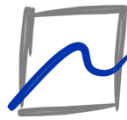




M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Villamosmérnöki és Informatikai Kar



**Akusztikai és
Stúdiótechnikai
Laboratórium**

Kulcsár Dóra

FIZIKAI ALAPÚ ZONGORAHANG- SZINTÉZIS NUMERIKUS REZONÁNSLAP-MODELLEL

KONZULENS

Dr. Fiala Péter

BUDAPEST, 2014

Összefoglaló

A korunkban még domináns hangminta alapú szintézis mellett egyre nagyobb szerep jut a fizikai modell alapú hangszintézisnek is. Ez utóbbi esetén a hang nem egy korábban felvett minta illesztésének eredményeként, hanem a hangszert leíró fizikai modell kimeneteként áll elő. Így a hangkeltésen kívül a hangszer tökéletesítésében is szerepet kaphat.

Dolgozatomban a zongora fizikai modell alapú szintézisével foglalkozom. Ismertetem a hangkeltés folyamatában fontos szerepet játszó főbb mechanikai elemek (kalapács, húr, rezonánslap) egyszerűsített fizikai modelljét.

A modellezés során a rezonánslapot mint dinamikus lezáró impedanciát vesszük figyelembe a húrvégen. A szakirodalomban is gyakran alkalmazott eljárás a rezonánslap modális szintézise, aminek során a rezonánslapot annak sajátfrekvenciáival és módusalakjaival jellemezzük. Noha a rezonánslap anyagi és geometriai paraméterei jelentősen befolyásolják a zongorahangot, az analitikus modális modellek csak a legegyszerűbb lapmodellek és befogások vizsgálatára alkalmasak. Dolgozatomban a rezonánslapot végeselem-módszerrel modellezem, és numerikusan meghatározott modális paraméterekkel veszem figyelembe. A technika segítségével a rezonánslap anyagi és geometriai paramétereinek lesugárzott hangra gyakorolt hatását vizsgálom. Kitérek a numerikus modell használatának előnyeire, nehézségeire az egyszerűbb analitikus rezonánslap modellel szemben.

Tartalomjegyzék

Ábrajegyzék.....	5
1 Bevezetés	6
2 A zongora modellezett főbb alkotóelemei.....	7
2.1 A kalapács.....	7
2.1.1 A kalapács tulajdonságai	7
2.1.2 A filc	7
2.2 A zongorahúr	8
2.3 A rezonátorlemez.....	9
3 A zongora működésének modellezése	11
3.1 A modell áttekintése	11
3.2 Kalapácsgerjesztés modellje	12
3.3 A zongorahúrok modellje	14
3.3.1 A húregyenlet.....	14
3.3.2 A Waveguide-modell.....	15
3.3.3 A kalapácsmodellek és a húrmodell összekapcsolása	16
3.3.4 A húrmodell több húr esetén.....	17
3.3.5 A húrmodell általánosítása tetszőleges számú húr esetére	18
3.4 A rezonátorlemez modellje	25
3.4.1 A lemezt leíró egyenletek	25
3.4.2 A végeelem modell.....	26
4 Az implementált modellből számított eredmények.....	30
4.1 A szimuláció paraméterei	30
4.1.1 A szimuláció során alkalmazott alapbeállítások.....	30
4.1.2 A szimuláció során vizsgált paraméterek	31
4.2 Az eredmények értékelésének módja	31
4.3 Az eredmények ismertetése	33
4.3.1 Az alakváltozás hatása a lemez sajátfrekvenciáira	33
4.3.2 A lemezvastagság változásának hatása.....	34
4.3.3 A bordázat hatása a lemezre	35
4.4 Az eredmények értékelése	36
4.5 Továbblépési lehetőségek	37
5 Összefoglalás.....	39

Irodalomjegyzék.....	40
-----------------------------	-----------

Ábrajegyzék

3.1 A zongora sematikus modellje.....	11
3.2 Az általános waveguide-modell.....	15
3.3 A kalapácsmodell és a húrmodell kapcsolata	16
3.4 Digitális waveguide-modell két húr esetén.....	17
3.5 Az alkalmazott szűrőkészlet szemléltetése	20
3.6 A lemezt megvalósító rendszer kiindulási alakja	23
3.7 A lemezt megvalósító rendszer implementálható alakja	24
3.8 N húrra általánosított húrmodell	25
3.9 A rezonátorlemez sematikus modellje.....	25
3.10 A felbontott lemezmodell	28
4.1 A rezonáns lap néhány módusa	30
4.2 A húron kialakult sebességfüggvény (a) és a belőle számított futó RMS görbe (b) bordázat nélküli lemez esetén	32
4.3 A lemez első 100 sajátfrekvenciája az 1.2x1.5 m (kék), a 1.2x1.9 m (fekete) négyzetes lemez, ill. a zongora lemez (piros) esetén.....	34
4.4 A lemez első 100, ill. 10 sajátfrekvenciája 0.5 cm (kék), 2 cm (fekete) ill. 1 cm (piros) vastag lemez esetén.....	35
4.5 A lemez első 100, ill. 10 sajátfrekvenciája fele bordázatmagasság (kék), meredekebb (fekete) lefutással az eredeti (piros) bordázattal ellátott lemezhez képest.....	36
4.6 A kialakult sebesség időfüggése a bordázat nélküli és a bordázattal ellátott lemezen	37

1 Bevezetés

A zongora önmagában egy nagyon összetett mechanikai rendszer. A hangkeltés folyamatát számos eleme befolyásolja. A téma napjainkban aktuális kutatási területnek számít. Szerepe nem csak a fizikai modell alapú hangszintézis esetén jelentős, hanem a zongora jobb működésének megértésében is. A jobb megértés elősegíti a hangszerek „tudományos alapú” továbbfejlesztését, a hosszú időn keresztül szinte kizárólagos szerepet betöltő tapasztalati javítással szemben.

Dolgozatomban áttekintem a hangkeltés folyamatában kiemelkedően fontos szerepet játszó kalapács-húr kölcsönhatás szereplőit. Röviden ismertetem azok fejlődését, és a hangszerben betöltött szerepüket, majd rátérek a hangszintézis folyamán elengedhetetlen fizikai modell ismertetésére.

Jelen dolgozatomban részletesebben foglalkozom a rezonánslap modellezési lehetőségeivel, és megvizsgálom, hogy az egyes fizikai paraméterek változtatásának hatása hogyan befolyásolja a kialakult hangot. Ehhez a rezonánslapot numerikusan, véges-elem módszer segítségével modellezem. A modellbe beépítve a lemezt mint dinamikus lezáró impedanciát és mint csatoló elemet veszem figyelembe.

A dolgozat végén ismertetem a szimulációs eredményeket, kitérek a szimuláció során felvetődött kérdésekre, valamint foglalkozom a további munka során szükséges teendőkkel.

2 A zongora modellezett főbb alkotóelemei

2.1 A kalapács

2.1.1 A kalapács tulajdonságai

A vizsgált kölcsönhatásban a gerjesztést szolgáltató elem a zongorakalapács. A kalapács által a húrra kifejtett erőt a húrral való találkozás pillanatában megfigyelhető sebességen kívül jelentős mértékben befolyásolja a kalapács anyaga is.

A napjainkban használt zongorakalapács keményfából készül, amelyet több rétegben filc borít. A kalapácsok tömege általában 3 és 11 g között változik a magasabb hangok irányában fokozatosan csökkenve. Ebben a tulajdonságukban jelentősen eltérnek a kezdetben épített hangszerektől. Például Christofori 1726-ban épített hangszerén csupán fél gramm az eltérés a különböző hangokhoz tartozó kalapácsok tömegében (0.5-1 g). A hangminőség szempontjából ideális lenne a legmagasabb hangokhoz tartozó kalapácsok tömegét még tovább csökkenteni, azonban ennek megvalósítása fizikai korlátokba ütközik. (Gát, 1964; Conklin, 1990)

A keltett hang minőségének vizsgálatokor a kalapács nyele sem hanyagolható el. A kalapács (kalapácsfej és kalapácsnyél együttesét tekintve) is rezgést végez, így annak kialakításakor figyelembe kell venni a rajta megjelenő rezgések frekvenciáját. Amennyiben a kalapácsnyelek készítésekor nem kerül figyelembe vételre ez a szempont, a kalapácsokon – a húrozaton kialakult dallamhoz képest – egy eltérő „dallam” jelenik meg, amely nagymértékben rontja a zongora hangminőségét. (Gát, 1964)

A kalapácsszerkezet mechanikai kialakítását tekintve a jelen modellezési feladat szempontjából a kalapácsszerkezet húrhoz viszonyított térbeli elhelyezkedése érdekes egyedül. A mai koncertzongorákon a kalapács a húrozatot alulról, míg az elterjedt állózongorákon, pianínókon oldalról üti meg. De ezek nem tekinthetők kizárólagos megvalósításnak. A zongora fejlődése során időről időre felbukkant a felülről ütött megoldás is, azonban ez a fajta hangkeltési technika nem terjedt el. (Gát, 1964)

2.1.2 A filc

A filcet a zongoragyártásban elsőként 1826-ban Henri Pape alkalmazta. Az új anyag alkalmazása nagy előrelépés volt az addigi megoldásokhoz viszonyítva, hiszen a kezdetben alkalmazott pergamen- vagy kéregpapír-kalapácsok nagyon rövid idő után

használhatatlanná váltak. A filc megjelenése előtt közvetlenül használt bőrrel bevont fakalapács sem bizonyult megfelelő megoldásnak, mivel a bőr hamar elvesztette a rugalmasságát. A megmerevedett felület miatt a zongora hangja kellemetlenül élessé vált. (Gát, 1964)

A filc nem egy homogén anyag, általában 3-4 különböző vastagságú és tulajdonságú rétegből épül fel. A zongorafilc gyártásakor egy hosszú, folyton keskenyedő filccsíkot állítanak elő, melyet az egy kalapácskészlethez tartozó kalapácsok készítésekor feldarabolnak. A filc – ugyanúgy, mint a kalapács keményfa magja – a magas hangoktól a mély hangok irányába fokozatosan vastagodik, és formája is egyre kerekébbé válik. (Williams, 2003)

A filc keménysége kritikus paraméter egy hangszer elkészítésekor, gyártására nagy gondot kell fordítani. A filc akkor tekinthető tökéletesnek, ha biztosítja, hogy a kalapács-húr érintkezés ideje pontosan a húron kialakult rezgések periódusidejének felével egyezzen meg. Ezért a kalapácsfejek elkészülte után ezt a paramétert minden egyes kalapácsra ellenőrizni kell. Eltérés esetén a filcet hangolni szükséges. Túl puha filc esetén vegyszeres kezeléssel lehet az anyagot merevebbé tenni. Túl kemény filc esetén különböző tűkkel és fogókkal lazítják fel a szerkezetet. Ezek az utólagos beavatkozások azonban csökkentik a filc, és így magának a hangszernek az élettartamát. (Gát, 1964)

2.2 A zongorahúr

A húrok – mint a zongora többi eleme is – nagy átalakuláson mentek át, amióta a hangszer létezik. Története során az anyagok és a megoldások sokszínűségével találkozhatunk. A húrozat készítésekor felhasznált anyagok az állati bélből a nemesfémekig változtak. A húron kívül a felsőbb oktávokban többször alkalmaztak lemezeket is. (Gát, 1964)

A ma általánosan használt, húzott acélhúrok az 1820-as évekre érték el először azt a minőségi szintet, hogy ésszerűen lehessen őket a zongoragyártásban használni. Az acélhúrok fejlődése nagyon jelentős. Az erősebb húrok lehetővé tették nagyobb kalapácsok használatát, és jobban meg lehetett őket feszíteni, azaz végeredményben lehetővé tették a zongora hangerejének növekedését. (Williams, 2003)

