrixoknak orthogonálisak. Legyen x és y sajátvektorai az A hermetikus mátrixnak. Legyen λ_1 és λ_2 sajátérték, ahol $\lambda_1 \neq \lambda_2$.

$$Ax = \lambda_1 x, Ay = \lambda_2 y$$

Innen:

$$y^H Ax = \lambda_1 y^H x$$

$$x^H Ay = \lambda_2 x^H y$$

Ha vesszük a hermetikus konjugáltat:

$$(x^H Ay)^H = y^H Ax = \lambda_2^* (x^H y)^* = \lambda_2 y^H x$$

, Felhasználva a tényt, hogy λ_2 valós és A hermetikus mátrix.

$$y^H Ax = \lambda_2 y^H x$$

Az utolsó egyenletet kivonjuk a harmadikból akkor:

$$(\lambda_1 - \lambda_2)y^H x = 0$$

Az első feltételezés alapján, hogy $\lambda_1 \neq \lambda_2$, következik, hogy $y^H x = 0$, tehát x és y orthogonálisak. ■

Ha ezeket a sajátvektorokat csökkenő sorrendbe állítjuk és vesszük a p db legnagyobb sajátértéket akkor megkapjuk a jel alteret U_s . A további $M-p$ sajátvektor pedig a zaj altérhez tartozik. U_n . A zaj és jel alterek egymáshoz képest orthogonálisak. $U_n \perp U_s$

Mivel bármelyik jel vektor ami a jel altérben van orthogonális a zaj altérre ezért minden zaj altérbe tartozó sajátvektorra is orthogonális. Az orthogonalitás mérésére bevezetjük a következő mérőszámot:

$$d^2 = e^H U_n U_n^H e = \sum_{i=p+1}^M |e^H v_i|^2$$

Ahol v_i a zaj altérből van és $e = a(\Theta)^T$

$$U_N = [v_{p+1}, \dots, v_M]$$

Ha e a jel altérből való, akkor $d^2 = 0$ az orthogonalitás miatt. Innen már számítható a music Pseudo spektrum:

$$P_{MUSIC}(e^{j\omega}) = \frac{1}{e^H U_n U_n^H e} = \frac{1}{\sum_{i=p+1}^M |e^H v_i|^2}$$

4.1. Algoritmus lépésről lépésre

A fent definiált kovariancia mátrixon alapuló becslést használva:

$$R_x = \frac{1}{T} \sum_{k=1}^T x(k)x(k)^H$$

T a minták száma.

Számítsuk ki a mátrix sajátértékeit és sajátvektorait. Rendezzük csökkenő sorrendbe.

D a források száma.

$$U_S = [v_1, v_2, \dots, v_D]$$

$$U_N = [v_{D+1}, \dots, v_M]$$

Ebből számítható már a music spektrum:

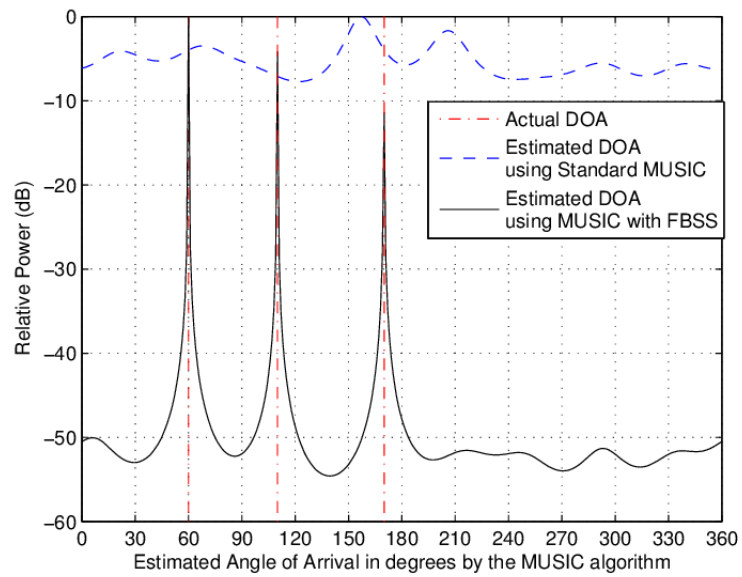
$$P_{MUSIC} = \frac{1}{e^H U_N U_N^H e}$$

Innen:

$$\hat{\omega} = \underset{\omega}{\operatorname{argmax}} P_{MUSIC}(e^{j\omega})$$

A D legnagyobb jel lesz az irány.

A MUSIC spektrumot ábrázolhatjuk egy olyan diagramon, ahol az x tengely az azimutot adja meg, míg az y tengely valamilyen (általunk definiált, általában relatív teljesítmény, dB-ben megadva) intenzitást jelent. Például:



4.1. ábra. MUSIC spektrum példa

[2, Figure 3]

A MUSIC algoritmus előnyei közé tartozik, hogy a spektrum számítása és a korrelációs mátrix számítása szabadon változtatható (megadott paraméterek között), ezáltal mindig az adott körülmények között legjobban teljesítő számítási módszert tudjuk használni.

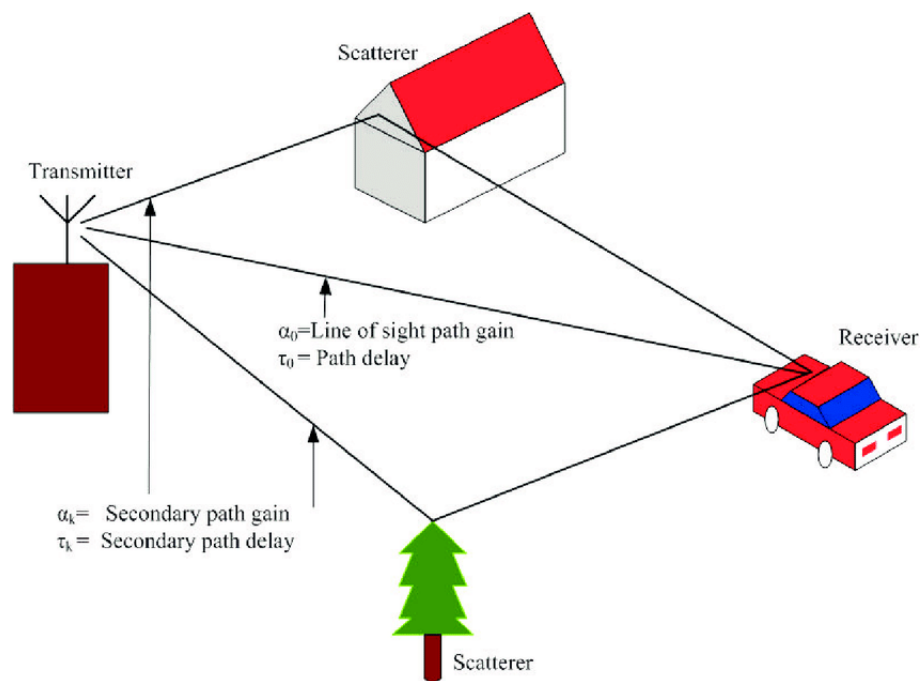
5. fejezet

Többutas terjedés

Ebben a fejezetben a többutas terjedéssel és az ezt leíró csatornamodellel fogok részletesebben foglalkozni.

Nagyon fontos a többutas terjedésre részletesen kitérni, mivel a rádiós kommunikációban és iránymérésben ez okozza a legnagyobb problémát.

Többutas terjedés esetén szokás definiálni a terjedés során a fő útvonalat és a mellék útvonalakat is. A fő útvonal általában egy egyenes (line of sight út) terjedés. A mellék útvonalak pedig valamilyen más úton érkező jelek, általában egy vagy több akadályról visszavert jelek.



