



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Villamosmérnöki és Informatikai Kar
Méréstechnika és Információs Rendszerek Tanszék

Fizikai alapú fuvolahangszintézis

TDK dolgozat

Készítette:

Erdélyi Janka

Konzulens:

dr. Bank Balázs

2022

Tartalomjegyzék

Kivonat	i
Abstract	ii
1. Bevezetés	1
2. A Välimäki-féle részben fizikai modell	4
2.1. Hullámvezető modell	4
2.2. Veszteségek modellezése	5
2.3. Törtrészkésleltetés	5
2.4. Hullámvezető lezárása szűrőkkel	6
2.5. Gerjesztőjel felépítése	7
3. A részben fizikai modell megvalósítása MATLAB környezetben	9
3.1. Hullámvezető implementálása	9
3.2. Szűrők megvalósítása	10
3.3. Gerjesztés megvalósítása	12
3.4. Gerjesztés eltolása a cső mentén	14
3.5. Aszimmetrikus gerjesztés alkalmazása	17
4. A Verge-féle fizikai modell	21
4.1. A modell alapja	21
4.2. Áttérés egydimenziós modellre	21
4.3. Légsugár oszcillációjának modellezése	23
4.4. Rezonátorcső modellezése	25
4.5. Örvényleválás a peremnél	26
4.6. Turbulencia okozta zaj	27
4.7. Kimenet számítása	29
5. Fizikai modell megvalósítása MATLAB környezetben	30
5.1. A szűrők megvalósítása	30
5.2. A gerjesztés megvalósítása	33
6. Billentyűk modellezése	38

7. Billentyűk megvalósítása a Välimäki-féle modellen	43
7.1. Billentyűk statikus állapotban	43
7.2. Billentyűk váltásának modellezése	46
8. Billentyűk megvalósítása a Verge-féle modellen	50
8.1. Billentyűk statikus állapotban	50
8.2. Billentyűk váltásának modellezése	52
9. Modellek összehasonlítása	56
9.1. Időtartománybeli kimeneti jel	56
9.2. Kimeneti amplitúdóspektrum	57
9.3. Fuvola hangzása	58
9.4. Számításigény	59
9.5. Robusztusság	59
10.Összefoglalás	60
Irodalomjegyzék	63

Kivonat

A hangszintézis valós idejű hanggenerálásra és hangszerek modellezésére alkalmazott eszköz. Segítséget nyújt klasszikus hangszerek szintetizátorokon és más digitális eszközökön történő megszólaltatásához. A fizikai alapú hangszintézis egyre elterjedtebb, mivel a szimulált hangszerrel változatosabb hangot lehet létrehozni, mint előre felvett hangrészletek visszajátszásával.

Munkám során két fuvolamodellt valósítottam meg, melyek eltérő módon szimulálják a hangszer működését. Célom a valóság-hű fuvolahang elérése volt, különböző modellezési technikák összehasonlításával. Ahhoz, hogy a hangszintézis során generált jel minél jobban hasonlítson a valós fuvolahangra, különös figyelmet fordítottam a gerjesztés és a hangszer billentyűinek megfelelő modellezésére, mivel ezek nagyban befolyásolják a kialakuló hangszínt.

Az első, Välimäki-féle modell egy részben fizikai modell, amely a fuvolacső és az abban terjedő légnymáshullámok modellezését fizikai megfontolások alapján valósítja meg. Ugyanakkor a gerjesztés, azaz a fuvolista által irányított légsugár és a fuvola közti kölcsönhatás háttérét nem vizsgálja, azt mérési eredmények alapján függvényekkel közelíti. A gerjesztés modelljét továbbfejlesztettem, a gerjesztési pontot eltoltam a cső mentén a valós gerjesztési pontba, ezáltal erősítve a modell fizikai alapját és javítva a kialakuló hangon.

A második, Verge-féle modell egy teljes mértékben fizikai modell, amely a fuvolacső modelljét az első modellhez hasonlóan hozza létre, és a gerjesztés fizikai háttérére is kitér. Figyelembe veszi a befúvónyílás pereménél létrejövő örvényleválás és turbulencia jelenségeket.

A két alapmodellen a hangmagasság beállítása a fuvolacső hosszának módosításával, ezáltal a kialakuló alapharmonikus frekvencia hullámhosszának változtatásával érhető el. Munkám során a Verge-féle modellt kiegészítettem billentyűkkel, így továbbfejlesztve a modell hangképzési módját. Mivel a fuvolán nem csak az első nyitott billentyű befolyásolja a hangot, az így kapott modellek pontosabban írják le annak működését.

Dolgozatomban bemutattam és összehasonlítottam a Matlab környezetben elkészített modelleket. Vizsgáltam a modellek összetettsége és valóság-hű hangzása közötti kapcsolatot.

Abstract

Sound synthesis is a technique used for real time sound generation and the modelling of musical instruments. It helps play classic musical instruments on synthesizers and other digital devices. Physical sound synthesis is gaining popularity, as a simulated musical instrument can produce more versatile sounds than those available by replaying pre-recorded sound segments.

In my work, I have implemented two flute models that simulate the operation of the musical instrument in two different manners. My goal was to produce a realistic flute sound through the comparison of different modelling techniques. To make the signal generated by sound synthesis resemble the sound of a real flute as much as possible, I have paid special attention to the proper modelling of excitation and the flute keys, as they significantly influence the resulting tone.

The first, the so-called Välimäki model is a semi-physical model, which models the flute tube and the air pressure waves propagating inside it based on physical considerations. However, it does not investigate the background of the relationship between the excitation – the air jet produced by the flutist – and the flute. Instead, it approaches this interaction with functions based on the measurement results. I have further developed the excitation: I shifted the excitation point along the tube to the actual excitation point, and I have thus enhanced the physical basis of the model and improved the resulting sound.

The second, the so-called Verge model is a fully physical model, which models the flute tube similarly to the previous method, but it also considers the physical background of excitation. It takes into account the phenomena of vortex shedding and turbulence at the edge of the embouchure hole.

In the two basic models, the pitch can be altered by changing the length of the flute, and thus by changing the wavelength of the fundamental harmonics. In my work, I added keys to Verge's model, and thus further developed the sound generation technique. As the sound of the flute does not only depend on the first open key, the improved models describe the operation of the flute more accurately.

In my work, I present and compare the models written in a Matlab environment. I study the relationship between the complexity and realistic sounds of the models.

1. fejezet

Bevezetés

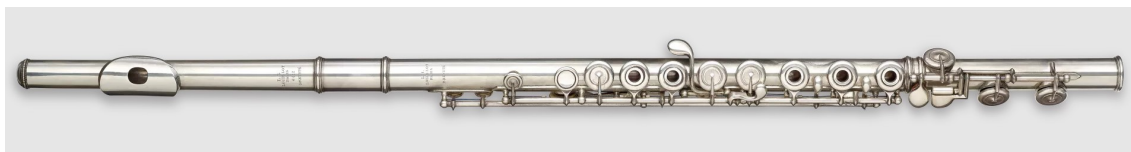
A fizikai hangszintézis célja valós hangszerek hangjának minél pontosabb modellezése, a hangszer működését leíró fizikai jelenségek és kölcsönhatások feltárásának segítségével. A fizikai hangszintézis figyelembe veszi a hang kialakulásának módját, a hangszint befolyásoló tényezőket, például a hangszer egyes részeinek pontos geometriáját. Az így kapott erős fizikai alapokra épülő egyenleteket egy matematikai modellbe foglalva és tetszőleges programban futtatva akár valós idejű hanggenerálás is megvalósítható. Ehhez hozzájárul az elmúlt évtizedekben elérhetővé vált nagy számítási kapacitású technológiák széleskörű elterjedése, valamint a fizikai hangszintézisben alkalmazott modellezési technikák hatékonyságának növekedése.

A digitális hullámvezető modellezés e technikák közé tartozik. A modell diszkrét idejű, a terjedő hullámok mintavételezett digitális jelével dolgozik. Megfelelően magas mintavételi frekvenciát alkalmazva képes a hanghullámokat hangzásukban megfelelő minőségben előállítani. Késleltetővonalakból, digitális szűrőkből és nemlineáris elemekből épül fel. Mivel a fizikai hangszintézis megvalósításához alkalmazzák, követi a hangszer geometriai kialakítását és fizikai tulajdonságait. A digitális hullámvezető modellezés közelítően veszteségmentes rendszerek működésének leírására alkalmas, így például membránok, húrok vagy hangszercsőben lévő légoszlopok modellezésére. A késleltetővonalak mentén a veszteségek és diszperziós hatások koncentráltan, egy-egy pontba összevonva jelennek meg. Az így elkészített modellek számítási szempontból hatékonyak és a fizikai tulajdonságok megfelelő közelítése esetén a hangszerek működését jól imitálják. [6]

Korábban hangszerek digitális eszközökön, szintetizátorokon való megszólaltatásához a legelterjedtebb módszer a hangszer előre rögzített felvételeinek újrarájátszása volt. A fizikai hangszintézis során a modell paramétereit, így például a gerjesztő jel alakulását valós időben változtatva lehetőség nyílik gazdagabb kimeneti hang létrehozására.

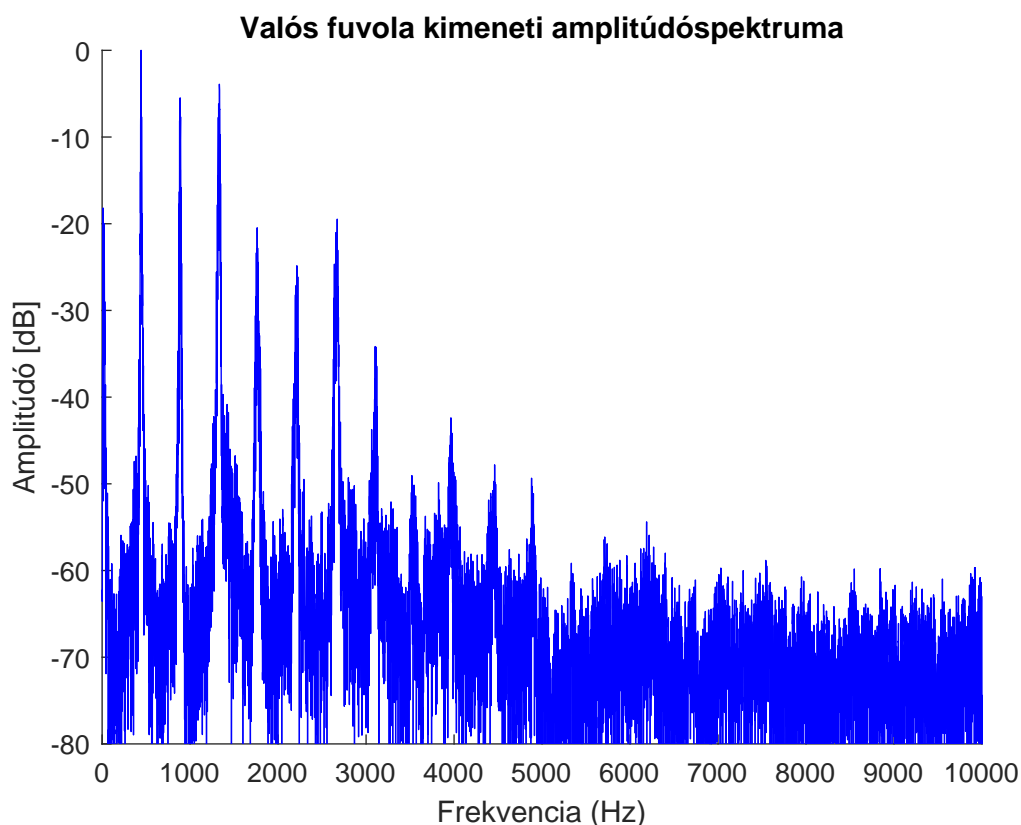
Dolgozatomban a fuvola fizikai hangszintézisével foglalkoztam. A fuvola egy gazdag múlttal rendelkező, korunkban is rendkívül népszerű fúvós hangszer. A klasszikus fuvola egy nemesfából készült, egyenletes átmérőjű vagy enyhén szűkülő henger, amelyet befúvónyílással és hat darab hanglyukkal láttak el. A modern fuvola ezzel szemben fémből készül, például nikkelből, a magasabb kategóriás hangszerek ezüstből vagy aranyból. Hanglyukai-
nak száma típustól függően 15 és 17 között mozog. A hanglyukakat billentyűk fedik, egyes

lyukaknál zárt alapállásban. A hanglyukak számának növelése lehetővé tette különböző hangnemek alkalmazását a fuvolajáték közben.



1.1. ábra. A fuvola

A fuvola befúvónyílása a fuvolacső végéhez közel helyezkedik el, a fuvolista a befúvónyílás peremét fújva gerjeszti a hangszert. A gerjesztő légsugár hatására a peremnél a levegőben vibráció lép fel, ami a fuvolacsőben lévő légoszlopot gerjeszti. A fuvolacsőben létrejövő nyomáshullámok végighaladnak a fuvolában. A fuvola a befúvónyílás és a nyitott csővég jelenléte miatt mindkét végén nyitott csőként viselkedik, így benne megfelelő gerjesztés hatására kialakul az oszcilláció. Ennek frekvenciáját a fuvolacső hossza, valamint a cső mentén elhelyezkedő billentyűk befolyásolják. A fuvolista ezenkívül a gerjesztés erősségének növelésével a fuvola által meghatározott alapharmonikus frekvencia felharmonikusait is meg tudja szólaltatni, ezt a jelenséget átfújásnak nevezik.

