



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Villamosmérnöki és Informatikai Kar
Villamos Energetika Tanszék

Sütő Bence

Optimális villamos energia árzónahatárok meghatározása az ENTSO-E közös hálózati modelljén

TDK dolgozat

KONZULENS

Sőrés Péter Márk

BUDAPEST, 2018.

Összefoglaló

Az Európai Unió közös energiapolitikájának célja a tagállami energiapiacok egységesítése. A nemzeti rendszerirányítók egy közös szervezeten, az ENTSO-E-n keresztül vesznek részt a közösen alkalmazott szabályok kialakításában.

Mára a másnapi kereskedésben az egységesítés eljutott két nagyobb, összekapcsolt piaci egységig a kontinentális Európa területén. Ezek további zónákra oszlanak, amelyek között a kereskedés határkeresztező kapacitások allokációján keresztül valósul meg. Zónánként egy jellemző energia ár kerül meghatározásra, amely akár a szomszédos zónák áraival is megegyezhet, amennyiben a kereskedést a szűkös hálózati kapacitások nem korlátozzák.

Az európai megközelítéssel szemben Észak-Amerikában ún. csomóponti árazási rendszer van érvényben, amelyben minden átviteli hálózati csomópont egy-egy Európában használatos vett zónának felel meg. Az összetettebb megközelítéssel a hálózati korlátok pontosabb leképzése valósítható meg.

A közös megközelítésként bevezetni tervezett áramlás alapú kapacitáskalkuláció elindításával a Magyarországot is tartalmazó (CORE) kapacitászámítási régió is közelebb kerül az utóbbi, fizikai áramlásokat rendkívül jól tükröző rendszerhez. Azonban a jelenlegi árzónák határait lényegében az egyes országok határai adják, nem pedig a hálózati jellemzők. Ez alapján indokolt a kereskedési zónák határainak felülvizsgálata, valamint esetlegesen új zónák létrehozásának kezdeményezése.

Dolgozatom célja, hogy az ENTSO-E adatszolgáltatására alapozva a régiós átviteli hálózat egy olyan modellje szülessen meg, amin a fent említett téma érdemben vizsgálható. Ehhez a CGM (Common Grid Model) adatait szükséges megismerni, illetve a számítások elvégzéséhez inkonzisztenciák feloldásával, kritikus hibák detektálásával megfelelő állapotba hozni. A kiépített hálózaton a csomóponti árazás modelljét felhasználva vizsgálhatók a különböző piaci ajánlatok, illetve a veszteség figyelembevételének hatásai. A csomóponti árazás szimulációkon keresztül történő bemutatása után egy magas szintű algoritmust ismertetünk az árzónahatárok optimális megválasztására.

Abstract

The goal of the European Union is the establishment of the Internal Electricity Market (IEM), which includes member states' electricity markets. ENTSO-E is the European Network of Transmission System Operators. This is an organisation that creates network codes (rules), and contributes in their implementation.

Currently there are two coupled market systems in continental Europe. These are further divided into trading zones which are bridged by cross-border lines. Trading between zones is carried out via allocation of cross-border capacities. To every zone a specific energy price can be assigned, and if cross-border congestions do not limit trading, then prices between bidding zones equalize.

In North-America a so-called nodal pricing system is used, where every single node functions as a bidding zone. Through this high level of complexity a more precise representation of network constraints is to be gained.

By introducing the flow-based capacity calculation methodology in Hungary (member of CORE region), the better representation of physical flows is also achievable. Although in Europe traditionally borders of countries are used as bidding zone borders. This means, that a more optimal bidding zone structure might be available, where the construction of zones relies more on the network parameters.

The aim of this work is to create a high voltage regional grid model based on ENTSO-E CGM (common grid model) data, on which problems related to zones' size and placement can be examined. In order to develop this model, the published data needs to be inspected. Moreover, inconsistencies and errors need to be discovered and corrected. After an adequate grid model is created, simulations, using the nodal pricing model are carried out, to investigate the effects of different market orders and losses. As closure, a high level algorithm for introducing optimal zones is given.

Tartalomjegyzék

Összefoglaló	i
Abstract	ii
Tartalomjegyzék	iii
1 Bevezetés.....	5
2 Hálózati kapacitások számítási módszerei	7
2.1 NTC alapú kapacitásszámítás	7
2.2 Áramlásalapú kapacitásszámítás.....	8
2.3 Csomóponti árazás	8
2.4 Összehasonlítás	9
3 Csomóponti árazás matematikai modellje.....	10
3.1 Primál matematikai modell	10
3.1.1 Paraméterek	10
3.1.2 A célfüggvény	12
3.1.3 Korlátok	12
3.2 Duális matematikai modell.....	13
3.2.1 A duális probléma bevezetése[8][9].....	13
3.2.2 A csomóponti árak meghatározása	13
4 Hálózati modell.....	15
4.1 Az ENTSO-E közös hálózai modell kelet-közép-európai régiójának statisztikai analízise.....	15
4.1.1 220 kV-os vezetékek	16
4.1.2 400 kV-os vezetékek	17
4.2 Vizsgált régió	17
4.2.1 A hálózati hibák feltárása	18
4.2.2 A hibák javítása.....	18
5 Csomóponti árazás szimulációja	21
5.1 Tesztesetek.....	21

5.2	Piaci ajánlatok létrehozása	21
5.3	Szimulációs eredmények	23
5.3.1	Általános értékelés	23
5.3.2	Csomóponti árazás és torlódások	24
5.3.3	A veszteség hatása	28
5.4	Optimális árzonahatárok - példa	28
6	Összefoglalás	31
7	Irodalomjegyzék	32
F1	Matematikai modellek példája.....	1
F1.1	Bemeneti paraméterek	1
F1.2	Primál probléma megfogalmazása	1
F1.2.1	Célfüggvény és korlátok:	1
F1.3	Duális probléma megfogalmazása	3

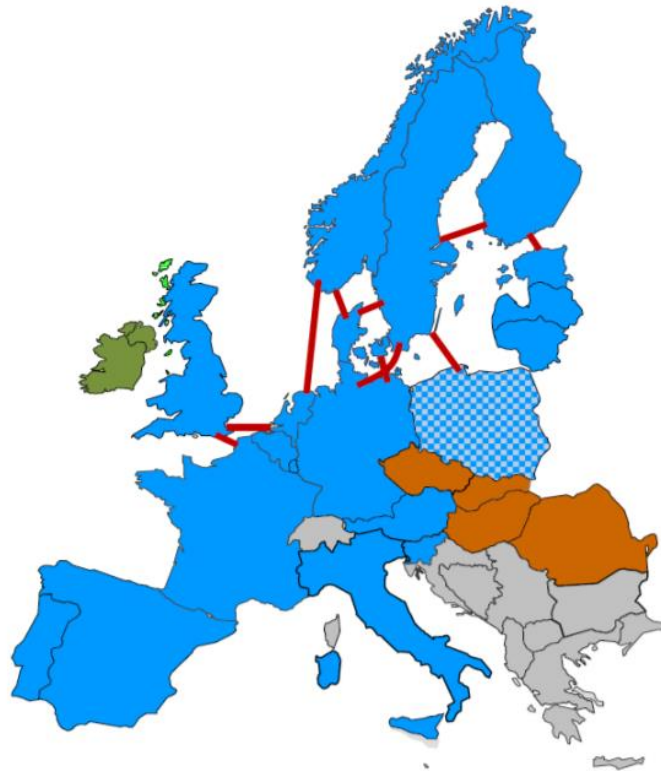
1 Bevezetés

A múltban a villamosenergia-hálózat működtetése és az erőművek irányítása is egy szereplő kezében összpontosult, ami a villamosenergia-szolgáltatás speciális helyzetét tekintve indokolt volt (nehezen tárolható, fogyasztás és termelés egyensúlya szükséges).

Azonban az Európai Unió az általa kiadott jogszabálycsomagokkal fokozatosan elkezdte átformálni az ellátási rendszert. Az 1996-os 1. EU-s energetikai jogszabálycsomag (energiacsomag) függetlenítette az átviteli hálózati, és az elosztó hálózati operátorokat, valamint önálló termelő szervezetek működését követelte meg [1]. Ezzel lényegében villamosenergia-piacok kialakítását segítette, amiben a termelések és terhelések egyensúlya piaci folyamatokon keresztül valósul meg (természetesen a rendszerirányító közreműködésével). A 2. energiacsomag (2003.) kiadásával a tagállamok részére kötelezővé tette a teljeskörű (a lakosságra is kiterjedő) piacnyitást [2]. Emellett itt fogalmazódik meg a teljes Európában egységesen működő villamosenergia-piac víziója. A 3. energiacsomag (2009.) hivatott megteremteni a megfelelő környezetet az immár egységes európai energiapiacnak (villamos energia, földgáz, kőolaj, szén-dioxid) [3]. Ennek köszönhetően jött létre két EU szinten meghatározó szervezet is: az ACER (Energiaszabályozók Együttműködési Ügynöksége), illetve az ENTSO-E (Villamosenergia-ipari átviteli rendszerirányítók európai együttműködése). Az ACER keret-iránymutatásaival (framework-guideline – FG) alapvetően befolyásolja a villamosenergia-rendszer működését. A kiadott keretek között dolgozza ki az ENTSO-E az úgynevezett network code-okat (NC), amik konkrét, implementálandó szabályokat tartalmaznak.

Határkeresztesző kereskedésekre már korábban is volt lehetőség. Ehhez úgynevezett explicit kapacitásaukciót szerveztek a szomszédos országok rendszerirányítói. Itt kizárólag határkeresztesző kapacitás igénybevételére vonatkozó jogot lehet vásárolni, a tényleges szállítás nem feltétlenül valósul meg. Emiatt egy adott metszéken a különböző irányú kapacitásjogok szaldósítására nincs lehetőség. Ezt a problémát orvosolja az egységes villamosenergia-piac létrehozása, ami a belső piacok összekapcsolásával jön létre. Így megteremtődik a lehetőség a határkeresztesző kapacitások implicit allokációjára, azaz energia és kapacitás együtt kerül értékesítésre. Ezzel a szaldósítás problémája is megoldódik, ami hatékonyabb kapacitás kihasználást eredményez.

Jelenleg Európában két összekapcsolt, úgynevezett multizonális piaci struktúra működik, amelyeket az 1. ábra mutat. Az árzónák, amelyeken belül a villamos energia ára azonos, megfeleltethetők az egyes országoknak. Az árak akár több zónában is megegyezhetnek, amennyiben a közöttük történő kereskedést a határkeresztesző kapacitások szűkössége nem korlátozza. Ezért a 2. fejezetben ismertetett kapacitáskalkulációs módszerek hatékonysága kritikus.



1. ábra: Összekapcsolt villamosenergia-piacok Európában [4]

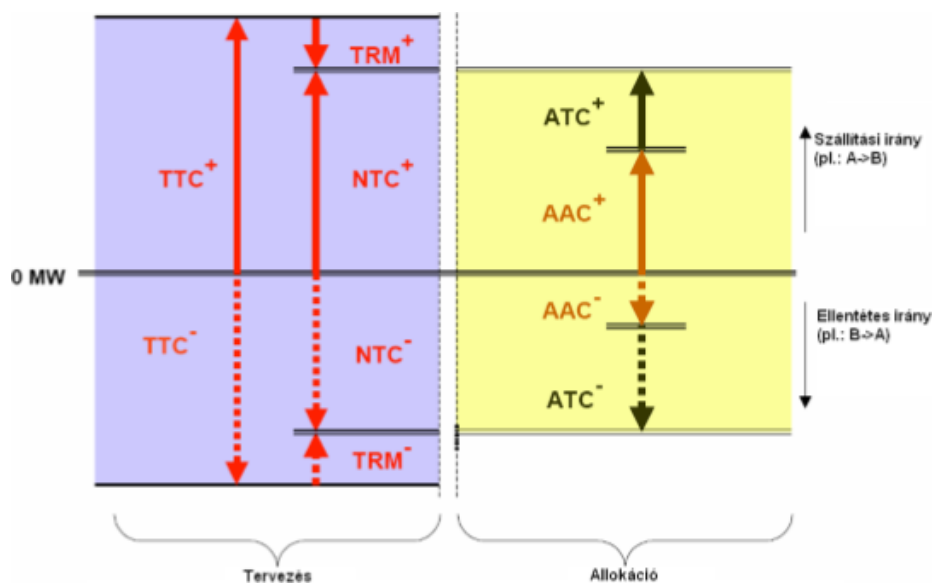
2 Hálózati kapacitások számítási módszerei

Kapacitászámítás alatt elsősorban a határkeresztező távvezetékek kapacitásainak meghatározását értjük, habár az árzónák belső összeköttetései sem hagyhatók figyelmen kívül.

2.1 NTC alapú kapacitászámítás

Ez az a módszer, aminek segítségével a legtöbb piacösszekapcsolás létrejött. Az NTC alapú kapacitáskalkulációban minden zónahatárra egy adott mennyiségű átvihető teljesítmény (NTC – Net Transfer Capacity) kerül meghatározásra. Ezek a korlátok mindig csak az adott két szomszédos zóna határára értelmezhetők, és csak az adott határmetszéken történő szállításokat korlátozzák. Így tehát abban az esetben, ha egy piaci szereplő nem egy szomszédos országból, árzónából kíván energiát vásárolni, akkor az ő szállítási igényének több NTC korlátnak is meg kell felelnie. A szállítások ezen útvonal alapú piaci modellje a tradicionális gazdasági szemléletnek (áru szállítása több határon át) ugyan megfelel, de a villamos energia forgalom a valóságban az áramlást leíró fizikai törvényeket követi, nem a kereskedői szándékoktól függ a fizikai energiaforgalom. Emiatt előfordul, hogy két ország közötti kereskedés az egyéb, gazdasági, piaci szempontból nem érintett metszéken is többletterhelést okoz. A tranzakciók ezen egymásra hatása olyan kihívást jelent, ami rendkívül megnehezíti az NTC-k hatékony kiszámítását.

Az NTC alapú módszert a 2. ábra ismerteti.