Azért, hogy a zongora méreteit elfogadható keretek között lehessen tartani, a mélyebb oktávokban bevonatolt húrokat alkalmaznak. A vastagabb acélhúrokat rézzel fonják körül, mely a húr nehezebbé teszi. Így rövidebb húrral is mélyebb hangot lehet

kelteni. Egyes modelleknél a legmélyebb basszushangokat kétszeresen is körbefonják az optimálisabb helykihasználás miatt. (Williams, 2003)

Az egyes hangokat megszólaltató húrok száma is hosszú fejlődés eredménye. A különböző gyártók különböző modelljeinél ma is többféle megoldással találkozhatunk. Egyes modellek esetében külön rezonánshúrokat is alkalmaznak, melyeket nem üti meg közvetlenül a kalapács, hanem az a többi húron keletkező rezgéseket veszik át. A húrozat ma legelterjedtebb változatában a legalsó oktáv hangjai egyszeresen, a következő 8-9 hang kétszeresen, míg az innentől felfelé található hangok háromszorosan húrozottak. (Gát, 1964)

A zongorahúrokon megjelenő csillapítás három forrásból származik. A rezgés lecsengését befolyásolja a levegővel való érintkezés, a húr anyagi jellemzőivel leírható fizikai tulajdonsága és a húrvégződéseken lévő lezárás jellege. A legjelentősebb csillapítási forma a levegővel valós súrlódás következtében fellépő viszkózus csillapítás. Alacsony frekvenciatartományban a húrrezgést legkevésbé a húrlezáráson fellépő csillapítás módosítja. (Fletcher & Rossing, 1998)

2.3 A rezonátorlemez

A zongora rezonánslapjának fontos szerep jut a zongora hangjának kialakításakor. A húrozaton kialakult rezgés csupán nagyon gyenge hangot adna, hiszen a húrok felülete kevés ahhoz, hogy a körülötte levő légtömeget kellőképpen mozgásba hozza.

A rezonánslap nagymértékben befolyásolja a megszólaló hangok színezetét. Ez a tulajdonsága több jelenség együtteseként alakul ki. Egyrészt a rezonánslap nem egyenlő mértékben erősíti az egyes hangokhoz tartozó felhangokat, másrészt a rezonátorlemez húrok közötti csatoló elemként viselkedik. Ezért a jó rezonánslap kialakítása jelentősen befolyásolja a hangszer minőségét. (Gát, 1964)

A rezonánslapokat tradicionálisan lucfenyőből készítik, ebből adódóan nem létezik két tökéletesen egyforma rezonáns. A hangszerkészítők az évek folyamán sok más anyaggal is kísérleteztek, de egyik sem bizonyult alkalmasnak a zongora rezonátorlemezének helyettesítésére. Általánosságban meg lehet állapítani, hogy a vékonyabb rezonátorlemez tökéletesebben adja vissza a gerjesztő hang felhangtartalmának minden részletét, azonban a húrok feszítő ereje miatt nem lehet a lemezt minden határon túl elvékonyítani. (Gát, 1964)

A mai hangszerekben a rezonátorlemez nem homogén. A basszus hangok esetén ritkább évgyűrűkkel rendelkező faanyagot, míg a felső oktávok esetén sűrűbb évgyűrűkkel rendelkező faanyagot használnak. A mélyebb hangok esetében vékonyabb (8-9 mm), míg a magasabb oktávokban vastagabb (12-20 mm) a lemez. (Gát, 1964) Vannak gyártók, ahol a szélein elvékonyodó és a közepén vastagabb rezonánslapot használnak. (Steinway&Sons, 1937) Minél merevebb a kialakított lemez, annál nagyobb, de élesebb hangot ad. A megfelelő merevség beállításához és a transzverzális rezgések megakadályozásához a rezonánst bordákkal erősítik meg. (Gát, 1964)

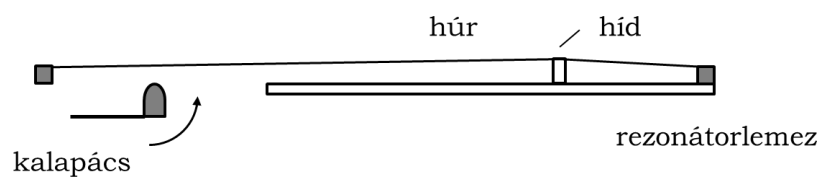
A rezonánslap a húrok között mint csatoló elem viselkedik. Ez a jelenség több szinten megfigyelhető a zongora esetében. Egyrésztől nagyon fontos az azonos hangmagassághoz tartozó többszörös húrozat esetében, amely a kialakult hangok hangmagasságát és az inharmonicitás mértékét is befolyásolja, másrésztől fontos szerepe van a különböző hangmagasságban együttesen megszólaló hangok esetében is. A jelenségnek egy érdekes esete a zengető pedál használata, mely esetben a jelenség a zongora összes húrjára kiterjed. Az első esetben vagy az adott hanghoz tartozó összes húron megjelenik a kalapáccstól származó erőerjesztés, vagy – például az una corda pedál használata esetén – egy húr „szabadon” marad, csupán a másik húrról származó rezgést veszi át.

A fent leírtak alapján a csatolási probléma jól csoportokba osztható. A jelenség vizsgálatát végezhetjük azonos hangmagassághoz tartozó húrok, illetve különböző hangmagassághoz tartozó húrok esetére, illetve a probléma felosztható a gerjesztő erő szerint is: a gerjesztő erő minden vizsgált húron megjelenik, vagy van(nak) olyan húr(ok) is, amely(ek)en nem.

3 A zongora működésének modellezése

3.1 A modell áttekintése

A zongora működése nagyon leegyszerűsített formában annyiból áll, hogy egy kalapács megüt egy vagy több húrt, mely(ek) az ütés hatására rezgésbe jön(nek). Ez a rezgés részben átadódik a hangszer rezonátorlemezének, mely a húrvégeken mint lezáró és csatoló elem jelenik meg, illetve a hangot felerősítve lesugározza a hangszer körülvévi térrészbe.



3.1 A zongora sematikus modellje

Ennek alapján a zongora fizikai modellezése alapvetően három csatolt modellezési problémára: a kalapács, a húr és a rezonátorlemez modellezésére bontható. Az egyes modellek nem egymástól függetlenül kezelendők. Kimeneteik a „szomszédos” modell bemenetét képezik, és a szomszédos modellből állapotukat befolyásoló értékeket kapnak vissza.

A kalapácsmodell szolgáltatja az egész átfogó modell kezdő gerjesztését, erőbemenetét. A kalapács mint egy pontszerű tömeg kerül modellezésre. A kalapácsot borító filc mint egy nemlineáris és hiszterézises jelleget mutató rugó jellemezhető.

A húrmodell alapját az egydimenziós nemideális hullámegyenlet szolgáltatja. A modell felírásakor a húr lineáris sűrűségéből és a húrra ható hosszirányú feszítőerőből számítható a húrban terjedő rezgések sebessége, illetve a kalapács-húr és húr-lemez kölcsönhatáshoz fontos húrimpedancia. A húrmodell részét képezi a levegővel való súrlódás következtében fellépő viszkózus csillapítás.

Jelen modellezési szinten a rezonátorlemez mint hangesugárzó elem nem kerül modellezésre. A lemezmodell a rezonátorlemez azon tulajdonságát vizsgálja, hogy hogyan hat vissza a húrokon kialakult rezgésre: beleértve a húrlezárásban és a húrok közti csatolásban betöltött szerepét. A rezonáns lap és a merevítő bordák modellezésére az inhomogén lemezegyenletet és az inhomogén rúdeqyenletet használjuk. Abban az esetben, ha a húrlezáráson egy dinamikus lezáró elem – jelen esetben egy rezonátorlemez

– található a húrlezárás jól megadható a lemezmodell modális leírásával. Mivel a modális paraméterek számolása analitikus módszerekkel csak nagyon korlátozott esetekben lehetséges, ezért a lemezt numerikusan végeelem módszerrel kezeljük.

A következőkben részletezzük az egyes részmodellek modellezési kérdéseit.

3.2 Kalapácsgerjesztés modellje

A modellezés során a kalapácsot mint pontszerű tömeget tekintjük, mely egy adott sebességgel éri el a húr. A modellezés során elhanyagoljuk a kalapács által végzett rezgéseket, illetve a kalapácsra ható gravitációs erőt.

A filc modellezése esetén több matematikai modellt is alapul vehetünk, melyek a valóságos viselkedésmintát különböző mértékben közelítik meg. A következőkben három lehetséges modellezési lehetőséget tekintünk át. Az első modellben a filcet mint egy egyszerű lineáris tulajdonságokkal rendelkező elemet tekintjük, majd a valóságot jobban közelítő modellekre térünk át, melyek figyelembe veszik a filc nemlineáris és hiszterézises viselkedését.

3.2.1.1 Lineáris modell

A kalapács által a húrra kifejtett erő modellezésekor a legegyszerűbb modell a filcet mint egy egydimenziós lineáris rendszert tekinteni. Ebben az esetben a filcmodell megegyezik a pontszerű kalapács végére erősített ekvivalens K_f állandó merevséggel rendelkező rugó modelljével, melyet az alábbi (3.1) összefüggés jellemez:

$$F_f = K_f \cdot u_f \quad (3.1)$$

Az (3.1) összefüggés alapján – mely megfelel a Hooke törvénynek – a kalapács által a húrra kifejtett pillanatnyi erő (F_f [N]) egyenesen arányos a kalapácsot borító filc statikus merevségével (K_f [N/m]) és a filc pillanatnyi összenyomódásával (u_f [m]).

Az összefüggés nagyon egyszerű, a modellezni kívánt jelenségnek csupán egy durva közelítése. Ennek ellenére a szakirodalomban található az alkalmazására példát például Hall-nál. (Hall, 1986)

3.2.1.2 Egyszerű nemlineáris modell

Legelterjedtebb módon a kalapácsot borító filcet egyszerű nemlineáris összefüggéssel szokták modellezni. A modell alapján a filc által kifejtett erő nem

lineárisan arányos a filc összenyomódásával, hanem az arány mértékét a nemlinearitási tényező (p [-]) írja le.

$$F_f = K_f \cdot u_f^p \quad (3.2)$$

A fent leírt (3.2) összefüggést már nagyon régen alkalmazzák a kalapácsfilc modellezésére, ezt a modellt találjuk például Ghosh 1932-es tanulmányában is. (Bensa, et al., 2005)

A nemlinearitási tényező nem a filc merevségét jellemzi. Sokkal inkább annak a mérőszáma, hogyan változik a filc merevsége az erő függvényében. (Rossing & Russel, 1998) Minél nagyobb a kalapács sebessége a húrral való érintkezéskor, a filc annál merevebb. (Askenfelt & Jansson, 1990)

A nemlinearitási tényező becsült, illetve mért értéke a szakirodalomban relatív széles skálán mozog. A nemlineáris filcmodell használatával végzett mérések során Hall és Askenfelt megállapította, hogy a kalapács által kifejtett erőt 0.55 N és 35 N között változtatva, a nemlinearitási tényező rendre 1.5 és 3.5 között vette fel az értékeit. Az értékek azonban nem mutattak szabályos átmenetet az alsótól a felsőbb oktávok kalapácsai felé. (Askenfelt & Hall, 1988) Hall további kísérletei során úgy találta, hogy a legtöbb valós kalapács viselkedését jól le lehet írni a nemlinearitási tényező 2 és 5 közötti értékeivel (Hall, 1992). Stulov saját véleménye szerint egy koncertzongora esetén a nemlinearitási tényező értékének 2 és 3 között kell lennie ahhoz, hogy a hallgatóság által megkívánt piano-forte-hatás (halk és hangos játék közötti kontraszt) létrejöjjön (Stulov, 1995) .

3.2.1.3 Hiszterézises modellek

Bár a kalapács modellezésére az előbb ismertetett nemlineáris modellt alkalmazzák a legtöbb esetben, a kalapácsfilcek hiszterézises viselkedése már régóta ismert probléma.