5.1. ábra. Többutas terjedés

[9, Figure 1]

Szimulációk során a következő modelleket szoktuk használni:

- Rician modell
- Reyleigh modell

Érdeemes még definiálni, egy a szimulációkhoz lazán, de a valós méréseknél tényleges problémát okozó jelenséget is:

6. Definíció. Path loss Path loss, vagy szakaszcsillapításnak az a csillapítás amit a jel a terjedés során tapasztal. Általában dB-ben szokás megadni. •

7. Definíció. Shadowing Shadowingnak vagy árnyékolásnak nevezzük azt a folyamatot amikor a jel az útja során csillapodásokat szenved el a útban lévő akadályok miatt. Ez a jelentős problémákat okozhat. •

5.1. Fading modell szimuláció

A szimulációk során a sávkorlátolt diszkrét többutas terjedési modellt használom.[6, 9.1.3.5.2]

A szimuláció során feltételeztem, hogy a doppler spektrum és a késleltetési teljesítményprofil (delay power profile) független. A csatornát így tudjuk egy lineáris FIR szűrőként modellezni.

$$y_i = \sum_{n=-N_1}^{N_2} s_{i-n} g_n$$

Ahol, s_i a minták, y_i pedig a kimenet.

g_n megadja a az úgynevezett tap súlyokat:

$$g_n = \sum_{k=1}^K a_k \text{sinc} \left[\frac{\tau_k}{T_s} - n \right], -N_1 \leq n \leq N_2$$

Ahol:

- T_s a bemeneti minták periódusideje.
- τ_K megadja az egyes utak késleltetését, K jelöli a terjedési utak számát.
- a_K megadja az egyes utak komplex csillapításait (esetlegesen erősítéseit). Ezek az csillapítások egyástól korrelálatlanok.
- N_1 és N_2 -t úgy kell megválasztani, hogy $|g_n|$ az kicsi amikor n az kevesebb, mint $-N_1$, vagy nagyobb, mint N_2 .

Két módszert lehet használni a komplex utak csillapításának előállítására. Az egyik az úgynevezett filtered Gaussian noise, a másik pedig a sum-of-sinusoids. Én a sum-of-sinusoids módszert fogom részletesebben leírni.

5.1.1. Sum-of-sinusoids

Először egymástól teljesen korrelálatlan Rayleigh fading hullámformákat generálunk az [7]-ban leírtak alapján. Az $i = 1$ tartozik az in-phase komponenshez (I), míg az $i = 2$ pedig a quadrature komponenshez (Q).

$$z_k(t) = \mu_k^{(1)}(t) + j\mu_k^{(2)}(t), k = 1, 2, \dots, K$$

$$\mu_k^{(i)}(t) = \sqrt{\frac{2}{N_k}} \sum_{n=1}^{N_k} \cos(2\pi f_{k,n}^{(i)} t + \Phi_{k,n}^{(i)}), i = 1, 2$$

Ahol:

- N_k a használt szinuszoidok száma egy út generálásához

- $f_{k,n}^{(i)}$ a diszkrét Doppler-frekvencia, külön-külön számítandó minden egyes szinuszoid komponenshez, egy úton belül
- $\Phi_{k,n}^{(i)}$ a fázisa a $\mu_k^{(i)}$ n-ik komponensének és egy iid¹ random változó, aminek egyenletes eloszlása van a $(0, 2\pi]$ intervallumon.
- t pedig a folyamat ideje.

Jakes Doppler spektrum modellezés során a diszkrét Doppler frekvenciákat ($f_{k,n}^{(i)}$), adott maximális eltéréssel (f_{max}) a következőképp számítjuk:

$$f_{k,n}^{(i)} = f_{max} \cos(\alpha_{k,n}^{(i)}) = f_{max} \cos \left[\frac{\pi}{2N_k} \left(n - \frac{1}{2} \right) + \alpha_{k,0}^{(i)} \right]$$

Ahol:

$$\alpha_{k,0}^{(i)} \triangleq (-1)^{i-1} \frac{\pi}{4N_k} \frac{k}{K+2}, i = 1, 2, \dots, K$$

Ahhoz, hogy időben is "haladjon" a szimuláció, be kell vezetni a t_{init} paramétert. A fading hullámforma a következő lesz:

$$\mu_k^{(i)}(t) = \sqrt{\frac{2}{N_k}} \sum_{n=1}^{N_k} \cos(2\pi f_{k,n}^{(i)}(t + t_{init}) + \Phi_{k,n}^{(i)}), i = 1, 2$$

A fading mintákat a GMEDS algoritmus állítja elő [7]

5.1.2. Komplex együtthatók számítása

A Rician és Rayleigh csatorna modell is paraméterezhető. Az fent előállított z_k -t skálázzuk, hogy előálljon a megfelelő út erősítés.

Rayleigh csatorna esetén a paraméterek a következőképp állnak elő:

$$a_k = \sqrt{\Omega_k} z_k$$

$$\Omega_k = E[|a_k|^2]$$

Ahol az E a várható értéket jelenti.

Rician csatorna esetén:

$$a_k = \sqrt{\Omega_k} \left[\frac{z_k}{\sqrt{K_{r,k} + 1}} + \sqrt{\frac{K_{r,k}}{K_{r,k} + 1}} e^{j2\pi f_{d,LOS,k}t + \phi_{LOS,k}} \right]$$

Ahol:

- $K_{r,k}$ a k. úthoz tartozó K faktor.
- $f_{d,LOS,k}$ a line of sight² komponenshez tartozó Doppler eltolódás a k. úthoz képest, Hz-ben.
- $\phi_{LOS,k}$ pedig a line of sight útnak a k. úthoz képesti kezdő fázisa, radiánban.

5.2. Rician modell

A Rician modell egy sztochasztikus terjedési modell. A modell a következőket feltételezi:

¹Independent and identically distributed random variable

²látóvonal, általában közvetlen rálátás a forrásra

- Többutas terjedés történik
- A jelutak közül legalább egy hossza változik (rövidebb vagy hosszabb lesz)

Rician modellt használhatjuk akkor, ha az egyik jelút jóval erősebb, mint a többi. Az erősítést/csillapítást az úgynevezett Rician eloszlás írja le.

A Rician terjedési modellt két paraméterrel lehet paraméterezni, az egyik a \mathbf{K} szám, a másik pedig a Ω . Ahol \mathbf{K} megadja a közvetlen és a szórt utak közötti teljesítményrelációt, míg Ω megadja az utak teljesítményének összegét (a teljes teljesítményt).

A \mathbf{K} szám egyszerűen számítható a következő módon:

$$K = \frac{\sqrt{1-\gamma}}{1-\sqrt{1-\gamma}}$$

[1] Ahol γ a következő módon számítható:

$$\gamma = \frac{V[R^2]}{(E[R^2])^2}$$

V a varianciát jelöli, E a várható értéket, R pedig a vett jel burkolója.

Az Ω paramétert pedig számolhatjuk az $\Omega = E(R^2)$ összefüggésből.

5.3. Rayleigh modell

Ha a Rician modell esetén a \mathbf{K} faktor 0, akkor a Rician modellt kapjuk. A Rayleigh modellt általában nagyvárosi terjedések szimulációjára használják. A Rayleigh csatornát is az Ω -val paraméterezzük. Ennek számítása megegyezik a fent definiálttal.

6. fejezet

Implementáció

Ebben a fejezetben a rendszer implementációjára fogok kitérni. Az implementáció során két fő irányban indultam el, szimulációra elsősorban a matlabot használtam és készült egy kezdetleges, azonban jóval gyorsabb C++-os implementáció is, aminek paraméterezése nagyon hasonló a matlab-ban készült programhoz, az egyetlen különbség, hogy más nyelvi elemeket használtam.

6.1. Matlab implementáció

A szimulációkat, többutas terjedést matlabban vizsgáltam. Első sorban generáltam egy random adatokból álló QPSK jelet. A random adatokat bináris formában kell megadni. A generált adatokat először is NRZ¹ kódolásba írtam át. Következésképp hozhatjuk létre a qpsk modulált jelet:

```
[s,t,I,Q] = qpsk_mod(a,fc,OF);
```

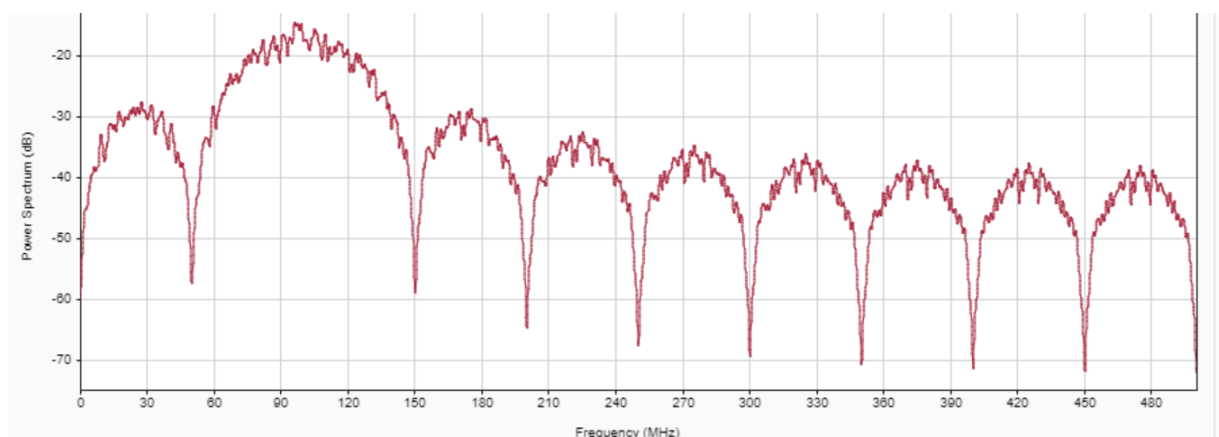
Ahol:

- s a kimeneti jel, vivővel
- t időfelosztás
- I alapsávi jelforma I része
- Q alapsávi jelforma Q része
- a bemeneti adat bináris formában
- fc vivőfrekvencia (Herz-ben)
- OF mintavételezési szorzó.²

¹Non-return-to-zero

²A mintavételezési szorzó megadja, hogy a vivőfrekvencia függvényében mekkora legyen a mintavételi frekvencia.