2. ábra: Az NTC alapú kapacitáskalkuláció mennyiségei [5]

A TTC (Total Transfer Capacity) jelenti az adott határmetszéken (a biztonsági korlátok figyelembevételével) maximálisan átvihető teljesítményt. A TTC számításának bizonytalanságait a TRM (Transmission Reliability Margin) érték hivatott kezelni. Az ezek különbségeként kiadódó NTC (Net Transfer Capacity) adja a maximálisan allokálható kapacitást a két árzóna közötti határra. Ez a kapacitások kiosztása során további két

részre tagolható. Az AAC (Already Allocated Capacity) mutatja, hogy mennyi kapacitást allokáltak korábban (pl. hosszútávú kapacitásaukciók révén), míg az ATC (Available Transfer Capacity) értéke adja meg a fennmaradt, még kiosztható kapacitásokat.

2.2 Áramlásalapú kapacitászámítás

Az áramlásalapú (flow-based – FB) kapacitászámítás ötlete már viszonylag korán, a kétezres évek elején megfogalmazódott. Az európai implementációról 2006-ban született döntés, azonban a CEE (Kelet-Közép-Európa) és CWE (Nyugat-Közép-Európa) régiók különböző módszertant kezdtek kidolgozni. Ezek közül, csak az utóbbi került éles üzembe, mindössze négy ország (Németország, Ausztria, Franciaország, Belgium) részvételével. A módszer bevezetése a közép-európai, azaz Core régióban (korábbi CWE és CEE régiók együtt) továbbra is cél, ugyanis az EU CACM (Capacity Allocation and Congestion Management) irányelve ezt írja elő [6][7].

Az áramlásalapú kalkuláció előnye, hogy számítások révén képes a hálózaton fizikailag létrejövő áramlásokat figyelembe venni, ezáltal pedig jobb kapacitáskihasználást eredményezni. A zonális berendezkedés továbbra is megmarad, ezért továbbra is értelmes határkeresztesítő kapacitásokról beszélni, azonban a korlátokat itt már a kritikus vezetékek jellemzői alkotják. További előny, hogy a nem szomszédos zónák közötti szállítások figyelembevétele nem okoz nehézséget, hiszen a számítások alapját a fizikai hálózatmodell adja.

Az FB módszer nagy hátránya a probléma bonyolultsága és számításigénye. Több részfolyamatból áll, melyek alapvetően befolyásolják a kalkuláció eredményét. Ilyen például a termeléseloszlási tényezők (Generation Shift Keys – GSK) meghatározása, amelyek segítségével az árzónák belső viszonyai képezhetők le.

2.3 Csomóponti árazás

A csomóponti árazás módszere nem sorolható a kapacitászámítási metódusok közé, mivel ez a villamosenergia-piac egy működési modellje. Azonban nagyban támaszkodik a hálózat fizikai jellemzőire, ezért ebben a fejezetben tárgyaljuk. A módszer elsősorban Észak-Amerikában van használatban. Működése nagyon hasonló az áramlásalapú számításhoz, amennyiben feltesszük, hogy az átviteli hálózat minden csomópontja egy árzónának felel meg. Ez lényegesen megnöveli az FB módszerben figyelembe vett egységek számát, azonban nincs szükség a GSK bevezetésére, valamint az eredményként kiadódó árak rendkívül jól tükrözik a hálózati viszonyokat. Előnyként említhető még, hogy a hálózaton keletkező veszteségek kezelése is hozzáadható a modellhez (az árat módosítja), így nincs szükség külön a veszteségek költségeinek elszámolását végző szereplőre.

2.4 Összehasonlítás

Ugyan az eddigiekből kiderül, hogy melyik módszer milyen előnyökkel és hátrányokkal rendelkezik, összefoglalásként röviden megismételjük a jellemzőket könnyebben áttekinthető formában (1. táblázat).

1. táblázat: Hálózati szűk keresztmetszet kezelési módszertanok összevetése

	NTC alapú módszer	FB módszer	Csomóponti árazás
Termék	hálózati kapacitás	hálózati kapacitás	energia
„Részletesség”	árvónák	árvónák	csomópontok
Két pont közötti kereskedés	szomszédos árvónák határai mentén	közvetlenül	közvetlenül
Ár-hálózat kapcsolat	gyenge	közepes	erős
Bonyolultság	egyszerű	összetett	közepes

3 Csomóponti árazás matematikai modellje

Ez a fejezet a csomóponti árazás matematikai leírását ismerteti, amelyet az 5. fejezetben részletezett vizsgálatokhoz AMPL CPLEX-ben valósítottunk meg. A megfelelő formalizmus kialakításához először a hálózati entitások, illetve bizonyos feltételezések rögzítésére van szükség.

- Entitások:
 - Csomópontok – az átviteli hálózat állomási gyűjtősinjei
 - Hálózati ágak – nagyfeszültségű távvezetékek és transzformátorok
- Feltételezések:
 - Energiakeresletre és –kínálatra a szereplők csomópontonként adnak ajánlatot.
 - Egy csomóponton több keresleti, és kínálati ajánlat is megjelenhet.
 - A piaci ajánlatok párosítását, a klíringszámítást egy kiszemelt órára végezzük el. Ennek eredménye a vezetékeken megvalósuló szállítások.
 - Szaldósításra van lehetőség, ahol a kínálat pozitív, a kereslet pedig negatív energia-értékekkel írható le.

3.1 Primál matematikai modell

A matematikai megfogalmazás egy optimalizációs problémát ír le, amelyben a kereskedések hatékonyságának maximalizálása a cél (bővebben 3.1.2-ben). A primál modell a hálózat fizikai jellemzőit tükrözi, teljesítmény-értékekkel dolgozik. A könnyű megkülönböztetőség érdekében a primál változókat a későbbiekben kék színnel tüntettük fel.

3.1.1 Paraméterek

Paraméterek alatt a matematikai modellben a bemenetet képező értékeket, illetve a változókat értjük. A később ismertetésre kerülő általános leírásban a bemeneti értékekből állítható össze az \mathbf{A} mátrix, ill. a \mathbf{b} , \mathbf{c} vektorok, míg a változókat az \mathbf{x} vektor tartalmazza.

3.1.1.1 Ajánlatok

Az ajánlatok a villamos energia vételezésére, illetve eladására vonatkozhatnak. Minden ajánlatot két paraméter ír le, az energia mennyisége és az ajánlati ár. Ezek alapján jelölésük a következő:

$$p_{k,n}^-, q_{k,n}^-, p_{k,n}^+, q_{k,n}^+$$

ahol

p	az ajánlatban szereplő ár
q	az ajánlatban szereplő energiamennyiség
k	az ajánlat indexe
n	az ajánlat csomópontja (ahová a fogyasztó csatlakozik)

\pm a kínálat/kereslet megkülönböztetése (a kínálat pozitív)

3.1.1.2 Hálózati korlátok

A hálózati korlátokat az ágakon átvihető maximális teljesítmény jelenti. Ez vezetékek esetén általában a hosszútávú (vagy termikus) terhelhetőség korlátjából, míg transzformátorok esetén a névleges teljesítményből származtatható. Az előbb említett jellemzők egy csökkentett értékét vesszük figyelembe, hogy a számítások során keletkező hibák, illetve bizonytalanságok nem befolyásolják a hálózat biztonságát. Így a fizikai korlátok az elérhető maximális áramlások (Available Maximum Flow):

$$AMF_l^+, AMF_l^-$$

ahol

l a vezetékek indexe

\pm az áramlás irányának megkülönböztetése

Az egyes csomópontokon betáplált, vagy elfogyasztott teljesítmény, és az ágak áramlási korlátjai között a teljesítmény-eloszlási tényezők (Power Transfer Distribution Factor) teremtenek kapcsolatot. Ezek számítási módja a következő:

$$PTDF_{l,n \rightarrow m} = \frac{\Delta F_l}{\Delta P_{n \rightarrow m}} \quad (1)$$

ahol

l a vezeték indexe

n, m a hálózat csomópontjai

F_l az l vezetéken kialakuló áramlás

$P_{n \rightarrow m}$ n, m csomópontok között történő szállítás

Azaz a PTDF érték adott vezetékre azt mondja meg, hogy egy adott szállítás mennyire terheli a vezetéket. Ennek kiszámítása általában DC load-flow segítségével történik, ami több iterációs lépésben határozza meg a hálózat viszonyait. A DC load-flow (az AC load-flow-val ellentétben) a hálózatot linearizálja, tehát egyszerűsíti.

A teljesítmény-eloszlási tényezők átfogalmazására is lehetőségünk van, amennyiben bevezetünk egy ún. HUB csomópontot, amely referenciaként szolgál. Képletekkel megfogalmazva:

$$PTDF_{l,HUB \rightarrow n} = -PTDF_{l,n}$$

$$PTDF_{l,m \rightarrow HUB} = PTDF_{l,m}$$

$$PTDF_{l,m \rightarrow n} = PTDF_{l,m} - PTDF_{l,n}$$

3.1.1.3 Változók

Az ajánlatokhoz definiálhatunk elfogadási arányt, ami azt mutatja meg, hogy a kialakult ár függvényében a felajánlott mennyiség mekkora hányadát tudjuk elfogadni. Jelölése:

$$ACC_{k,n}^+, ACC_{k,n}^-$$

3.1.2 A célfüggvény

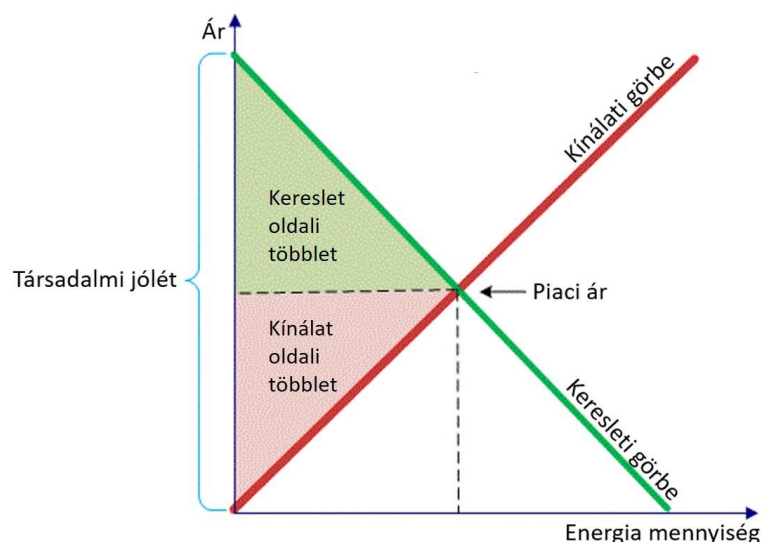
A célfüggvény általános (többváltozós) esetben egy vektoriális kifejezés értékének maximalizálása.

$$\mathbf{c}^T \mathbf{x} \rightarrow \max \quad (2)$$

A jelen lineáris programozási feladat célja a társadalmi jólét maximalizálása. A társadalmi jólét a kereslet oldali, illetve kínálat oldali többletek összegeként származtatható. Ebben az esetben többletnek nevezzük azt a pénzmennyiséget, amelyet az adott szereplő megtakarít azzal, hogy a kialakult piaci áron veszi, vagy értékesíti a villamos energiát. Ez képlettel a következőképp fogalmazható meg:

$$\sum_n \sum_k ACC_{k,n}^- q_{k,n}^- p_{k,n}^- - \sum_n \sum_k ACC_{k,n}^+ q_{k,n}^+ p_{k,n}^+ \quad (3)$$

Magyarázatként a 3. ábra szolgál, ahol egy adott piachoz kapcsolódó keresleti (zöld) és kínálati (piros) görbe van feltüntetve. A teljes piaci többlet, vagy más néven a társadalmi jólét a két görbe közötti terület nagyságával egyezik meg.



3. ábra: A társadalmi jólét, mint kereslet és kínálat oldali többlet összege

3.1.3 Korlátok

A primál feladat korlátainak formális megfogalmazása a következő:

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \quad (4)$$

$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0} \quad (5)$$

A 3.1.1-ben bevezetett paramétereket felhasználva a korlátok egyik része az ajánlatok elfogadására vonatkozik, míg másik része a hálózaton jelen lévő fizikai korlátok és teljesítmény-egyensúly matematikai leírása. Az elfogadási arányra minden esetben elmondható, hogy a [0,1] intervallumban mozog, mivel nem lehetséges az ajánlatot többszörösen, illetve negatív arányban elfogadni.

$$\forall k, n: 0 \leq ACC_{k,n} \leq 1 \quad (6)$$

Mint már említettük, az egyes ágakon a maximális átvihető teljesítmény szab korlátot, aminek megfogalmazása a [8] irodalom alapján (a PTDF-ek HUB-os leírásával):

$$\forall l: AMF_l^- \leq \sum_n PTDF_{l,n} \left(\sum_k ACC_{k,n}^+ q_{k,n}^+ - \sum_k ACC_{k,n}^- q_{k,n}^- \right) \leq AMF_l^+ \quad (7)$$

A villamosenergia-hálózaton ezen felül a megtermelt és elfogyasztott energia mindig egyensúlyban van. Emiatt megköveteljük a keresleti és kínálati oldal egyensúlyát, figyelembe véve a hálózati veszteségeket is.

$$\sum_n \sum_k ACC_{k,n}^+ q_{k,n}^+ = \sum_n \sum_k ACC_{k,n}^- q_{k,n}^- + LOSS \quad (8)$$

A formális leírásban lévő (4) egyenlőséget teljesíteni tudjuk, ha további segédváltozókat veszünk fel, amelyek segítségével az előbb ismertetett korlátok egyenlőtlenségből egyenletté alakíthatók.

3.2 Duális matematikai modell

A duális matematikai modell a fizikai paraméterekkel ellentétben a kialakuló árakkal van kapcsolatban, ezért segítségükkel az egyes csomópontokon kialakuló árak kiszámíthatók. A duális változókat a továbbiakban sárga színnel jelöltük.