A megfigyelések szerint a kalapácsfilc által kifejtett erőt nem írja le megfelelően az egyszerű nemlineáris összefüggés (ld. (3.2) képlet), miszerint az erő csak a pillanatnyi összenyomódás függvénye. A hiszterézises elmélet szerint a kalapács által pillanatnyilag kifejtett erő függ a korábbi időpillanatokban megfigyelhető összenyomódástól.

A jelenség modellezésre több eltérő megoldást találunk a szakirodalomban. (Bensa, et al., 2005; Stulov, 1995; Stulov, 2004; Giordano & Millis, 2004)

Rocchesso és Avanzini például a nemlineáris erőmodellből kiindulva javasolt képletet a hiszterézises viselkedés modellezésére. Az általuk felírt összefüggésben a filc által kifejtett erő a filc összenyomódásának és az összenyomódás sebességének a függvénye:

$$F_f = K_f \cdot u_f^p \left[1 + \mu \frac{du_f}{dt} \right] \quad (3.3)$$

A (3.3) képletben található μ konstans a filc veszteségi állandója, mely pozitív értéket vesz fel. A szerzők megmutatták, hogy a képlet alapján számolt erő lefutása közel esik egy valós kalapács által a húrra kifejtett erőével. Ennek a modellnek az eredményeit alkalmaztuk a lemezmodellel végzett szimuláció során, de a többi modell is implementálásra került.

Az irodalomban megtalálható modellekből látszik, hogy a kalapács-kalapácsfilc modellezése nem egyértelmű feladat. A minél pontosabb modellezés napjainkban is aktuális kérdésnek tekinthető. Érdekes kérdésként merül fel a filcmodellek összehasonlíthatóságának kérdése is, amely azonban túlmutat ezen dolgozat témáján. (Az összehasonlítás kérdésével részletesen foglalkoztunk korábban. (Kulcsár, 2014))

3.3 A zongorahúrok modellje

3.3.1 A húregyenlet

A húr jó közelítéssel tekinthető egy egydimenziós rendszernek, amelyet – csillapítatlan esetben – az alábbi (3.4) egyenlet ír le:

$$F_s(x, t) + T_s \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \mu \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.4)$$

A (3.4) egyenletben F_s a húrra ható gerjesztő erő, T_s a húrban ható hosszirányú feszítőerő, μ a húr hosszegységre eső tömege és u a húr elmozdulása.

A zongorahúr esetén egy véges hosszú, mindkét végén befogott húrról beszélhetünk. A húr valóságot közelítő modellezésénél figyelembe kell venni a húron, illetve a húrlezárásokon fellépő veszteségeket, csillapításokat is.

Ugyanúgy, mint a kalapács modellezése esetén, a húrt is többféleképpen modellezhetjük. A gyakorlatban legelterjedtebb a véges differenciamodell és a digitális waveguide-modell alkalmazása. Egyes esetekben modális szintézist alkalmaznak. Ez

utóbbi megoldás előnye, hogy a frekvenciafüggő veszteségek, lezárásról való eltérő visszaverődési tényezők közvetlenül beépíthetőek a szimulációba.

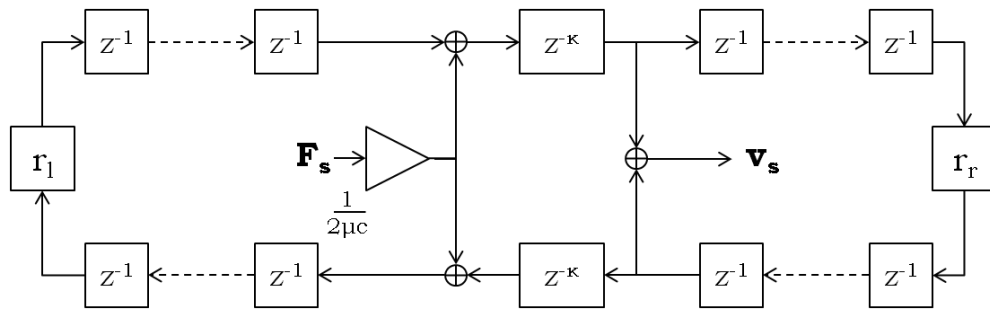
Mivel a szimuláció implementálásához a waveguide-modellt vettük alapul, ezért a következőekben ezt ismertetjük részletesen.

3.3.2 A Waveguide-modell

A húr szimulációjakor nagyon kézenfekvő választás a waveguide-modell, mely a d'Alambert féle megoldásból (3.5) indul ki. A d'Alambert féle megoldás a haladó hullámokat két félhullám összegeként írja le:

$$u(x, t) = u^+(ct - x) + u^-(ct + x) \quad (3.5)$$

ahol u^+ jelöli a pozitív, míg u^- a negatív irányba haladó félhullámot. A waveguide-modell esetén ennek az egyenletnek a diszkretizálását valósítjuk meg. A húrok waveguide alapú modellezéséhez részletes leírást találhatunk Smith-nél. (Smith, 1992) A waveguide-modell általános alakját szemlélteti a 3.2 ábra:



3.2 Az általános waveguide-modell

A szemléltető 3.2 ábrán a húrra egy F_s gerjesztőerő hat, melynek hatására a húron kialakul egy rezgésalak, melyet a húr egy tetszőleges másik pontján megfigyelünk. Az ábrán megjelenő μc a húr hullámimpedanciája (Z_s).

Azaz a waveguide-modellhez sebességgerjesztést adunk hozzá, a waveguide egyes szegmenseiben sebességértékeket kezelünk. A megfigyelt húrsebesség-értéket a két ágon azonos pontban megtalálható – a két félhullámra eső – sebességértéket összegezve kapjuk. A keresett elmozdulás-érték ezen sebesség időbeli integrálásával egyértelműen meghatározható.

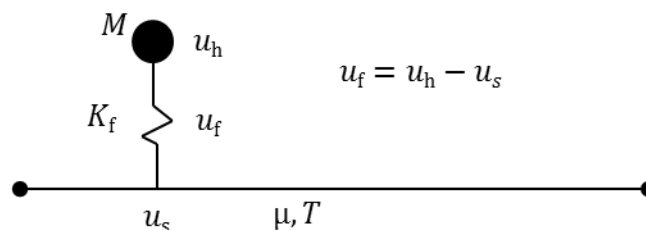
A húrvégeken a húrlezárás hatására reflexió lép fel. A waveguide-modellek az egyszerűség kedvéért a lezárásba koncentrálnak, kezelik a húr rezgésének egy periódus alatt tapasztalható csillapodását is. Ezt a reflexiót, illetve veszteséget reprezentálják az r_l -l,

illetve r_r -rel jelölt általános elemek. Általánosan ezeket az elemeket egy-egy szűrőkészlettel lehet megvalósítani. A mi esetünkben az r_l elem a lemeztől távolabb eső hűrvégződést reprezentálja, míg r_r a húr lemezzel lezárt végződése. Az r_r tényezőben csak a lemez hatását vesszük figyelembe, míg az r_l elembe sűrítünk minden más veszteséget okozó hatást. A jelenlegi modellben az r_l egy konstans, frekvenciafüggetlen veszteségként van definiálva, míg r_r a kiszámított lemezmodell alapján paraméterezett szűrőkészletként van felírva. A szűrőkészlet használata lehetővé teszi, hogy a húrlezárást dinamikus elemként vegyük figyelembe.

A szakirodalomban ismert probléma, hogy ez a modell alap formájában felírva nem alkalmas a kalapács-húr kölcsönhatás modellezésére, mivel az ütési pontban nem megfelelő elmozdulás-értékeket számol. A szimuláció során Bank által javasolt megoldást alkalmaztuk, mely ezt a jelenséget kiküszöböli. (Bank, 2000)

3.3.3 A kalapácsmodellek és a húrmodell összekapcsolása

A két modell ismertetése után szükség van még a kalapács-filc modellből számolt F_f filcerő és a húrmodell inputjaként szolgáló F_s húr által látott gerjesztő erő kapcsolatának felírása.



3.3 A kalapácsmodell és a húrmodell kapcsolata

Valós (analóg) esetben ez a kérdés nagyon egyszerűen megválaszolható, hiszen a kalapács által kifejtett erőnek meg kell egyeznie a húron megjelenő erőgerjesztéssel, azaz minden esetben igaz, hogy:

$$F_s(t) = F_f(t) \quad (3.6)$$

Diszkrét szimuláció esetén a kérdés modellezési okokból lép fel. Ahhoz, hogy a diszkrétizált kalapácsfilc-modellek megbízható értéket adjanak, az időbeli felbontást nagyon finomra kell választani. Viszont az alkalmazott időállandó (dt) felére csökkentése a húr modellezésére használt elemek számának megkétszereződését eredményezi. Megoldásképpen – a szakirodalomban javasolt módon (Bank, 2000) – definiáltunk egy másik időállandót (dt_h) a kalapácsmodell számára, amely értékekre igaz, hogy

$$r = \frac{dt_h}{dt} \quad (3.7)$$

A húr elmozdulás-értékeit a kalapácsmodell kiszámításakor lineárisan interpoláljuk a ténylegesen számított értékek között, azaz

$$u'_s(R_k + i) = \frac{r + 1 - i}{r} u_s(k) + \frac{i - 1}{r} u_s(k + 1) \quad (3.8)$$

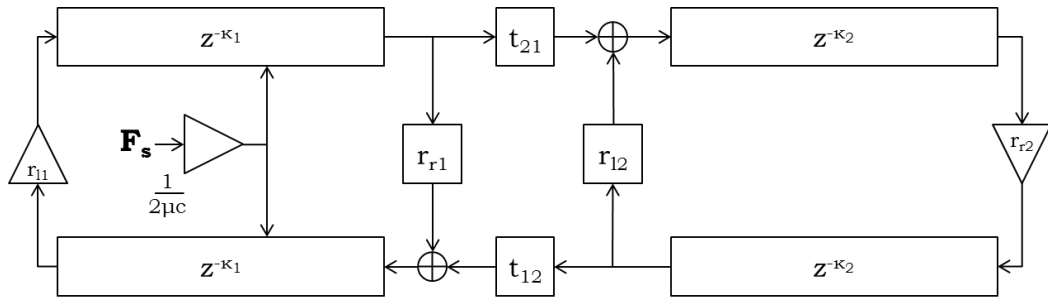
A (3.8) képletben $u'_s(R_k + i)$ az átszámított kalapácsmodell bemenetén megjelenő húrelmozdulás-értékeket jelöli, $i: [1 \dots r]$ és $R_k = (k - 1)r$, ha a k . időpillanatban vagyunk.

A húrmodellben figyelembe vett kalapácsmodell kimenetének meghatározásakor pedig átlagoljuk az „időszeletre” a számított filc-erő értékeket.

$$F_s(k + 1) = \sum_{i=1}^r \frac{F_f(R_k + i)}{r} \quad (3.9)$$

3.3.4 A húrmodell több húr esetén

Abban az esetben, ha a modellben egynél több húrt szeretnénk figyelembe venni, melyek ugyanahhoz a lezáró elemhez – rezonátorlemezhez – csatlakoznak a visszaverődésen túl a húrok egymásrahatását is figyelembe kell venni. Két húr esetén ez a 3.4 ábrán látható módon valósul meg:



3.4 Digitális waveguide-modell két húr esetén

A keresett transzmissziós és reflexiós szűrőket megvalósító összefüggések a következőképpen alakulnak:

$$r_{r1} = -\frac{Z + Z_2 - Z_1}{Z + Z_2 + Z_1} \quad (3.10)$$

$$r_{l2} = -\frac{Z + Z_1 - Z_2}{Z + Z_2 + Z_1} \quad (3.11)$$

$$t_{21} = \frac{2Z_1}{Z + Z_2 + Z_1} \quad (3.12)$$

$$t_{12} = \frac{2Z_2}{Z + Z_2 + Z_1} \quad (3.13)$$

A (3.10)-(3.13) összefüggésekben Z -vel jelöltük a lemez frekvenciafüggő impedanciáját, illetve Z_1 és Z_2 a két húr hullámimpedanciáját jelöli.