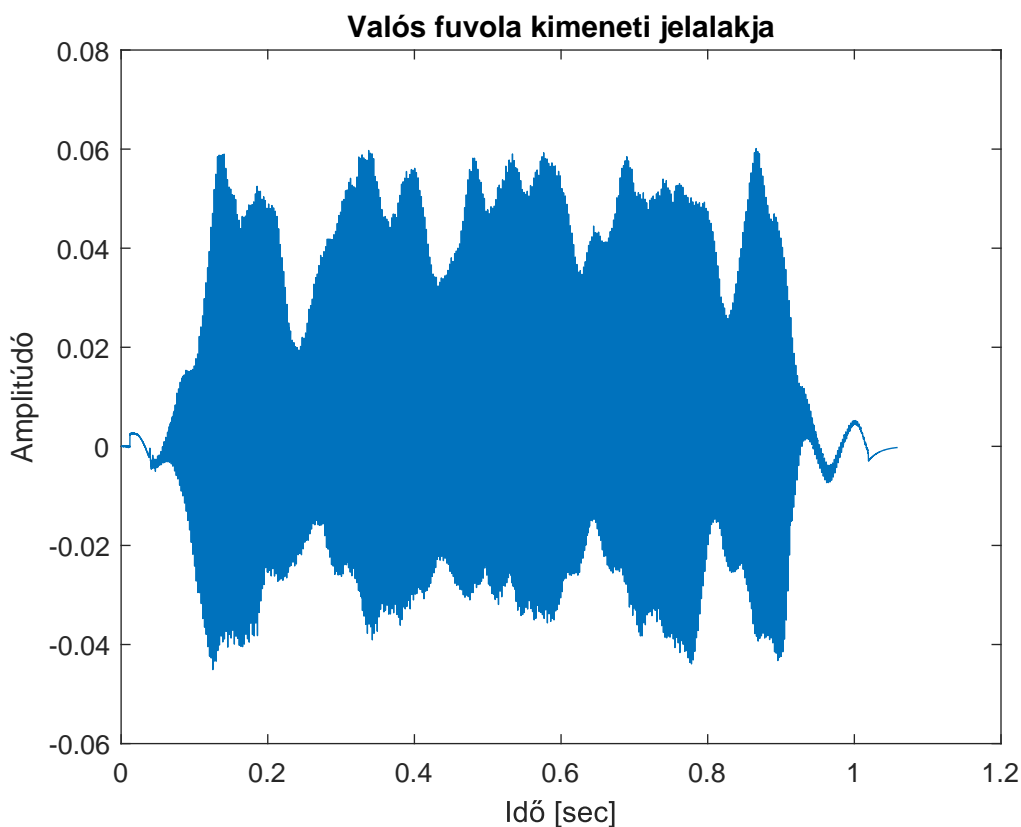


1.2. ábra. A valós fuvolahang kimeneti jelének amplitúdóspektruma

A fuvola hangja lágy, abban az alacsonyabb felharmonikusok dominálnak. Az 1.2 ábrán egy valós fuvola felvett hangjának amplitúdóspektrumát ábrázolja. Látható, hogy

az alaphfrekvencia a legdominánsabb, az első felharmonikusok amplitúdói összemérhetőek vele, majd a magasabb felharmonikusok fokozatosan csökkenő amplitúdóval jelennek meg. Nagyságrendileg az első hat felharmonikus után már nem emelkednek lényegesen a zajszint fölé.

A valós fuvola kimeneti jelalakja az 1.3 ábrán látható. Körülbelül 0.1 másodperc elteltével kialakul az oszcilláció, amelynek amplitúdója folyamatosan változik: ez a gerjesztőjel változásának és a fuvolában kialakuló zajnak köszönhető, és egyedi hatást kölcsönöz a hangszernek.



1.3. ábra. A valós fuvolahang kimeneti jelalakja

A dolgozatom során céloom a fuvola kimeneti jelének, amplitúdóspektrumának és hangzásának közelítése volt két különböző fizikai hangszintézis modell megvalósításával és továbbfejlesztésével. Ehhez két alapmodellt valósítottam meg, a Välimäki-féle részben fizikai és a Verge-féle tejes mértékben fizikai modellt. A Välimäki-féle modell továbbfejlesztéséhez kétféle változtatást is bemutatok. Először a gerjesztési pontot helyeztem át a modell készletvonalainak végéről a befúvónyílás helyzetének megfelelően a valós fizikai gerjesztési pontba. Majd a gerjesztési modellen belül található szimmetrikus nemlinearitást cseréltem aszimmetrikusra. E változtatásokkal a valós fuvola amplitúdóspektrumát közelítettem. A továbbfejlesztett Välimäki-féle modellt és a Verge-féle alapmodellt kiegészítettem billentyűmodellel, így a modellek hangképzésének módja fizikai megfontolásokra alapul, ellentétben a két alapmodellel. Az így kapott modelleket összehasonlítom és továbbfejlesztési javaslatokat teszek.

2. fejezet

A Välimäki-féle részben fizikai modell

Az általam először vizsgált, Välimäki-féle modell [20] egy részben fizikai modell. A fuvola csövének modellezését fizikai megfontolások alapján valósítja meg. Ezzel szemben a fuvola gerjesztését, azaz a fuvolista által irányított légsugár és a fuvola kölcsönhatását nem fizikai úton határozza meg. A kölcsönhatás során létrejött jelenséget függvényekkel közelíti, a jelenség okára nem tér ki. A fizikai háttér hiányának ellenére ez a modell több paraméterrel rendelkezik, amelyek segítségével a kimeneti jelet a fuvola hangjához közeli hatásúra lehet beállítani.

2.1. Hullámvezető modell

A fuvola csövében létrejövő hanghullámokat és a kialakuló oszcillációt Välimäki egydimenziósra redukálja és egy digitális hullámvezetővel (*digital waveguide*) modellezi [18]. A fuvola csövében terjedő hullámok mozgását a d’Alambert-féle hullámegyenlettel lehet leírni. A modell geometriája miatt az egydimenziós változatát lehet alkalmazni (2.1 képlet) [11].

$$\frac{1}{c^2} \frac{\delta^2 \Phi}{\delta t^2} = \frac{\delta^2 \Phi}{\delta x^2} \quad (2.1)$$

Az egyenlet két mozgó hullámot ír le: egy balra és egy jobbra haladót. Ezek szuperpozíciója adja a csőben kialakult nyomás értékét hely és idő függvényében, a (2.2) képlet alapján.

$$\Phi(t, x) = f(x - ct) + g(x + ct) \quad (2.2)$$

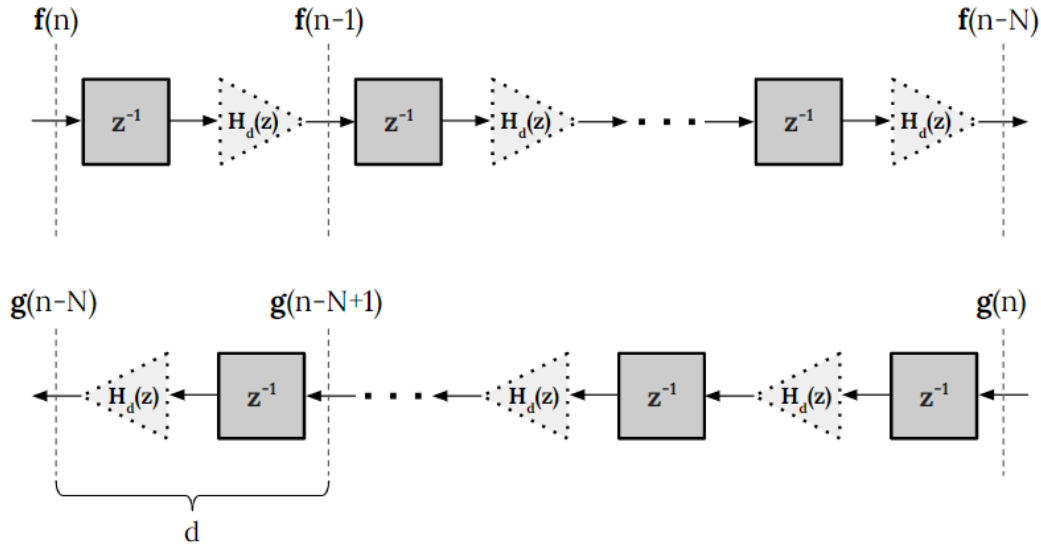
A fuvolamodell szempontjából f és g függvények a két hullámot írják le, x a cső mentén vett pozíció, t az idő, c pedig a hangsebesség. A digitális hullámvezető egy hullámterjedés fizikai modellezésére szolgáló modell, mely a hullámegyenletből indul ki. A két egymással ellentétes irányú hullámot két digitális késleltetővonal segítségével ábrázolja, melyek hosszát a kívánt fizikai hossz és a digitális rendszer mintavételi frekvenciája szabja

meg. Egységnyi késleltetéshez tartozó fizikai hosszát (d) a (2.3) képlet adja meg, ahol F_s a mintavételi frekvencia, c_0 pedig a hangsebesség.

$$d = c_0/F_s \quad (2.3)$$

2.2. Veszteségek modellezése

A cső mentén végighaladó hullámot veszteségek érik, ezek modellezéséhez diszkrétizálni kell hatásukat. Ha a d csőhosszra meghatározható a veszteség átviteli függvénye, akkor késleltetésenként beilleszthető egy $H_d(z)$ szűrő, ahogyan az a 2.1. ábrán látható. Ezzel a hullámvezető minden pontján a valóságban megjelenő jelalakot adja a modell. Ennek a megoldásnak a számításigénye azonban magas. Ha a hullámvezetőnek egyetlen pontját határozzuk meg kimenetként, akkor a veszteségek összevonhatóak egyetlen $H_T(z)$ szűrőbe a késleltetővonal végén, amit az N db $H_d(z)$ szűrő átviteli függvényének szorzata ad.



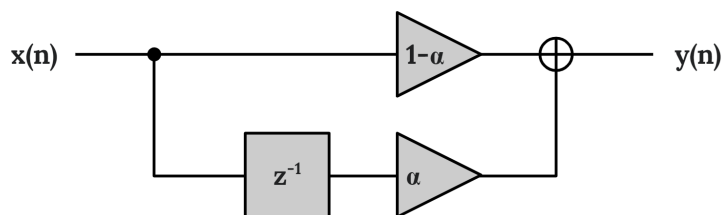
2.1. ábra. A hullámvezető modell blokkvázlata

A Välimäki-féle alap modell nem veszi figyelembe az egyes billentyűk helyét, a hangmagasságot ezért a hullámvezető hosszának változtatásával lehet beállítani. A billentyűk hiányában a modellnek egy kimenete van, ami a cső végén helyezkedik el. Ezért a jel cső mentén elszenvedett veszteségeit és a diszperziós hatásokat valóban össze lehet vonni egy pontba.

2.3. Törtrészkésleltetés

Az így meghatározott hullámvezető hossz nem feltétlenül egész számú késleltetést eredményez, ezért szét kell választani a késleltetővonal egész- és törtrészét. A törtrészkésleltetést interpolációval valósítja meg a modell, mely a 2.2. ábrán látható. Az $x(n)$ a hullámvezető

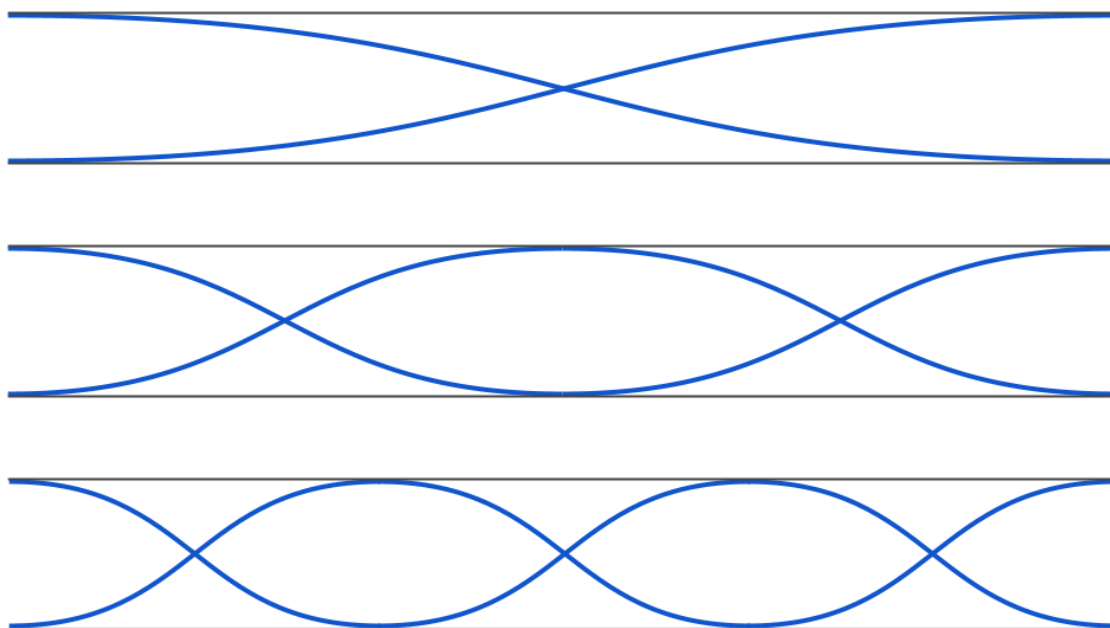
kimenete, amely az interpoláló szűrő bemenetére van csatolva, $y(n)$ a szűrő kimenete, α pedig a késleltetni kívánt törtrész értéke [18].



2.2. ábra. Az interpoláció blokkvázlata

2.4. Hullámvezető lezárása szűrőkkel

A fuvolacső végén kialakuló nyomás kapcsolatban van a külső légköri nyomással, ezért ezen a végén nyitott csőként modellezhető a fuvola. Ugyan a gerjesztés oldalán maga a fuvolacső zártnak látszik, mivel egy parafa lezárással látják el, viselkedés szempontjából ezen az oldalon is nyitott csőnek kell tekinteni. A gerjesztés oldalát akkor lehetne zárt lezárással modellezni, ha más fúvós hangszerekhez hasonlóan nem a külső nyomással, hanem a zenész szájnyomásával lenne csak kapcsolatban a belső nyomás. Ilyen hangszer például a klarinét, ahol a befúvónyílás a szájüregben belül helyezkedik el. A fuvola esetén ez nem igaz, a befúvónyílásnak a szájüregben kívül található, így közvetlen kapcsolata van a külső nyomással. A fuvola így egy mindkét végén nyitott csőként modellezhető, ezért a fuvolacsőben létrejövő alapharmonikus hullámhossza a cső hosszának fele. A csőben kialakuló módusok a 2.3. ábrán láthatóak [16].