3.2.1 A duális probléma bevezetése[9][10]

A lineáris programozás egyik alaptétele értelmében a primál lineáris problémának x akkor és csak akkor megoldása, ha létezik v^T primál változók számával megegyező elemű sorvektor, és w^T primál korlátok számával megegyező elemű sorvektor, hogy:

$$Ax = b, x \geq 0 \quad (9)$$

$$c^T - w^T A + v^T = 0, \quad v^T \geq 0 \quad (10)$$

$$v^T x = 0 \quad (11)$$

Ezek közül a (10) egyenlet adja a duális feladatot, míg a (11) egyenlet egy komplementaritási feltételt fogalmaz meg.

3.2.2 A csomóponti árak meghatározása

A komplementaritás feltételének felhasználásával eljuthatunk csomópontok árának kifejezéséig. Egy három csomópontból és három vezetékből álló hálózathoz tartozó levezetést ismertet a függelék első fejezete (F1).

Ez alapján megfogalmazható az általános összefüggés:

$$P_n = - \sum_k PTDF_{k,n} \cdot w_{l_k}^+ + \sum_k PTDF_{k,n} \cdot w_{l_k}^- - w_p \quad (12)$$

ahol

P_n az n . csomóponton kialakult ár

k	az ágak indexe
$w_{l_k^+}$	a (7) egyenlet AMF_l^+ korlátjához tartozó duális változója
$w_{l_k^-}$	a (7) egyenlet AMF_l^- korlátjához tartozó duális változója
w_p	a (8) egyenletben megfogalmazott korláthoz tartozó duális változó

Értelmezés

(12)-ből látható, hogy az így kiadódó árak valóban szoros kapcsolatban vannak a hálózat fizikai jellemzőivel, mivel a kifejezésben a $PTDF$ tényezők, és a korlátokhoz rendelt duális változók szerepelnek. Ez utóbbiak közül w_l azt mutatja meg, hogy az adott ágon az adott irányban létrejött-e torlódás, ugyanis ekkor az értéke megnő. A w_p változó pedig nem más, mint a korábban HUB-ként kijelölt csomóponton kialakult ár.

4 Hálózati modell

A munkánkhoz használt hálózati adatok az európai rendszerirányítók közös szervezete, az ENTSO-E adatszolgáltatásából származnak. A hálózati modell az ENTSO-E 2016-os TYNDP (Ten-year Network Development Plan) projekt kísérőjeként jött létre, így tartalmaz hosszú távon (2030-ig) megvalósítani kívánt alállomásokat, illetve egyéb új hálózati elemeket. Ez lehetővé teszi a jövőre vonatkozó szimulációk elvégzését és ezáltal a villamosenergia-rendszer helyzetének meghatározását.

Az ENTSO-E közös hálózati modellje (CGM - Common grid model) úgy jön létre, hogy az egyes tagországok rendszerirányítói külön elkészítik a saját hálózatrészekre vonatkozó modellt. Ezek az úgynevezett egyedi hálózati modellek (IGM - Individual grid models) a határkeresztező vezetékek mentén kapcsolódnak össze. Itt megjegyzendő, hogy az illesztéshez a határokon elhelyezett (az adatszolgáltatásban) X jelű csomópontok nyújtanak segítséget, amik az adott vezetéket a távolságokat hűen reprezentálva kettévágják (azaz nem feltétlenül felezik, ha a határkeresztező vezeték nyomvonala az egyik országban hosszabb, mint a szomszédos országban).

Az adatbázis tartalmazza a teljes (jövőbeli) ENTSO-E átviteli hálózatot, azaz jellemzően 220 kV feszültségű feletti elemek találhatóak benne (leszámítva bizonyos transzformátorok középfeszültségű, tercier tekercselését). Az elemekről részletes információ áll rendelkezésre, így például távvezetékek esetén adott az ellenállás, reaktancia, párhuzamos vezetés, kapacitás és az amperben mért maximális terhelhetőség értéke, míg a transzformátorok esetén akár a fokozat is megtalálható. Ezen felül a rendszerirányítók egy adott negyedóra vonatkozó termelés és terhelés értékeket is megadnak az átviteli hálózati csomópontokra. Ez a termelések szempontjából jobb megoldás, mivel a hálózaton döntően még most is a nagy, átviteli hálózatra csatlakozó erőművek dominálnak. Azonban a fogyasztók rendszerint a 120 kV, vagy annál kisebb feszültségű elosztóhálózatra csatlakoznak, így az átviteli hálózati csomópontokra történő leképzésük szükségképpen egy közelítést jelent.

4.1 Az ENTSO-E közös hálózati modell kelet-közép-európai régiójának statisztikai analízise

Az adatok feldolgozását érdemes a statisztika eszközeinek felhasználásával kezdeni. Ez azért előnyös, mert így a nagyobb paraméterbeli eltérések könnyen detektálhatók, amivel hamar képet kapunk a hálózat állapotáról és a publikált értékek jóságáról, és ezáltal az adatok mélyebb vizsgálatok elvégzése előtt validálhatók. Az itt leírt analízis a vezetékek maximális terhelhetőségét érintette. (A transzformátorok kis számban vannak csak jelen, ezért paramétereik egyszerűen ellenőrizhetők.)

A vezetékek terhelhetősége általában az átfolyó áram hőhatásával van kapcsolatban (hosszú távú terhelhetőség). Emiatt megszokott, hogy a fizikai korlátot az áram mértékegységében, azaz amperben határozzuk meg. Azonban ez az érték az átvitt teljesítménnyel is arányos, így a terhelhetőségnek egy voltamperben szabott korlátot is állíthatunk. A két lehetőség közötti átváltás képletben megfogalmazva:

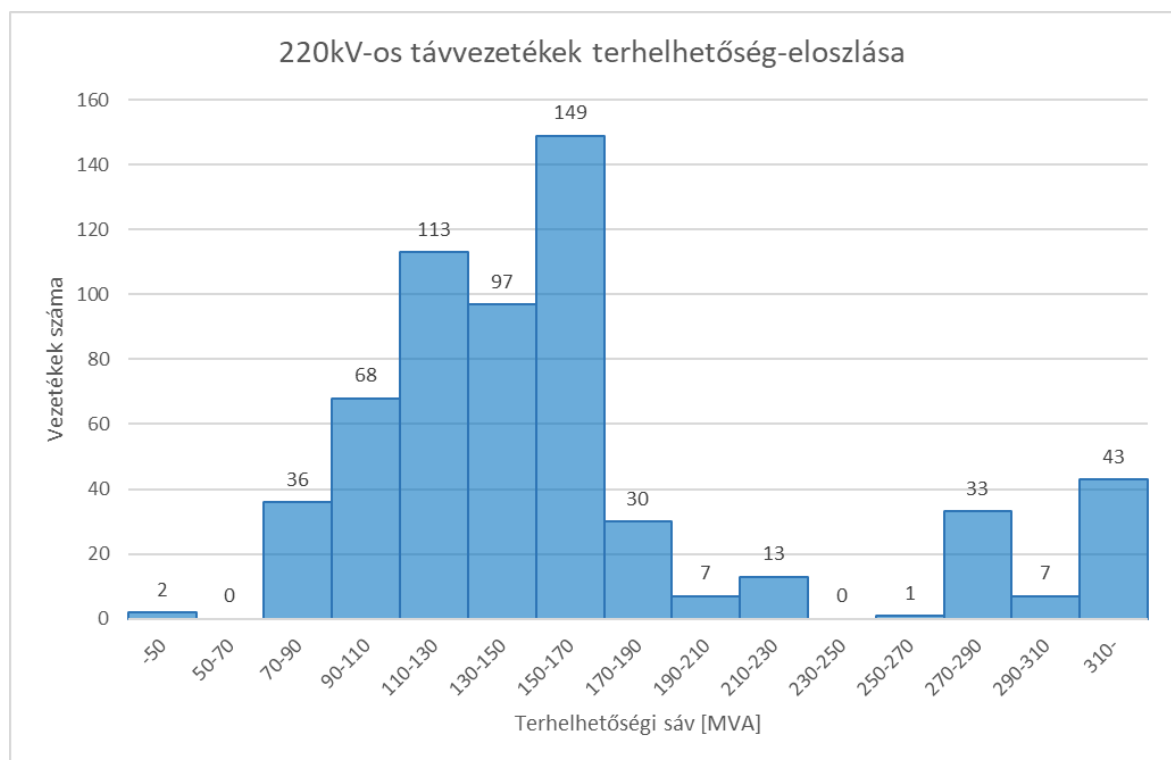
$$S_{határ} = \sqrt{3} \cdot U_{névl,vonali} \cdot I_{határ} \quad (13)$$

Amennyiben a (13) egyenletből az átvihető maximális hatásos teljesítményt szeretnénk számítani, egy teljesítménytényezőt is figyelembe kell vennünk. Ennek általánosan használt értéke: $\cos\varphi = 0,95$ [5].

A vezetékeket a következőkben feszültszintenként csoportosítva tárgyaljuk.

4.1.1 220 kV-os vezetékek

Összesen 599 db vezetéket vizsgáltunk, amelyek MVA-ben vett terhelhetőség-eloszlását mutatja a 4. ábra.



4. ábra: A 220 kV-os távvezetékek terhelhetőség-eloszlása

Az átlagos terhelhetőség 185 MVA-nek adódott ami megfelelő érték a 220 kV-os hálózati elemek esetében. A vezetékek életkorának növekedésével ez az érték csökkenhet, elfogadható határnak a 110 MVA-es terhelhetőséget vettük, ami a (13) egyenlettel átszámítva kb. 300 A-t jelent.

Az átlagosnál nagyobb terhelhetőségre a következő magyarázatok adhatók:

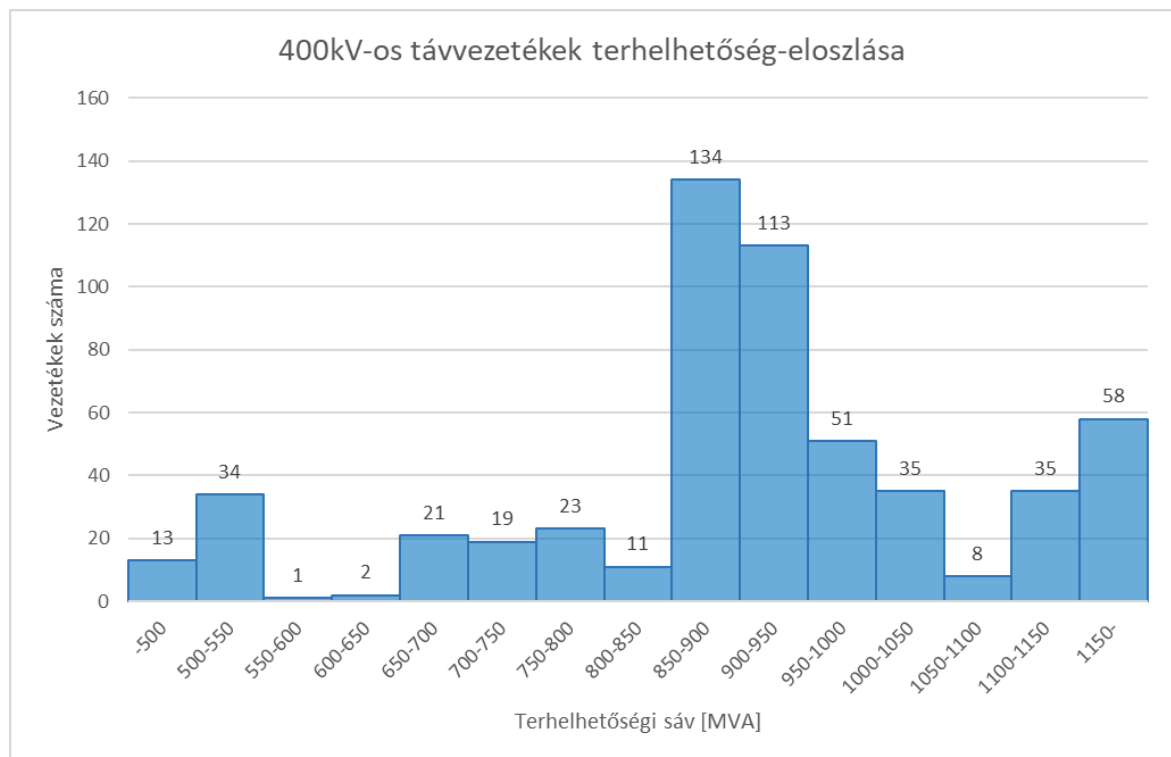
- Modern vezeték.
- Több sodrony vezeti az áramot.

- A távvezeték valójában 400 kV-os üzemre lett tervezve, de jelenleg 220 kV-on üzemel.

A két extrém alacsony, 50 MVA alatti terhelhetőségű vezeték a Szlovákiában található Sucany és Siroka alállomásokot köti össze. Ezekre azonban nincs lényeges terhelés, illetve termelés allokálva, ezért a feltehetően rosszul megadott határértékek a későbbi szimulációk szempontjából nem okoznak gondot. Tehát összességében elmondható, hogy a régiós modell 220 kV-os rész plauzibilis paraméterekkel rendelkezik.

4.1.2 400 kV-os vezetékek

400 kV-os távvezetékből összesen 558 db-ot vizsgáltunk. Ezek terhelhetőség-eloszlása látható az 5. ábrán.



5. ábra: A 400 kV-os távvezetékek terhelhetőség-eloszlása

Az átlag ebben az esetben 932,5 MVA-nek adódott, ami átszámítva kb. 1350 A-nek megfelelő érték. Előzetes várakozásaink szerint a 400 kV-os vezetékek legalább 1000 A-el (700 MVA-ig) terhelhetők. Az ezen érték alatti távvezetékek többnyire termelői célvezetékek, amelyek normál körülmények között a termelőegység maximálisan kiadható teljesítményére vannak méretezve.