A generált QPSK jel spektruma a következőképp alakul:



6.1. ábra. QPSK spektrum

A QPSK modulált jeleket és az iránymérési alapokban kiszámított forgatási vektorokat, a megfelelő általunk választott irányokkal, összeszorozzuk:

```
X = ST * s + random_noise;
```

Az X -be kerülnek a minták, amiken futtatni fogjuk a music algoritmust. ST a generált forgatási mátrix, ahol a mátrix oszlopai az adott irányhoz tartozó forgatási vektor. Az s pedig megadja az általunk generált qpsk jelet, minden sor egy külön, független jel.

A music algoritmus által definiáltak szerint el kell készíteni a Kovariancia mátrixot:

```
Rx = (X*X')/p;
```

Itt p megadja a minták számát.

Ezután számítani kell a sajátértékeket és sajátvektorokat:

```
[V,D] = eig(Rx);
```

A definíció szerint ezután el kell készíteni a két különböző alteret, a jel alteret az N legnagyobb sajátértékhez tartozó sajátvektor adja, míg az *antennk_szma* – N db további sajátvektor pedig a zaj alteret adja.

```
noiseSubspace = V(:, 1:antenna_num-N);
```

Végül szükséges a music (pseudo)spektrum számítása.

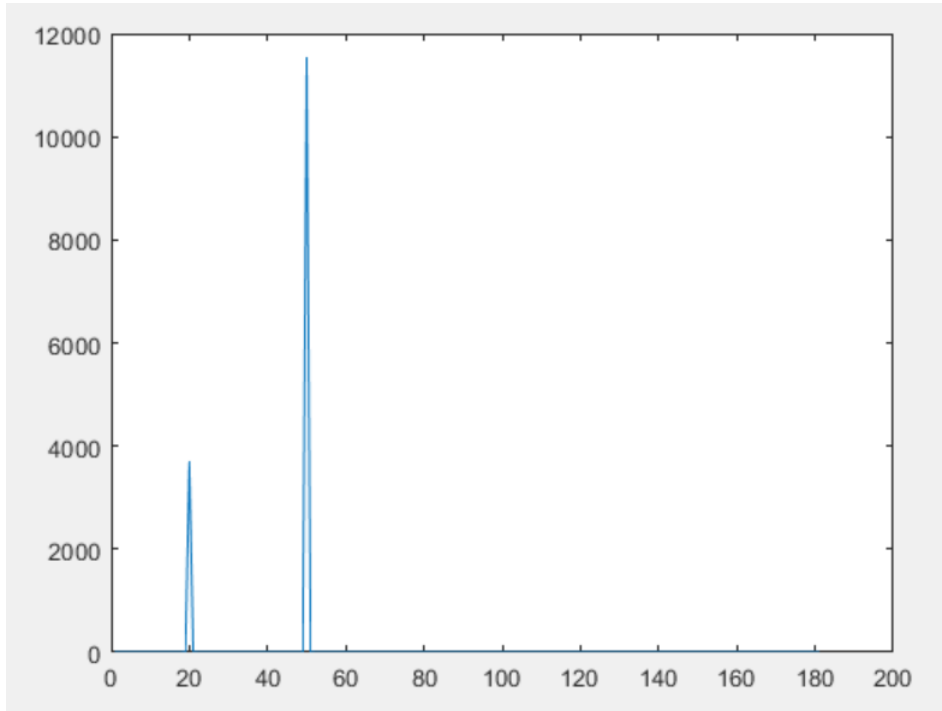
```
for i = 1:length(theta)
    a(:,i) = exp(1i*2*pi*(0.8*(c/fc))*cosd(i-(0:4)'*(1/5)*2*pi*180));
    res(i, 1) = 1/(norm(a(:, i)'*noiseSubspace).^2);
end
```

A mért irányok a res vektor N legnagyobb értékéhez tartoznak, az irány az index-el egyezik meg.

A következőkben prezentált ábrákon az x tengely jelöli az irányokat, fokban megadva. Az y tengely jelöli relatív teljesítményt. A valós adatoknál ez dB, míg szimulált adatoknál intenzitást jelöl.³

Music algoritmus futtatva zaj nélküli jelekre, két jelforrással, 20 és 50 fokos azimuttal :

³Olyan esetekben, ahol nincs semmilyen háttérzaj, csak a forrásjelek, nagy amplitúdóval ott az intenzitás nagy értékeket vesz fel.

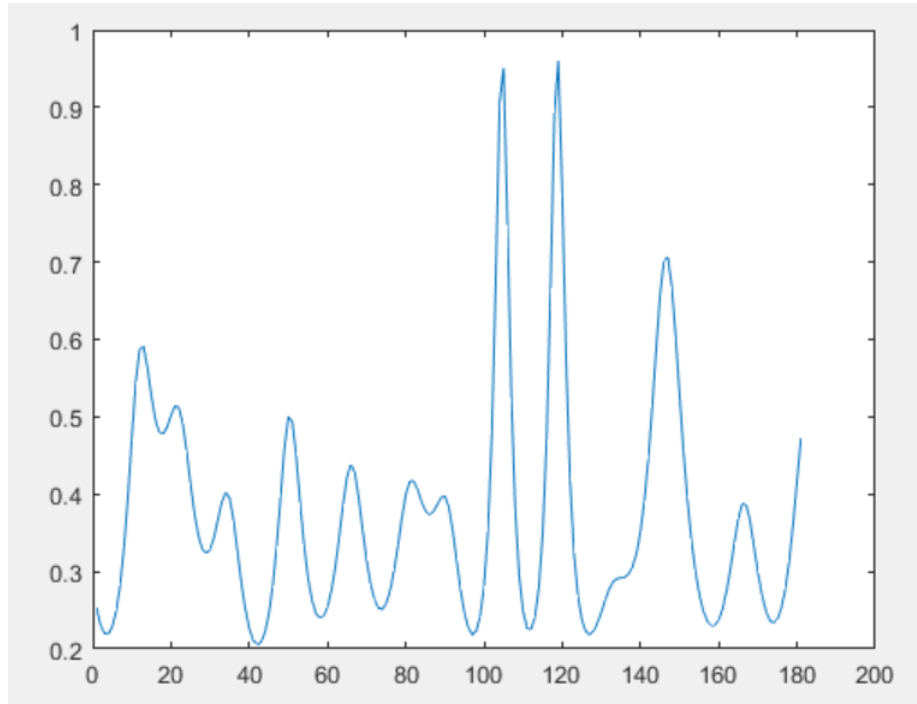


6.2. ábra. MUSIC algoritmus zaj nélküli forrásokra

Az intenziáskülönbség a zaj nélküli jelek esetében abból következik, hogy a jelek random információ tartalommal rendelkeznek, ezáltal a jelek energiája nem egyezik meg.

A generált jeleknél nagyon fontos odafigyelni, hogy két generált jel forrásadata semmilyen esetben se legyen megegyező. Ha ugyanabból az adatforrásból generáljuk a qpsk modulált jeleket, akkor azok a jelek is teljesen korreláltak lesznek. A music algoritmusban kitétel, hogy a forrásjelek egymástól függetlenek legyenek, emiatt az eredmény ilyenkor értelmezhetetlen lesz.