2.3. ábra. A csőben kialakuló módusok

Az állóhullámok kialakulásához a hullámvezetők lezárásánál megfelelő peremfeltételeket kell meghatározni. Ha a cső kimeneténél nem vennénk figyelembe a fuvolából kisugárzott jelet, akkor a cső nyitott végén a jel -1 -szeres szorzóval reflektálna. Ahhoz, hogy a kisugárzott és reflektálódott jelkomponenseket meghatározzuk, egy komplementer szűrőpárt alkalmazunk a két hullámvezető között. A kisugárzott teljesítmény szempontjából a cső geometriája egy felüáteresztő szűrővel modellezhető. A cső vége felé haladó hullámvezető kimenetéről a reflektálódó jelet ezért egy aluláteresztő szűrőn át kell a visszafelé haladó hullámvezető bemenetére vezetni. A fuvola gerjesztésénél szintén -1 -szeres szorzóval reflektálódik a nyomáshullám. A fuvola befúvónyílásánál és a fuvolacső végén mérhető kimeneti jelalak között nincsen jelentős eltérés, mivel a késleltetővonalakon megtett fél kör alatt a jel változása rendkívül alacsony. Így a fuvolamodell egy kimenetű modellként kezelhető, aminek a fuvolacső végén kapott jelalakot tekintjük. Így a két oldalon vett csillapítást összevontan kezelhetjük.

2.5. Gerjesztőjel felépítése

A fuvola az ajaksípos hangszerek csoportjába tartozik. A bemeneti jelnek nem kell időben változó komponenst tartalmaznia ahhoz, hogy az oszcilláció kialakuljon, elegendő a megfelelő amplitúdó elérése. A modellben ezért a gerjesztőjel egy fokozatos felfutással és lefutással rendelkező konstans amplitúdójú DC jel, melyre fehérzaj ül. Az oszcilláció ebben az esetben a zenész által keltett légsugár és a rezonátorcső közötti nemlineáris kölcsönhatás miatt alakul ki. A légsugár a fuvola befúvónyílásának peremének ütközve légörvényeket kelt annak két oldalán felváltva, az így létrejött nyomásváltozás hullámként terjed tovább a rezonátorcsőben. A légsugár periodikus mozgását a befúvónyílásnál a csövön belüli változó nyomás hatása tovább erősíti. A nemlineáris viselkedést a légsugár profiljának vizsgálata alapján az alábbi képlettel közelíti a modell [11], [20]:

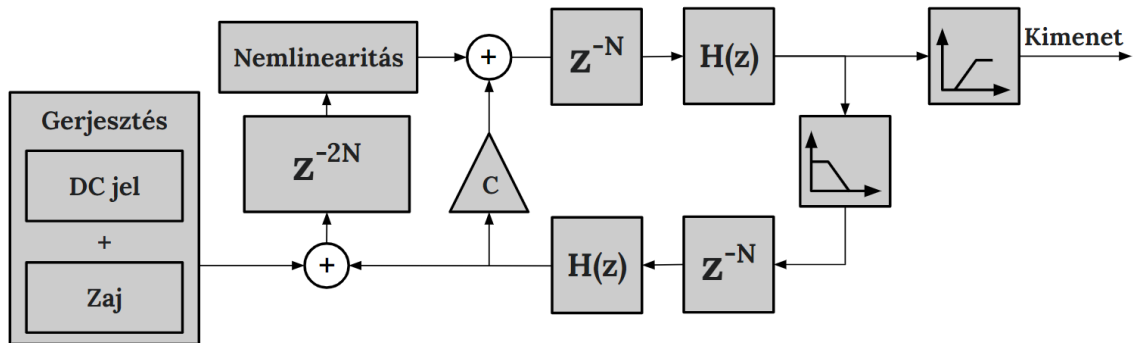
$$F(f) = h + k \tanh(f), \quad (2.4)$$

ahol f a légsugár térfogatárama, ami a nyílás felé közelít, k az erősítési tényező. A h paraméterrel aszimmetrikus hullámforma hozható létre a gerjesztés során. Ezzel páros harmonikusok jelennek meg a kimeneti spektrumban, ami a valós fuvola kimenetére is jellemző.

Mivel az ajak és a befúvónyílás között bizonyos távolságot meg kell tennie a légsugárnak, szükség van még egy késleltetővonalra. Ennek hossza azonban nem a légsugár által megtett fizikai hossz megfelelője. A késleltetővonal hossza nem a légsugár sebességét modellezi, hanem a légsugarat moduláló oszcilláció sebességét, ami lassabb, mint maga a légsugár. A modellben a fuvolacsövet reprezentáló késleltetővonalakon végighaladó alapharmonikus hullám pontosan fél hullámhosszat tesz meg, ha egyszer végighalad az előre- és hátrafelé haladó késleltetővonalakon. A gerjesztési ponthoz visszaérkezett jel modulálja a gerjesztőjelet, ami így halad át a nemlineáris viselkedést leíró blokkon. Ahhoz, hogy az így kapott jel megfelelő fázisban lépjen be a fuvola csövébe, a légsugár késleltetővonalá-

nak hosszát egy hullámhosszra kell választani. A három késleltetővonalon végighaladó hullám ezzel pontosan két hullámhosszat tesz meg.

A Välimäki-féle fuvolamodell blokkvázlata a 2.4. ábrán látható.



2.4. ábra. A Välimäki-féle fuvolamodell

3. fejezet

A részben fizikai modell megvalósítása MATLAB környezetben

A Välimäki-féle modellt [20] a bemutatott felépítés alapján MATLAB-ban valósítottam meg. Az alábbiakban a modell diszkrét idejű implementációját mutatom be.

3.1. Hullámvezető implementálása

A hullámvezető hosszát a modell alapján a (3.1) képlet segítségével lehet meghatározni, ahol F_s a mintavételi frekvencia, f a kívánt kimeneti frekvencia, L_{wg} a hullámvezető teljes hossza. A fuvolacsőben kialakuló alapharmonikus miatt a hullámhossz felére kell választani a hosszát, ahogy az a 2.3. ábrán is látható volt. Az audiojeleknél elterjedt 44,1 kHz-es mintavételi frekvenciát választottam a modellhez.

$$L_{wg} = \frac{1}{2} F_s / f \quad (3.1)$$

A hullámvezető ilyen módon meghatározott hossza több komponensből épül fel. A L_{wg} egészrészének modellezéséhez a hatékony megvalósítás érdekében cirkuláris buffert alkalmaztam, melyen egy olvasó és író mutató halad végig. A cirkuláris buffer elemeinek száma L_{whole} :

$$L_{whole} = \lceil L_{wg} \rceil. \quad (3.2)$$

A fennmaradó törtrészkesleltetést (α) a két érték különbségeként kapjuk az alábbi képlet alapján:

$$\alpha = L_{wg} - L_{whole}. \quad (3.3)$$

A kódban két darab ilyen paraméterekkel rendelkező késleltetővonalat kell létrehozni, egyet az előre haladó hullám számára és egyet a visszafelé haladó számára. A pontterek

által mutatott írandó elemeket egy 'for' cikluson belül lehet frissíteni, a kiolvasott elemek alapján.

3.2. Szűrők megvalósítása

A rezonátorcső két végének modellezéséhez a hullámvezető mindkét végén a lezárást a peremfeltételeknek megfelelően kell meghatározni. A fuvola végén egy elsőfokú aluláteresztő szűrő a lezárás, aminek törésponti frekvenciáját úgy hangoltam, hogy a kimeneti hang a fuvoláét minél jobban közelítse. A valós fuvola működésével ellentétben ez a törésponti frekvencia a kívánt hangfrekvenciával változott, 440 Hz-es kimeneti frekvencia mellett például 1 kHz-es vágási frekvencia adott megfelelő eredményt.

A diszkrét idejű aluláteresztő szűrő paramétereinek meghatározásához folytonos idejű szűrő átviteli függvényéből kell kiindulni, amit az alábbi (3.4) képlet ad meg [8].

$$H(s) = \frac{1}{1 + s\tau} \quad (3.4)$$

A τ a szűrő időállandója, ami a kívánt f_{cut} törésponti frekvencia ismeretében az alábbi képlettel határozható meg:

$$\tau = \frac{1}{2\pi f_{\text{cut}}}. \quad (3.5)$$

A szűrő diszkrétizálásához hátratarató differenciaséma alapján a (3.4) képletben s helyére az alábbi kifejezést helyettesíthetjük [10]:

$$s = \frac{1}{T_s}(1 - z^{-1}), \quad (3.6)$$

ahol T_s a mintavételezés periódusideje, tehát $T_s = 1/F_s$.

A behelyettesítés elvégzése után a diszkrét idejű szűrő átviteli függvényét kapjuk, amelyet a (3.7) és (3.8) képletek adnak meg.

$$H(z) = \frac{\gamma}{1 + (\gamma - 1)z^{-1}}; \quad (3.7)$$

$$\gamma = \frac{\frac{2\pi f_{\text{cut}}}{F_s}}{\frac{2\pi f_{\text{cut}}}{F_s} + 1}; \quad (3.8)$$

Az előre haladó jel késleltetővonalának (EH késleltetővonal) kimenete az aluláteresztő szűrő bemenetére, az aluláteresztő szűrő kimenete pedig a visszafelé haladó jel késleltetővonalának (VH késleltetővonal) bemenetére van csatolva. Ahhoz, hogy a szűrő beillesztése ne okozzon további késleltetést, az EH kimenetének olvasásától a VH bemenet frissítéséig a lépéseknek egy iteráción belül kell lezajlódni. Ezenkívül problémát okoz a beiktatott szűrő fáziskésleltetése. Mivel a törésponti frekvencia összemérhető a kimeneti alapharmonikussal, a szűrő fázistolása sem elhanyagolható ezen a ponton. A fázistolás egyszerű késleltetőként jelenik meg a szimulációban, mely befolyásolja a hullámvezető hosszát, ami-

nek hatására az alapharmonikus frekvencia is megváltozik és ezzel elhangolja a beállított frekvenciát.

Ennek elkerüléséhez kompenzálni kell a késleltetést az eredeti késleltetővonal hosszának csökkentésével. Az első lépés a szűrő fázistolása adott f frekvencián $z^{-1} = e^{-j\omega}$ és $\omega = 2\pi f/F_s$ helyettesítések mellett a (3.9) képlet alapján számolható [4]:

$$\phi = \text{arc}(H(z)). \quad (3.9)$$

Ezek alapján a hullámvezető hossza az alábbi képlet alapján határozható meg:

$$L_\phi = -\frac{\phi}{\omega}, \quad (3.10)$$

ahol negatív előjelre a negatív fázisérték miatt van szükség.

Ezzel az alapharmonikus egy teljes periódusához képest határoztam meg annak a késleltetővonalnak a hosszát, amivel a szűrő helyettesíthető lenne. A kapott hossz felével kell a L_{wg} hosszat csökkenteni, mivel a digitális késleltetőhurokban egy szűrő van, aminek hatását az EH és VH késleltetővonalak hosszának egyezése érdekében két részre osztva kompenzáljuk a két késleltetővonalon.

A fuvola kimenetén az aluláteresztő szűrő párjaként megjelenő feluláteresztő szűrő paramétereit úgy kell meghatározni, hogy a két szűrő egymás komplementere legyen. Ez fizikai értelemben azt jelenti, hogy az a teljesítmény, ami nem reflektálódik vissza az aluláteresztő szűrőn keresztül a fuvola csövébe, a környezetbe sugárzódik. Ennek megvalósításához a feluláteresztő szűrő törésponti frekvenciáját az aluláteresztő szűrőével megegyezőre választom. A folytonos idejű elsőfokú feluláteresztő szűrő átviteli függvényét a (3.11) képlet adja meg [8], amelyen az aluláteresztő szűrővel megegyező átalakításokat elvégezve a (3.12) és (3.13) képletekkel megadott diszkrét idejű átviteli függvény adódik.

$$H(s) = \frac{s\tau}{1 + s\tau} \quad (3.11)$$

$$H(z) = \frac{\gamma(1 - z^{-1})}{1 - \gamma z^{-1}} \quad (3.12)$$

$$\gamma = \frac{1}{\frac{2\pi f_{cut}}{F_s} + 1}; \quad (3.13)$$

A feluláteresztő szűrő kimenete tehát a fuvolamodell kimenete is egyben. Ebben az esetben nem kell a szűrő okozta fázistolással foglalkozni, mivel a szűrő kimenete nincsen visszacsatolva a modellbe. A kimeneti jel fázisban valamennyivel eltolódik, azonban ezt az emberi fül nem érzékeli.

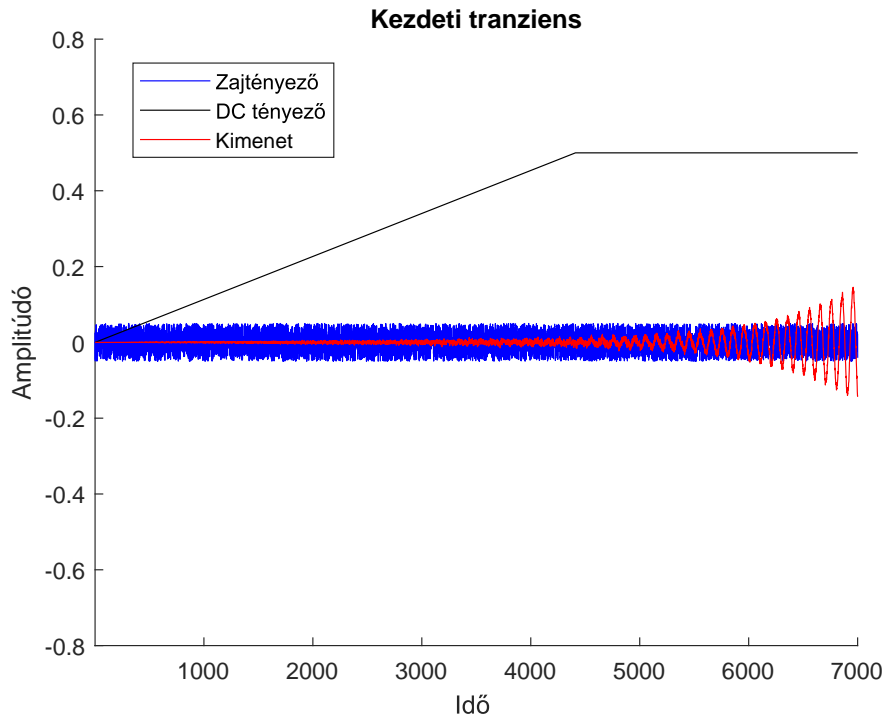
A hullámvezető mentén fellépő veszteségeket $H_T(z)$ -vel jelöltük. Az egyszerű modellezés érdekében ezeket egy $t < 1$ konstans csillapító tényezőként modellezzük, mely egy szorzóként jelenik meg a hullámvezetők végén.