4.2 Vizsgált régió

A dolgozatban ismertetésre kerülő szimulációkat a CGM egy kisebb régióján futtattuk. Ez a régió a magyar, cseh és szlovák zónákból áll, ami megfelel az első olyan összekapcsolt piaci struktúrának, amelynek Magyarország tagja volt (mai neve 4M piac-összekapcsolás, Románia csatlakozásával). A kiválasztott hálózat összesen 295 vezetékből és transzformátorból, és 215 csomópontból áll. Az ENTSO-E adatszolgáltatásban a

csomópontokhoz terhelés, és termelés értékek is tartoznak. A három ország ezekből számolt nettó pozíciói a következők:

2. táblázat: A CGM-ben szereplő nettó pozíciók a kiválasztott régióban

	NETTÓ EXPORT (NEX) [MW]
MAGYARORSZÁG (HU)	-1984,45
SZLOVÁKIA (SK)	753,98
CSEHORSZÁG (CZ)	3262,25

4.2.1 A hálózati hibák feltárása

Az adott hálózatrész vizsgálatát Matlab Matpowerben végzett DC load-flow futtatások segítségével végeztük [11]. A kiadódó eredmények könnyebb áttekinthetősége érdekében a hálózatot, a rajta kialakult áramlásokkal együtt gráfként ábrázoltuk. A detektált problémák ismertetése olvasható a következőkben.

1. A cseh és szlovák hálózaton a 400/220 kV-os transzformátorok háromtekerces transzformátorként szerepelnek a listában, azaz az összes tekerces közötti impedancia és névleges teljesítmény adott. Ezt a Matlab Matpower program nem tudja kezelni, ezért az eredeti elrendezéssel ekvivalens kéttekerces transzformátorra történő átalakításra van szükség.
2. A magyar hálózaton az ukrán-magyar 750 kV-os rendszerösszekötő új végpontként kijelölt Kisvárdán, valamint Győrben a 220 kV-os hálózatrésznél is hiányzik egy-egy ténylegesen meglévő összeköttetés, ami ezeket a gyűjtősíneket a modellezett hálózat többi részéhez kapcsolja.
3. A DC load-flow futtatás után több helyen is 220 kV-os távvezetékek túlterhelődését tapasztaltuk, ami egyrészt normál üzemi körülmények között váratlan, másrészt a későbbi csomóponti árazási algoritmus számára korlátot jelent.

4.2.2 A hibák javítása

4.2.2.1 Háromtekerces transzformátorok

A korábban említett átalakítás az alábbi módszerekkel kivitelezhető:

1. Mivel a fázisonkénti három tekerces mágneses mezőn keresztül kapcsolódik egymáshoz, ezért egy háromtekerces transzformátort csak három kéttekerces transzformátorra lehet szétbontani. (pl. egy 400/220/35 kV-os transzformátor esetén a következőképpen: 400/220 kV, 400/35 kV, 220/35 kV) Az ehhez szükséges adatok az ENTSO-E által publikált táblázatban megtalálhatók, azonban az eredeti egyetlen összeköttetés helyett hármat kell alkalmaznunk.
2. A háromtekerces transzformátor kéttekercessé redukálható, amennyiben a tercier oldalt elhanyagoljuk. Ez nem egyszerűen a tercier tekerces kihagyását jelenti, a redukálás végeredménye tartalmazza mindhárom tekerces hatását. Ez abban az esetben tehető meg, amikor a tercier oldalra nem kapcsolódik

fogyasztó vagy termelő. (Ez a feltétel jellemzően teljesül az átviteli hálózatokon.) Ezzel a hálózati topológia egyszerűsödik, és nincs szükség újabb elemek létrehozására.

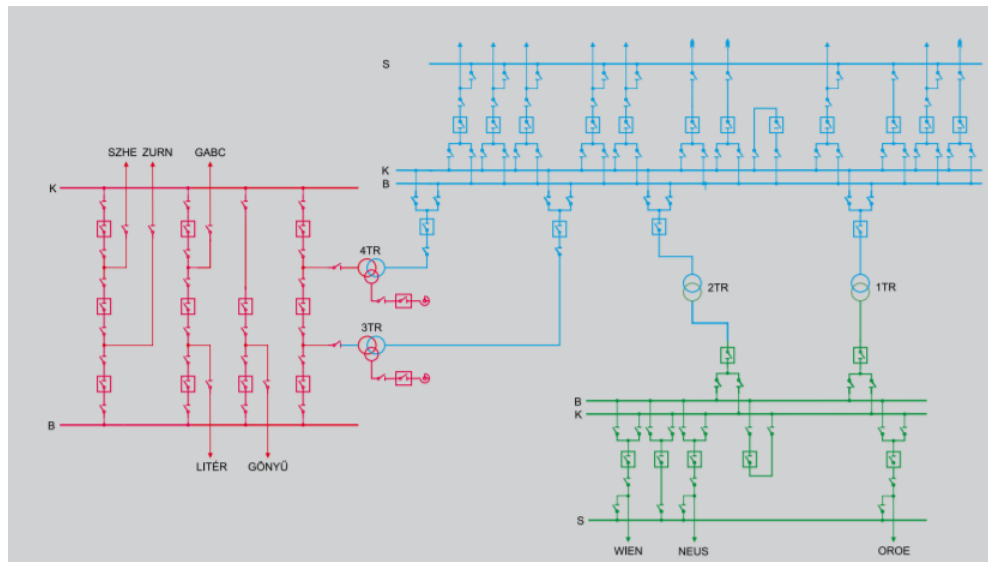
Az adatok tanulmányozása után arra a következtetésre jutottunk, hogy semmilyen esetben sincs fogyasztás vagy termelés allokálva a középfeszültségű csomópontokra. Ebből kiindulva a választásunk a 2. megoldásra esett.

Megjegyzendő, hogy a magyar hálózaton lévő 400/220 kV-os transzformátorok középfeszültségű csomópontja is megjelenik az adatok között. Itt azonban az 1. megoldás egy módosított változata már a modell megalkotásának pillanatában alkalmazásra került. Eszerint az egyes tekercsek kéttekercses transzformátorként szerepelnek, és a 400/220/35 kV-os pontok egy közös csillagponton keresztül kapcsolódnak egymáshoz.

4.2.2.2 Transzformátorok hálózatba illesztése

A 2. és 3. hibák kezelése hasonló módon, új transzformátorok hálózatba illesztésével kezelhető. Kisvárda alállomásban egy 750/400 kV-os transzformátor hiányzik. Ugyan részletes, az impedanciákra vonatkozó információink nincsenek, de a fejlesztési tervből kiderül, hogy egy darab 1000 MVA névleges teljesítményű transzformátor kerül majd beszerelésre. Ezért mi is egy ilyen egységet illesztettünk a hálózatba, valamint a reaktancia meghatározásához 12%-os transzformátor dropot (rövidzárási impedanciát) feltételeztünk. Ez utóbbi átlagosnak mondható a nagyfeszültségű hálózatokon.

A győri hálózatrész kapcsán (6. ábra), valamint a 220 kV-os ágakat érintő túlterhelődéses esetekben a probléma fő forrása, hogy a CGM-ben a legalacsonyabb feszültség szint 220 kV. Így egyrészt a modellben nem jöhetnek létre az aláhurkolt 120 kV-os hálózati áramlások, másrészt pedig mivel a 400/120 kV-os, illetve 220/120 kV-os transzformátorok is hiányoznak, ezért a 400 kV-os és a 220 kV-os hálózat villamos szempontból egymástól távol helyezkedik el. (A győri példában a két feszültség szint közvetlenül sem kapcsolódik, mivel a 120 kV-os kék hálózatrész nincs benne a modellben.) Ezek azonban az áramlások kiegyenlítődése és valóságúsága szempontjából fontos tényezők.



6. ábra: A győri alállomás egyvonalas kapcsolási rajza [12]

A probléma teljes feloldása úgy lenne elvégezhető, ha a teljes 120 kV-os hálózat modellezésre kerülne, erre azonban a szükséges adatok hiányában nincs lehetőség. Enyhítő megoldásként azonban az átviteli hálózat két feszültségszintje villamosan közelíthető egymáshoz, ha több átjárást teszünk lehetővé, ami 120 kV-os csomópontok létrehozását, illetve azokon és transzformátorokon keresztül a 400, ill. 220 kV-os hálózatok összekötését jelenti. Az újonnan beépített egységek:

- Csehországban Sokolnice és Prosenice alállomásokon [13]
 - egy-egy 400/120 kV-os 350 MVA-es transzformátor 12%-os droppal,
 - két-két 220/120 kV-os 200 MVA-es transzformátor 12%-os droppal.
- Magyarországon:
 - Győr alállomáson
 - egy 400/120 kV-os 250 MVA-es és egy 220/120 kV-os 160 MVA-es transzformátor 12%-os droppal
 - Sándorfalva alállomáson
 - két 400/120 kV-os 250 MVA-es transzformátor 12%-os droppal
 - Szeged alállomáson:
 - egy 220/120 kV-os 160 MVA-es transzformátor 12%-os droppal
 - valamint Sándorfalva és Szeged 120 kV-os csomópontok között egy kb. 4 km-es vezetékszakas 0,056 Ω /km fajlagos ellenállással, és 0,321 Ω /km fajlagos reaktanciával.
- Szlovákiában Krizovany alállomáson [14]
 - egy 400/120 kV-os 300 MVA-es és két 220/120 kV-os 200 MVA-es transzformátor 12%-os droppal.

A 120 kV-os csomópontok megjelenésével lehetőség nyílik az aggregált terheléseket is alacsonyabb feszültségszintre helyezni.

5 Csomóponti árazás szimulációja

A 3. fejezet alapján a 4.2 fejezetben bemutatott hálózaton végeztünk szimulációkat AMPL CPLEX program segítségével. Az AMPL egy kifejezetten optimalizációs problémák megoldására fejlesztett szoftver, amiben a matematikai modell felépíthető. Azon belül pedig a CPLEX solver felel a legjobb megoldás megtalálásáért [15]. A futtatások célja az, hogy különböző scenáriók esetén meghatározzuk az átviteli hálózat csomópontjaihoz rendelhető energia árakat. Ennek segítségével bemutatatható a csomóponti árazás működése, és a jelenlegi árzónás felépítés is elemezhető a fizikai hálózat felől közelítve.

5.1 Tesztesetek

A szimulációkhoz tizenkét tesztesetet különítettünk el három dimenzió mentén, amelyeket összefoglalva mutat a 3. táblázat. A táblázat sorai különböző csomópontokra beadott ajánlatokat jelentenek, míg az oszlopok más felépítésű hálózatot (azaz más PTDF mátrixot) takarnak.

3. táblázat: A tesztesetek rendszere

	Veszteségmentes eset		Veszteséges eset	
	Jövőbeli hálózat	Jelenlegi hálózat	Jövőbeli hálózat	Jelenlegi hálózat
Standard ajánlatok	1. futtatás	4. futtatás	7. futtatás	10. futtatás
Kétszeres ajánlatok	2. futtatás	5. futtatás	8. futtatás	11. futtatás
Háromszoros ajánlatok	3. futtatás	6. futtatás	9. futtatás	12. futtatás

A tesztesetek dimenzióinak jelentése (az ajánlatok kérdéskörét külön alfejezetben tárgyaljuk):

- **Veszteségmentes eset:** A klíring során a (8) egyenletben feltüntetett hálózati veszteségeket nem vettük figyelembe.
- **Veszteséges eset:** Az előbb említett veszteségeket az összes hálózati teljesítményáramlás 5%-ával becsülve vettük figyelembe.
- **Jövőbeli hálózat:** Az alkalmazott hálózat a CGM adatszolgáltatásnak megfelel (illetve annak a 4.2.2 szerint továbbfejlesztett verziója).
- **Jelenlegi hálózat:** Az alkalmazott hálózati modellben kikapcsolásra kerültek a még meg nem épült elemek. Ez elsősorban Magyarország határkeresztesző kapacitásait csökkenti, mivel megszűnik a 3 db új Szlovákia felé menő 400 kV-os távvezeték.

5.2 Piaci ajánlatok létrehozása

Az ajánlatok konstruálása lényeges kérdés, mivel a kiadódó áramlások (a hálózat tulajdonságai mellett) nagyban függenek az energia kínálat és kereslet viszonyától. Azonban nem áll rendelkezésünkre megfelelő

mennyiségű információ a piaci szereplőkről, így a teljesen valóság-hű leképezés helyett mesterségesen létrehozott ajánlatok születtek.

Kiindulási paraméterként az ENTSO-E adatszolgáltatásban szereplő termelési és terhelési adatokból indultunk ki. Ezek egy, már elvégzett piaci klíringszámítás eredményeként valósultak meg, azaz a valóságban ennél lényegesen több ajánlat állt rendelkezésre. Minden nullától eltérő terheléssel, vagy termeléssel rendelkező csomópontra létrehoztunk egy keresleti, vagy egy kínálati ajánlatot (ahol termelés és fogyasztás is jelen volt, ott összesen két ajánlatot helyeztünk el). Az ajánlatok típusa lineáris, vagyis definiálandó egy maximális energiamennyiség, amit a szereplő megvesz, vagy elad, valamint egy maximális és minimális ár.

Paraméterekkel megfogalmazva (egy adott csomópontra):

$$p_{k,min}^-, p_{k,max}^-, q_k^-, p_{k,min}^+, p_{k,max}^+, q_k^+$$

- p az ajánlatban szereplő ár
 q az ajánlatban szereplő energiamennyiség
 k az ajánlat indexe
 \pm a kínálat/kereslet megkülönböztetése (a kínálat pozitív)

Legyen a piacon az adott csomópontra kialakuló ár: p_{market} .