Ha a modellben tetszőleges számú húrt szeretnénk figyelembe venni, ezeket az összefüggéseket szükséges általánosítani. Ennek egységes formában történő megvalósítására a szakirodalomban nem találtunk leírást.

3.3.5 A húrmodell általánosítása tetszőleges számú húr esetére

Ahhoz, hogy a szükséges szűrők paramétereit tetszőleges számú húrra fel tudjuk írni, szükséges a lemezen a húr „rögzítési” pontjaiban érvényes bemenő és transzferimpedanciák meghatározása. Az impedanciák számolásakor a lemez modális leírásából indulunk ki. A modális elmélet szerint, adott tulajdonságokkal rendelkező lemez jellemezhető a sajátfrekvenciáival (módusfrekvenciáival), illetve az egyes frekvenciákhoz tartozó, lemezen kialakuló módusalakokkal. A módusalakok és sajátfrekvenciák függnek a lemez anyagi jellemzőitől és a lemezszéleken feltételezett megfogási paramétereiktől.

3.3.5.1 Jelölések

A felírt modellben a Z -vel jelöljük a lemez bemenő és transzferimpedanciáit tartalmazó impedanciamátrixát, és Z_i -vel $i = 1 \dots N$ a hurok hullámimpedanciáját leíró értékeket, ahol N a hurok száma.

A húrokon a „+” jellel jelölt waveguide-ág a lemez felé menő ág, míg a „-”jellel jelölt a lemeztől távolodó ág. A szűrők bemeneteként tekinthető sebességeket így v_i^+ , míg a távolodó waveguide-ágak bemeneti sebességeit v_i^- jelöli.

A lemezhez közelebb eső húrvégén a reflexió tényező értékét r_i jelöli, míg az i . és a j . húr között a transzmissziós tényező értékét t_{ji} .

3.3.5.2 A lemez impedanciájának meghatározása

A szakirodalomban – a módusalakok és módusfrekvenciák ismeretében felírt – analitikus képletet a lemez admittanciamátrixára, az impedanciamátrix inverzére találunk. (Boutillon & Ege, 2010):

$$Y_{i,k}(\omega) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{j\omega \Phi_{mn}(x_i) \Phi_{mn}(x_k)}{m_{mn}(\omega_{mn}^2 + \xi_{mn}\omega_{mn}\omega + \omega^2)} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} Y_{mn}^{ik}(\omega) \quad (3.14)$$

A (3.14) képlet alapján a lemez admittanciája a módusalakokok x_i hűrrögzítési pontokban felvett értékeitől $\Phi_{mn}(x_i)$ a sajátfrekvenciáktól (ω_{mn}), valamint a modális tömegtől (m_{mn}) és a csillapítási tényezőtől (ξ_{mn}) függő összegként számolható. (A továbbiakban a jelölésből az 'ik' indexet elhagyjuk.) A gerjesztő frekvencia (ω) ismeretében meghatározható egy határfrekvencia, amely alatt figyelembe vesszük a lemez sajátrezgéseit, módusait. Amennyiben ezt a határfrekvenciát a modellben lehetséges legnagyobb gerjesztő frekvencia másfélszeresére választjuk, akkor az eredmény megfelelőképpen modellezi a valós lemez viselkedését. (Rubin-szabály (Rubin, 1975))

Minden egyes figyelembe vett Y_{mn} érték leírható egy másodfokú IIR szűrő segítségével:

$$Y_{mn}(z) = \frac{b_1 \cdot (1-z^{-2})}{1 + a_2 \cdot z^{-1} + a_3 \cdot z^{-2}} \quad (3.15)$$

A szükséges a_i, b_i paraméterek az admittancia összegképletéből (3.14) az egyes tagokra analitikusan meghatározhatóak. Az $Y(\omega)$ folytonos alakról a diszkrét $Y(z)$ alakra bilineáris transzformáció segítségével térünk át.

A transzformációnak megfelelően alkalmazzuk a $j\omega = s = \frac{2}{dt} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$ helyettesítést, amelyből a (3.16) diszkrétizált alakra jutunk:

$$Y_{mn}(z) = \frac{b'_1 \cdot (1-z^{-2})}{a'_1 + a'_2 \cdot z^{-1} + a'_3 \cdot z^{-2}} \quad (3.16)$$

Ahol

$$b'_1 = -2 \cdot dt \cdot \Phi_{mn}^i \Phi_{mn}^k$$

$$a'_1 = m_{mn}(dt^2 \omega_{mn}^2 + 2 \cdot \xi_{mn} dt \cdot \omega_{mn} + 4)$$

$$a'_2 = m_{mn}(2 \cdot dt^2 \omega_{mn}^2 - 8)$$

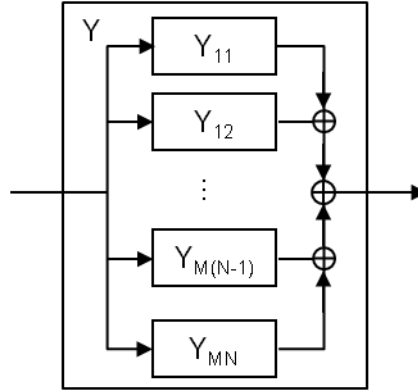
$$a'_3 = m_{mn}(dt^2 \omega_{mn}^2 - 2 \cdot \xi_{mn} dt \cdot \omega_{mn} + 4)$$

és dt a diszkrétizált modell időállandója.

A szűrőket összegezve megkapjuk az adott gerjesztő frekvenciához tartozó admittanciaértéket:

$$Y(z) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} Y_{mn}(z) = \sum_{m,n} Y_{mn}(z) \quad (3.17)$$

Azaz az admittancia számolása megvalósítható az alábbi módon párhuzamosan felírt IIR szűrőkből álló rendszerrel:



3.5 Az alkalmazott szűrőkészlet szemléltetése

(A 3.5 ábrán M és N a maximálisan figyelembe vett módusok számát jelölik.)

A (3.17) összefüggés alapján tehát a lemez impedanciája:

$$Z(z) = (Y(z))^{-1} = \left(\sum_{m,n} Y_{mn}(z) \right)^{-1} \quad (3.18)$$

3.3.5.3 A reflexiót és a transzmissziót leíró összefüggések meghatározása

A reflexió és transzmissziós tényezők meghatározásakor a lemezt leíró alábbi egyenletből (3.19) indulunk ki:

$$f = Z \cdot v \quad (3.19)$$

$$\begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_N \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1N} \\ Z_{21} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ Z_{N1} & \cdots & & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_N \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

Ahol N a húrok számát jelöli, f_i az i . húr által meghatározott erőgerjesztés, Z a lemez fent meghatározott impedanciamatrixa és $v_i = v_i^+ + v_i^-$ az i . húrlezáráson kialakult sebesség.

A lemezen a rögzítési pontban ($x = 0$) a sebességek folytonosságának és az erőegyensúlynak teljesülnie kell. Abban az esetben, ha az i . húr gerjesztjük, és egy tetszőleges j . húr tekintünk, az összefüggések a következőképpen alakulnak:

A húrelmozdulás d'Alambert féle felírása az i . húron:

$$u_i(x, t) = u_i^+(x - c_i t) + u_i^-(x + c_i t) \quad (3.21)$$

A j . húr esetén csak a lemeztől távolodó félhullámot szükséges figyelembe vennünk:

$$u_j(x, t) = u_j^-(x + c_j t) \quad (3.22)$$

Tetszőleges hűrvégződésnél fenn kell állnia a sebességek folytonosságának, azaz:

$$\dot{u}_i(0, t) = v_i(t) = v_i^+ + v_i^- \quad (3.23)$$

$$\dot{u}_j(0, t) = v_j(t) = v_j^- \quad (3.24)$$

Azaz az adott húron $x = 0$ módon definiált hűrvégződési pontban a húrelmozdulás időszerinti deriváltjának meg kell egyeznie a sebességgel.

Hasonlóképpen az erőegyensúlyra is felírható az l . húron:

$$-T_l u_l'(0, t) = \sum_{k=1}^N Z_{lk} \cdot v_k \quad (3.25)$$

A képletben T_l , az l . húrun ható feszítőerőt, míg u_l' a húrelmozdulás hely szerinti első deriváltját jelöli.

Az utóbbi (3.25) egyenletbe (a vizsgált húrokra) a d'Alambert féle megoldást ((3.21)-(3.22)) helyettesítve:

$$-T_l u_l'^+(-c_l t) - T_l u_l'^-(c_l t) = \sum_{k=1}^N Z_{lk} \cdot v_k \quad (3.26)$$

$$-T_l u_l'^-(c_l t) = \sum_{k=1}^N Z_{lk} \cdot v_k \quad (3.27)$$

Kihasználva, hogy az l . húrun adott félhullámra az elmozdulás hely szerinti deriváltja megegyezik az adott irányba haladó félhullám esetén számított aktuális sebesség és a húrun a rezgésterjedés sebességének hányadosával ($u_l'^+ = -\frac{v_l^+}{c_l}$, $u_l'^- = \frac{v_l^-}{c_l}$); és hogy adott húr hullámimpedanciáját a húrun ható feszítő erő és az adott húrun terjedő rezgés sebessége határozza meg ($Z_l = \frac{T_l}{c_l}$), a (3.26)-(3.27) egyenletek az alábbi alakban írhatóak fel:

$$Z_i v_i^+ - Z_i v_i^- = \sum_{k=1}^N Z_{ik} \cdot v_k \quad (3.28)$$

$$-Z_j v_j^- = \sum_{k=1}^N Z_{jk} \cdot v_k \quad (3.29)$$

A (3.28)-(3.29) összefüggésekben v_k helyére a megfelelő (sebességek folytonosságából adódó (3.23)-(3.24)) alakot helyettesítve, és az egyenletet átrendezve:

$$(Z_i - Z_{ii})v_i^+ = (Z_i + Z_{ii})v_i^- + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N Z_{ik} \cdot v_k^- \quad (3.30)$$

$$-Z_{ji}v_i^+ = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N Z_{jk} \cdot v_k^- + (Z_j + Z_{jj})v_j^- \quad (3.31)$$

A (3.30)-(3.31) eredményt mátrixos alakba átírva: (3.32)

$$\begin{bmatrix} Z_1 - Z_{11} & -Z_{12} & \cdots & -Z_{1N} \\ -Z_{21} & Z_2 - Z_{22} & \cdots & -Z_{2N} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ -Z_{N1} & -Z_{N2} & \cdots & Z_N - Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} v_1^+ \\ v_2^+ \\ \vdots \\ v_N^+ \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 + Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1N} \\ Z_{21} & Z_2 + Z_{22} & \cdots & Z_{2N} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ Z_{N1} & Z_{N2} & \cdots & Z_N + Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} v_1^- \\ v_2^- \\ \vdots \\ v_N^- \end{pmatrix}$$