Példa:



6.3. ábra. Teljesen korrelált jelek MUSIC spektruma

6.2. C++ implementáció

A C++-os implementációhoz két külső könyvtárat használtam, az egyik az Eigen, a másik pedig a root. Az Eigen a sajátértékek és sajátvektorok effektív kiszámítását teszik lehetővé, míg a root az eredmények grafikus megjelenítését.

A paraméterezése nagyon hasonló, mint a matlabos kódnak.

A mintákat hasonlóan egy mátrixba ki kell gyűjteni, ahol a sorok száma megadja az antennák számát, míg az oszlopok a mintákat adják meg. Az előzőekhez hasonlóan feltételezzük, hogy minden antennáról ugyanannyi számú mintát vettünk.

Az első különbség a forgató mátrix definíciójakor jön elő:

```
steering_matrix<circular_antenna<std::complex<double>>, std>>complex<double>> steer_m(
    number_of_sources, antenna_system, directions);
```

Template paraméterként meg kell adni az antennarendszer típusát. Példányosításkor paraméterei a források száma, az antennarendszer és az irányok. Ezt a mátrixot csak akkor kell (és csak akkor tudjuk kiszámolni), ha szimulációt szeretnénk készíteni.

Fontos kitérni az antennarendszer definíciójára:

```
template < class DATA_T>
class my_antenna : public antenna<DATA_T>
{
public:
    my_antenna(int number): antenna<DATA_T>{number{ {}};
    std::Vector<DATA_T> steering_vec(double doa, double fs, double fc, double c)
    {
        //Calculate the steering vector here
    }
}
```

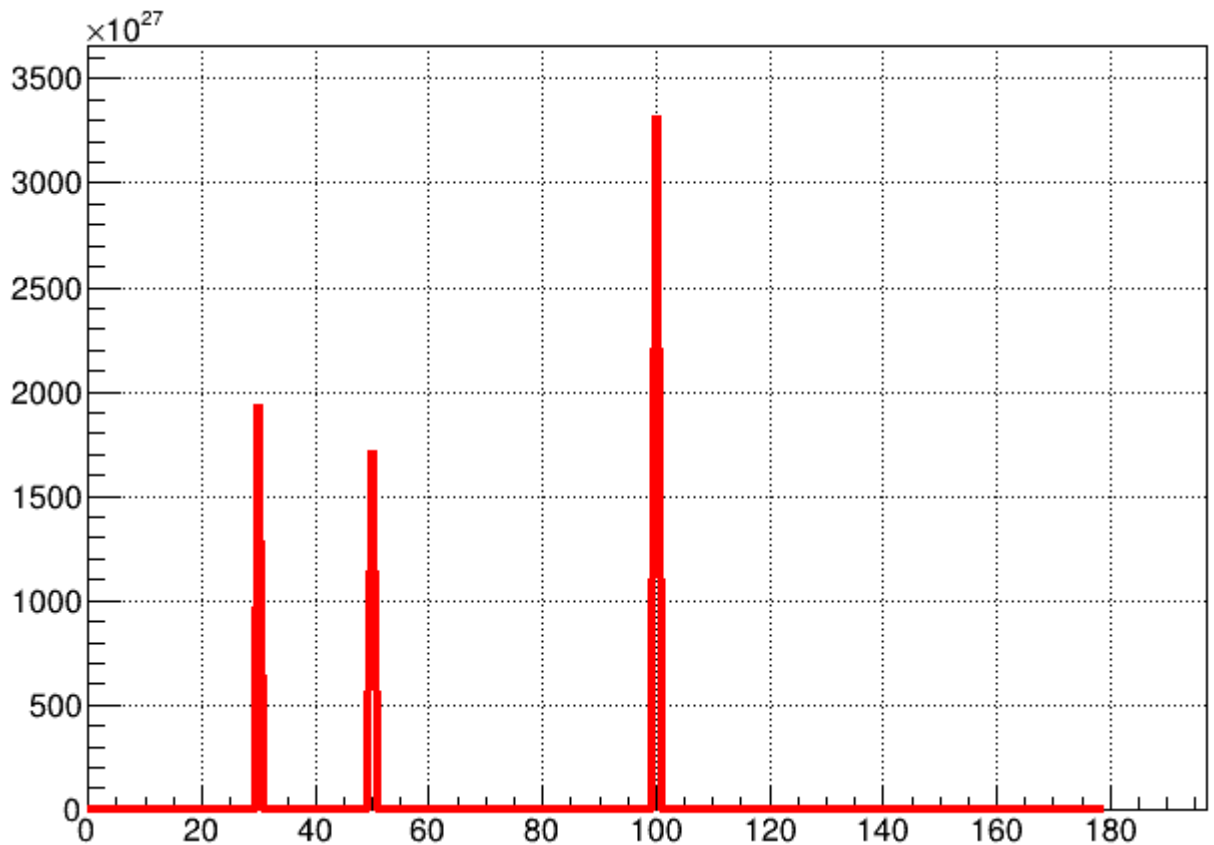
Definiálni kell a konstruktort és a `steering_vec` nevű függvényt. A függvény paraméterei az irányok, a mintavételi frekvencia, a jel frekvenciája és a terjedési sebesség. A `DATA_T` típus az lehet komplex vagy lebegőpontos szám is.

Ezek után már használható a Music osztály:

```
Music m(granularity,DATA,number_of_antennas,number_of_sources);  
Eigen::VectorXd results = m.compute();
```

Paramétereit az algoritmusnak felbontás finomsága, alapesetben 1 fokos a felbontás finomsága, ez azonban szabadon állítható. Következésképp meg kell adni az adatokat, majd az antennák számát, végül pedig a források számát. Az eredmények a results vektorban lesznek. Ezek után hasonlóképp megy minden, mint a matlabos algoritmusban.

A C++-os implementáció esetén a tesztelt irányok a 30, 50 és 100 fokos irányok voltak. Ezen kívül minden megegyezik.



6.4. ábra. Mért irányok C++-os implementációval számolva

7. fejezet

Szimuláció és valós mérési adatok értékelése

Ebben a fejezetben a szimulációs és mérési eredményeket fogom ismertetni.

A mérési adatok egy öt antennából álló rövidhullámú antennarendszerből érkeztek. A feldolgozott minták egyenként egy-egy 500kHz sávszélességű sávot fednek le az RH sávon. Az egyes mérési mintákat 625kHz-es mintavételi sebességgel mintavételezték.

7.1. Szimuláció

Szimuláció során a következő eseteket vizsgáltam:

- Többutas terjedés nélküli források
- Rician modellel szimulált többutas terjedés
- Rayleigh modellel szimulált többutas terjedés

A többutas terjedés nélküli tesztet három jelforrással teszteltem, míg a két többutas terjedési modell esetén négy jelforrást használtam, három LOS jel, míg a negyedik egy visszavert jel. A tesztek során **egy frekvencián** érkezik több jel egyszerre, ezek nyújták a legjobb és egyben a legnehezebb tesztek az algoritmus számára. Ezek a jelek nem bonthatók szét szűrők segítségével, ezeket szükséges egyszerre feldolgozni.

	Frekvencia	Mintavételi sebesség	Minták száma
1.	100MHz	1GHz	1000
2.	500MHz	5GHz	5000
3.	1GHz	10GHz	10000

A többutas terjedési modellek vizsgálatakor a következőket feltételeztem:

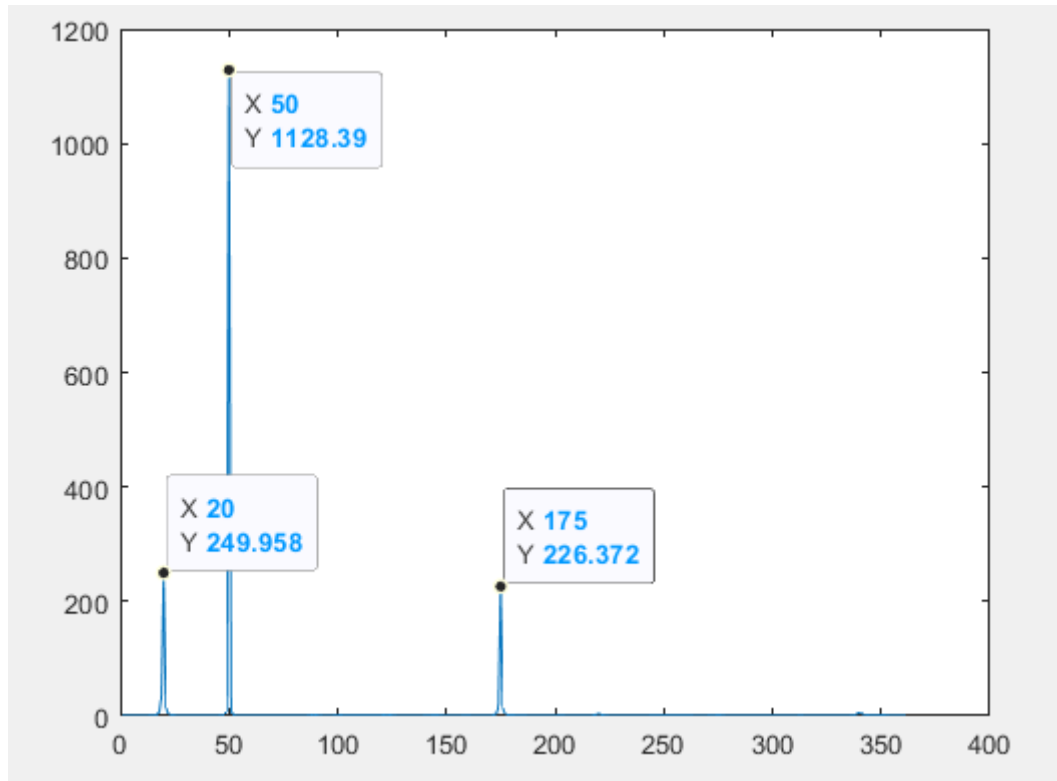
- Az egyik jelúton a csillapítás/erősítés 0dB
- A másik, azaz a visszavert jelúton pedig -20dB es erősítés van
 - Külön jelölöm azokat az eseteket, ahol -10dB-es erősítés van

7.1.1. Többutas terjedés nélküli források

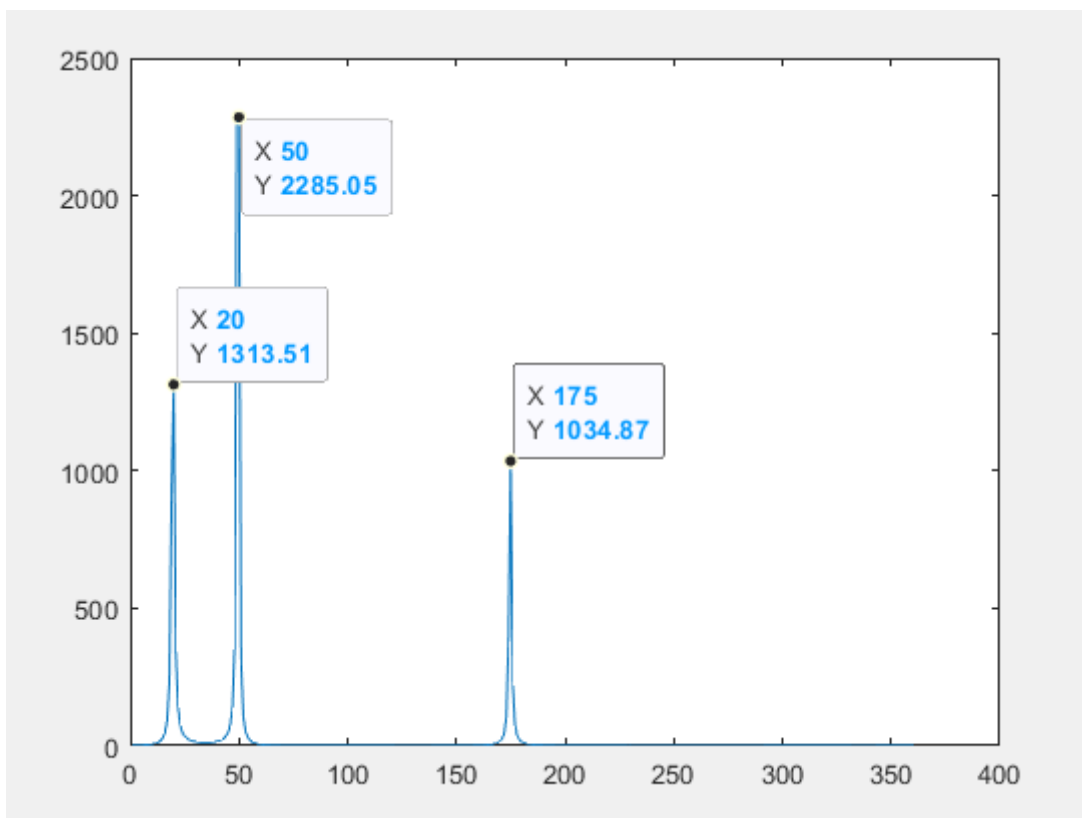
Ebben a tesztben három különböző irányból érkező különböző jeltartalmú, egymástól független jeleken futtatom le az algoritmust. A jelek 20, 50 és 175 fokos azimuttal érkeznek meg.

Az ábrákon az előzőleg már ismertetett módon az x tengely jelöli az irányokat fokban, míg az y tengely az intenzitást, valós adatokból készült mérési eredményeknél dB mértékegységgel.

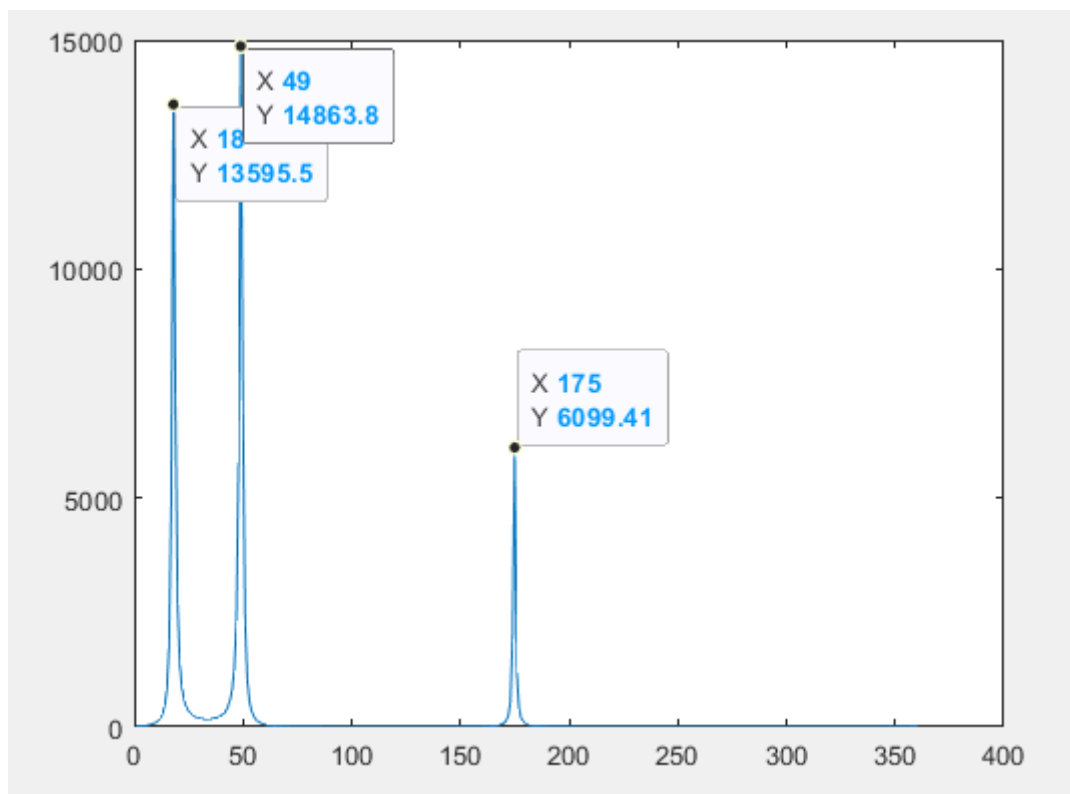
Mivel nincs visszavert jel és a generált QPSK jelek teljesen függetlenek ezért ez a MUSIC algoritmus ideális állapota, ez esetben nagy pontossággal meg kell tudni modnani a jelek forrását. A generált QPSK jelek függetlenségét a felhasznált random bitsorozat randomnessa biztosítja.