Ekkor az elfogadott mennyiségek az ár függvényében [16]:

$$\begin{aligned} p_{k,min}^- \leq p_{market} \leq p_{k,max}^- : q_{k,accepted}^- &= q_k^- \cdot \frac{p_{k,max}^- - p_{market}}{p_{k,max}^- - p_{k,min}^-} \\ p_{market} \leq p_{k,min}^- : q_{k,accepted}^- &= q_k^- \\ p_{market} \geq p_{k,max}^- : q_{k,accepted}^- &= 0 \end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned} p_{k,min}^+ \leq p_{market} \leq p_{k,max}^+ : q_{k,accepted}^+ &= q_k^+ \cdot \frac{p_{market} - p_{k,min}^+}{p_{k,max}^+ - p_{k,min}^+} \\ p_{market} \leq p_{k,min}^+ : q_{k,accepted}^+ &= 0 \\ p_{market} \geq p_{k,max}^+ : q_{k,accepted}^+ &= q_k^+ \end{aligned} \tag{15}$$

(14)-ben a keresleti, míg (15)-ben a kínálati ajánlatok elfogadási szabályai szerepelnek. Az első sor a részleges elfogadás esetét mutatja be, amikor az adott csomópontra számolt piaci ár az ármaximum és árminimum közé esik. Ekkor keresleti ajánlatból elfogadott mennyiség fordítottan, míg a kínálati ajánlatból elfogadott mennyiség egyenesen arányos a kialakult árral. A második és harmadik sorok a teljes elfogadás, és a teljes elutasítás eseteit írják le. Az előző logikához hasonlóan, ha a csomóponti ár a keresleti ajánlati minimum alatt, vagy a kínálati ajánlatban megadott maximum felett van, akkor a teljes ajánlati mennyiség elfogadásra kerül. Fordított esetben az ajánlatokat elutasítják.

Az egyszerűség kedvéért minden ajánlat árminimumát egységesen 0-nak, és minden ármaximumot 100 €/MWh-nak választottuk.

Külön szót érdemelnek még a régiós modell határát alkotó X csomópontok, amelyekre határkeresztező szállítások allokálhatók. Az adatszolgáltatás alapján a kiszemelt HU-SK-CZ régió kb. 2000 MW többletteljesítménnyel rendelkezik, amelyet a határain exportál. Ahhoz, hogy ezt az értéket konstans módon megtartsuk, a határkeresztező csomópontokra árelfogadó keresleti, illetve kínálati ajánlatot helyeztünk. Ez azt jelenti, hogy kínálat esetén $p_{k,min}^+ = p_{k,max}^+ = 0$, míg kereslet esetén $p_{k,min}^- = p_{k,max}^- = 5000 \text{ €/MWh}$. (Elméletileg az utóbbi ajánlat árának végtelent kellene választanunk, ez azonban programozási szempontból nem megoldható.)

Összefoglalva, a standard ajánlatok az ENTSO-E adatszolgáltatásban lévő termelés és terhelés értékeket tartalmazzák energia mennyiségként 0 minimum, és 100 €/MWh maximum ár mellett. Emellett a határkeresztező vezetékek csomópontjaira árelfogadó ajánlatot adtunk úgy, hogy eleget tegyenek a régió exportáló helyzetének. A többi ajánlati scenárióban kizárólag az előbb említett CGM adatok energia mennyiségei kerültek változtatásra (név szerint értelemszerűen kétszerezésre, vagy háromszorozásra). Az utóbbi eljárás piaci szempontból nem helytálló, hiszen a termelők nem adhatnának be nagyobb termelésre vonatkozó ajánlatot, mint amit fizikailag képesek teljesíteni. Azonban az ajánlatok és a hálózat jellegéből adódóan a szimulációk során csak olyan ajánlatok kerülhetnek elfogadásra, amelyek az előbb említett korlát alatt maradnak.

5.3 Szimulációs eredmények

A 3. táblázatban leírt eseteket három szempont szerint vizsgáltuk. Első lépésként a szimulációk általános végeredményeit értékeltük. Ezután a csomóponti árazás sajátosságait reprezentatív példákon keresztül tanulmányoztuk, majd kifejezetten a veszteség hatására fókuszáltunk.

5.3.1 Általános értékelés

Az általános végeredményeknek ebben a vizsgálatban az egyes országok nettó pozícióit és a teljes piaci struktúra által létrejött társadalmi jólét értékét értjük. Ezeket tartalmazza a 4. táblázat (24. oldal).

A kiadódó nettó exportok közül a 2. futtatás eredménye esik a legközelebb a 2. táblázatban ismertetett kiindulási értékekhez. Ebben az esetben az ajánlatok maximális felajánlott mennyisége épp a CGM-ben szereplő termelések és terhelések kétszerese, azaz átlagosan az ajánlatok fele került elfogadásra. Látható, hogy Magyarországon viszonylag kevés termelő elérhető, hiszen az ország az energia mennyiségek növelésével egyre több importra szorul, amit Szlovákiából és Csehországból tud beszerezni. Megfigyelhető az is, hogy a veszteségek figyelembevételével minden zóna nettó exportja nő, azaz többlet energiát termelnek a hálózati elemek ellenállásán disszipálódó energia fedezésére.

4. táblázat: Az egyes szimulációs esetekben kapott nettó pozíció, és teljes társadalmi jólét értéke

Esetek	Veszteség	Hálózat	HU NEX [MW]	SK NEX [MW]	CZ NEX [MW]	SUM SW [€]
1. futtatás	nincs	jövőbeli	-799,11	565,81	2165,11	19575971,17
2. futtatás	nincs	jövőbeli	-1974,57	1080,35	2826,08	20060178,96
3. futtatás	nincs	jövőbeli	-2222,17	1250,21	2903,69	20504735,21
4. futtatás	nincs	jelenlegi	-807,35	568,01	2171,13	19575951,19
5. futtatás	nincs	jelenlegi	-1982,69	1082,26	2832,19	20060193,44
6. futtatás	nincs	jelenlegi	-2224,82	1248,07	2908,52	20504778,03
7. futtatás	van	jövőbeli	-636,28	585,26	2279,61	19559100,16
8. futtatás	van	jövőbeli	-1736,44	1079,62	3052,76	20034444,57
9. futtatás	van	jövőbeli	-1885,23	1207,53	3156,28	20473116,36
10. futtatás	van	jelenlegi	-730,95	613,18	2348,43	19559080,85
11. futtatás	van	jelenlegi	-1882,78	1121,06	3130,79	20036037,10
12. futtatás	van	jelenlegi	-1920,34	1206,05	3159,68	20474917,20

A jólét mértékének a változásában szintén megjelenik a veszteség hatása. A termelők magasabb termelési szintjeit a fogyasztók fizetik meg, amelyért azonban számukra kevesebb energia jut, így a jólét is elmarad a veszteségmentes esetben tapasztalt értéktől. Az előzetes várakozásaink szerint a jólétet csökkenti a hálózati elemek elhagyása is, hiszen így nagyobb az esély a torlódás kialakulására. Ez valóban így történik, ha sok vezeték, vagy transzformátor kapcsolódik le, azonban jelen esetben mindössze 4 vezetékét kapcsoltunk ki. Ez pedig a jólét (kismértékű) növekedéséhez vezetett. A magyarázat erre a jelenségre a vezetékek által jelentett korlátok lehetnek. Ugyanis a vezetékek kikapcsolásával a PTDF mátrixban azonosan nulla sorok jelennek meg, vagyis az áramlásokat „akadályozó” fizikai korlátok szűnnek meg. Kevesebb korlátozó tényező pedig eredményezhet nagyobb mértékű kereskedést, és ezzel együtt nagyobb társadalmi jólétet.

5.3.2 Csomóponti árazás és torlódások

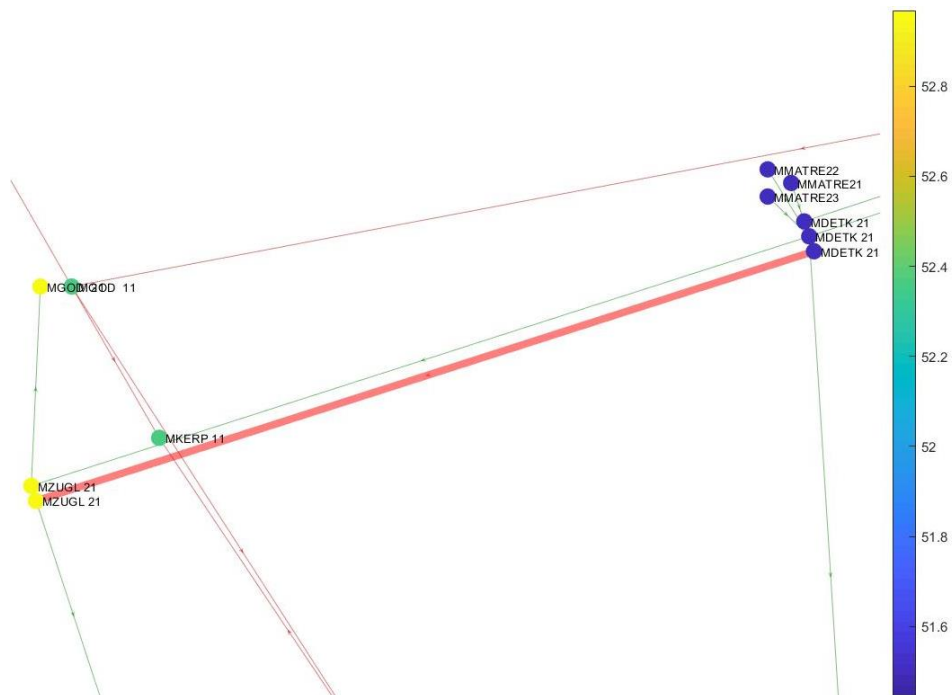
A csomóponti árazás tulajdonságainak megismeréséhez a hálózaton kialakuló két nagy torlódási gócot vizsgáltuk. Az egyik ilyen „problémás” pont a Mátrai Erőmű környéke, ami főleg a kis ajánlatok esetén meghatározó az árak kialakulásában. A másik korlátozó elem egy Szlovákia és Csehország között húzódó 220 kV-os határkeresztesztő távvezeték, amely a nagyobb energia mennyiségű ajánlatoknál válik lényegessé.

5.3.2.1 Az 1. futtatás elemzése (Mátrai Erőmű környéki szűkület)

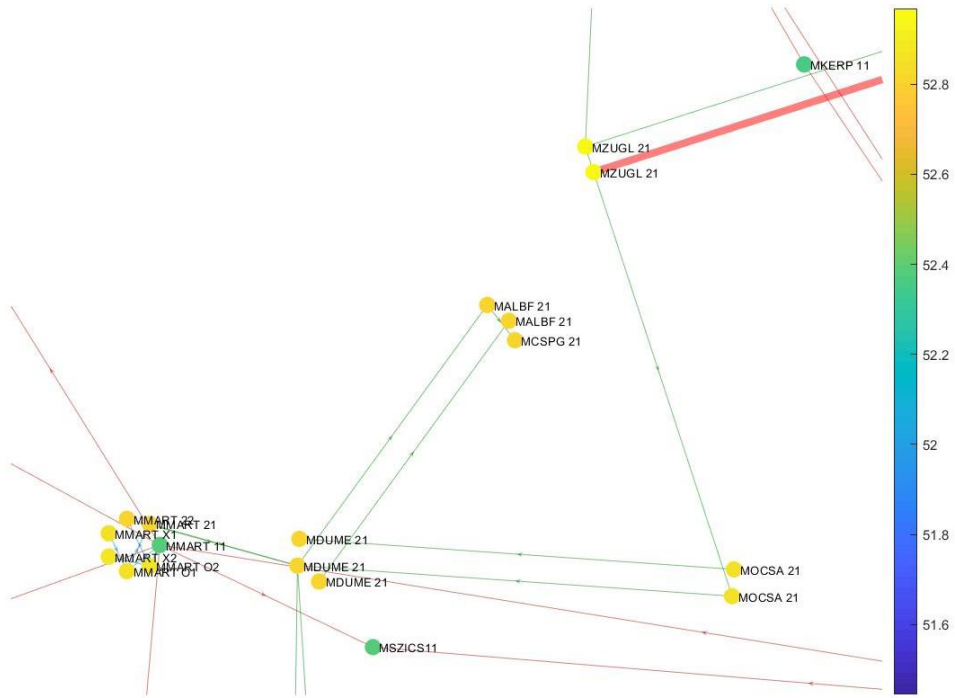
A Máttra környékén kialakuló viszonyokat mutatja az 7. ábra, ahol a csomópontok színezése az azokon kialakult árak függvényében valósult meg. A kép jobb oldalán elhelyezkedő erőmű 220 kV-on táplál be Detk alállomásra. Innen azonban a Zuglóban lévő nagy fogyasztási igény ellenére csak kevés villamos energia tud a Detk-Zugló kétrendszerű távvezetéken áramlani, mivel a vezeték korlátozza a szállítást (pirossal kiemelve).

(Megjegyzendő, hogy a két vezeték paraméterei eltérnek, ezért csak az egyik vezetéken keletkezik torlódás.) A környéken kialakuló árak mutatják (a PTDF függvényében), hogy a vezeték korlátoz, ugyanis a Detk alállomáson 51,5 €/MWh, míg Zuglóban 52,97 €/MWh a villamos energia ára. Ennek lehetséges értelmezése, hogy a Zuglóban kialakult ár azért magasabb, hogy ösztönözze az arra a pontra csatlakozó erőművi beruházást. Az ott megjelenő termelés ugyanis ellentorlasztana a jelenlegi áramlásoknak, és így a vezeték telített állapota megszűnne. Ez pedig azt eredményezné, hogy a két csomópont árai kiegyenlítődnek. Hasonló eredményre vezet a fogyasztók felőli megközelítés, azaz a Detk alállomásra csatlakozó terhelés növelésének hatása.

A Detk-Zugló távvezeték a PTDF mátrix alapján a Zuglótól nyugatra fekvő, villamos távolságban mérve közeli csomópontokra is nagy hatással van (8. ábra). Az árak azért nem tudnak itt sem enyhülni, mert az olcsóbb 400 kV-os hálózattól (legközelebbi pontja Martonvásár 400 kV-os gyűjtősínje) nagy impedancia (ez esetben 400/220 kV-os transzformátor) választja el az itteni fogyasztókat.