A (3.32) forma már alkalmas arra, hogy meghatározzuk belőle a reflexió és a transzmisszió megvalósításához szükséges összefüggést. A továbbiakban az alábbi jelöléseket használjuk:

$$V_{\text{in}} = \begin{pmatrix} v_1^+ \\ v_2^+ \\ \vdots \\ v_N^+ \end{pmatrix} \quad V_{\text{out}} = \begin{pmatrix} v_1^- \\ v_2^- \\ \vdots \\ v_N^- \end{pmatrix} \quad Z_{\text{string}} = \begin{bmatrix} Z_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & Z_N \end{bmatrix} \quad Z_{\text{board}} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1N} \\ Z_{21} & & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & \ddots \\ Z_{N1} & \cdots & & Z_{NN} \end{bmatrix}$$

$$Y_{\text{board}} = Z_{\text{board}}^{-1}$$

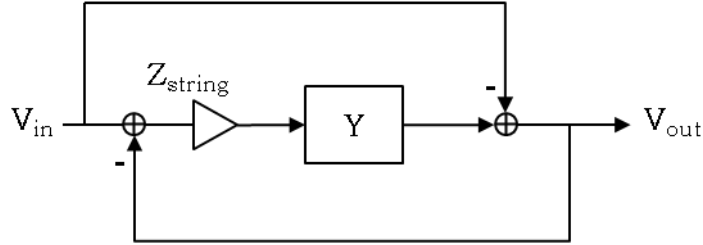
A definiált paraméterekkel az előbbi mátrixos forma (3.32) az alábbi módon írható fel:

$$[Z_{\text{string}} - Z_{\text{board}}] \cdot V_{\text{in}} = [Z_{\text{board}} + Z_{\text{string}}] \cdot V_{\text{out}} \quad (3.33)$$

A (3.33) egyenletet átrendezve a keresett összefüggéshez jutunk:

$$V_{\text{out}} = Y_{\text{board}} \cdot Z_{\text{string}} \cdot (V_{\text{in}} - V_{\text{out}}) - V_{\text{in}} \quad (3.34)$$

Az eredményül kapott (3.34) összefüggés megfelel az alábbi visszacsatolt rendszernek:



3.6 A lemezt megvalósító rendszer kiindulási alakja

Ha a kapott (3.34) megoldást a szimuláció során alkalmazni szeretnénk, stabilitási problémák lépnek fel. A megoldás hibája, hogy a diszkrét idejű szimuláció során az admittanciaszűrő visszacsatolásának hatása mindig csak a következő lépésben érvényesül, azaz nem abban az időpillanatban módosítja a vizsgált jel értékét, melyben valós esetben tenné.

A szűrőkészlet stabilitási problémájának megoldására a szakirodalomban találtunk leírást (Bank & Karjalainen, 2008). Bank és Karjalainen a fent leírt IIR szűrőkből álló szűrőkészlet (3.17) használata helyett az admittanciát ($Y = Y(z)$) egy konstans (Y_i) és egy dinamikus (frekvenciafüggő, $z^{-1}Y_p$) részre bontották fel:

$$Y = Y_{\text{board}} = Y_i + z^{-1}Y_p \quad (3.35)$$

A (3.35) összeg két tagja a következő logika szerint kerül meghatározásra. Mint azt már korábban leírtuk, az egyes Y_{mn} értékek felírhatóak a következő formában:

$$Y_{mn} = \frac{b_1 - b_1 z^{-2}}{1 + a_2 z^{-1} + a_3 z^{-2}} = b_1 + z^{-1} \frac{c_1 + c_2 z^{-1}}{1 + a_2 z^{-1} + a_3 z^{-2}} \quad (3.36)$$

Az egyes paraméterek megegyeznek a korábban ismerttetett szűrőparaméterekkel, illetve azokból a következő módon számolhatóak:

$$c_1 = -b_1 a_2 = b_3 a_2$$

$$c_2 = -b_1 - b_1 a_3 = b_3 + b_3 a_3$$

A (3.17) összegzést alkalmazva a kettébontott alakra, az admittanciára a következő – konstans és dinamikus tényezőre bontott – alakot kapjuk:

$$Y = \sum_{m,n} Y_{mn} = \sum_{m,n} \left(b_1 + z^{-1} \frac{c_1 + c_2 z^{-1}}{1 + a_2 z^{-1} + a_3 z^{-2}} \right) \quad (3.37)$$

Ebből következően:

$$Y_i = \sum_{m,n} b_1 \quad (3.38)$$

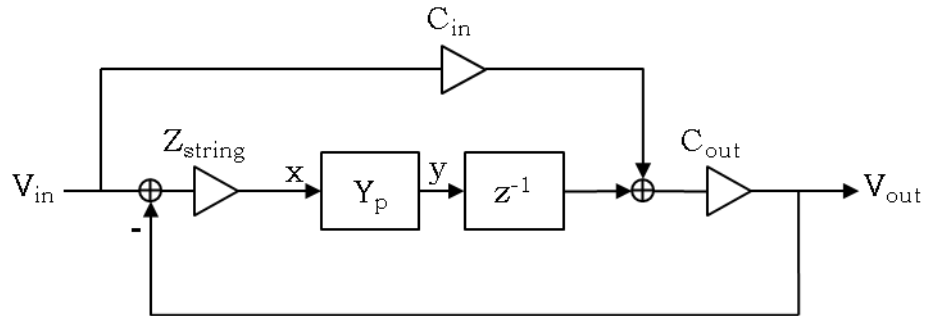
$$z^{-1} Y_p = z^{-1} \sum_{m,n} \frac{c_1 + c_2 z^{-1}}{1 + a_2 z^{-1} + a_3 z^{-2}} \quad (3.39)$$

A kapott eredményt a korábbi (3.34) összefüggésbe helyettesítve:

$$V_{out} = (Y_i + z^{-1} \cdot Y_p) \cdot Z_{string} \cdot (V_{in} - V_{out}) - V_{in} \quad (3.40)$$

A (3.40) összefüggést rendezve az alábbi, diszkrét szimulációban már megvalósítható rendszerhez jutunk:

$$V_{out} = (Y_i \cdot Z_{string} + I)^{-1} [(Y_i \cdot Z_{string} - I) \cdot V_{in} + z^{-1} \cdot Y_p \cdot Z_{string} \cdot (V_{in} - V_{out})] \quad (3.41)$$



3.7 A lemezt megvalósító rendszer implementálható alakja

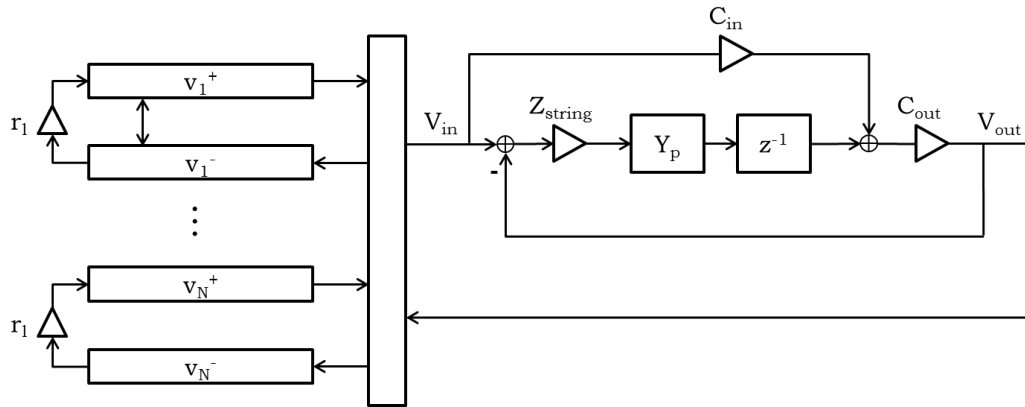
Ahol

$$C_{in} = Y_i \cdot Z_{string} - I$$

$$C_{out} = (Y_i \cdot Z_{string} + I)^{-1}$$

$$V_{out} = C_{out} \cdot [C_{in} \cdot V_{in} + z^{-1} \cdot Y_p \cdot Z_{string} \cdot (V_{in} - V_{out})]$$

Az eredményeket összegezve az N húrra általánosított húrmodell a 3.8 ábrán látható módon épül fel.

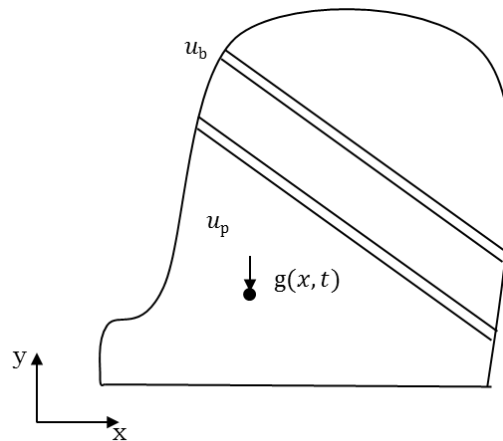


3.8 N húrra általánosított húrmodell

3.4 A rezonátorlemez modellje

A lemez modellezésénél annak fizikai paramétereiből indulunk ki. A szimulációban a lemezt mint lezáró impedanciát és mint csatoló elemet tekintjük. A felírt modell dinamikus, a gerjesztő sebesség és frekvencia függvényében a húrvégen „más-más” lezáró impedancia jelenik meg. Láthattuk, hogy a lemezt a modellben a húrvégen megjelenő reflexióra és a húrok közötti transzmisszióra felírt szűrők valósítják meg, amelyet a lemez fizikai tulajdonságai alapján paraméterezünk.

3.4.1 A lemezt leíró egyenletek



3.9 A rezonátorlemez sematikus modellje

A zongora rezonátorlemezét a lemez és a rajta levő merevítést szolgáló bordázat alkotja. A rezonátorlemez viselkedésének vizsgálatához szükség van a lemez és a rajta levő rúdelemek viselkedésének leírásához is. A gerjesztés hatását figyelembe vevő inhomogén izotróp lemezeqyenletet a (3.42) összefüggés adja meg:

$$g(x, t) = -2\rho(x)h(x)\frac{\partial^2 u_p(x, t)}{\partial t^2} + D(x)\nabla^2\nabla^2\frac{\partial^2 u_p(x, t)}{\partial x^2} \quad (3.42)$$

Ahol ρ a lemez sűrűsége, h a lemez vastagsága u_p a lemez elmozdulása, $g(x, t)$ pedig a keresztirányú erőerjesztés. A D paraméter a lemez hajlító merevsége, mely a (3.43) képlettel számolható a lemez anyagi jellemzőit leíró Young-modulus (E) és Poisson-szám (ν) felhasználásával.

$$D(x) = \frac{2h^3(x)E(x)}{3(1 - \nu^2(x))} \quad (3.43)$$

A merevítő bordákat leíró inhomogén rúdegyenlet a (3.44) alakot ölti.

$$g(x, t) = \rho(x)A(x)\frac{\partial^2 u_b(x, t)}{\partial t^2} + E(x)I(x)\frac{\partial^2 u_b(x, t)}{\partial x^2} \quad (3.44)$$

A (3.44) összefüggésben A a rúd keresztmetszetét, míg I az inerciát jelöli.

A lemez szélein szükséges peremfeltételeket definiálni. Merev befogás esetén, mely a rezonánslap esetén szükségszerű, a lemez szélein mind az elmozdulás, mind a szögelfordulás konstans nulla értéket vesz fel mind a lemez, mind a bordák esetében:

$$u_p = u_b = 0 \quad (3.45) \quad \frac{\partial u_p}{\partial x} = \frac{\partial u_b}{\partial x} = 0 \quad (3.46)$$

Az azonos pozícióban elhelyezkedő komponensekre igaz, hogy

$$\frac{\partial u_p}{\partial x} = \frac{\partial u_b}{\partial x} \quad (3.47) \quad u_p = u_b \quad (3.48)$$

Ezekkel a kényszerekkel felírt egyenletrendszernek csak nagyon kevés esetben van analitikus megoldása. Azért, hogy a lemez pontosabb modellezése lehetséges legyen, a sajátfrekvenciák, illetve módusalakok meghatározására numerikus módszert választottunk.