7.1. ábra. 100MHz-es QPSK modulált jelek irányai



7.2. ábra. 500MHz-es QPSK modulált jelek irányai

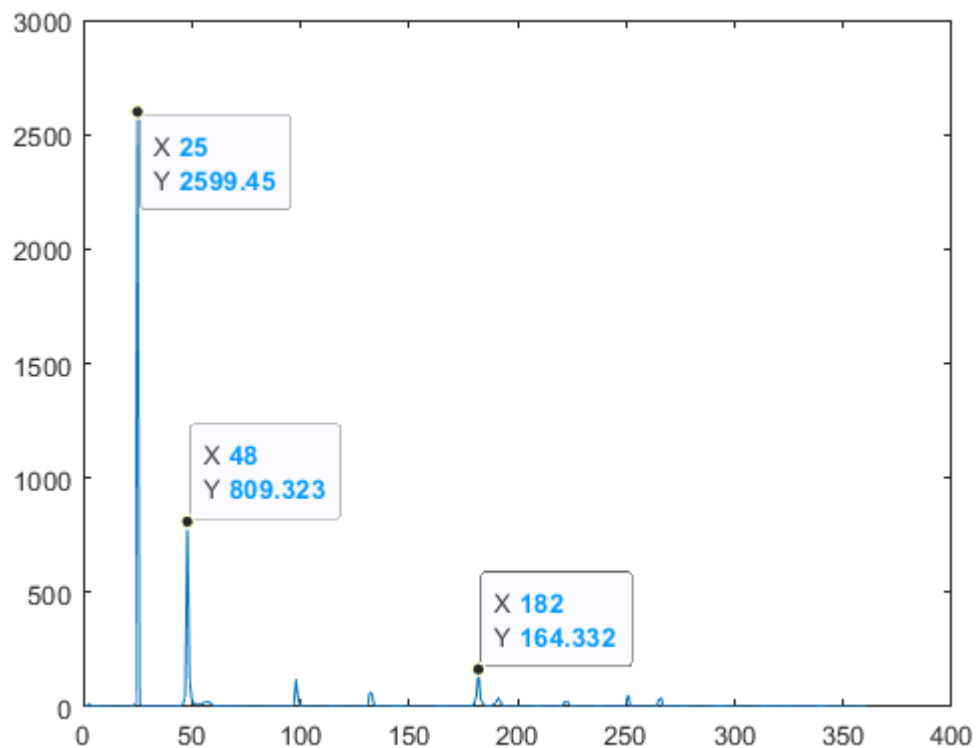


7.3. ábra. 1GHz-es QPSK modulált jelek irányai

Általánosságban az mondható el, hogy minél magasabb frekvenciákon mérünk annál nagyobb a bizonytalanság a mérésben. A mérésbeni bizonytalanság a számítógép lebegőpontos számokkal való műveletek pontatlanságából.

7.1.2. Rician modellel szimulált többutas terjedés

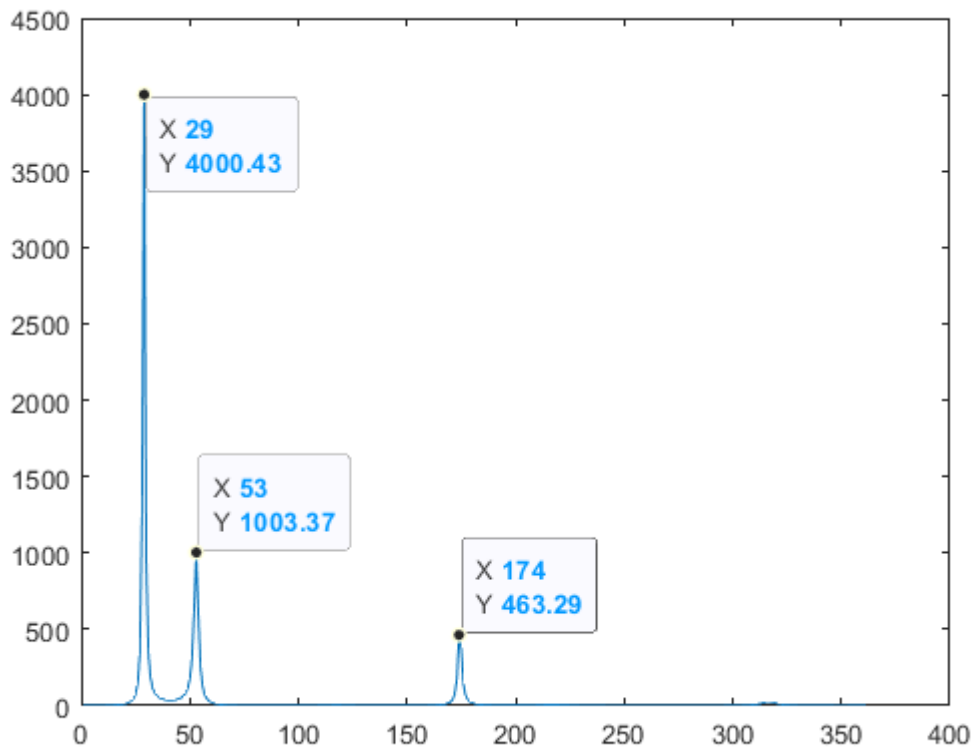
Ez a modell a számunkra a legfontosabb. Méréseink során nagyon gyakran előfordul, hogy valamilyen terep objektumról a jel visszaverődik és a LOS jelen kívül valamilyen késleltetéssel megjelenik. Számunkra az az eset lesz a fontos, amikor a visszavert jel ugyanabba a mintába tartozik, mint amelyikbe a LOS jel. Ez esetben már nem mondható el, hogy a bemeneti jelek függetlenek egymástól.



7.4. ábra. 100MHz-es QPSK jelek, Rician fading

Rician modell alapján fading történt, a 175 fokos jel, mint LOS jel érkezett meg, míg a 225 foknál érkezett meg a visszavert jel, a visszavert jel intenzitása a spektrumon olyan kicsi, hogy nem jelenik meg. A fenti mérés alapján azt a következtetést lehet levonni, hogy 100MHz-es frekvenciatartomány körül a Rician fadingnek megfelelő többutas terjedés minimális fáziseltérést okoz (a tényleges irányhoz képest).

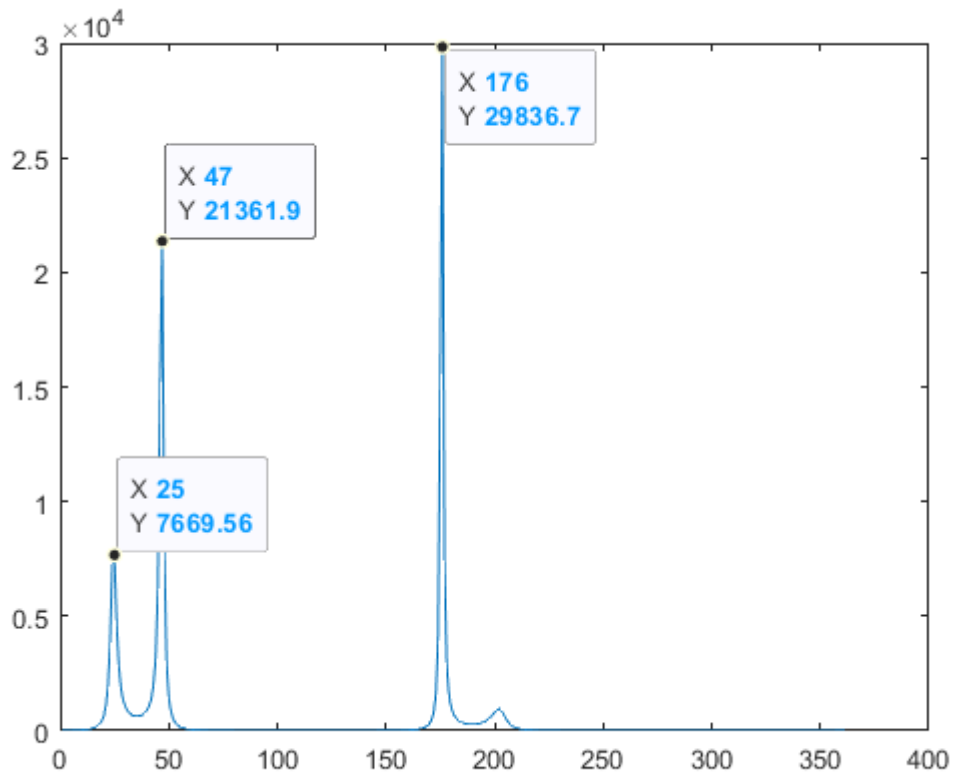
A következő teszt az 500MHz-es QPSK jel, Rician fading ugyanazokkal a paraméterekkel, mint eddig:



7.5. ábra. 500MHz-es QPSK jelek, Rician fading

A fenti mérésnél már látható, hogy kisebb eltérések a mérésnél megjelennek, azonban ez nem jelent nagy problémát. Ennél a tesztnél -10dB-es erősítést alkalmaztam a visszavert jeleknél.