3.3. Gerjesztés megvalósítása

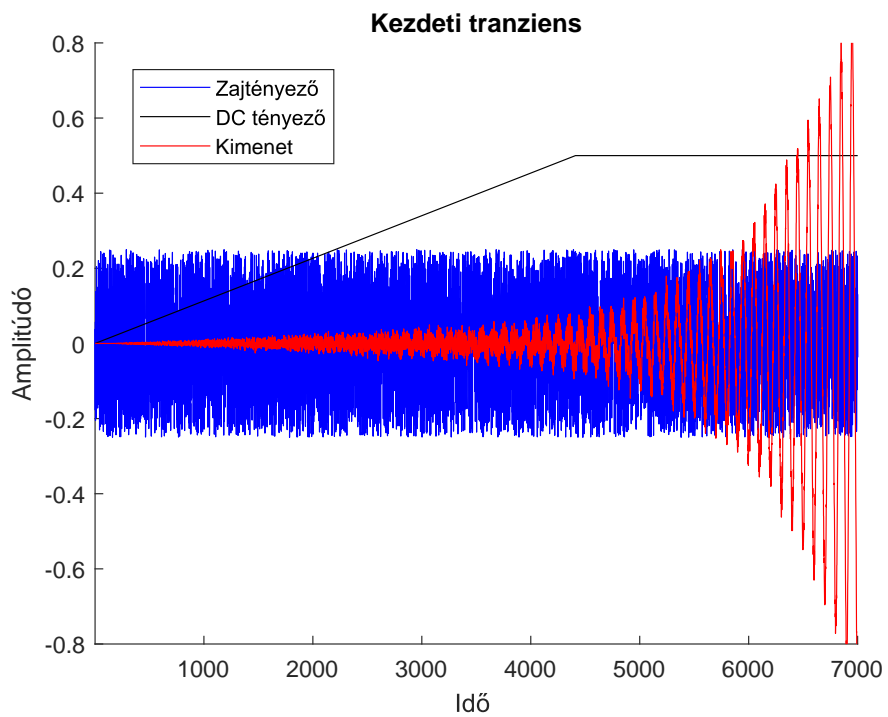
A fuvolamodellben a gerjesztés alapja a befújt levegősugár és a fuvolacsövön belüli változó nyomás közötti kölcsönhatás. A gerjesztőjel két részből áll: egy konstans (DC) jelből, aminek az oszcilláció kialakulásához szükséges értéke a kívánt frekvenciától függően változik. A fuvola megszólaltatásánál a gerjesztőjel amplitúdóját először fokozatosan nullától maximumig növelve kapunk valóság-hű hangindítási tranzienszt. A második komponens a bemeneti jelben a fehérzaj, amelynek amplitúdóját a DC jel amplitúdójához képest kell megfelelően beállítani, így adódik mind a kimeneti jel hangzása, mind a gerjesztés a legvalóság-hűbbre. A valós fuvola esetében is a gerjesztőjel amplitúdójától függ a befúvónyílásnál létrejövő turbulencia okozta zaj mértéke [22]. A Välimäki-féle modellben a két komponens, a DC jel és a zaj együttes megjelenése váltja ki az oszcilláció kialakulását.

Az így kapott gerjesztőjelre hatással van a fuvolán belüli pillanatnyi nyomás. A gerjesztés megvalósításához a VH késleltetővonal kimeneti jeléhez hozzáadódik a zajtényező, az így kapott összeg pedig modulálja a bemeneti DC gerjesztő tényezőt. Ez a modellben egy szorzással megvalósítható. A VH késleltetővonal kimeneti pontja a fuvola gerjesztés oldali végét reprezentálja. Mivel a hullámvezető legvégén helyezkedik el a gerjesztés, nem szükséges mindkét késleltetővonal adott pontban vett értékeinek összegét venni.

A modellben az oszcilláció kialakulásához elengedhetetlen a zajtényező, mivel a szimuláció indításakor a fuvolacsőben megjelenő kezdőértékek nullák. Zaj megjelenése nélkül a DC tényezővel szorozva VH kimeneti jelét minden esetben nulla gerjesztést kapnánk. A zaj megjelenésével nullától eltérő értékek is megjelennek a fuvolacsőben, melyekből a tranziens során fokozatosan kialakul az oszcilláció. A zajtényező mértékének megválasztása tehát nem csupán a kialakult fuvolahang minőségét befolyásolja, hanem a hang kialakulásának módját is. A tranziens jelalakok a 3.1 és 3.2 ábrákon láthatóak. A jelölt zajszintet a DC tényező amplitúdójával arányosan adom meg.



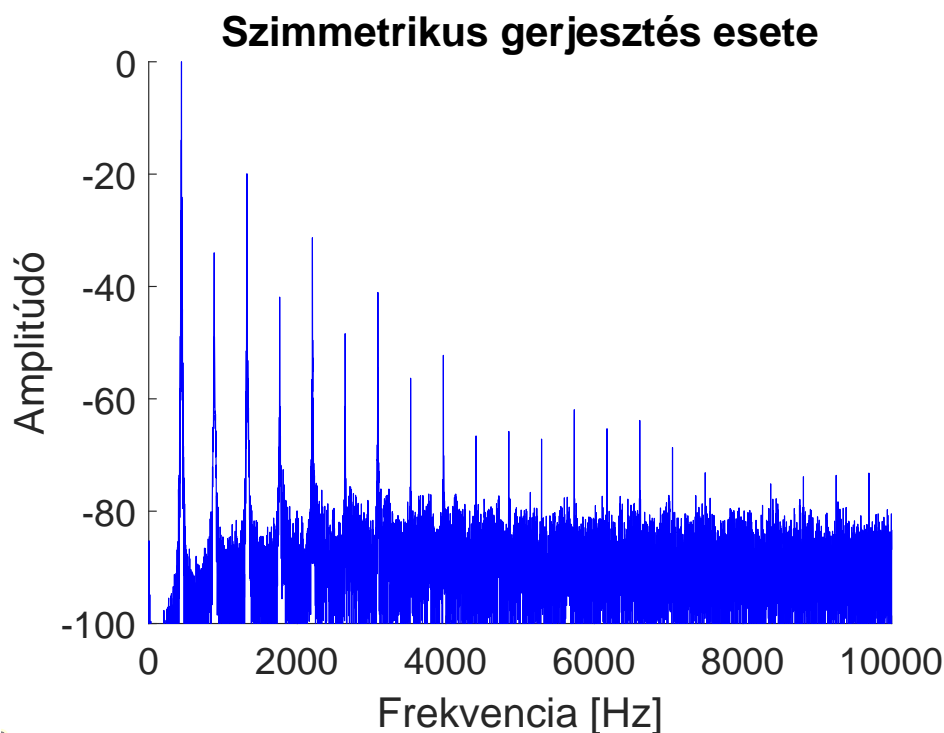
3.1. ábra. A hang kezdeti tranzienst viselkedése alacsony (0.2-es) zajszint mellett



3.2. ábra. A hang kezdeti tranzienst viselkedése magas (1-es) zajszint mellett

A tranziens vizsgálata során látható, hogy magasabb zajszint esetén gyorsabban alakul ki az oszcilláció és növekszik az oszcilláció amplitúdója, azonban a kimeneti jelalakon megfigyelhető a zaj összetevő, hallhatóan megjelenik a zajtényező. Ezért optimális a két szélsőérték közötti arányt beállítani, ezzel a hang kialakulása nem húzódik túlságosan hosszúra, de a zaj nem rontja el a kimeneti jel hangzását.

A gerjesztési tényezőkből kapott szorzat egy nemlineáris blokkon halad át, majd a 2.5. fejezetben leírt harmadik késleltetővonalon végighaladva az EH késleltetővonal első eleméhez adódik. A nemlineáris blokk elméleti működését a (2.4) egyenlet írja le, amelyet a modellben az $y = x - x^3$ egyenlettel közelítünk. Az egyenlet 0,577 bemeneti érték mellett éri el maximumát, az ennél magasabb értékeket ezzel a maximummal szaturáljuk. Annak érdekében, hogy a szaturáció során a bemenő jel ne veszítse el jellegét, először egy konstanssal le kell osztani azt, ami jó közelítéssel a szaturációs korlátok közé szorítja a jelet. Ez a gerjesztő DC jel amplitúdójából és a fuvolamodellben alkalmazott veszteségi paraméterekből meghatározott konstans.



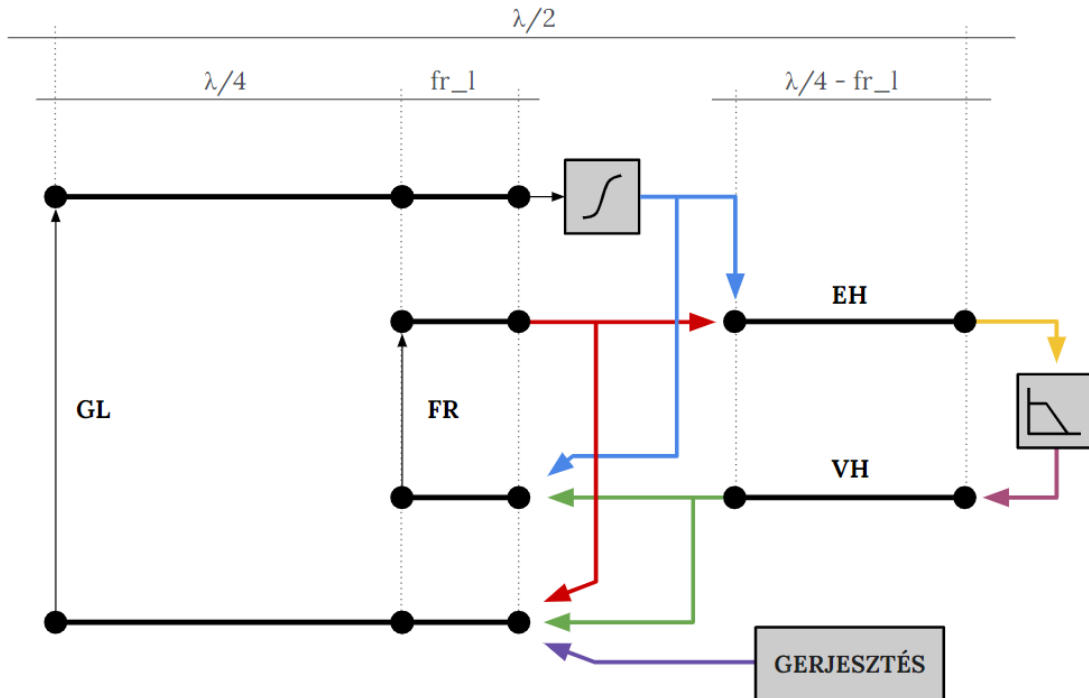
3.3. ábra. A kimeneti jel spektruma szimmetrikus nemlineáris blokk esetén

A fuvolamodell kimeneti spektruma alapján megállapítható (3.3. ábra), hogy a páros harmonikusok nem jelennek meg olyan dominanciával, mint a valós fuvolahangban.

3.4. Gerjesztés eltolása a cső mentén

A valós fuvolahang közelítéséhez növelni kell a modell fizikai alapját. Egy jelentős különbség a valós és a modellezett fuvola között a gerjesztési pont, hiszen a szimuláció során ez

a fuvola legvégén helyezkedik el, míg a valóságban ettől 1,7 cm-re. A fuvola fejrészének megvalósításához a modellt egy negyedik késleltetővonalal egészítettem ki. A késleltetővonalak közötti kapcsolatokat a 3.4. ábra mutatja.