3.4.2 A végeelem modell

3.4.2.1 A módszer rövid leírása

A végeelem módszer a fenti probléma megoldására keres közelítő megoldást. A keresett elmozdulásfüggvényeket véges n számú, ismert bázisfüggvény, az úgynevezett próbafüggvények ($\varphi_j(x)$) lineáris kombinációjaként keressük:

$$u(x, t) = \sum_{j=1}^n u_j(t) \varphi_j(x) \quad (3.49)$$

Az $u_j(t)$ együtthatók megkereséséhez a Galerkin-féle variációs elvet alkalmazzuk, vagyis a differenciálegyenletek nullára rendezett alakjait súlyozzuk a fent bevezetett bázisfüggvényeinkkel, majd megköveteljük, hogy a súlyozott maradékok teljes térfogatra vett integrálja zérus legyen. A rúdegyenletre részletezve:

$$\int \varphi_i(x) \left(g(x, t) - \rho A(x) \frac{\partial^2 \sum_{j=1}^n u_j(t) \varphi_j(x)}{\partial t^2} - EI(x) \frac{\partial^2 \sum_{j=1}^n u_j(t) \varphi_j(x)}{\partial x^2} \right) dx = 0$$

$$i = 1 \dots n$$

A Galerkin-módszer a differenciálegyenletet algebrai egyenletrendszerre alakítja, melynek általános alakja

$$g_i = \sum_{j=1}^n K_{ij} u_j(t) + \sum_{j=1}^n M_{ij} \frac{\partial^2 u_j(t)}{\partial t^2}, i = 1 \dots n \quad (3.50)$$

ahol M_{ij} a rendszer tömegmátrixa, K_{ij} pedig a merevségmátrix:

$$M_{ij} = \int \rho(x) A(x) \varphi_i(x) \varphi_j(x) dx \quad (3.51)$$

$$K_{ij} = \int E(x) I(x) \varphi_i(x) \frac{\partial^2 \varphi_j(x)}{\partial x^2} dx \quad (3.52)$$

A módusalakok meghatározásához az algebrai alak frekvenciatartománybeli formáját alkalmazzuk:

$$0 = \sum_{j=1}^n K_{ij} \Phi_j(\omega_n) - \omega_n^2 \sum_{j=1}^n M_{ij} \Phi_j(\omega_n), i = 1 \dots n \quad (3.53)$$

ahol a gerjesztő erő azért zérus, mert a módusalakok elvileg gerjesztés nélkül is fennmaradnak a rendszerben. Az általánosított algebrai sajátértékprobléma megoldása szolgáltatja a módusalakok Φ_j együtthatóit, illetve az ω_n sajátfrekvenciákat.

3.4.2.2 Végeelem modell használata a rezonátorlemez modellezésénél

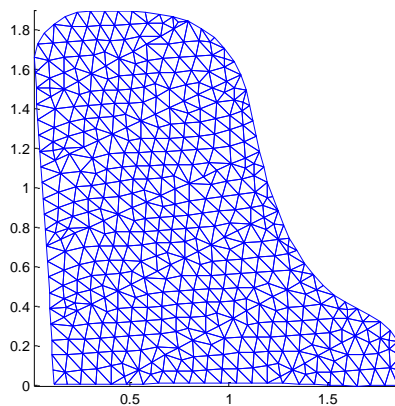
A zongora rezonátorlemezének modellezésére találunk példát a vonatkozó szakirodalomban is.

Végeselem modell leírást találunk például Berthaut és társainál, akik mérési eredményeik alapján készítettek egy koncertzongora rezonátorlemez-formájával megegyező lemezre részletes numerikus modellt. Céljuk egy egyszerűbben kezelhető analitikus összefüggés felírása volt. A bordázatot a lemezen eltérő anyagjellemzők definiálásával vették figyelembe. Munkájukban a lemez minden oldalán szabadon, befogás nélkül került modellezésre, amely miatt a náluk kapott eredmények a zongorahang vizsgálatánál csak korlátozottan használhatóak. (Berthaut, et al., 2003)

Az általunk ismert legrészletesebb leírását a problémának Ege és társai adták, akik egy pianínó, négyzetes rezonátorlemezére készítettek el numerikus modelljüket. A felírt modell alapjául szolgáló geometriát egy konkrét hangszerről vették. Modelljükben kizárólag háromszög alakú lemezelemeket használtak. Vizsgálatuk során az anyagi jellemzők megváltozásának hatását vizsgálták a módusokra. (Ege, et al., 2013)

3.4.2.3 A végeselem modell implementálásának kérdései

Jelen munka során a numerikus modell választásának oka az volt, hogy tetszőleges alakú és anyagi tulajdonságokkal rendelkező lemezt tudjunk egységesített formában modellezni, hogy az egyes fizikai paraméterek megváltozásának hatását kényelmesen tudjuk vizsgálni. Ennek érdekében az implementáláskor a lemez kontúrjából, a határoló élekből indultunk ki.



3.10 A felbontott lemezmodell

A lemezt háromszög alakú lapaelemekre bontottuk, melynek minden csúcspontja hat szabadsági fokkal – a három tengely mentén való elmozdulással és a tengelyek körüli elfordulással – jellemezhető. A bordákat tizenkét-szabadságfokú rúdelemekre bontottuk. A rúdelemet meghatározza a két végpontja, a végpontokban felírt hat-hat szabadsági

fokkal. A numerikus háló kialakításánál fontos szempont volt, hogy a lemez háromszög-hálója jól illeszkedjen a lemezen ferdén elhelyezkedő merevítőkre. A numerikus modell kialakítása során erre MATLAB-alapú automatizált hálózó algoritmust fejlesztettünk: A lemezt a bordák mentén részekre osztottuk. A hálózást ezen részekre külön-külön végeztük el, ügyelve arra, hogy az lemezzrészek érintkező peremén elhelyezkedő csomópontok a szomszédos lapdarabokon ugyanoda kerüljenek. Az így megkapott lemezzrészeket összeillesztettük. Az egyes lemezzrészek határoló csomópontjaira illesztettük a bordákat felépítő rúdelemeket.

A lemez ilyen módon felírt modellje már alkalmas arra, hogy meghatározzuk a tetszőleges alakú lemez sajátfrekvenciáit, és a kívánt pontokban – hűrvégződés definíált helyei – a módusalakok elmozdulásértékeit. Ahhoz, hogy ne kelljen a lemez felbontását egy adott határon túl finomítani, a háromszögelemen belül definíált hűrvégzések esetén a módusalakokat az adott háromszögelem csúcsain kiszámított értékekre alkalmazott lineáris interpoláció segítségével határoztuk meg. Az ily módon kapott adatok képezik a lemez pontjaiban dinamikusan meghatározott impedancia-értékek meghatározásának alapját.

4 Az implementált modellből számított eredmények

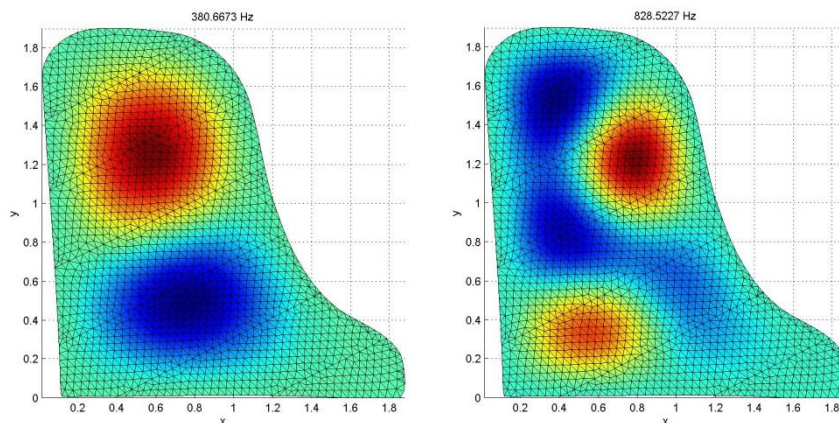
A modelleket MATLAB környezetben implementáltuk. A környezet kényelmes megoldásokat nyújt a mátrixok és vektorok kezelésére. A lemez modelljének létrehozására MATLAB-alapú hálózó algoritmust készítettünk, tárolására a NiHu toolbox struktúráját használtuk. A sajátérték probléma megoldásához szükséges tömeg- és merevségmátrixokat az opensource OpenFEM toolbox segítségével határoztuk meg. Szintén az utóbbi toolbox segítségével oldottuk meg a lemezre a sajátérték problémát, melynek kimenete szolgáltatja az alapot az impedanciára felírt szűrőkészlet paramétereinek beállítására.

4.1 A szimuláció paraméterei

4.1.1 A szimuláció során alkalmazott alapbeállítások

A szimuláció során az időbeli felbontást 10^{-5} s nagyságrendre választottuk. A kalapácsmodellt 10^{-7} s pontossággal értékeltük ki, mely esetben a modellből számított eredmények már megbízhatónak tekinthetők. Az alap szimulációs esetben beállított húr hossza 79.9 cm. Hangmagassága megközelítőleg megfelel a zongora kis A hangjának (220.2643 Hz).

A lemezmodell megvalósításakor az első 400 módust számoltuk ki, ami azt jelenti, hogy körül-belül 5000 Hz alatt a lemez minden sajátfrekvenciáját figyelembe vettük. Így szűrőkészletenként 400 darab, az egyes sajátfrekvenciákhoz tartozó IIR szűrőt paraméterezünk.



4.1 A rezonánslap néhány módusa

4.1.2 A szimuláció során vizsgált paraméterek

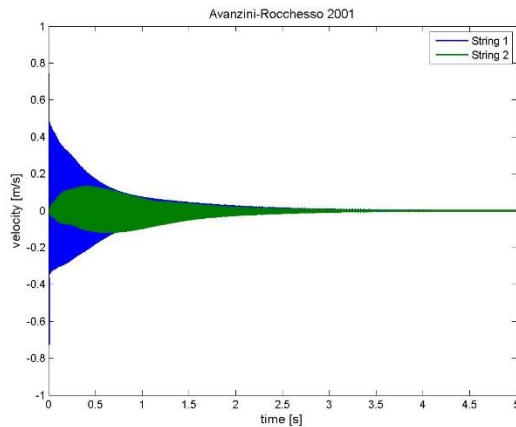
Conklin szerint a kialakult modális frekvenciákat több faktor határozza meg, melyek közül elsődleges faktoroknak tekintendők a rezonánslap mérete, alakja, vastagsága, a faanyag száliránya, illetve a bordázat anyaga, dimenziói, elhelyezkedése. (Conklin, 1990)

Ezek közül a befolyásoló tényezők közül rövid szimulációkban megvizsgáltuk a méret változásának hatását négyzetes rezonánslap esetére; a rezonánslap alaki módosításának hatását a négyzetes formáról áttérve egy koncertzongora rezonánsát jobban közelítő formára. A rezonánslap teljes kiterjedésén egyenletes vastagságot feltételezve a vastagság megváltoztatásának hatását is vizsgáltuk, a referenciaértékként használt 1 cm-es lemezvastagságot felére, illetve kétszeresére változtatva. Jelen megvalósítási szinten nem foglalkoztunk az előállításhoz használt faanyag szálirányának kérdésével, mivel jelen modellezési szinten a rezonánslap izotróp anyagként került definiálásra.

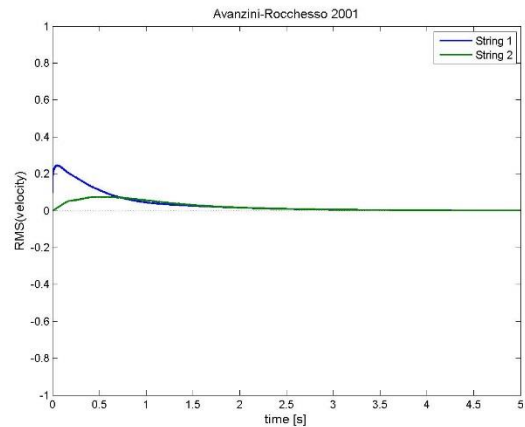
Ahhoz, hogy a bordázat hatását vizsgálni tudjuk, a kezdetben bordázattal nem rendelkező, koncertzongora rezonánslapját közelítő, egyenletesen 1 cm vastag lemezre ráhelyeztük bordázatot. Alapesetben ez a bordázat 1 cm-re emelkedik ki a rezonánslapból. Az így definiált bordázaton vizsgáltuk a bordák sűrűségének a hatását. Megvizsgáltuk, hogyan hat a módusokra a bordák magasságának megváltozása, illetve a párhuzamos bordák futási irányának megváltozása.