A következő teszt az 1GHz-es frekvenciájú jelek:



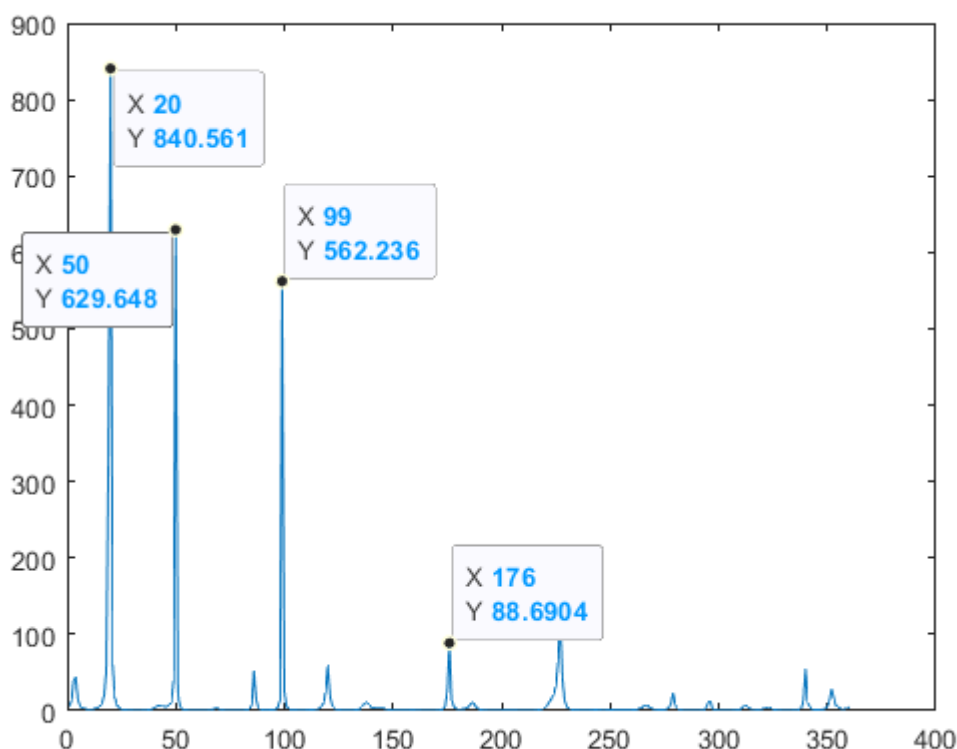
7.6. ábra. 1GHz-es QPSK jelek, Rician fading

Ezen a tesztek látható, hogy még Rician modellel szimulált többutas terjedés esetén is elég jó teljesítményt nyújt az algoritmus.

7.1.3. Rayleigh modellel szimulált többutas terjedés

Ebben a tesztben a Rayleigh fading modellel szimulált terjedést vizsgálom. A Rayleigh modellt általában a nagyvárosi terjedés vizsgálatára szokták használni, ezért nem teljesen illik a mi általunk vizsgált környezetbe, azonban a teljesség kedvéért érdemes megvizsgálni ezt a modellt is. Nagyon fontos feltenni, hogy olyan esetben, ha nagyon sok jelút van, például egy zsúfolt város, nagy valószínűséggel a legtöbb algoritmus rosszul fog teljesíteni, ilyen esetekben jóval nehezebb megtalálni a tényleges forrást (Lásd beamforming).

Az első teszt esetén, a 100Mhz-es jel esetén megjelenik a spektrumban mind a három jel, azonban egy "idegen" jel is megjelenik, erősebb intenzitással, mint a tényleges (175 fokról érkező jel):



7.7. ábra. 100MHz-es QPSK jelek, Rayleigh fading

A fent látható idegen jel minden bizonnyal annak köszönhető, hogy a visszavert és tényleges jelek nagy arányban korreláltak.

További tesztek alapján, magasabb frekvenciákon a jelek nagy arányban kiesnek, csak egy-egy irány marad meg. Ezáltal a méréseim alapján arra a döntésre jutottam, hogy az alap music algoritmus nehezen használható nagyvárosi körülmények között.

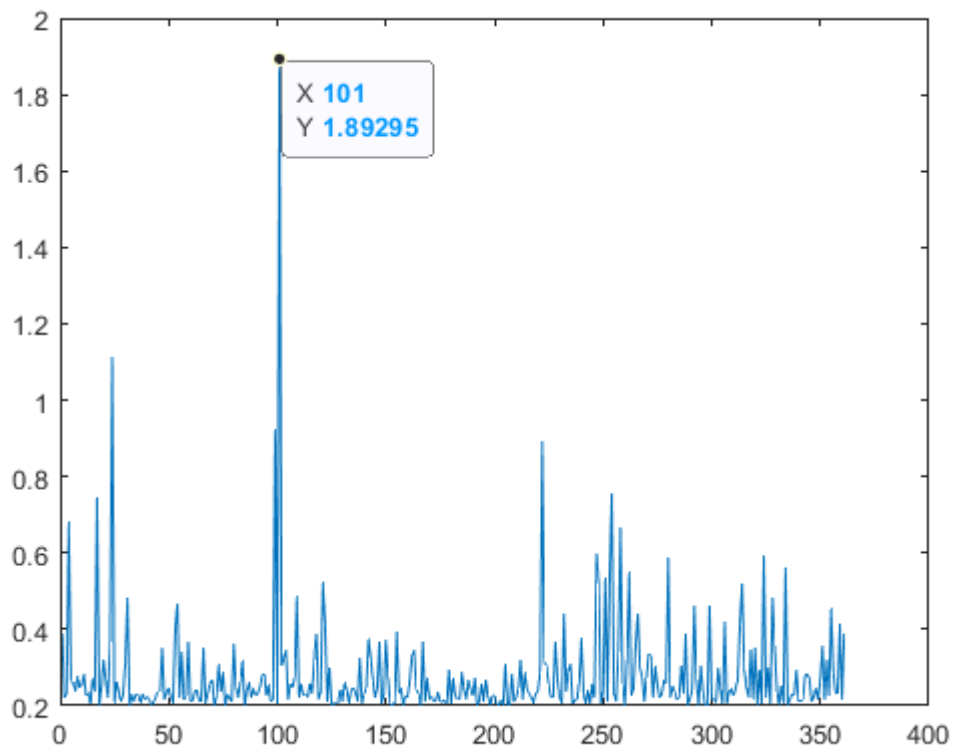
7.2. Valós adatokon futtatott tesztek

A valós adatok egy rövidhullámú rádiós iránymérő rendszerből érkeztek, ami jelenleg is operábilis. A teljes rövidhullámú sávot mintavételezi, ezeket egyenként 500KHz-es sávokra bontja, majd DDC¹-vel alapsávi jelet csinál. A méréseim során a számomra érdekesebb 500KHz-es sávokból dolgoztam fel néhányat. Az eredményeimet összevettem az interferometrikus mérés eredményeivel. A méréseim során arra jutottam, hogy az esetek döntő többségében a music algoritmus lényegesen jobb eredményeket produkál, mint az interferometrikus mérés. Problémát okozhat, hogy egyes rövidhullámú sávokban sok adó helyezkedik el egymás mellett.

Elsőként megnéztem, hogy mely adások jelei voltak abban az időben elérhetőek (a mért jelek spektruma ismert), ezután kiolvastam egy táblázatból, hogy az adott frekvencia melyik adóhoz tartozik, majd azt a frekvenciát használva elvégeztem a mérést.

A frekvencia spektrumról leolvasva a Voice of Turkey nevű rádióadó elérhető volt a mérés időpontjában magyarországról. A 9840 KHz-es frekvencián érhető el. Az egyes számú antenna észak felé mutat. A mérésem szerint néhány fok eltéréssel helyesen meghatározza az irányt:

¹Digital down-converter



7.8. ábra. Voice of Turkey rövidhullámú rádióadás iránya

Az ábrán az x tengely az irányt jelöli fokokban, míg az y tengely a relatív teljesítményt dB-ben.