3.4. ábra. A három késleltetővonal közötti kapcsolat

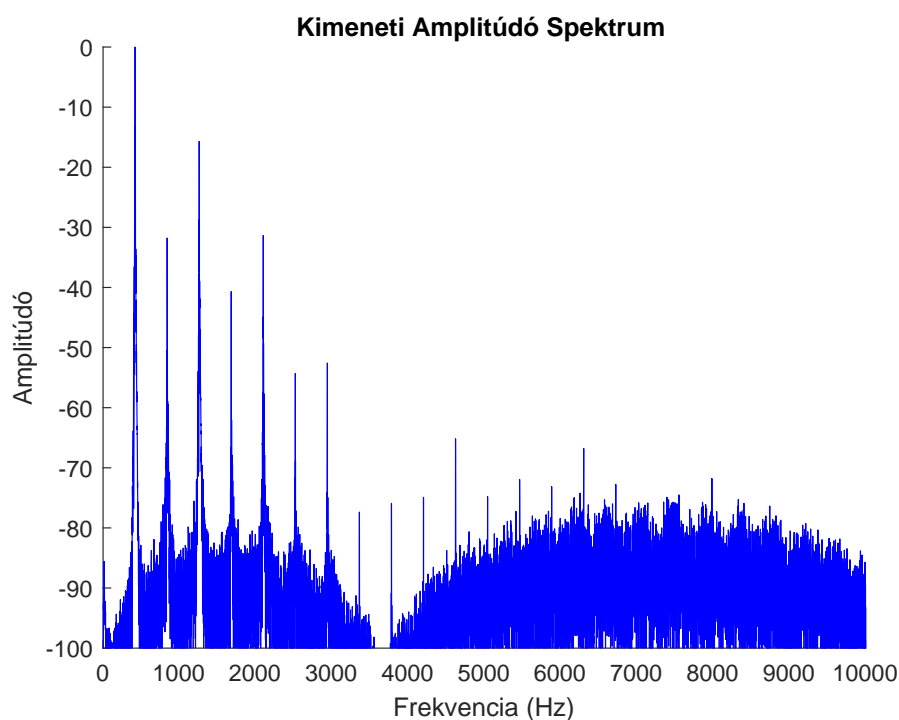
Az így kapott fejrészt reprezentáló késleltetővonal (FR) hossza $2fr_l$, az EH és VH késleltetővonalak hosszát fr_l -el rövidíti meg. Ezzel a fuvola hossza változatlan marad. Az fr_l hosszát a különböző kimeneti frekvenciákhoz kell igazítani, hogy a fejrész és teljes fuvolacső hosszainak aránya állandó maradjon. A gerjesztésre így mind az előre-felé, mind a hátrafelé haladó hullám hatással lesz. Ehhez a fejrész (FR) késleltetővonal kimenetét, valamint a visszafelé haladó késleltetővonal (VH) kimenetét mintavételezni kell, majd ezek összegét kell a gerjesztés késleltetővonalának (GL) bemenetére juttatni. Ugyanígy a gerjesztő légsugarat reprezentáló késleltetővonal (GL) kimenete is megoszlik az EH késleltetővonal és a fejrész késleltetővonalának bemenete között. Mivel a gerjesztés szempontjából a két csőrész között nincsen különbség, 50-50%-ban oszlik meg a gerjesztés kimenete a fejrész bemenete és az előre-felé haladó késleltetővonal bemenete között. Az GL késleltetővonal hosszát úgy kell megnövelni ebben a megoldásban, hogy annak kimeneti jele az EH késleltetővonalba továbbra is fázishelyesen érkezzen be. Továbbá ügyelni kell az egyes késleltetővonalak bemenetére érkező jelek előjeleire. A gerjesztés pontjába érkező visszafelé haladó késleltetővonal kimenete az előre-felé haladó késleltetővonal bemenetére negatív előjellel adódik hozzá, mivel ezen a ponton a befúvónyílás jelenléte miatt nyitott lezárás található. A fejrészbe ugyanez a jel pozitív előjellel halad tovább. A fejrészen belüli reflexió nem okoz előjelváltást, mivel ez egy zárt csővéget reprezentál. A fejrész kimenete az előre-felé haladó késleltetővonal bemenetéhez pozitív előjellel adódik. A gerjesztés kés-

leltetővonalára mind a visszafelé, mind az előre felé haladó késleltetővonal pozitív előjellel adódik.

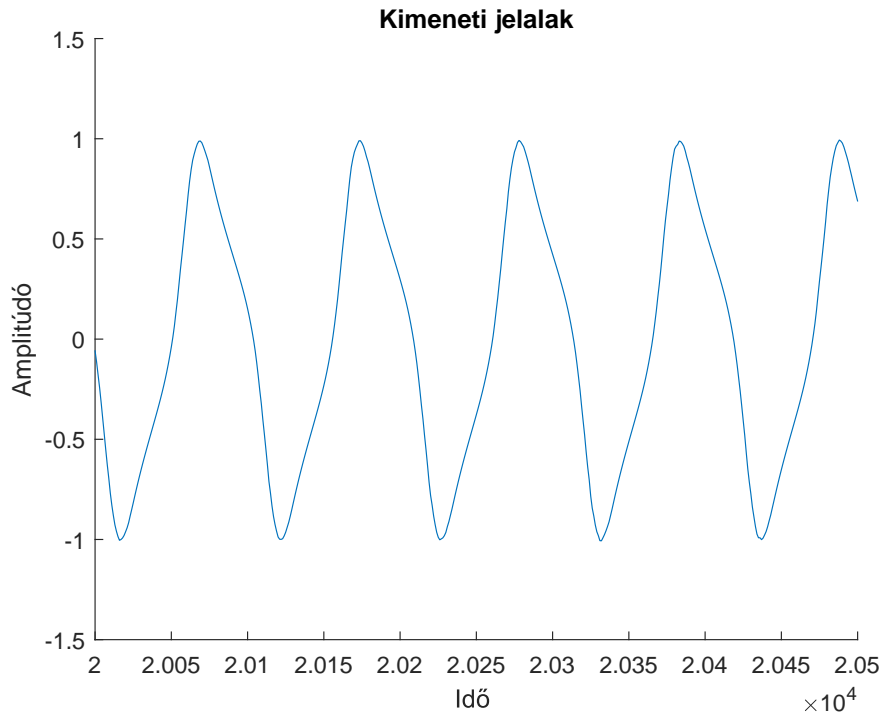
Az így kapott kimeneti jel spektruma a 3.5. ábrán látható, a 3.6 ábrán pedig a kimeneti jelalak.

A negyedik késleltetővonal bevezetése frekvenciabeli eltolódást okoz. Ez feltehetően a különböző visszacsatolások miatt kialakuló alternatív úthosszak létrejöttével áll kapcsolatban. A 3.4. ábrán a jel nem csak az EH-VH-FR-EH és EH-VH-GL-EH pályákat írhatja le, ahol a késleltetővonalak hossza a kívánt frekvencia alapján lett beállítva. A más köröket létrehozó kapcsolatok azonban nem kiiktathatóak, hiszen ezzel a gerjesztési pont eltolása megszűnne. Így a frekvenciaeltolódás a későbbiekben az aluláteresztő szűrőt kompenzáló késleltetéshez hasonlóan szüntethető meg.

A fejrész nélküli modellhez képest az alacsonyabb felharmonikusok jobban kiemelkednek a magasabb felharmonikusok közül, ami az eredeti fuvolahanghoz hasonló. A páros felharmonikusok azonban lényegesen alacsonyabbak maradnak a páratlanoknál, ez feltehetően a fejrész késleltetővonal zárt végének köszönhető. A fuvolamodell hangzása azonban némileg valóságosabb a fejrészrel kiegészített verzióban.



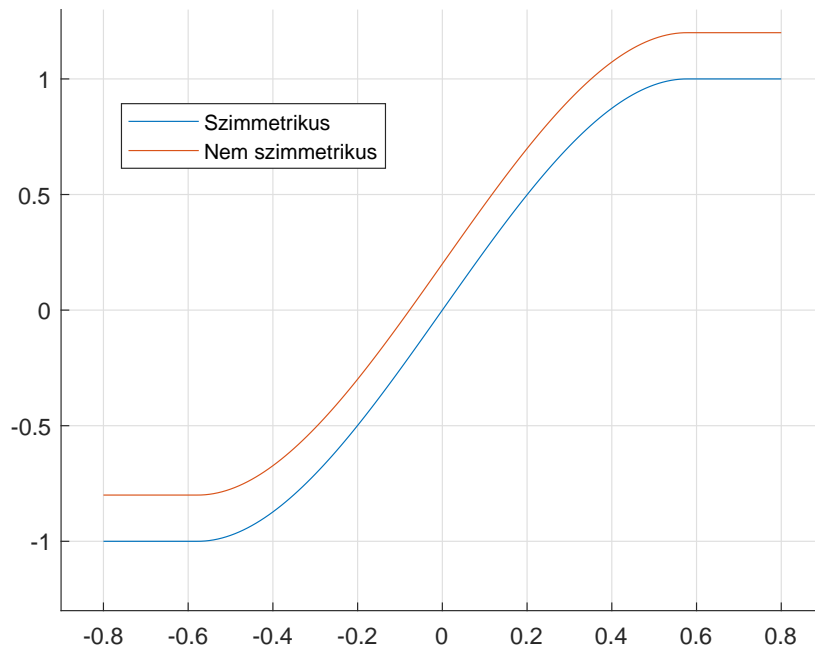
3.5. ábra. A kimeneti spektrum eltolt gerjesztési pont mellett



3.6. ábra. A kimeneti jelalak eltolt gerjesztési pont mellett

3.5. Aszimmetrikus gerjesztés alkalmazása

A modell kimeneti spektrumképén a páros felharmonikusok jelentősen alacsonyabbak a páratlanoknál. A mindkét végén nyitott csőben a cső végén lehetséges mind a páros, mind a páratlan felharmonikusokat gerjeszteni, azonban ehhez megfelelő bemeneti jelre van szükség. Az eddig használt gerjesztési blokk szimmetrikus kimenetet szolgáltatott, mely csak a páratlan felharmonikusokat gerjesztette. A páros felharmonikusok mégis megjelentek a spektrumképeken alacsony amplitúdóval, ez betudható a cső menti veszteségeknek és a bemeneti jel zaj összetevőjének. A páros felharmonikusok erőteljesebb megjelenítéséhez lehetőség van a nemlineáris blokk szimmetriájának megszüntetésére. Ezzel a megoldással a páros felharmonikusokat is gerjeszteni lehet. Az eredeti $x - x^3$ függvény és az elnyújtott, szaturált valamint eltolt függvény kimenete a 3.7. ábrán látható.

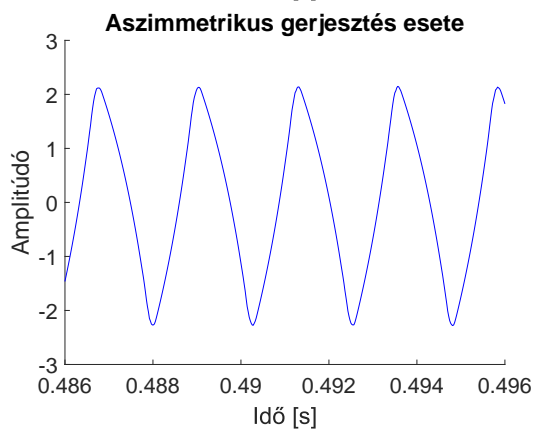
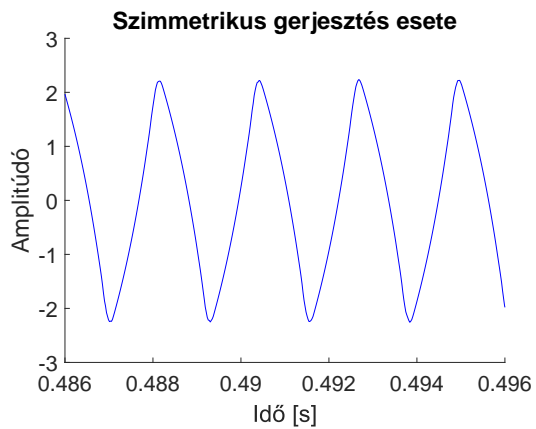
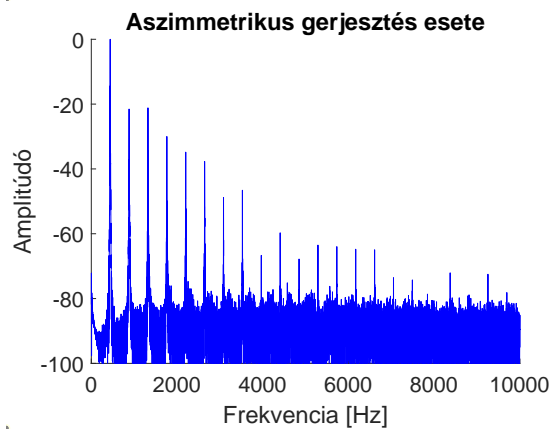
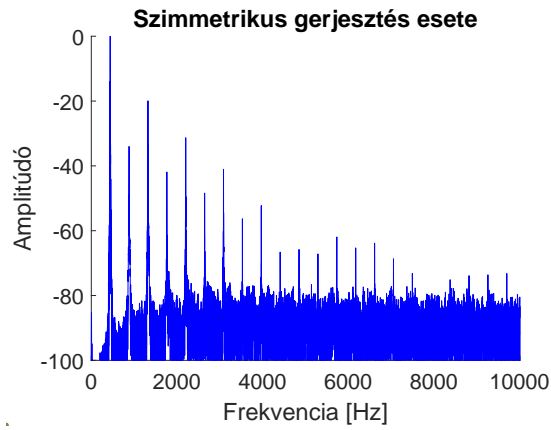


3.7. ábra. A nemlineáris blokk átvitele

A 3.8. ábrán a kialakuló spektrumok és jelalakok láthatóak. A kimeneti jel spektrumából megállapítható, hogy aszimmetrikus gerjesztés esetén jelentősen nő a páros felharmonikusok jelenléte.

Mivel a gerjesztés modell nem fizikai modell, a nemlinearitás eltolásának, azaz az aszimmetria mértékének beállítása a kimeneti jel vizsgálata alapján lehetséges. Az eltolási tényező növelésével az aszimmetria nő, így a páros felharmonikusok is egyre erőteljesebben jelennek meg a kimeneten. Túlságosan nagy eltolás mellett azonban az oszcilláció nem tud kialakulni, a nemlineáris tag csillapító hatása megnő. Ezért az eltolási tényező értékét 0,2-re választottam, ebben a pontban a csillapító hatás még nem jelentkezik.

Az alapharmonikushoz képest szimmetrikus esetben 34,18 dB-lel alacsonyabb az első páros felharmonikus, míg az első páratlan csupán 19,95 dB-lel. Aszimmetrikus esetben ezek az értékek rendre 21,47 és 21,16 dB-re adódnak, tehát a páros és páratlan felharmonikusok amplitúdója összemérhetővé válik. A kimeneti jelalakokon szemmel látható különbség nem alakul ki az aszimmetria hatására.



3.8. ábra. A kimeneti jel alakja és spektruma szimmetrikus és aszimmetrikus nemlineáris blokk esetén

A gerjesztésre bemutatott két módosítás más-más módon közelíti a valós fuvolahangot. Hangzásban mindkét eset valóságosabb kimenetet ad, mint az alapmodell. A kimeneti jel spektrumképét azonban eltérően befolyásolják a módosítások. A fejrésszel kiegészített modell az alacsonyabb felharmonikusok dominanciáját növeli a magasabb felharmonikusokhoz képest. Az aszimmetrikus gerjesztés a páros felharmonikusok dominanciáját növeli. A két modellt együttesen alkalmazva az alacsonyabb felharmonikusok továbbra is magasabb amplitúdóval jelennek meg, azonban eltolt gerjesztési pont esetén a páros felharmonikusok elnyomását nem tudja kompenzálni az aszimmetrikus gerjesztés.