4.2 Az eredmények értékelésének módja

Az egyes modellrészeket implementálva a szimulációból megkaphatjuk a húr(ok)on kialakult rezgések sebességének időfüggését. A sebességértékekből könnyen meghatározható a húrokon kialakult rezgésalak. Az adatok könnyebb értelmezését segítendő a szimulációs eredményekből meghatároztuk a futó RMS görbéket is 30 ms széles ablakot választva. A kapott eredményekre láthatunk példát a 4.2 ábrán. Az ábra egy koncertzongora rezonátorlemezével megegyező alakú 1 cm vastagságú bordázat nélküli lemez szimulációjakor készült.



a)



b)

4.2 A húron kialakult sebességfüggvény (a) és a belőle számított futó RMS görbe (b) bordázat nélküli lemez esetén

Az ábrákon megfigyelhető, ahogy az elsőn (kék) húrt megütve a rezgésalak fokozatosan áterjed a második, nem megütött (zöld) húrra. A jel energiájának változása jól megfigyelhető a sebességértékekből számított futó RMS görbéken is.

A szimulációs eredmények rendszerezéséhez az alábbi analízis módszert választottuk:

- A húr rezgésebbesség-idő függvényeit szétbontottuk a bennük megjelenő harmonikus komponensekre. Meghatároztuk az időfüggvények spektrogramját 4.8 Hz frekvencia- és 0.1 s időfelbontással. A spektrogramból kiválasztottuk azokat a komponenseket, amelyek legközelebb esnek a húr alapfrekvenciájának egész számú többszöröseihez.
- Minden egyes rendszámhoz felvettük a kialakuló időfüggvény futó RMS görbét, majd ennek első egy másodperces szakaszára exponenciálisan lecsengő függvényt illesztettünk. Az illesztett függvény szintjével és időállandójával jellemezhetjük az egyes módusok részesedési arányát és lecsengési idejét. A szintet dB-ben jellemeztük, aminek abszolút értéke érdektelen, viszont mivel minden feldolgozási lépést (különböző húrok, lemezek) ugyanazokkal a beállításokkal végeztünk, a dB-ben kifejezett értékek egymáshoz viszonyítása indokolt.

Az így kapott eredmény egy olyan kvantitatívan értékelhető mennyiség, amely zenei szempontból is fontos, hiszen jellemzi a kialakuló hang színezetét és annak időbeli változását.

4.3 Az eredmények ismertetése

Az eredményeket vizsgálva megállapíthatjuk, hogy a kialakult rezgésalakban jól megfigyelhető a húr ütési pontjának a hatása. A húrt a negyedénél ütöttük meg, így a húron kialakult rezgés negyedik módusához tartozó rezgésalak teljesítményszintjének maximuma a -80 dB-t sem éri el az egységnyi referenciaszinthez viszonyítva. Az ötödik módustól fölfele az egyes komponensek teljesítményszintje -50 dB alatt marad. Az egyes paraméterek hatásának érzékeltetéséhez táblázatos formában ismertetjük az első három húrmódushoz tartozó, a komponensre számított maximális energiaszintet (P_{\max}) és a jelszint 60 dB csillapodásához tartozó időállandót (t_{60}). A húr első módusa megközelítőleg 220 Hz magasságban szólal meg. (A spektrogramból számított érték 219.7 Hz.) Az egyes felharmonikusok frekvenciái az első módus (alaphang) egészszámú többszöröseiként meghatározhatóak.

A lemezhez tartozó első módus a következőekben ismertetett változások hatására megközelítőleg 18 Hz és 75 Hz között változik, amely beleesik a szakirodalomban olvasható nagyságrendi tartományba (Berthaut, et al., 2003).

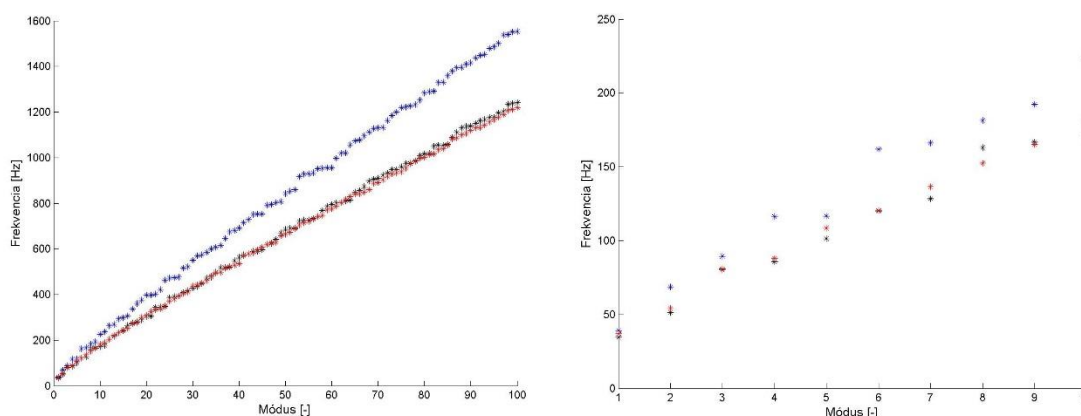
4.3.1 Az alakváltozás hatása a lemez sajátfrekvenciáira

Abban az esetben, ha egy 1.2×1.5 m oldalhosszú és 1 cm lapvastagságú, homogén négyzetes lemezből indulunk ki, a lemez a megközelítőleg 220 Hz-es alapfrekvenciával rendelkező húr alapharmonikusát és első két felhangját emeli ki. A többi felhang csaknem teljes mértékben elhanyagolható, mivel vagy a jelben maximálisan jelenlévő energiaszintje nagyon alacsony, vagy olyan mértékben csillapodik a felhang amplitúdója, hogy nagyon rövid idő után nem szerepel döntő módon a rezgésalak kialakításában. Ha ennek a lemeznek a hosszabbik oldalát 0.4 méterrel meghosszabbítjuk a lemez számított első módusa 39 Hz-ről, 34.5 Hz-re csökken, és az összes többi módusához tartozó frekvencia-érték is eltolódik. Ennek következtében a húron kialakult rezgésben csökken az első, oktávhoz (kb. 440 Hz) tartozó felhang aránya.

	Négyzetes lemez (1.2x1.5)			Négyzetes lemez (1.2x1.9)			Zongoralemez bordázat nélkül		
módus	1	2	3	1	2	3	1	2	3
P_{\max} [dB]	-23.4	-24.2	-39.8	-24.1	-25.2	-40.5	-24.1	-26.8	-42.4
t_{60} [s]	2.7	1.9	2.7	2.1	1.6	2.0	1.7	0.7	0.7

4.1 A húr első három módusához tartozó jellemzők a lemez néhány alakú módosítása esetén

Ha a négyzetes lemezről egy koncertzongora rezonánslapjának megfelelő alakú lemezre térünk át, mely arányaiban jól hasonlítható a második négyzetes lemezhez, akkor az első módusfrekvenciája ennek a lemeznek a két négyzetes lemez hasonló értékei közé kerül (36.7 Hz). Ebben az esetben azonban a 220 Hz-es húr spektrumából csaknem eltűnnek a felharmonikusokhoz tartozó értékek. Például az első kettő kevesebb, mint 1 s alatt veszít az energiájukból 60 dB.

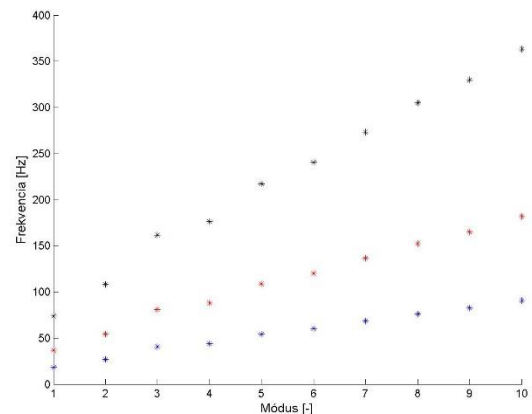
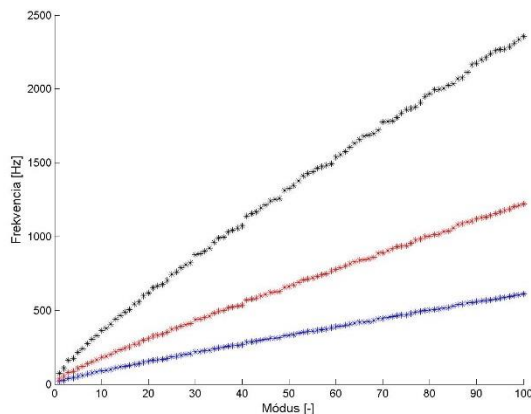


4.3 A lemez első 100 sajátfrekvenciája az 1.2x1.5 m (kék), a 1.2x1.9 m (fekete) négyzetes lemez, ill. a zongora lemez (piros) esetén

4.3.2 A lemezvastagság változásának hatása

A lemezvastagság hatását a koncertzongora rezonátorlemezével megegyező alakú lemezen vizsgáltuk. A lemez vastagságát kezdetben 1 cm-re választottuk, majd ezt a kezdeti értéket csökkentettük és növeltük a többi változó konstans értéken tartva. A kiinduló paraméterezés mellett a lemez első módusa 36.8 Hz-re esett.

A szimulációk során azt tapasztaltuk, hogy a lemezvastagság és a kialakult sajátfrekvenciák között szoros összefüggés figyelhető meg. Ha a lemez vastagságát felére csökkentjük – a szimulációban alkalmazott beállítások mellett – az első módusfrekvencia pontosan megfelelődik (18.4 Hz). Amikor a lemezvastagságot kétszeresére módosítjuk a vizsgált sajátfrekvencia a kétszeresére emelkedik (73.6 Hz).



4.4 A lemez első 100, ill. 10 sajátfrekvenciája 0.5 cm (kék), 2 cm (fekete) ill. 1 cm (piros) vastag lemez esetén

A 0.5 cm vastag lemez esetében a 220 Hz-es húrt vizsgálva a kialakult rezgésalak erőteljesen csillapodik. A jel alapharmonikusa is kevesebb, mint 1 s alatt csaknem teljesen lecsillapodik. A jelben az első felharmonikus aránya relatívan megnő.

A lemez vastagságát 2 cm-re választva a megközelítőleg 440 Hz-hez tartozó komponens válik dominánssá a jelben. A lemez viselkedése jól látható módon megváltozik a vizsgált gerjesztő-frekvenciára.

módus	Rezonátorlemez 0.5 cm vastag			Rezonátorlemez 1 cm vastag			Rezonátorlemez 2 cm vastag		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
P_{\max} [dB]	-32.6	-28.8	-47.2	-24.1	-25.2	-40.5	-27.4	-23.9	-41.5
t_{60} [s]	0.8	0.8	0.3	2.1	1.6	2.0	1.3	2.3	1.2

4.2 A húr módusainak jellemző értékei a lemezvastagság megváltozása esetén

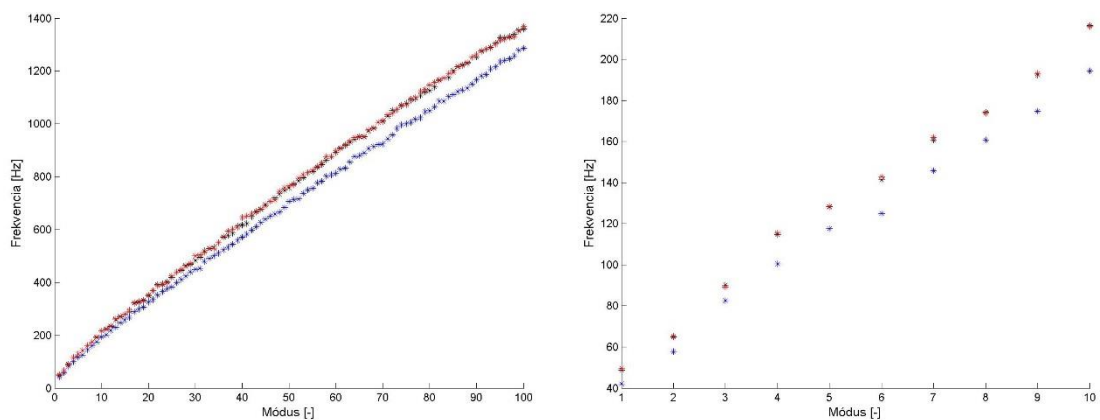
4.3.3 A bordázat hatása a lemezre

Amikor bordákat helyezünk a lemezre, akkor ezek a bordák a lemez merevítésére szolgálnak a lemez tömegének és vastagságának jelentős megnövekedése nélkül. Ennek következtében azt várjuk, hogy a bordázat hatására a lemez sajátfrekvenciái felfelé tolnak. Ez a jelenség meg is figyelhető különböző szimulációs esetek futtatásakor. Minél sűrűbb bordázatot helyezünk a lemezre, annál inkább megemelkednek a lemez sajátfrekvenciái, aminek következtében – a gerjesztő húr frekvenciájától függően – megváltoztatja a kialakult rezgésalakban a felhangok arányát.