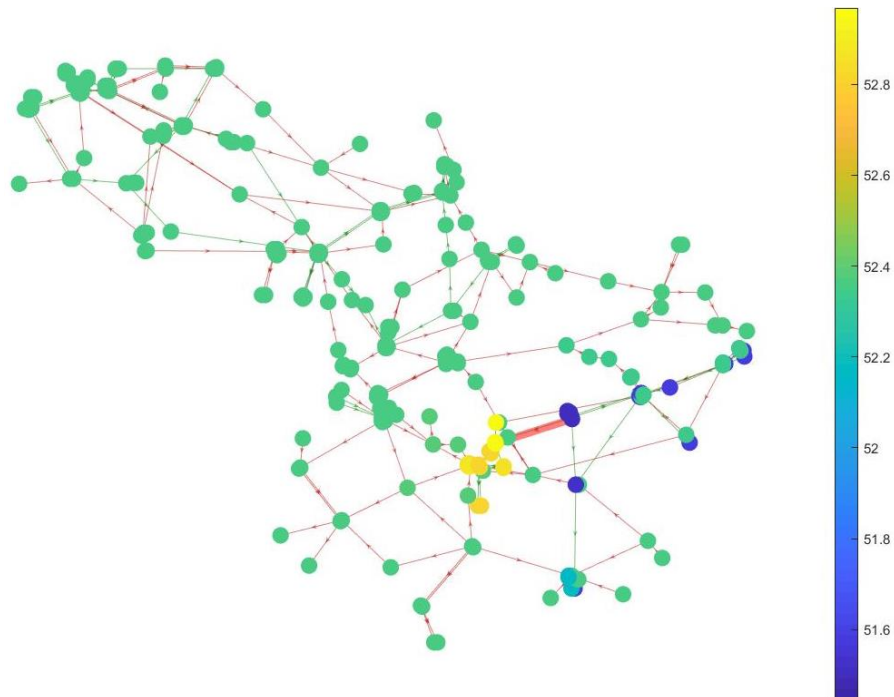


7. ábra: A Mátrai Erőmű és a telítésbe vitt Detk-Zugló távvezeték



8. ábra: Budapest vonzaskörzetében kialakuló árak (Zuglótól nyugatra)

Megjegyzendő, hogy az itt prezentált torlódás azért alakulhatott ki, mert a 120 kV-os hálózatrész nem került modellezésre. Így az áramlások nem tudnak a főváros területén óriási jelentőségű aláhurkolt hálózat felé elfolyani.



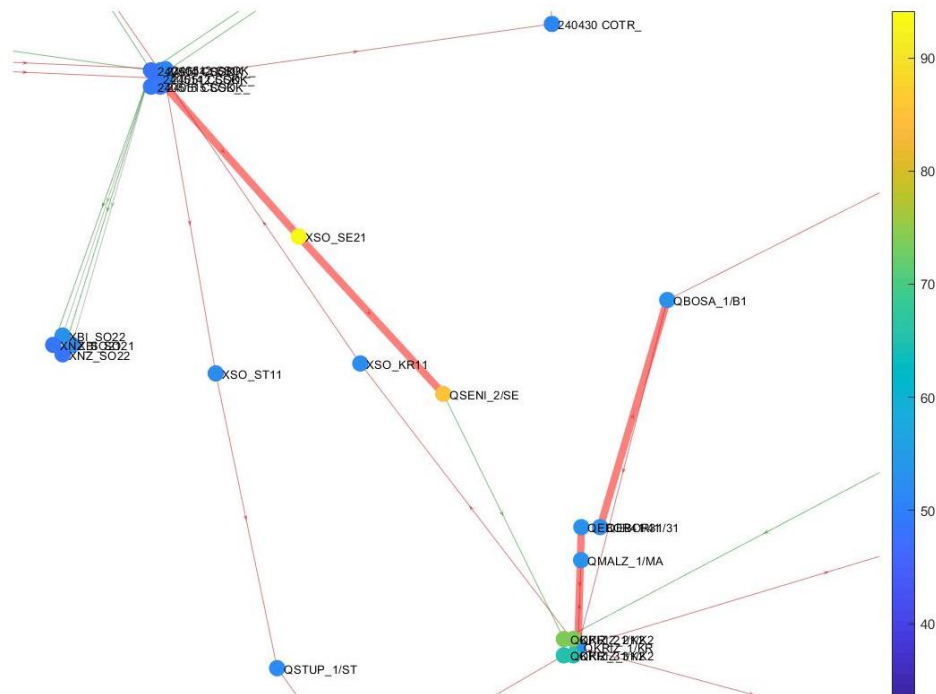
9. ábra: A teljes régióban kialakuló árak standard ajánlatok esetén

A 9. ábra mutatja a teljes régió összes csomópontjának „hőterképét”. Látható, hogy a csomóponti árak különbözőségét a torlódás okozza, és csak olyan csomópontokat érint, amelyekre nézve a torlódott vezeték

nagy érzékenységet mutat. Míg a régió nagy részében az ár az egyensúlyi 52,36 €/MWh-án áll, a torlódáshoz villamosan közel lévő csomópontok ára a két végletre ugrik.

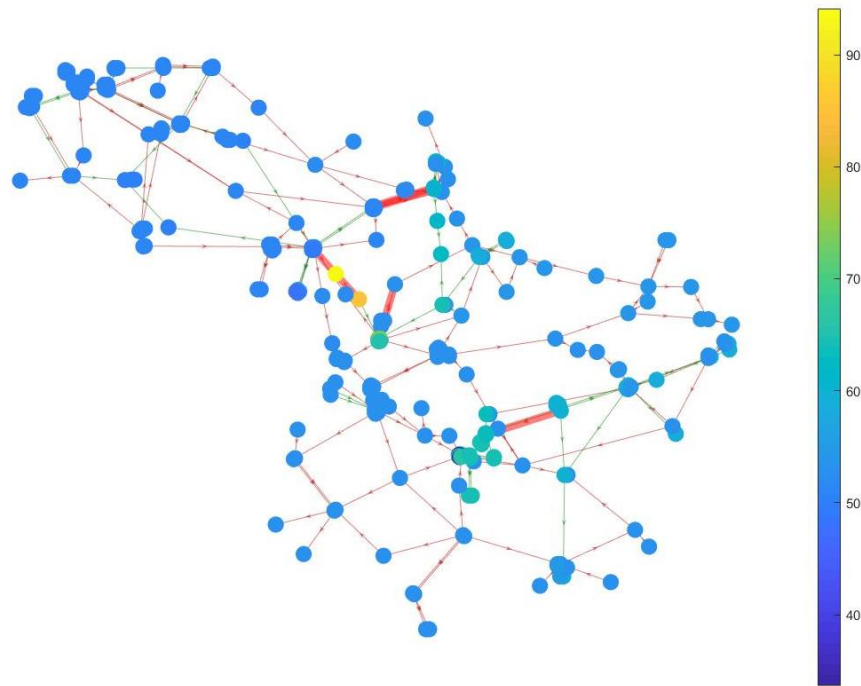
5.3.2.2 A 3. futtatás elemzése (szlovák-cseh határkeresztező távvezetési torlódás)

A 10. ábrán az említett Senica-Sokolnice 220 kV-os távvezeték és környezete látható. A torlódást a Senica alállomásban lévő fogyasztás ellátása okozza, amelyet szlovák oldalról nem sikerül az adott feszültségszinten kiszolgálni. Azaz 400 kV-on van megfelelő mennyiségű termelt teljesítmény, de ennek hatása kevésbé érvényesül, mint a cseh oldalon 2 csomóponttal arrébb lévő betáplálásé. Ezért a szlovák oldalon lévő 220 kV-os csomóponti villamosenergia-árak magasabbak, mint a cseh oldalon. Megemlítendő még, hogy a legjobb torlódáskezelés szempontjából az lenne, ha a legdrágább csomóponton, azaz a határkeresztező X jelű ponton létesítenénk termelőt, ami nem lehetséges a csomópont fiktív mivolta okán.



10. ábra: A telítődő Senica-Sokolnice távvezeték, illetve környező alállomások (bal felső sarokban Sokolnice, jobb alsó sarokban Krizovany)

Érdeemes a teljes hálózati képet is megvizsgálni (11. ábra).



11. ábra: A teljes régióban kialakuló árak megháromszorozott ajánlatok esetén

A teljes hálózaton az előző (1. futtatás) esethez képest lényegesen több torlódás és magasabb árak alakultak ki, miközben az egyensúlyi ár szinte változatlan (most 53,18 €/MWh). A színezés a kritikussági sorrendet mutatja meg, azaz sorban kijelöli azokat a csomópontokat, ahol egységnyi termelés növeléssel a legtöbb kapacitást lehet „felszabadítani”.

5.3.3 A veszteség hatása

Ahogy az az 5.1 fejezetben említésre került, a veszteség az alkalmazott modellünkben az összes áramlás 5%-aként jelenik meg. Ennek hatását egyszerűen elemezhetjük, ha a hálózatból minden, az áramlásokra korlátozó tényezőt elhagyunk. Ez a gyakorlatban az AMF értékek megnövelését jelenti úgy, hogy az új értékeknek köszönhetően ne alakuljon ki torlódás. Ezesetben egyetlen egyensúlyi ár tud kialakulni, ami minden csomópontra érvényes és csak az ajánlatok, illetve a veszteség befolyásolja.

Szimulációban kipróbálva ezeket az 5.2-ben ismertetett standard ajánlatokkal azt kaptuk, hogy a veszteségmentes esetben kialakult ár 52,34 €/MWh, míg veszteséges esetben 52,55 €/MWh. Azaz a fogyasztókra allokált veszteségből adódó költség minden megvásárolt MWh energiára 0,21 €. Ez (ahogy 5.3.1-ben is említettük) a társadalmi jólétet is csökkentette. A jelen példában összesen 16772,26 € „veszteséget” tapasztaltunk.

5.4 Optimális árzónahatárok - példa

Az optimális árzónahatárok meghatározásához egy lehetséges megközelítés a csomóponti árazás modellje, azaz a csomóponti árakra támaszkodva meghúzott zónahatárok. A jelen dolgozatban ismertetett szimulációk

természetesen nem szolgálnak elegendő információval ahhoz, hogy a valóságban is működőképes zónákat alkossunk. Azonban egy lehetséges, magas szinten megfogalmazott algoritmus a következő:

1. A normál üzem szempontjából kritikus hálózati elemek meghatározása. Kritikus elem alatt olyan vezeték, vagy transzformátort értünk, amelynek kiesésével torlódások alakulhatnak ki. (A pontos definíció megalkotása további feladatot jelöl ki.)
2. A hálózatra csomóponti árazási modell alkalmazása minden kritikus elem egyenkénti kiejtésével (n-1 üzemállapotok). A megfelelő ajánlatok megalkotásához piaci modellre van szükség.
3. Az eredmények kiértékelése, csomóponti árak alakulásának vizsgálata.
4. A csomópontok zónákba tömörítése megfelelő földrajzi elhelyezkedés (szomszédos csomópontok), és bizonyos ársávon belül tartózkodás esetén.

Példaként a 5.3.2.2-ben ismertetett 3. futtatás eredményét vettük alapul. Feltételeztük, hogy az 1-3. pontok végeredményeként a 11. ábra szerinti színezés alakítható ki. A csomópontokat a kialakult árak szerint 5 €/MWh szélességű intervallumokba osztottuk, majd a kiadódó csoportokat földrajzi elhelyezkedés szerint további részekre bontottuk. Így előálltak a fizikai hálózatra támaszkodó árak szerinti zónák, melyeket az 5. táblázat foglal össze.

5. táblázat: Kijelölt zónák, átlagáraik és nettó pozícióik

Zóna	Ársáv [€/MWh]	Átlagár [€/MWh]	NEX [MW]
Senica	80-85	84,73	-59,24
Krizovany	70-75	73,79	-252,26
Bystricany-P. Bystrica - Liskovec	60-65	63,21	-98,74
Csepel-Zugló-Ócsa- Martonvásár 1. gyűjtősín- Göd-Dunamenti- Dunaújváros-Albertfalva	60-65	63,94	-471,98
Sucany-Siroka	55-60	58,24	-141,3
Tiszalök-Tisza erőmű- Szolnok-Szeged- Sajószöged-Mátrai erőmű- Kisvárdá-Detk-Debrecen	55-60	59,36	-40,84
Minden más csomópont	50-55	52,33	3067,86
Opocinek-Sokolnice-Tabor	45-50	49,24	-71,47
Martonvásár 2. gyűjtősín	35-40	35,9	0

Megjegyzendő, hogy a táblázatban szereplő összes alállomás 220 kV-on üzemel, vagy az elnevezés alatt a 220 kV-os alállomási rész értendő. Az eredetileg három árzónából álló régiót kilenc új zónára bontottuk, amelyek zöme kevés csomópontot tartalmaz. Mellettük létrejött egy óriás árzóna, amelyben az egyensúlyi árhoz közeli 400 kV-os és 220 kV-os csomópontok találhatóak, és amely egymagában nagyobb, mint az eredeti árzónák közül a legnagyobb. A méretbeli különbségek mellett ez a példa rámutat arra, hogy a 220 és a 400 kV-os hálózatrészek között kialakulhat akkora árkülönbség, hogy egy adott alállomás gyűjtősínjei is különböző árzónákba kerüljenek. Ilyenkor az alállomási 400/220 kV-os és 400/120, ill. 220/120 kV-os transzformátorok is egy-egy határkeresztesítő elem szerepét töltik be.

Végül megemlíteném, hogy a megfogalmazott algoritmus végrehajtása során előfordulhat, hogy a csomópontokat nem lehetséges megfelelő módon árzónákba összevonni. Ilyenkor a csomóponti árazás modellje lenne célravezető az adott régióban. Ebben az esetben a zónák kialakítására más módszert kell keresni.