4. fejezet

A Verge-féle fizikai modell

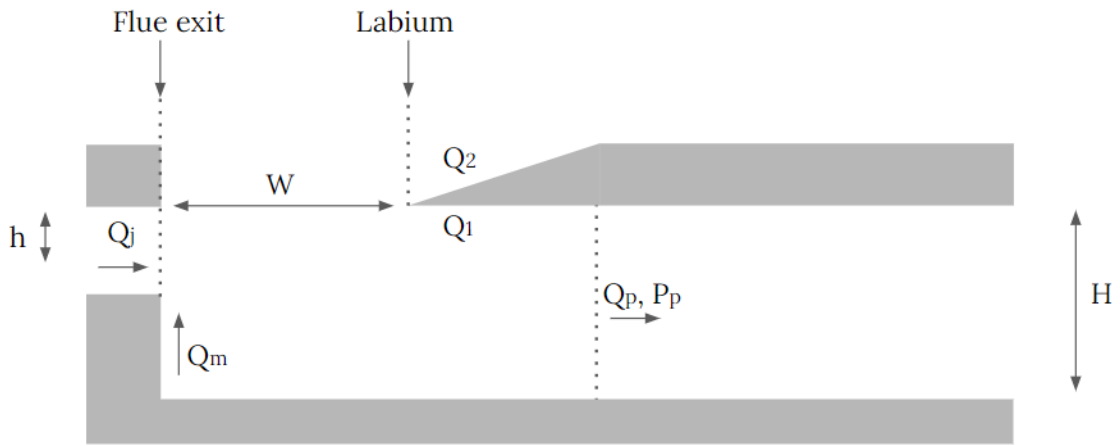
4.1. A modell alapja

Az általam vizsgált második, Verge-féle modell [22] egy teljes mértékben fizikai modell. A Välimäki-féle modellel ellentétben figyelembe veszi a befúvónyílás környezetében végbemenő fizikai folyamatokat, annak geometriáját, örvények kialakulásának és leválásának módját. A teljes geometria pontos modellezéséhez nagy számítási kapacitás szükséges, ami valós idejű szimuláció esetén nem előnyös, azt meg is akadályozhatja. Ezért Verge a hidrodinamikai viselkedés leegyszerűsített modelljét írta le, ami azonban az akusztikus jelek előállításához elegendően pontos működést biztosít. A modell orgonahang szintéziséhez készült, de bizonyos korlátokon belül átültethető hasonló működésű fúvós hangszerekre, így például fuvolára vagy furulyára. Az átültethetőség egyik kritériuma, hogy a W/h hányados elegendően kicsi legyen, ahol W a hangszeren a légsugár forrásának tekintett kürtőkivezetés távolsága attól a peremtől, aminek nekiütközik, h pedig a hangszer csövének hossza. Ennek okára a későbbiekben kitérek.

4.2. Áttérés egydimenziós modellre

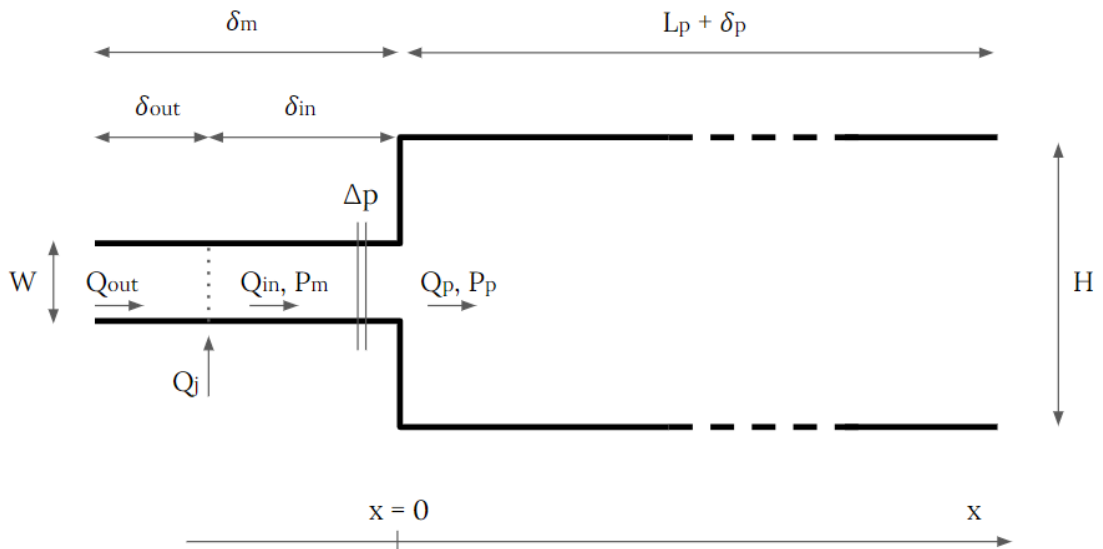
Verge Välimäkihez hasonlóan egydimenziós modellt készített. A két megoldás közötti eltérés a gerjesztés modellezésében mutatkozik. A 4.1. ábra a kétdimenziós geometriát mutatja. A kürtő kivezetésből induló légsugár (jet) térfogatárama Q_j , mértékegysége m^3/s . Erre hatást gyakorol a csövön belüli, a befúvónyílás közelében fellépő transzverzális térfogatáramlás, a Q_m . Ez összetett mozgást okoz, amit Q_1 és Q_2 térfogatáram források segítségével lehet leírni, melyek a perem két oldalán helyezkednek el [14, 2, 1]. A rezonátorcsőben haladó térfogatáramot Q_p , a nyomást pedig p_p jelöli.

A kétdimenziós geometriában a perem két oldalán lévő térrészt Verge széthajtja, így létrehozza az egydimenziós modellt. A 4.2. ábrán az így létrejött egydimenziós reprezentáció látható. A peremen kívüli részt a befúvónyílás szélességével megegyező átmérőjű cső reprezentálja. A peremen belüli rész átmérője marad az eredeti cső átmérője. Megkülönböztetjük a Q_{in} és Q_{out} térfogatáramokat, melyek a fuvola szempontjából az azon belüli és azon kívüli határt szabják meg. Ezen a határvonalon egy csomópontban kapcsolódik be



4.1. ábra. Kétdimenziós modell

a rendszerbe a kétdimenziós modellben is feltüntetett Q_j . A fuvolán belül Q_1 és Q_2 egy dipólusként jelenik meg, mely a Δp nyomáskülönbséget okozza. A Δp -n belül így több, komplex fizikai jelenség által okozott nyomásváltozást összevonva lehet modellezni. Ide tartozik a turbulencia okozta zaj, az örvényleválás a perem körül, valamint a légsugár fuvola csövébe áramló részének hatása (jet drive).



4.2. ábra. Egydimenziós modell

A modell gerjesztőjele p_f , a fuvolista szájüregében létrejövő nyomás. Mivel a kialakuló hullámhosszakhoz képest a fuvola feje kisméretű, a levegő összenyomhatatlannak tekinthető ezen a tartományon belül. Így a gerjesztő légsugár sebessége (U_j) a (4.1.) képletben a Bernoulli-egyenlet alapján kiszámolható, ahol ρ_0 a légnyomás, l_c a kürtő hossza, p_m a kürtő kivezetésnél fellépő nyomás, t az idő. A tömegmegmaradás törvénye alapján a (4.2.)

egyenlet felírható, ahol Q_j a légsugár térfogatárama, ami a légsugár sebessége és átmérője alapján számítható.

$$\rho_0 l_c \frac{dU_j}{dt} + \frac{1}{2} \rho_0 dU_j^2 = p_f - p_m \quad (4.1)$$

$$Q_j + Q_{\text{out}} = Q_{\text{in}} \quad (4.2)$$

A Q_{out} és p_m közötti kapcsolatot a Z_{out} kimeneti akusztikus impedancia becslésével határozta meg Verge. A (4.3.) időtartománybeli egyenletből Q_{out} meghatározható, ahol c_0 a hangsebesség, S_m a kürtő keresztmetszetének területe, r_m a kürtő sugara.

$$p_m = \frac{\rho_0 c_0}{S_m} \left(\frac{1}{4} \frac{r_m^2}{c_0^2} \frac{d^2 Q_{\text{out}}}{dt^2} - \frac{\delta_{\text{out}}}{c_0} \frac{dQ_{\text{out}}}{dt} \right) \quad (4.3)$$

Q_{out} -t és Q_p -t visszahelyettesítve a (4.2.) képletbe megkapjuk Q_{in} -t. A Δp nyomásugrást követően a levegő bejut a fuvola rezonátor csövébe, ahol a cső átmérőváltozása által okozott nyomásváltozás a (4.4.) képletben a Bernoulli-egyenlet alapján írható le, ahol δ_{in} a kürtő kivezetésének és a Q_j bemeneti pontjának távolsága.

$$p_p - p_m = -\frac{\rho_0 \delta_{\text{in}}}{S_m} \frac{dQ_{\text{in}}}{dt} + \Delta p \quad (4.4)$$

A folytonosság fennállása miatt az $x = 0$ pontban a rezonátorban és a kürtőben megjelenő térfogatáram értékének meg kell egyeznie (4.5. képlet), ezért a (4.4.) képletbe dQ_{in} helyett dQ_p -t is írhatunk.

$$Q_p = Q_{\text{in}} \quad (4.5)$$

4.3. Légsugár oszcillációjának modellezése

A Δp nyomásugrás első összetevője a légsugár rezonátorcsőbe hatoló részét reprezentáló Q_1 térfogatáram változásának hatása, amit Δp_{jd} -vel jelölünk. Q_1 kiszámításához a légsugár pillanatnyi helyzetét (η) és alakját kell ismerni. Ezt a (4.6.) képlet írja le, ahol H a légsugár átmérője, y_0 a légsugár középpontja, y az y_0 -tól vett távolság a légsugár haladási irányára merőleges tengely mentén. Ha a légsugár keresztmetszeti sebességprofilját a (4.7.) egyenlettel becsüljük [14, 9], akkor Q_1 meghatározására a (4.8.) egyenlet írható fel, ahol b a légsugár átmérőjére vonatkozó paraméter, U_0 pedig a légsugár sebessége y_0 -ban.

$$Q_1 = H \int_{y_0-\eta}^{\text{inf}} U_p(y) dy \quad (4.6)$$

$$U_j(y) = U_0 \text{sech}^2(y/b) \quad (4.7)$$

$$Q_1 = b H U_0 \left(1 + \tanh\left(\frac{\eta - y_0}{b}\right) \right) \quad (4.8)$$

$$\Delta p_{jd} = -\frac{\rho_0 \delta_d}{S_m} \frac{dQ_1}{dt} \quad (4.9)$$

Az így kapott Q_1 alapján a (4.9.) képlet adja a Δp_{jd} értékét időtartományban. A δ_d a Q_1 és Q_2 dipólus pólusai közötti 'akusztikus távolság', melynek változtatásával a dipólus erőssége állítható.

A Δp_{jd} kiszámításához egyedül a légsugár pillanatnyi helyzetének ismerete hiányzik. A légsugár transzverzális oszcillációja összetett mozgás, melyet a (4.10.) egyenlettel lehet közelíteni [14, 3]. Az egyenlet lamináris légáramot feltételez.

$$\eta(W, \omega) = \frac{1}{i\omega} \left(\frac{2}{\pi} \frac{Q_p}{S_m} - \frac{0.38 Q'_1}{S_m} \right) \times (1 - \cosh(\mu(St)W) \exp(\frac{-i\omega W}{u(St)})), \quad (4.10)$$

ahol

$$Q'_1 = Q_1 - \frac{1}{2} b H U_0. \quad (4.11)$$

A $\mu(St)$ az erősítési együttható, $u(St)$ pedig a hidrodinamikai zavarkeltés sebességére vonatkozó együttható. Mindkettő a közeg Strouhal-száma alapján meghatározott paraméter, ami a közeg sebességétől függ. Ezek megadására nincsen egyszerű időtartománybeli analitikus megoldás. Ezenkívül az egyenletben szereplő $1/i\omega$ osztás miatt nulla frekvencián nem valósághű viselkedést eredményez a szimuláció. Az így fellépő problémák miatt a jelenség modellezéséhez a (4.10.) egyenlet helyett Verge egy annak hatását közelítő másodfokú sáváteresztő Butterworth-szűrő használatát javasolja. Magasabb frekvenciákon ugyan nem ad pontos közelítést, azonban a kiinduló egyenlet is a valós jelenség közelítését célozza, így a gyakorlatban elfogadhatjuk. Sáváteresztő szűrő használatával a DC-n fellépő probléma megszüntethető.

A létrejövő oszcilláló légsugár transzverzális mozgásának sebessége egy késleltetővonalal modellezhető. Ennek hossza a légáram sebessége alapján határozható meg. Mérési eredmények alapján a dl késleltetőhossz az alábbi képlet alapján számítható:

$$dl = 0.6 U_j / W. \quad (4.12)$$

A szűrő paramétereit minden szimulálni kívánt U_j -hez meg kell határozni, mivel a (4.10.) egyenlet is függ tőle. Ugyanígy a b és W értékek változása esetén is újra kell kalkulálni az együtthatókat. Első közelítésben Verge a (4.1.) képletben meghatározott U_j értéke alapján számította a szűrő paramétereit. Ekkor U_j -t a zenész szája és a kürtő kimenete közötti nyomáskülönbség alapján határozta meg. Ezek az értékek a fuvola akusztikus oszcillációjának frekvenciájával változnak. Ez azonban azt jelentette, hogy U_j -nek, ezáltal a szűrőparamétereknek és a késleltetővonal hosszának is az oszcilláció egy periódusán belül meg kellett változnia. Ez a szimulációban megvalósítva nem valósághű viselkedést okozott. Bizonyos periódusszám után a légáram helyzetét teljesen a perem egyik oldalára tolt a modell, ezzel a gerjesztést megszüntette. Ennek a viselkedésnek semmilyen fizikai alapja nincsen, a gerjesztés modelljének hibáiból fakad. Megoldásképpen nem az ilyen módon fluktuáló értékű U_j -t alkalmazza a végső modell. Helyette bevezeti az $U_{j\text{Steady}}$ változót,

aminek számítását a (4.13.) képlet adja meg. A kürtő kimeneténél megjelenő nyomást itt konstans nullának veszi a modell, így a nyomáskülönbséget egyedül a gerjesztő p_f nyomás határozza meg. Mivel a gerjesztőjel változásának frekvenciája legalább egy nagyságrenddel alacsonyabb, mint a kialakuló akusztikus oszcilláció frekvenciája, az $U_{j\text{Steady}}$ jel közel konstans az akusztikus oszcilláció egy periódusa alatt.

$$U_{j\text{Steady}} = \sqrt{\frac{2p_f}{\rho_0}} \quad (4.13)$$

A szűrő paramétereit és a késleltetővonal hosszát továbbra is iterációnként újra kell számolni, azonban azok stabil viselkedést mutatnak. A drasztikus egyszerűsítés ellenére jó közelítéssel valóság-hű szimulációt biztosít a modell, ami ebben a formájában lamináris légáramot és lineáris erősítést okozó zavarokat ír le. Kis W/h arány mellett ez egy alkalmazható közelítés, azonban magasabb W/h arány mellett a megjelenő turbulens hatások miatt nem alkalmazható a modell.