8. fejezet

Kitekintés

8.1. Duplex kommunikáció

Az algoritmust teszteltem mind valós adatokon, mind általam tesztelt adatokon. Azonban az adatok mivoltából következően, egy nagyon fontos problémát nem tudtam megvizsgálni. Ez a probléma a nagyfrekvenciás iránymérő rendszerben nagy valószínűséggel sok fejtörést fog okozni. Ez a probléma a kommunikáló felek duplexitásából következik. A rövidhullámú sávban általában az jellemző, hogy statikus adások vannak, azonban a nagyobb frekvenciájú adók esetében gyakran előfordul, hogy két fél kommunikál. Ekkor úgy kell megválasztani a vizsgált adatmennyiséget, hogy egy időben csak egy kommunikáló fél legyen benne. Az algoritmus definíciójából következően alapesetben nem feltétlenül okozna problémát, ha mindkét kommunikáló fél adata szerepel a minták között, azonban ezekről az adatokról nem mondható el, hogy nem korreláltak és egy frekvencián vannak. Ezáltal az eredmény értelmezhetetlen lesz valószínűleg. Ha az adó és vevő fél két külön frekvencián beszélgetnek akkor nincs probléma (Az egyik frekvencián csak ad, a másikon csak vesz).

Ebből következően az éles rendszerben paraméterezhetőnek kell lennie, hogy milyen nagy adategységekre futtatjuk az algoritmust.

8.2. Többféle MUSIC spektrum számítás

Egy másik irány a továbbfejlesztésre a különböző MUSIC spektrum számítások vizsgálata. Az utóbbi időkben több matematikailag különböző, más összefüggésen alapuló számítási módszert is prezentáltak már. Érdeemes megvizsgálni a különböző számítási módszereket. Természetesen lesznek esetek amikor egyes módszerek jobb eredményt nyújtanak, mint a többi.

Köszönetnyilvánítás

Szeretnék köszönetet nyilvánítani Dr. Koller Istvánnak, Jókai Sándornak és Jánosi Gergelynek a TDK dolgozatom elkészítésében nyújtott segítségükért, nélkülük ez a dolgozat nem tudott volna megvalósulni. Ezen kívül szeretném még megköszönni Dr. Rucz Péternek a segítséget és bármikor, bármilyen kérdésem volt az algoritmus működésével kapcsolatban rendelkezésre állt.

Ábrák jegyzéke

2.1. Azimuth(β) és eleváció (φ)	4
2.2. ULA antenna	5
2.3. UCA antenna	6
4.1. MUSIC spektrum példa	12
5.1. Többutas terjedés	13
6.1. QPSK spektrum	18
6.2. MUSIC algoritmus zaj nélküli forrásokra	19
6.3. Teljesen korrelált jelek MUSIC spektruma	20
6.4. Mért irányok C++-os implementációval számolva	21
7.1. 100MHz-es QPSK modulált jelek irányai	23
7.2. 500MHz-es QPSK modulált jelek irányai	24
7.3. 1GHz-es QPSK modulált jelek irányai	24
7.4. 100MHz-es QPSK jelek, Rician fading	25
7.5. 500MHz-es QPSK jelek, Rician fading	26
7.6. 1GHz-es QPSK jelek, Rician fading	27
7.7. 100MHz-es QPSK jelek, Rayleigh fading	28
7.8. Voice of Turkey rövidhullámú rádióadás iránya	29
F.1.1 NRZ kódolás	34

Irodalomjegyzék

- [1] A. Abdi – C. Tepedelenlioglu – M. Kaveh – G. Giannakis: On the estimation of the k parameter for the rice fading distribution. *IEEE Communications Letters*, 5. évf. (2001) 3. sz., 92–94. p.
- [2] Mohamed Alhajri – Abdulrahman Goian – Muna Darweesh – Rashid Almemari – Raed Shubair – Luis Weruaga – A. Kulaib: Hybrid rss-doa technique for enhanced wsn localization in a correlated environment. 2015. 05, 238–241. p.
- [3] Serdar Ata – Cevdet Isik: High-resolution direction-of-arrival estimation via concentric circular arrays. *ISRN Signal Processing*, 2013. évf. (2013. 03).
- [4] Ronald N. Bracewell: *The Fourier Transform And Its Applications*. McGraw-Hill series in electrical and computer engineering. Circuits and systems sorozat. 3rd ed. kiad. 2000, McGraw Hill. ISBN 9780071160438,0-07-116043-4,0-07-303938-1.
- [5] Sherif Hekal – Lotfi Gomaa: *Optimization of Digital Beamforming for Smart Antennas*. 2016. 10. ISBN 978-3-659-96489-3.
- [6] Michel C Jeruchim – Philip Balaban – K Sam Shanmugan: *Simulation of communication systems: modeling, methodology and techniques*. 2000, Springer Science & Business Media.
- [7] Patzold M. – Cheng-Xiang Wang – Hogstad B.: Two new sum-of-sinusoids-based methods for the efficient generation of multiple uncorrelated rayleigh fading waveforms. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 8. évf. (2009), 3122–3131. p. ISSN 1536-1276. URL <http://doi.org/10.1109/twc.2009.080769>.
- [8] Sameera Ponda – Richard Kolacinski – Emilio Frazzoli: Trajectory optimization for target localization using small unmanned aerial vehicles. 2009. 08.
- [9] Samaneh Shooshtary: Development of a matlab simulation environment for vehicle-to-vehicle and infrastructure communication based on ieee 802.11p. 2021. 10.

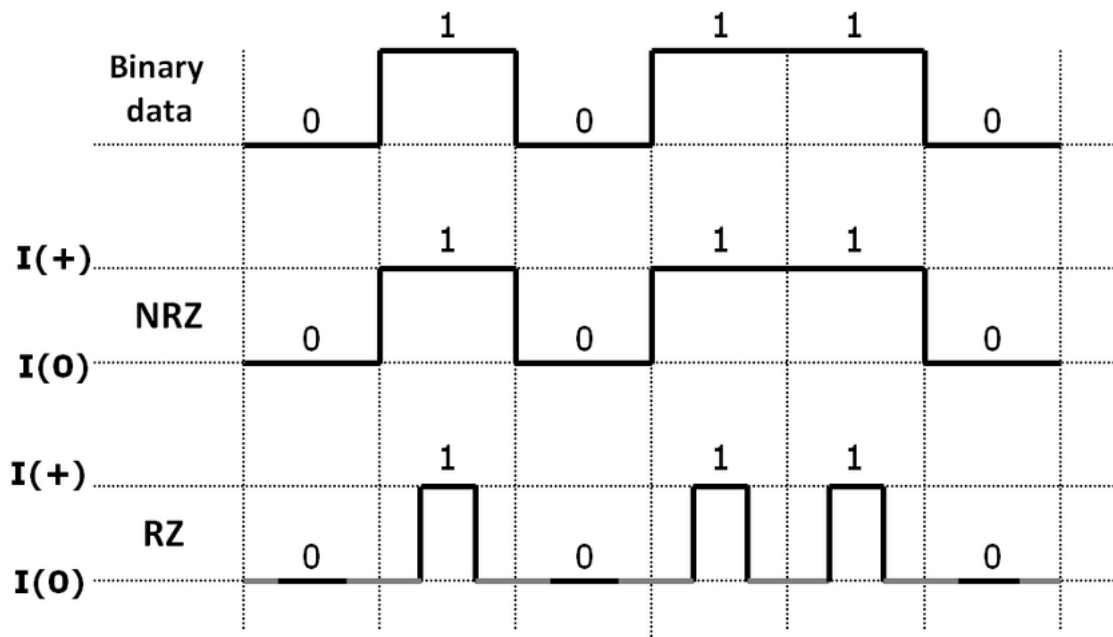
Függelék

F.1. NRZ kódolás

NRZ kódolás egy olyan bináris kódolás, ahol a bináris 1 értéket általában egy pozitív feszültségérték, míg a bináris 0 értéket egy különböző, negatív feszültségérték jelöli.

Az RZ, Return-to-zero, kódolással ellentétben nem szükséges a bináris 0 értékre visszatérni bitek között.

A jelentősége ennek a kódolásnak, hogy egy adott bitrátaival csak fele akkora alapsávi sávzélességre van szükség a Manchester-kódoláshoz a Return-to-Zero kódolással ellentétben.



F.1.1. ábra. NRZ kódolás