6 Összefoglalás

Jelen dolgozatban ismertettük a villamosenergia-piac kialakulásának mérföldköveit Európában, amelyből látható, hogy a rendszer tradicionálisan az egyes országok árzónáiból épül fel. A nagyméretű összekapcsolt piacok létrejöttével együtt fejlődtek a kapacitásszámítási módszertanok, amelyek a minél hatékonyabb hálózatkihasználásra és a fizikai paraméterek gazdasági reprezentációjára törekednek. Felmerült a lehetőség, hogy a jelenlegi zonális berendezkedés nem megfelelően tükrözi a hálózati viszonyokat. Ezt a csomóponti árazási modellen keresztül vizsgáltuk, amelyhez előbb a matematikai modell leírását adtuk meg. Ezután az ENTSO-E adatszolgáltatásából származó közös rendszermodell validálása következett, valamint a valóságghú leképezés érdekében újabb csomópontokat, transzformátorokat és vezetékeket adtunk a hálózathoz. A kiegészített modell magyar, szlovák és cseh együttes szeptén több tesztetben vizsgáltuk a csomóponti árazás működését. Ez megmutatta, hogy az csomóponti árak alapjául szolgáló egyensúlyi ár kialakulása a beadott piaci ajánlatoktól, és a veszteség mértékétől függ. Az egyes lokációkon kialakuló árak ettől abban az esetben térhetnek el, ha olyan vezetékeken van torlódás, amely áramlására a PTDF mátrixból kifolyólag a csomópont nagy befolyással van. A szimulációk tapasztalatát felhasználva magas szinten megfogalmaztunk egy módszert a csomóponti árazás alapú árzónák kialakítására. Ennek vázlatos működését egy nagy kínálati és keresleti ajánlatokkal jellemzett szcenárióra mutattuk be. Ennek tanulságaként adódott, hogy az árak szerint elkülönített zónák mérete jelentős mértékben eltérhet. Emellett az európai villamosenergia-rendszer számára szokatlan módon a határkeresztező elemek között transzformátorok is megjelenhetnek. Végezetül pedig leszögeztük, hogy a módszer nem biztos, hogy minden esetben hatékonyan használható.

A dolgozatban vázolt kutatás következő lépéseit a következőkben állapítottuk meg:

- A CGM hálózatba további 120 kV-os elemek beépítése szükséges az áramlások még pontosabb leképezéséhez. Ez (amennyiben Magyarországot akarjuk vizsgálni) elsősorban a környező országok villamos szempontból közeli hálózatrészeire érvényes.
- A vizsgált régió méretét bővíteni kell, hiszen a jelenlegi határkeresztező csomóponti lezárásokon átfolyó teljesítmény konstans értéken van tartva. Ez pedig jelentősen befolyásolja a hálózati viszonyokat. Ebből a szempontból a legkritikusabb területek Ausztria keleti része és Ukrajna szinkronjáró burstini szigete.
- A piaci viszonyok valóságghú kezeléséhez az ajánlati könyv valós ajánlatokkal való feltöltése szükséges. Ez rendkívül információigényes feladat, hiszen a jelen dolgozatban vizsgált hálózat is 215 csomópontból áll.
- Az 5.4 fejezetben bemutatott algoritmus alaposabb kidolgozására, majd pedig implementálására van szükség. A részletes kidolgozást segítheti a folyamatos szimulációs tevékenység.

7 Irodalomjegyzék

- [1] Directive 96/92/EC - Common rules for the internal market in electricity, 1996. Elérhető: <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/?uri=CELEX%3A31996L0092>
- [2] Directive 2003/54/EC - Common rules for the internal market in electricity and repealing Directive 96/92/EC, 2003. Elérhető: <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/en/TXT/?uri=CELEX:32003L0054>
- [3] Directive 2009/72/EC - Common rules for the internal market in electricity and repealing Directive 2003/54/EC, 2009. Elérhető: <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/en/TXT/?uri=CELEX:32009L0072>
- [4] P. Offenbergh, European Electricity Market Integration presentation, International Seminar "Integration and Electrical Security in Latin America", Rio de Janeiro, 2016.
- [5] Sőrés Péter Márk, „Szűk keresztmetszet kezelési eljárások alkalmazása villamosenergia-piacok összekapcsolása során”, Diplomaterv, 2012.
- [6] Commission Regulation (EU) 2015/1222. - Establishing a guideline on capacity allocation and congestion management, Elérhető: <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/?uri=CELEX:32015R1222>
- [7] Core Capacity Calculation Project, Elérhető: https://www.entsoe.eu/network_codes/ccr-regions/
- [8] Péter Sőrés, Dániel Divényi, Dr. Dávid Raisz, „Flow-based capacity calculation method used in electricity market coupling”, in proc. European Energy Market (EEM), 2013 10th International Conference in Stockholm, Sweden, pp. 1-7.
- [9] Kuhn, H. W.; Tucker, A. W., "Nonlinear programming", Proceedings of the Second Berkeley Symposium: University of California Press, 1951., pp. 481–492.
- [10] Grigoris A. Dourbois, Pandelis N. Biskas, "A novel method for the clearing of a day-ahead electricity market with mixed pricing rules", in proc, 2017 IEEE Manchester PowerTech Conference, pp. 1-6.
- [11] R. D. Zimmerman, C. E. Murillo-Sánchez, R. J. Thomas, „Matpower: Steady- State Operations, Planning and Analysis Tools for Power Systems Research and Education”, IEEE Transactions, 2011
- [12] MAVIR Zrt. átviteli hálózati alállomásai, Elérhető: <http://mavir.hu/web/mavir/szakmai-kiadvanyok>
- [13] CEPS statisztikai adatok, Elérhető: <https://www.ceps.cz/cs/udaje-o-ps>
- [14] SEPS statisztikai adatok 2017-re, Elérhető: <https://www.sepsas.sk/TechnickeUdaje.asp?kod=16>
- [15] AMPL szoftver, Elérhető: <https://ampl.com/>
- [16] Divényi Dániel, „Szervezett villamosenergia-piac” előadás, BME-VET-Villamosenergia-piac tárgy, 2017. ősz

F1 Matematikai modellek példája

F1.1 Bemeneti paraméterek

Három vezeték két-két ajánlattal:

$$\begin{aligned}
 q_{1,2}^+ &= 50, & p_{1,2}^+ &= 20 \\
 q_{1,2}^- &= 30, & p_{1,2}^- &= 30 \\
 q_{1,3}^+ &= 30, & p_{1,3}^+ &= 25 \\
 q_{1,3}^- &= 40, & p_{1,3}^- &= 35 \\
 AMF_1^+ &= 60, & AMF_1^- &= -50, & PTDF_{1,1 \rightarrow 2} &= 0,666, & PTDF_{1,1 \rightarrow 3} &= 0,333 \\
 AMF_2^+ &= 40, & AMF_2^- &= -30, & PTDF_{2,1 \rightarrow 2} &= -0,333, & PTDF_{1,1 \rightarrow 3} &= 0,333 \\
 AMF_3^+ &= 20, & AMF_3^- &= -20, & PTDF_{3,1 \rightarrow 2} &= -0,333, & PTDF_{3,1 \rightarrow 3} &= -0,666
 \end{aligned}$$

Legyen az 1. csomópont HUB. Ekkor a PTDF értékek a fentiek ellentettjei:

$$PTDF = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

F1.2 Primál probléma megfogalmazása

F1.2.1 Célfüggvény és korlátok:

$$ACC_{1,2}^- \cdot 30 \cdot 30 + ACC_{1,3}^- \cdot 40 \cdot 35 - ACC_{1,2}^+ \cdot 50 \cdot 20 - ACC_{1,3}^+ \cdot 30 \cdot 25 \rightarrow \max \quad (16)$$

$$0 \leq ACC_{1,2}^- \leq 1 \quad (17)$$

$$0 \leq ACC_{1,3}^- \leq 1 \quad (18)$$

$$0 \leq ACC_{1,2}^+ \leq 1 \quad (19)$$

$$0 \leq ACC_{1,3}^+ \leq 1 \quad (20)$$

$$-50 \leq -\frac{2}{3} \cdot (ACC_{1,2}^+ \cdot 50 - ACC_{1,2}^- \cdot 30) - \frac{1}{3} \cdot (ACC_{1,3}^+ \cdot 30 - ACC_{1,3}^- \cdot 40) \leq 60 \quad (21)$$

$$-30 \leq \frac{1}{3} \cdot (ACC_{1,2}^+ \cdot 50 - ACC_{1,2}^- \cdot 30) - \frac{1}{3} \cdot (ACC_{1,3}^+ \cdot 30 - ACC_{1,3}^- \cdot 40) \leq 40 \quad (22)$$

$$-20 \leq \frac{1}{3} \cdot (ACC_{1,2}^+ \cdot 50 - ACC_{1,2}^- \cdot 30) + \frac{2}{3} \cdot (ACC_{1,3}^+ \cdot 30 - ACC_{1,3}^- \cdot 40) \leq 20 \quad (23)$$

$$ACC_{1,2}^+ \cdot 50 + ACC_{1,3}^+ \cdot 30 - ACC_{1,2}^- \cdot 30 - ACC_{1,3}^- \cdot 40 = 0 \quad (24)$$

Egyenletek alkotása nemnegatív slack változókkal:

$$ACC_{1,2}^- + slack_{ACC_{1,2}^-} = 1 \quad (25)$$

$$ACC_{1,3}^- + slack_{ACC_{1,3}^-} = 1 \quad (26)$$

$$ACC_{1,2}^+ + slack_{ACC_{1,2}^+} = 1 \quad (27)$$

$$ACC_{1,3}^+ + slack_{ACC_{1,3}^+} = 1 \quad (28)$$

$$-\frac{2}{3} \cdot (ACC_{1,2}^+ \cdot 50 - ACC_{1,2}^- \cdot 30) - \frac{1}{3} \cdot (ACC_{1,3}^+ \cdot 30 - ACC_{1,3}^- \cdot 40) + slack_{l_1^+} = 60 \quad (29)$$

$$+\frac{2}{3} \cdot (ACC_{1,2}^+ \cdot 50 - ACC_{1,2}^- \cdot 30) + \frac{1}{3} \cdot (ACC_{1,3}^+ \cdot 30 - ACC_{1,3}^- \cdot 40) + slack_{l_1^-} = 50 \quad (30)$$

$$\frac{1}{3} \cdot (ACC_{1,2}^+ \cdot 50 - ACC_{1,2}^- \cdot 30) - \frac{1}{3} \cdot (ACC_{1,3}^+ \cdot 30 - ACC_{1,3}^- \cdot 40) + slack_{l_2^+} = 40 \quad (31)$$

$$-\frac{1}{3} \cdot (ACC_{1,2}^+ \cdot 50 - ACC_{1,2}^- \cdot 30) + \frac{1}{3} \cdot (ACC_{1,3}^+ \cdot 30 - ACC_{1,3}^- \cdot 40) + slack_{l_2^-} = 30 \quad (32)$$

$$\frac{1}{3} \cdot (ACC_{1,2}^+ \cdot 50 - ACC_{1,2}^- \cdot 30) + \frac{2}{3} \cdot (ACC_{1,3}^+ \cdot 30 - ACC_{1,3}^- \cdot 40) + slack_{l_3^+} = 20 \quad (33)$$

$$-\frac{1}{3} \cdot (ACC_{1,2}^+ \cdot 50 - ACC_{1,2}^- \cdot 30) - \frac{2}{3} \cdot (ACC_{1,3}^+ \cdot 30 - ACC_{1,3}^- \cdot 40) + slack_{l_3^-} = 20 \quad (34)$$

Formális megfogalmazás:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} ACC_{1,2}^- \\ ACC_{1,3}^- \\ ACC_{1,2}^+ \\ ACC_{1,3}^+ \\ slack_{ACC_{1,2}^-} \\ slack_{ACC_{1,3}^-} \\ slack_{ACC_{1,2}^+} \\ slack_{ACC_{1,3}^+} \\ slack_{l_1^+} \\ slack_{l_1^-} \\ slack_{l_2^+} \\ slack_{l_2^-} \\ slack_{l_3^+} \\ slack_{l_3^-} \end{bmatrix} \geq 0$$

A primál célfüggvény:

$$\mathbf{c}^T \mathbf{x} \rightarrow \max$$

$$[30 \cdot 30 \quad 40 \cdot 35 \quad -50 \cdot 20 \quad -30 \cdot 25 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} ACC_{1,2}^- \\ ACC_{1,3}^- \\ ACC_{1,2}^+ \\ ACC_{1,3}^+ \\ slack_{ACC_{1,2}^-} \\ slack_{ACC_{1,3}^-} \\ slack_{ACC_{1,2}^+} \\ slack_{ACC_{1,3}^+} \\ slack_{l_1^+} \\ slack_{l_1^-} \\ slack_{l_2^+} \\ slack_{l_2^-} \\ slack_{l_3^+} \\ slack_{l_3^-} \end{bmatrix} \rightarrow \max$$

A korlátok:

$$Ax = b$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{3} \cdot 30 & \frac{1}{3} \cdot 40 & -\frac{2}{3} \cdot 50 & -\frac{1}{3} \cdot 30 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{2}{3} \cdot 30 & -\frac{1}{3} \cdot 40 & \frac{2}{3} \cdot 50 & \frac{1}{3} \cdot 30 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{3} \cdot 30 & \frac{1}{3} \cdot 40 & \frac{1}{3} \cdot 50 & -\frac{1}{3} \cdot 30 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} \cdot 30 & -\frac{1}{3} \cdot 40 & -\frac{1}{3} \cdot 50 & \frac{1}{3} \cdot 30 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{3} \cdot 30 & -\frac{2}{3} \cdot 40 & \frac{1}{3} \cdot 50 & \frac{2}{3} \cdot 30 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{3} \cdot 30 & \frac{2}{3} \cdot 40 & -\frac{1}{3} \cdot 50 & -\frac{2}{3} \cdot 30 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -30 & -40 & 50 & 30 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ACC_{1,2}^- \\ ACC_{1,3}^- \\ ACC_{1,2}^+ \\ ACC_{1,3}^+ \\ slack_{ACC_{1,2}^-} \\ slack_{ACC_{1,3}^-} \\ slack_{ACC_{1,2}^+} \\ slack_{ACC_{1,3}^+} \\ slack_{l_1^+} \\ slack_{l_1^-} \\ slack_{l_2^+} \\ slack_{l_2^-} \\ slack_{l_3^+} \\ slack_{l_3^-} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 60 \\ 50 \\ 40 \\ 30 \\ 20 \\ 20 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$x \geq 0$$