4.4. Rezonátorcső modellezése

A fuvola csövet, azaz a rezonátort a Välimäki-féle modellhez hasonlóan digitális waveguide segítségével valósítja meg a modell. A két ellentétes irányba haladó hullám a p_o , csövön kifelé haladó és p_i , csövön befelé haladó nyomáshullámok. A csőben haladó légáram a hullámegyenlet és az Euler-egyenlet alapján a (4.14) képlettel fejezhető ki.

$$Q_p = \frac{S_p}{\rho_0 c_0} (p_o - p_i) \quad (4.14)$$

A rezonátorban jelenlévő nyomásra hatással van a cső végén megjelenő lezárás. Verge a modellben a (4.3.) egyenlettel figyelembe vette a gerjesztés oldalán a lezáró impedanciát, a cső nyitott végének lezárását azonban nem. Itt a hangsugárzás miatt veszteségek jelennek meg. A rezonátor nyitott végén lezajló folyamatot az alábbi egyenlet írja le:

$$p_o + p_i = \frac{-r_p^2}{4c_0^2} \frac{\partial^2 (p_o - p_i)}{\partial t^2} + \delta_p \frac{\partial (p_o - p_i)}{\partial t}. \quad (4.15)$$

A δ_p a cső hosszának végkorrekciója, $\delta_p = 0.82r_p$ alapján határozható meg, ahol r_p a cső sugara.

A véges differenciák módszerével az egyenlet alapján meghatározható a p_o és p_i közötti összefüggés, amit a modellben egy másodfokú szűrővel lehet reprezentálni.

A cső mentén a hullámok frekvenciafüggő diszperziós és exponenciális csillapító hatásoknak vannak kitéve. Ezeket a hatásokat a k komplex hullámszám segítségével lehet frekvenciatartományban leírni [13]:

$$p_p = (p_o e^{-ik^+x} + p_i e^{-ik^-x}) e^{i\omega t}, \quad (4.16)$$

ahol

$$k^{\pm} = \frac{\omega}{c_0} \pm \sqrt{\frac{\omega}{2}} \frac{\alpha}{r_p} (1 - i). \quad (4.17)$$

Az α csillapítási tényező a közeg tulajdonságai alapján számolható:

$$\alpha = \frac{\sqrt{l_v} + (\gamma - 1)\sqrt{l_v}}{\sqrt{c_0}}. \quad (4.18)$$

Az l_v és l_v viszkózus ('viscous') és hőtani ('thermal') karakterisztikus hosszakat jelölnek, 20 °C-on levegőben $l_v = 4 \times 10^{-8} \text{ m}$ és $l_v = 5.6 \times 10^{-8} \text{ m}$. A γ a hőkapacitás arány, adott hőmérsékletre vonatkozik és a konstans nyomás valamint konstans térfogat mellett kapott hőkapacitások arányát jelöli. Ebben az esetben értéke $\gamma = 1.4$.

A hatékony számítás érdekében a csillapítás hatásai összevonhatóak a késleltetővonalak végére. Az egyenletek időtartományban való megoldásához törtrendű deriválást kellene alkalmazni, ehelyett a modell egy IIR szűrővel helyettesíti a komplex hullámszám által meghatározott veszteségeket. A szűrő paraméterei numerikus módszerrel határozhatók meg, egy harmadfokú IIR szűrő átvitele és a komplex hullámszám egyenletei által adott amplitúdó- és fázisspektrum közötti négyzetes hibát minimálisra csökkentve.

4.5. Örvényleválás a peremnél

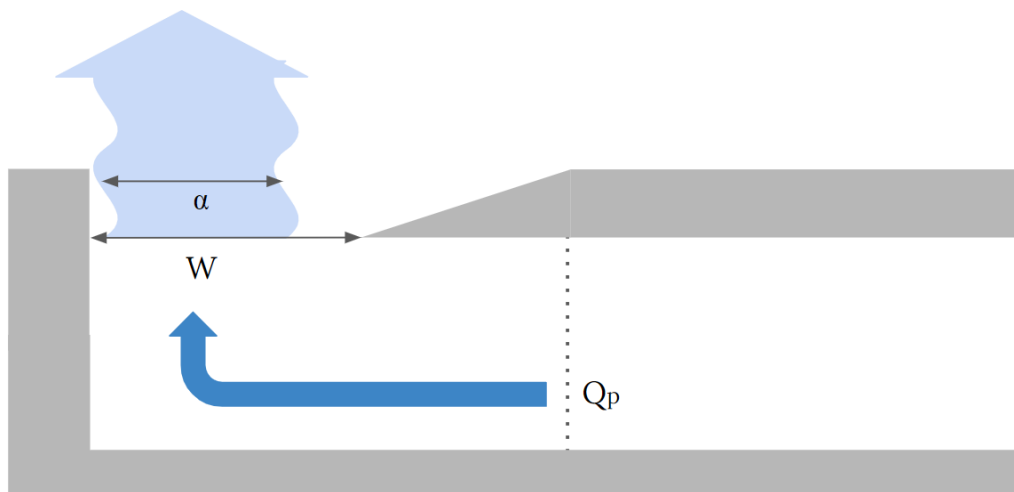
A 4.3 részben bemutatott légsugár oszcilláció mechanizmusa a légáram lineáris viselkedését jó közelítéssel modellezi, azonban a teljes modellhez szükséges a perem környékén kialakuló örvényleválások által előidézett nemlineáris viselkedés leírása is. Az örvényleválás korlátozza a kialakuló oszcilláció amplitúdóját, valamint szerepet játszik a magasabb harmonikusok előállításában. A légáram szétválása a peremnél örvények kialakulását okozza. Mérési eredmények alapján Verge megállapította, hogy ezt a jelenséget nem csak a légáram iránya befolyásolja, hanem a rezonátorcsőben fellépő Q_p légáram is.

A rezonátorcsőben fellépő oszcilláció miatt abban transzverzális légáram is létrejön, ami hatással van az örvényleválásra. Ennek modellezéséhez feltételezzük, hogy a rezonátorban jelenlévő Q_p -ból leváló levegő egy rezonátorcsővön kívüli, szabad térben haladó légsugarat hoz létre a fuvola szájától, ahogyan a 4.3. ábrán lehet látni.

Az örvények hatását egy váltakozó értékű Δp_a nyomásugrással lehet modellezni [7], melyet a későbbiekben a már említett Δp nyomásugrásba lehet bevonni. A Δp_a értékét az alábbi egyenlettel lehet meghatározni, ahol α_v a légsugár vena contractájánál vett átmérője és W aránya. A vena contracta az a pont a légsugárban, ahol annak átmérője a legkisebb és sebessége a legnagyobb. Az α_v értéke a geometriától függ, 0,6 és 1 között változhat. A modellben 0,6-os értéket használ Verge, ez tartozik az éles peremű geometriához.

$$\Delta p_a = -\frac{1}{2} \rho_0 \left(\frac{Q_p}{\alpha_v S_m} \right)^2 \text{sgn}(Q_p) \quad (4.19)$$

Az így számított Δp_a az akusztikus amplitúdó erősítése ellen dolgozik, a kinetikus energia disszipációját okozza. Az energiaveszteség számítása a (4.20) képlet alapján le-



4.3. ábra. Szabad légáram a hangszer szájánál

hetséges, ahol T az akusztikus oszcilláció egy periódusa. A veszteség tehát a Q_p légáram harmadik hatványával arányos.

$$E_a = \int_0^T \Delta p_a \frac{Q_p}{S_m} dt \quad (4.20)$$

A felharmonikusok megjelenésének mértékét a modell alapján nem lehet egyszerűen meghatározni, azonban lehetőség van az örvénymodell szimmetriájának megszüntetésére, ezzel növelni a felharmonikusok dominanciáját. Fizikai értelemben ezzel a geometria egyéb tulajdonságainak hatásait lehet a modellbe beiktatni, hiszen az α együttható csak a perem élességének mértékét állítja.

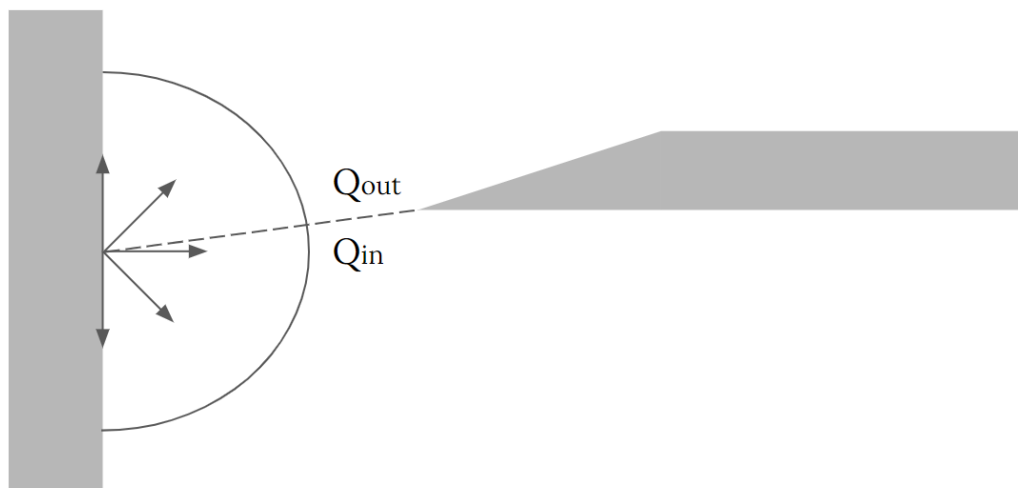
A hangindítási transziens modellezéséhez fontos a perem és a légáram első interakcióját helyesen leírni. Az így kapott kezdeti örvényeknek szerepe van az oszcilláció kialakulásában és a magasabb harmonikusok megjelenésében. A légsugár forrásának a kürtő kimeneti pontját tekintjük, ami kétdimenziós modellben ábrázolva pontforrásként félkör alakban indítja a légáramot. A perem két oldalára érkező Q_{out} és Q_{in} a forrás pozíciójának függvényében oszlanak meg, ahogyan a 4.4. ábrán látható.

Amikor a félkörhullám eléri a peremet, egy Δp_{tr} nyomásugrás alakul ki a perem két oldalán, ami a hullámfront sebességének négyzetével arányos, ahogy a (4.21) képlet mutatja. Az arányossági tényező a szimuláció kalibrálása során határozható meg. A nyomásugrás a Δp összesített nyomásugrás részeként kezelendő.

$$\Delta p_{tr} \propto \frac{1}{2} \rho_0 U_{fr}^2 \quad (4.21)$$

4.6. Turbulencia okozta zaj

A hangszermodell működéséhez nem szükséges a turbulencia okozta zaj hatását figyelembe venni a modellben, azonban a valóság hú hang elérésében fontos szerepet játszik a zaj,



4.4. ábra. Kezdeti légáram szeparációja

mint nem determinisztikus összetevő. A zaj nélkül a szimulációban a rezonátorcső alap és felharmonikusai jelennek meg csupán, azonban a turbulencia hatását figyelembe véve egy háttérzaj jelenik meg a spektrumképen. Ez a szélessávú zaj is áthalad a modell szűrőin, ezáltal a fuvola geometriája által beállított rezonanciafrekvenciákon kiemelkedések jelennek meg. Ez valóságosabb hangzást eredményez.

Turbulens áramlások leírása analitikus módon csak nagyon egyszerű geometriák mellett lehetséges, ezért azok modellezése hangszerek esetén főleg empirikus úton van mód. Emiatt a turbulens zaj spektrumának meghatározásához a modell mérési eredményekre hagyatkozik. A hangszerben az oszcilláció megakadályozható hangtompító segítségével vagy a perem eltávolításával a gerjesztő légsugár útjából. Ilyen körülmények között különböző gerjesztések mellett mérték a zaj spektrumát. További mérések azt mutatták, hogy az oszcilláció jelenléte nem változtat lényegesen a zaj spektrumán. Így a tompított oszcilláció mellett mért spektrum alkalmazható a zaj modellezésére. Alacsony p_f gerjesztőnyomás mellett ($p_f < 60 Pa$) a légáram közelíthetően laminárisnak tekinthető, közepes nyomás mellett a periodikus örvényleválások miatt pulzáló hatású zaj jelenik meg, magas nyomásérték mellett ($p_f > 1200 Pa$) pedig teljesen turbulensnek tekinthető a légáram. Ekkor a zaj már kevésbé függ a lamináris közelítésben számított légsugár oszcillációtól.

Összegezve, a légáram turbulens hatására megjelenő zajt modellező Δp_v ugrás nagysága a (4.21.) egyenlethez hasonlóan a légáram sebességétől négyzetesen függ [15]:

$$\Delta p_t \propto \frac{1}{2} \rho_0 U_p^2 \quad (4.22)$$

Fontos megjegyezni, hogy az így kapott modell a valóságnak erős egyszerűsítése. A turbulens légáramok például a rezonáns csőben transzverzális irányban is mozognak, ezáltal a transzverzális módusokat is gerjesztve. Ezek számításához kétdimenziós modellre kellene áttérni. Nagy átmérőjű rezonátor esetén az így kialakuló módusok a hallható tartományon belülre eshetnek. A fuvolacső kis átmérője miatt a fuvola esetében ez nem okoz problémát.