A lemez sajátfrekvenciáira hasonló módon hat a bordák magasságának megváltozása is. Általánosságban megállapítható, hogy minél magasabb a bordázat, annál

inkább érvényesül a bordázat hatása, azaz az módusfrekvenciák annál inkább megemelkednek. Ez a viselkedés megfelel az elvárt viselkedésnek.

Harmadik paraméterként vizsgáltuk a bordázat lefutásának hatását. Ekkor azt vizsgáltuk, hogy a bordák modellben definiált x-tengellyel bezárt szögét módosítva, milyen változást tapasztalhatunk a kialakult rezgésalakban. A kapott eredmények alapján megállapíthatjuk, hogy ennek a paraméternek a jelentősége koránt sem akkora, mint a korábban vizsgáltakénak. (Ez azzal is magyarázható, hogy nem modelleztük a faanyag ortotróp jellegét.) Általánosságban azt tapasztaltuk, hogy minél kisebb ez a szög, a bordák frekvencianövelő hatása annál inkább érvényesül.



4.5 A lemez első 100, ill. 10 sajátfrekvenciája fele bordázatmagasság (kék), meredekebb (fekete) lefutással az eredeti (piros) bordázattal ellátott lemezhez képest

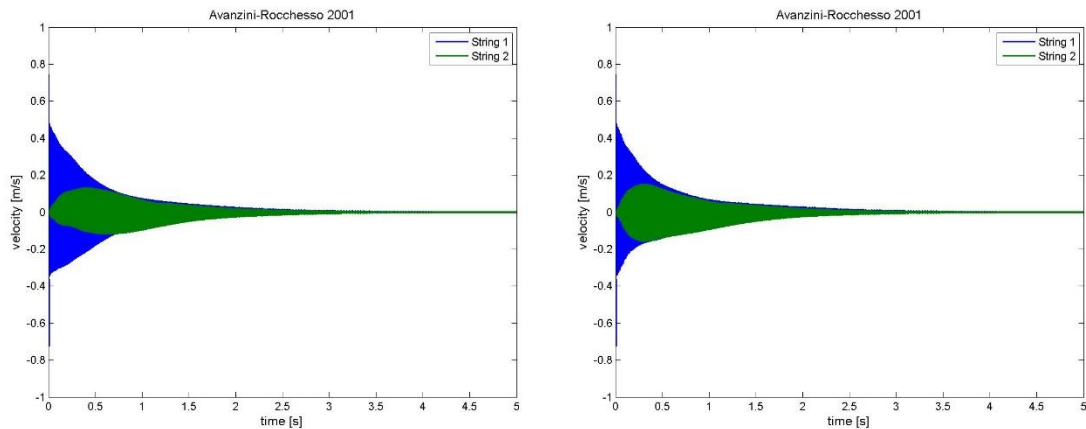
módus	Bordázat 20 cm sűrűséggel (alapeset)			Bordázat fele magassággal			Bordázat meredekebb lefutással		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
P_{\max} [dB]	-24.9	-24.5	-41.6	-29.5	-26.4	-41.1	-22.3	-29.5	-42.1
t_{60} [s]	1.8	1.9	0.9	1.0	0.5	1.3	2.7	2.0	2.1

4.3 A lemez módusainak jellemző értékei néhány bordázatra vonatkozó paraméter függvényében

4.4 Az eredmények értékelése

A kapott szimulációs eredmények alapján megállapíthatjuk, hogy a numerikus modellezés használatával árnyaltabb képet nyertünk a lemez viselkedéséről, mint a korábban alkalmazott analitikus modell használatakor. A modell alkalmas tetszőleges alakú homogén, egyenletesen vastag, izotróp lemez vizsgálatára ráhelyezett merevítő bordázattal együtt. Azonos kalapács- és húrmodell használatakor a lemezmodell megváltoztatásának a hatása a kialakult hangra jól megfigyelhető a rezgésalakon, amint

ez például a 4.6 ábrán is megfigyelhető. A felharmonikusok arányának változása jól hallható a keletkezett hangban is.¹



4.6 A kialakult sebesség időfüggése a bordázat nélküli és a bordázattal ellátott lemezen

A kezelt modell azonban még így is számos egyszerűsítést tartalmaz. A további kutatás során a lemezmodellt tovább kell finomítani, tökéletesíteni. Az anyagi jellemzők és a geometriai pontosabb definiálása elengedhetetlen a rezonátorlemez zongorahangra gyakorolt hatásának vizsgálatokor.

4.5 Továbblépési lehetőségek

Bár a korábbi állapothoz képest a modell sokat finomodott, még mindig számos kérdés maradt, melyekkel a további munka során foglalkozni kell. A zongora rezonánslapjára koncentrálnva ezek közül az alábbiakat emelném ki:

A jelen megvalósításban a lemez felvehet tetszőleges alakot, de továbbra is homogén, egyenletesen vastag, izotróp lemezt tekintünk. Így hosszabb távon, a pontosabb számított eredményekhez szükséges a szakirodalomban megtalálható adatok alapján ortotróp anyagtulajdonságokkal rendelkező lemez felírása. A nem-egyenletes lemezvastagság a jelenlegi implementáció apró módosításával figyelembe vehető, de jelen megvalósításban ezzel a kérdéssel nem foglalkoztunk. A homogenitás kérdésének helyes kezelése további átgondolást, szakirodalomban való mélyebb elmélyülést igényel.

¹ Hangminták megtalálhatóak: last.hit.bme.hu/download/kulcsardoratk/

A jelenlegi modellben a bordázat hosszirányban konstans fizikai tulajdonságokkal rendelkező bordákból áll. Érdeemes lenne megvizsgálni a lemezszélek felé elvékonyodó bordázat hatását a kialakuló hangokra. Szintén érdeemes lenne foglalkozni a bordák lemezen való – hangkeltés szempontjából – ideális elhelyezkedésének kérdésével is.

5 Összefoglalás

Dolgozatomban áttekintettem a kalapács-húr kölcsönhatásban szereplő elemek kölcsönhatásban játszott szerepét. Igyekeztem röviden ismertetni azok fejlődését és napjainkban jellemző tulajdonságaikat. Vizsgáltam a rezonátorlemez szerepét és a felírt numerikus modellt behelyeztem a szimulációba mint lezáró impedanciát és mint csatoló elemet.

Ismertettem a szimuláció során alkalmazott modellek elméleti hátterét, majd röviden foglalkoztam egy-kettő, a gyakorlati megvalósítás során felmerült kérdéssel is. Értékeltem a megvalósítás után kapott szimulációs eredményeket, a modellezési pontosság keretein belül.

A dolgozat végén felvettem egy pár területet, melyekben alaposabban elmélyedve a munkát tovább szükséges folytatni.

Irodalomjegyzék

Askenfelt, A. & Hall, D. E., 1988. Piano string excitation V: Spectra for real hammers and strings. *Journal of the Acoustical Society of America*, 83(4), pp. 1627-1638.

Askenfelt, A. & Jansson, E., 1990. *From touch to string vibration*. [Online] Available at: http://www.speech.kth.se/music/5_lectures/askenflt/stricont.html [Hozzáférés dátuma: 23. 10. 2013.].

Bank, B., 2000. *Physics-Based Sound Synthesis of the Piano*. hely nélkül: ismeretlen szerző

Bank, B. & Karjalainen, M., 2008. *Passive admittance synthesis for sound synthesis applications*, hely nélkül: ismeretlen szerző

Bensa, J., Gipouloux, O. & Kronland-Martinet, R., 2005. Parameter fitting for piano sound synthesis by physical modeling. *Journal of the Acoustical Society of America*, 118(1), pp. 495-504.

Berthaut, J., Ichchou, M. & Jézéquel, L., 2003. Piano soundboard: structural behavior, numerical and experimental study in the modal range. *Applied Acoustics*, 64. kötet, pp. 1113-1136..

Boutillon, X. & Ege, K., 2010. *Synthetic description of the piano soundboard mechanical mobility*. Sydney and Katoomba : Australia, 20th International Symposium on Music Acoustics, ISMA 2010.

Conklin, H. A., 1990. *Piano design factors*. [Online] Available at: http://www.speech.kth.se/music/5_lectures/conklin/thehammers.html [Hozzáférés dátuma: 23. 10. 2013.].

Ege, K., Boutillon, X. & Rébillat, M., 2013. Vibroacoustics of the piano soundboard: (Non)linearity and modal properties in the low- and mid-frequency ranges. *Journal of Sound and Vibration*, 332. kötet, pp. 1288-1305.

Fletcher, N. H. & Rossing, T. D., 1998. *The Physics of Musical Instruments*. 2. szerk. New York: Springer-Verlag.

Gát, J., 1964. *A zongora története*. Budapest: Zeneműkiadó Vállalat.

Giordano, N. & Millis, J. P., 2004. *Using Physical Modeling to Learn About the Piano: New Insights into the Hammer-String Force*. Kyoto, In Proceedings of ICA 2004, pp. 2113-2116.

Hall, D. E., 1986. Piano string excitation in case of small hammer mass. *Journal of the Acoustical Society of America*, 79(1), pp. 141-147.

Hall, D. E., 1992. Piano string excitation. VI: Nonlinear modeling. *Journal of the Acoustical Society of America*, 92(1), pp. 95-105.

Howard, C. Q., 2007. Modal Mass of Clamped Beams and Clamped Plates. *Journal of Sound and Vibration*, 301. kötet, pp. 410-414.

Kulcsár, D., 2014. *Csatolt zongorahúrok fizikai modellezése*, Budapest

Rossing, T. & Russel, D., 1998. Testing the Nonlinearity of Piano Hammers Using Residual Shock Spectra. *ACUSTICA acta acustica*, 84. kötet, pp. 967-975.

Rubin, S., 1975. Improved Component-Mode Representation for Structural Dynamic Analysis. *AIAA Journal*, Vol. 13(No. 8), pp. 995-1006.

Smith, J. O., 1992. Physical Modelling using Digital Waveguides. *Computer Music Journal*, 16(4), pp. 74-91.

Steinway&Sons, 1937. *Soundboard For Pianos*. USA, Szabadalom száma: 2070391.

Stulov, A., 1995. Hysteretic model of the grand piano hammer felt. *Journal of the Acoustical Society of America*, 97(4), pp. 2577-2585.

Stulov, A., 2004. Dynamic behavior and mechanical features of wool felt. *Acta Mechanica*, 169(1-4), pp. 13-21.

Williams, J.-P., 2003. *A zongora*. Budapest: Vince Kiadó.