F1.3 Duális probléma megfogalmazása

$$[30 \cdot 30 \quad 40 \cdot 35 \quad -50 \cdot 20 \quad -30 \cdot 25 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] -$$

$$-w^T \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{3} \cdot 30 & \frac{1}{3} \cdot 40 & -\frac{2}{3} \cdot 50 & -\frac{1}{3} \cdot 30 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{2}{3} \cdot 30 & -\frac{1}{3} \cdot 40 & \frac{2}{3} \cdot 50 & \frac{1}{3} \cdot 30 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{3} \cdot 30 & \frac{1}{3} \cdot 40 & \frac{1}{3} \cdot 50 & -\frac{1}{3} \cdot 30 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} \cdot 30 & -\frac{1}{3} \cdot 40 & -\frac{1}{3} \cdot 50 & \frac{1}{3} \cdot 30 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{3} \cdot 30 & -\frac{2}{3} \cdot 40 & \frac{1}{3} \cdot 50 & \frac{2}{3} \cdot 30 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{3} \cdot 30 & \frac{2}{3} \cdot 40 & -\frac{1}{3} \cdot 50 & -\frac{2}{3} \cdot 30 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -30 & -40 & 50 & 30 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + v^T = 0$$

Kifejtve az összes egyenletet:

$$30 \cdot 30 - w_{ACC_{1,2}^-} - \frac{2}{3} \cdot 30 \cdot w_{l_1^+} + \frac{2}{3} \cdot 30 \cdot w_{l_1^-} - \frac{1}{3} \cdot 30 \cdot w_{l_2^+} - \frac{1}{3} \cdot 30 \cdot w_{l_2^-} + \frac{1}{3} \cdot 30 \cdot w_{l_3^+} - \frac{1}{3} \cdot 30 \cdot w_{l_3^-} + 30 \cdot w_p + v_{ACC_{1,2}^-} = 0 \quad (35)$$

$$40 \cdot 35 - w_{ACC_{1,3}^-} - \frac{1}{3} \cdot 40 \cdot w_{l_1^+} + \frac{1}{3} \cdot 40 \cdot w_{l_1^-} - \frac{1}{3} \cdot 40 \cdot w_{l_2^+} + \frac{1}{3} \cdot 40 \cdot w_{l_2^-} + \frac{2}{3} \cdot 40 \cdot w_{l_3^+} - \frac{2}{3} \cdot 40 \cdot w_{l_3^-} + 40 \cdot w_p + v_{ACC_{1,3}^-} = 0 \quad (36)$$

$$-50 \cdot 20 - w_{ACC_{1,2}^+} + \frac{2}{3} \cdot 50 \cdot w_{l_1^+} - \frac{2}{3} \cdot 50 \cdot w_{l_1^-} - \frac{1}{3} \cdot 50 \cdot w_{l_2^+} + \frac{1}{3} \cdot 50 \cdot w_{l_2^-} - \frac{1}{3} \cdot 50 \cdot w_{l_3^+} + \frac{1}{3} \cdot 50 \cdot w_{l_3^-} - 50 \cdot w_p + v_{ACC_{1,2}^+} = 0 \quad (37)$$

$$-30 \cdot 25 - w_{ACC_{1,3}^-} + \frac{1}{3} \cdot 30 \cdot w_{l_1^+} - \frac{1}{3} \cdot 30 \cdot w_{l_1^-} + \frac{1}{3} \cdot 30 \cdot w_{l_2^+} - \frac{1}{3} \cdot 30 \cdot w_{l_2^-} - \frac{2}{3} \cdot 30 \cdot w_{l_3^+} + \frac{2}{3} \cdot 30 \cdot w_{l_3^-} - 30 \cdot w_p + v_{ACC_{1,3}^-} = 0 \quad (38)$$

$$-w_{ACC_{1,2}^-} + v_{slack_{ACC_{1,2}^-}} = 0 \quad (39)$$

$$-w_{ACC_{1,3}^-} + v_{slack_{ACC_{1,3}^-}} = 0 \quad (40)$$

$$-w_{ACC_{1,2}^+} + v_{slack_{ACC_{1,2}^+}} = 0 \quad (41)$$

$$-w_{ACC_{1,3}^+} + v_{slack_{ACC_{1,3}^+}} = 0 \quad (42)$$

$$-w_{l_1^+} + v_{l_1^+} = 0 \quad (43)$$

$$-w_{l_1^-} + v_{l_1^-} = 0 \quad (44)$$

$$-w_{l_2^+} + v_{l_2^+} = 0 \quad (45)$$

$$-w_{l_2^-} + v_{l_2^-} = 0 \quad (46)$$

$$-w_{l_3^+} + v_{l_3^+} = 0 \quad (47)$$

$$-w_{l_3}^- + v_{l_3}^- = 0 \quad (48)$$

A komplementaritási feltételek azt mondják meg, hogy az x és a hozzá tartozó duális v változó közül legalább az egyik nulla.

Értelmezés:

A komplementaritást logikailag megvizsgálva:

$$v \cdot x = 0 \Leftrightarrow (v = 0) \vee (x = 0)$$

Ebből a következő feltételes korlátok származnak:

$$v > 0 \rightarrow x = 0$$

$$x > 0 \rightarrow v = 0$$

Nézzük most az $ACC_{1,2}^-$ -hez tartozó egyenleteket:

$$30 \cdot 30 - w_{ACC_{1,2}^-} - \frac{2}{3} \cdot 30 \cdot w_{l_1}^+ + \frac{2}{3} \cdot 30 \cdot w_{l_1}^- - \frac{1}{3} \cdot 30 \cdot w_{l_2}^+ - \frac{1}{3} \cdot 30 \cdot w_{l_2}^- + \frac{1}{3} \cdot 30 \cdot w_{l_3}^+ - \frac{1}{3} \cdot 30 \cdot w_{l_3}^- + 30 \cdot w_p + v_{ACC_{1,2}^-} = 0 \quad (49)$$

$$-w_{ACC_{1,2}^-} + v_{slack_{ACC_{1,2}^-}} = 0 \quad (50)$$

A második egyenletet kivonva az elsőből:

$$30 \cdot 30 - \frac{2}{3} \cdot 30 \cdot w_{l_1}^+ + \frac{2}{3} \cdot 30 \cdot w_{l_1}^- - \frac{1}{3} \cdot 30 \cdot w_{l_2}^+ - \frac{1}{3} \cdot 30 \cdot w_{l_2}^- + \frac{1}{3} \cdot 30 \cdot w_{l_3}^+ - \frac{1}{3} \cdot 30 \cdot w_{l_3}^- + 30 \cdot w_p + v_{ACC_{1,2}^-} - v_{slack_{ACC_{1,2}^-}} = 0 \quad (51)$$

Egy duális változó a fenti logikák alapján a következőt jelenti:

- ha $v > 0$, akkor a hozzá tartozó változó 0. (Ha slack változó tartozik hozzá, akkor a slack változóhoz tartozó korlát éles.)
- ha a változó pozitív (vagy slack változó esetén a korlát nem éles), akkor duális v változónak kell zérusnak lennie.

Ezek alapján a fenti korlát négy esete különíthető el a hozzájuk tartozó összefüggésekkel együtt:

$$1. \quad v_{ACC_{1,2}^-} = 0 \text{ és } v_{slack_{ACC_{1,2}^-}} = 0$$

$$30 = p_{1,2}^- = \frac{2}{3} \cdot w_{l_1}^+ - \frac{2}{3} \cdot w_{l_1}^- + \frac{1}{3} \cdot w_{l_2}^+ + \frac{1}{3} \cdot w_{l_2}^- - \frac{1}{3} \cdot w_{l_3}^+ + \frac{1}{3} \cdot w_{l_3}^- - w_p$$

$$2. \quad v_{ACC_{1,2}^-} > 0 \rightarrow ACC_{1,2}^- = 0 \text{ és } v_{slack_{ACC_{1,2}^-}} = 0$$

$$30 = p_{1,2}^- < \frac{2}{3} \cdot w_{l_1}^+ - \frac{2}{3} \cdot w_{l_1}^- + \frac{1}{3} \cdot w_{l_2}^+ + \frac{1}{3} \cdot w_{l_2}^- - \frac{1}{3} \cdot w_{l_3}^+ + \frac{1}{3} \cdot w_{l_3}^- - w_p$$

$$3. \quad v_{ACC_{1,2}^-} = 0 \text{ és } v_{slack_{ACC_{1,2}^-}} > 0 \rightarrow ACC_{1,2}^- = 1$$

$$30 = p_{1,2}^- > \frac{2}{3} \cdot w_{l_1}^+ - \frac{2}{3} \cdot w_{l_1}^- + \frac{1}{3} \cdot w_{l_2}^+ + \frac{1}{3} \cdot w_{l_2}^- - \frac{1}{3} \cdot w_{l_3}^+ + \frac{1}{3} \cdot w_{l_3}^- - w_p$$

$$4. \quad v_{ACC_{1,2}^-} > 0 \rightarrow ACC_{1,2}^- = 0 \text{ és } v_{slack_{ACC_{1,2}^-}} > 0 \rightarrow ACC_{1,2}^- = 1$$

Ez egy ellentmondásos eset, azaz nem lehetséges.

Nézzük meg ugyanezt a kínálati oldalra is ((37)-ből és (41)-ből).

$$-50 \cdot 20 - w_{ACC_{1,2}^+} + \frac{2}{3} \cdot 50 \cdot w_{l_1^+} - \frac{2}{3} \cdot 50 \cdot w_{l_1^-} - \frac{1}{3} \cdot 50 \cdot w_{l_2^+} + \frac{1}{3} \cdot 50 \cdot w_{l_2^-} - \frac{1}{3} \cdot 50 \cdot w_{l_3^+} + \frac{1}{3} \cdot 50 \cdot w_{l_3^-} - 50 \cdot w_p + v_{ACC_{1,2}^+} = 0 \quad (52)$$

$$-w_{ACC_{1,2}^+} + v_{slack_{ACC_{1,2}^+}} = 0 \quad (53)$$

$$-50 \cdot 20 + \frac{2}{3} \cdot 50 \cdot w_{l_1^+} - \frac{2}{3} \cdot 50 \cdot w_{l_1^-} - \frac{1}{3} \cdot 50 \cdot w_{l_2^+} + \frac{1}{3} \cdot 50 \cdot w_{l_2^-} - \frac{1}{3} \cdot 50 \cdot w_{l_3^+} + \frac{1}{3} \cdot 50 \cdot w_{l_3^-} - 50 \cdot w_p + v_{ACC_{1,2}^+} - v_{slack_{ACC_{1,2}^+}} = 0 \quad (54)$$

Az analízist hasonló formában elvégezve:

1. $v_{ACC_{1,2}^-} = 0$ és $v_{slack_{ACC_{1,2}^-}} = 0$

$$20 = p_{1,2}^+ = +\frac{2}{3} w_{l_1^+} - \frac{2}{3} \cdot w_{l_1^-} - \frac{1}{3} \cdot w_{l_2^+} + \frac{1}{3} \cdot w_{l_2^-} - \frac{1}{3} \cdot w_{l_3^+} + \frac{1}{3} \cdot w_{l_3^-} - w_p$$

2. $v_{ACC_{1,2}^-} > 0 \rightarrow ACC_{1,2}^+ = 0$ és $v_{slack_{ACC_{1,2}^-}} = 0$

$$20 = p_{1,2}^+ > +\frac{2}{3} w_{l_1^+} - \frac{2}{3} \cdot w_{l_1^-} - \frac{1}{3} \cdot w_{l_2^+} + \frac{1}{3} \cdot w_{l_2^-} - \frac{1}{3} \cdot w_{l_3^+} + \frac{1}{3} \cdot w_{l_3^-} - w_p$$

3. $v_{ACC_{1,2}^-} = 0$ és $v_{slack_{ACC_{1,2}^-}} > 0 \rightarrow ACC_{1,2}^+ = 1$

$$20 = p_{1,2}^+ < +\frac{2}{3} w_{l_1^+} - \frac{2}{3} \cdot w_{l_1^-} - \frac{1}{3} \cdot w_{l_2^+} + \frac{1}{3} \cdot w_{l_2^-} - \frac{1}{3} \cdot w_{l_3^+} + \frac{1}{3} \cdot w_{l_3^-} - w_p$$

4. $v_{ACC_{1,2}^-} > 0 \rightarrow ACC_{1,2}^+ = 0$ és $v_{slack_{ACC_{1,2}^-}} > 0 \rightarrow ACC_{1,2}^+ = 1$

Ez egy ellentmondásos eset, azaz nem lehetséges.

Tehát, keresleti és kínálati oldalon is jól láthatóak a klasszikus in-the-money, out-of-the-money és at-the-money esetek. Logikai korlátokba fogalmazva a kereslet esetét:

$$ACC_{1,2}^- = 1 \Rightarrow p_{1,2}^- > \frac{2}{3} \cdot w_{l_1^+} - \frac{2}{3} \cdot w_{l_1^-} + \frac{1}{3} \cdot w_{l_2^+} + \frac{1}{3} \cdot w_{l_2^-} - \frac{1}{3} \cdot w_{l_3^+} + \frac{1}{3} \cdot w_{l_3^-} - w_p \quad (55)$$

$$ACC_{1,2}^- = 0 \Rightarrow p_{1,2}^- < \frac{2}{3} \cdot w_{l_1^+} - \frac{2}{3} \cdot w_{l_1^-} + \frac{1}{3} \cdot w_{l_2^+} + \frac{1}{3} \cdot w_{l_2^-} - \frac{1}{3} \cdot w_{l_3^+} + \frac{1}{3} \cdot w_{l_3^-} - w_p \quad (56)$$

$$0 < ACC_{1,2}^- < 1 \Rightarrow p_{1,2}^- = \frac{2}{3} \cdot w_{l_1^+} - \frac{2}{3} \cdot w_{l_1^-} + \frac{1}{3} \cdot w_{l_2^+} + \frac{1}{3} \cdot w_{l_2^-} - \frac{1}{3} \cdot w_{l_3^+} + \frac{1}{3} \cdot w_{l_3^-} - w_p \quad (57)$$