4.7. Kimenet számítása

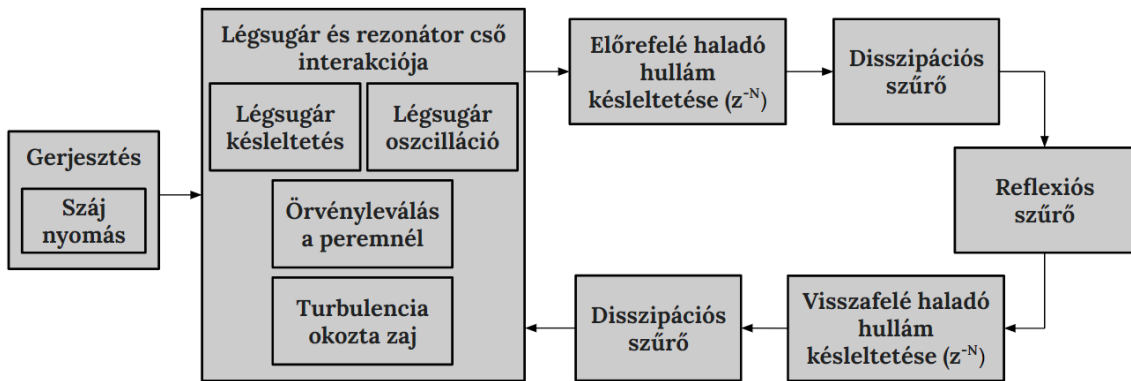
Az így felírt egyenletekből megkapjuk a teljes fuvolamodellt. Az egyenleteket összevonva a kimeneti nyomás számítására az alábbi képletet kapjuk. A p_f gerjesztőnyomást ismertnek vesszük, ahogy p_i és p_o régebbi értékeit is.

$$p_o = \frac{r_m^2 S_p}{4c_0^2 S_m} \frac{\partial^2 (p_o - p_i)}{\delta t^2} - \frac{\rho_0 r_m^2}{4c_0 S_m} \frac{d^2 Q_j}{dt^2} - \frac{\delta_m S_p}{c_0 S_m} \frac{\partial (p_o - p_i)}{\delta t} + \frac{\rho_0 \delta_{out}}{S_m} \frac{dQ_j}{dt} + \Delta p - p_i \quad (4.23)$$

A p_o tehát a rezonátorcsőben visszacsatolt jel, a szájrész geometriája, a bemeneti gerjesztés és a légáram turbulens folyamatainak leírása alapján határozható meg. A Δp nyomásugrás magába foglalja a légsugár oszcilláció, a turbulencia okozta zaj és az állandósult állapot, valamint a hangindítási tranzienst alatti örvényleválás okozta nyomásugrásokat:

$$\Delta p = \Delta p_{jd} + \Delta p_a + \Delta p_{tr} + \Delta p_t. \quad (4.24)$$

A modell blokkvázlata az 4.5. ábrán látható.



4.5. ábra. A Verge-féle modell blokkvázlata

5. fejezet

Fizikai modell megvalósítása MATLAB környezetben

A Verge-féle modell megvalósításához a 'The Synthesis ToolKit in C++' [12] modelljét vettem alapul, amelyet MATLAB környezetbe ültettem át.

A modell és MATLAB-ban való megvalósításának egyes elemei is hasonlítanak a Välimäki-féle modellre. A fuvolacsövet reprezentáló késleltetővonalak és a hosszuk pontos beállításához használt interpoláció alkalmazása megegyezik a két esetben.

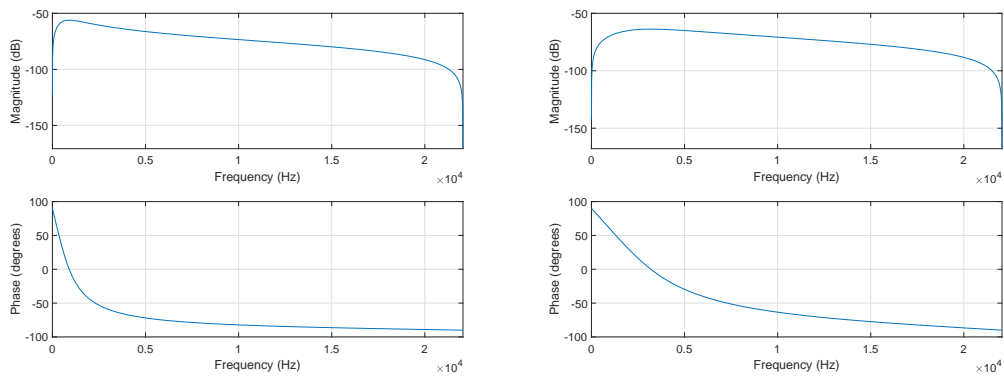
5.1. A szűrők megvalósítása

A ToolKit-ben használt szűrőparaméterek átvételével a modell bemutatásában bevezetett elméleti szűrőparaméterek közelítése megoldott. A modellben négyféle szűrőt kell megvalósítani.

Az első a rezonanciaszűrő, amely a gerjesztő légsugár transzverzális mozgásának leírásához szükséges. A szűrő bevezetését a 4.3 fejezet írja le. Paramétereit a valós működést leíró függvények közelítésével lehet beállítani, azonban ahogy Verge is említi [22], tökéletes egyezés nem szükséges, mivel az egyenletek által adott fizikai modell sem tökéletes képe a valós működésnek. Ezért a szűrő paramétereinek változtatásával lehetőség nyílik a fuvola kimeneti jelének hangolására. Tekinthetjük úgy, hogy azok hangolása a fuvola gerjesztési pontban lévő geometriai tulajdonságainak beállítása is egyben. A ToolKit-ben alkalmazott szűrő paramétereit a befúvónyílás mérete és a gerjesztő p_f nyomás által meghatározott U_{j_steady} értékek alapján határozzák meg. A befúvónyílás mérete adott, így az egyetlen változó paraméter az U_{j_steady} . Mivel ez a szimuláció során bármikor változhat, a rezonáns filter paramétereit minden iterációban újra kell számolni.

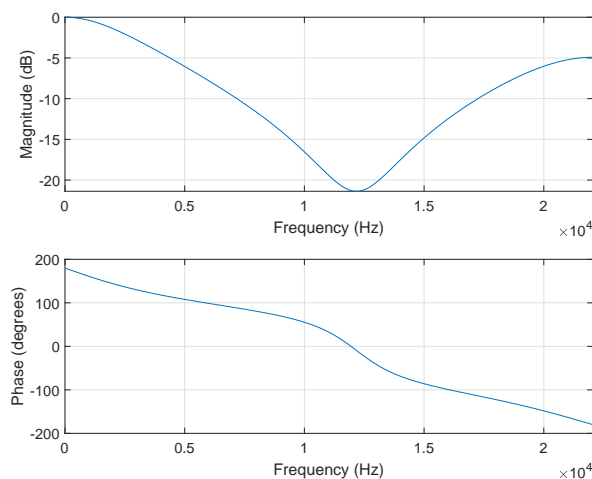
A gerjesztés amplitúdójának és ezzel az U_{j_steady} növelésével a rezonanciaszűrő maximális erősítéshez tartozó pontja frekvenciában felfelé tolódik. Ez a jelenség alátámasztja az átfújás hatást, hiszen elősegíti a magasabb felharmonikusok kiemelkedését erősebb gerjesztési jel mellett. Az átfújás jelenségről az 5.2 fejezetben írok részletesebben.

A második szűrő a fuvolacső végén elhelyezkedő reflexiós szűrő, amely a Välimäki-féle modellhez hasonlóan aluláteresztő szűrőként viselkedik a csőben kialakuló, emberi fül



5.1. ábra. A rezonanciaszűrő karakterisztikája alacsony (bal) és magas (jobb) gerjesztőjel mellett

számára érdekes frekvenciasávban. Ahogyan a Välimäki-féle modellben, az átvitel fáziskésleltetése ebben az esetben is frekvenciafüggő, így a helyes működéshez kompenzálni kell a késleltetővonal hosszát. A szűrő átvitele az 5.1 ábrán látható.

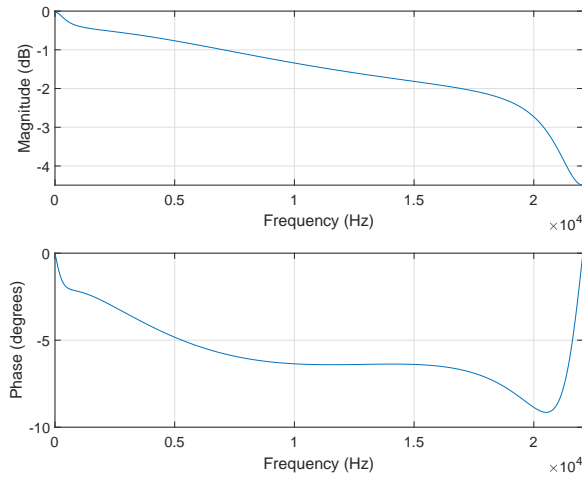


5.2. ábra. A fuvolacső végi reflexiós szűrő karakterisztikája

A harmadik szűrő a cső menti disszipációt reprezentáló Thermal-Visco szűrő, amelynek karakterisztikája az 5.3 ábrán látható. A szűrő a magasabb frekvenciákat fokozatosan nagyobb mértékben csillapítja, így az alacsonyabb felharmonikusok könnyebben alakulnak ki, mint a magasak. A spektrumképeken látható felharmonikusok közötti fokozatos csillapítást elősegíti a disszipációs szűrő is. Átvitele alapján megalapozott, hogy magasabb alapharmonikusok megszólaltatásához nagyobb gerjesztőjelre van szükség, hogy a nagymértékű csillapítás mellett is ki tudjon alakulni az oszcilláció.

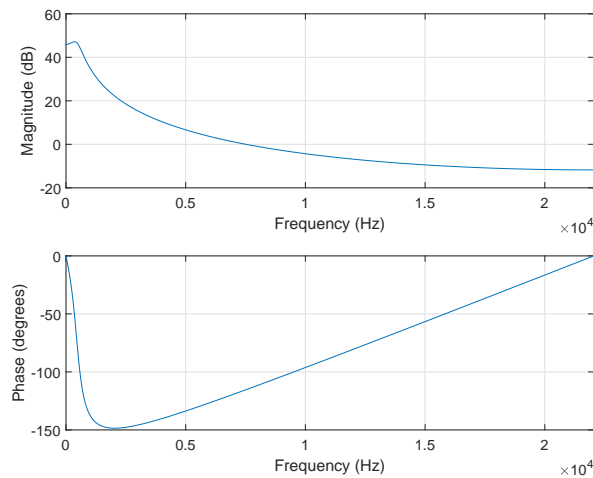
Ez a szűrő kétszer is megjelenik a modellben, egyszer az előrefelé, egyszer pedig a visszafelé haladó hullám késleltetővonalán. Ha a fuvola kimeneti alapharmonikáját a fuvolacső hosszával állítjuk be, akkor a fuvola hangját nem befolyásolja lényegesen, hogy a reflexiós szűrő, vagy a második disszipációs szűrő utáni pontból vesszük a kimeneti jelet. A kialakult oszcilláció feltétele, hogy a késleltetővonalakban a jel többször körbeérjen, így

a kimenetre kerülő jel már többször is áthaladt a disszipációs szűrőkön. A kimeneti pont áthelyezésével a jel eggyel többször haladna át ezen, ami nem okozna már benne különösen nagy változást. Ezáltal a két disszipációs szűrő és a reflexiós szűrő összevonhatóvá válik. Ez a változtatás azonban más hangképzés mellett nem feltétlenül alkalmazható. A későbbiekben a billentyűkkel kiegészített modell esetén a kimeneti pont nem áthelyezhető, így az összevonás sem megoldható.



5.3. ábra. A fuvolacső menti disszipációs szűrő karakterisztikája

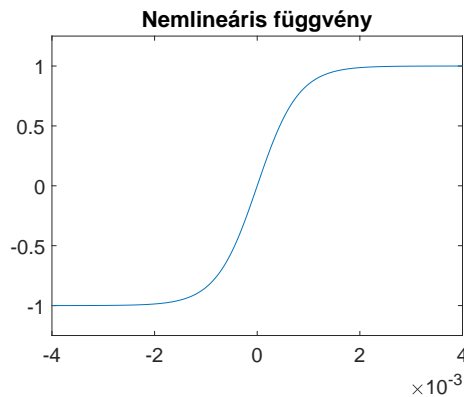
A negyedik szűrő a turbulens szűrő. Ennek karakterisztikája az 5.4 ábrán látható. Átvitele mérési eredmények alapján beállítható, azt az 4.6 fejezetben leírtak szerint a fuvola geometriája határozza meg. Mivel a légáramot alacsony gerjesztés mellett laminárisnak, erősebb gerjesztés mellett pedig turbulensnek tekintjük, a turbulens szűrő bemenetére vezetett fehérzajt a gerjesztőjellel arányos U_j sebesség négyzetével kell skálázni. Így a turbulens zaj a gerjesztőjel felfutása és a hang kialakulása során fokozatosan jelenik meg.



5.4. ábra. A turbulencia szűrő karakterisztikája

5.2. A gerjesztés megvalósítása

A modell elméleti felépítése alapján a Välimäki-féle modellhez képest a legnagyobb különbség a gerjesztés modellezésében látható. A gerjesztésben alkalmazott nemlinearitás blokk $x - x^3$ közelítés helyett \tanh függvényt alkalmaz. Ennek átvitele az 5.5 ábrán látható. Jellege hasonlít a közelítő függvényéhez, a skálabeli eltérést a nemlineáris függvény bemenő jelének várt értéke okozza. A Välimäki-féle modellben a függvény bemenete a modulált gerjesztőjel. A Verge-féle modellben a nemlineáris elem bemenő jele a gerjesztő légsugár pillanatnyi helyzete. A nemlineáris blokkon áthaladt jelet a gerjesztőjel és a nemlineáris függvény kimenetének szorzataként kapjuk. Így a két modellben a teljes nemlineáris blokk kimeneti jelének és a fuvolacsőben kialakuló oszcilláció amplitúdójának aránya összemérhető, a nemlineáris függvény nagyságrendi eltérése ellenére.

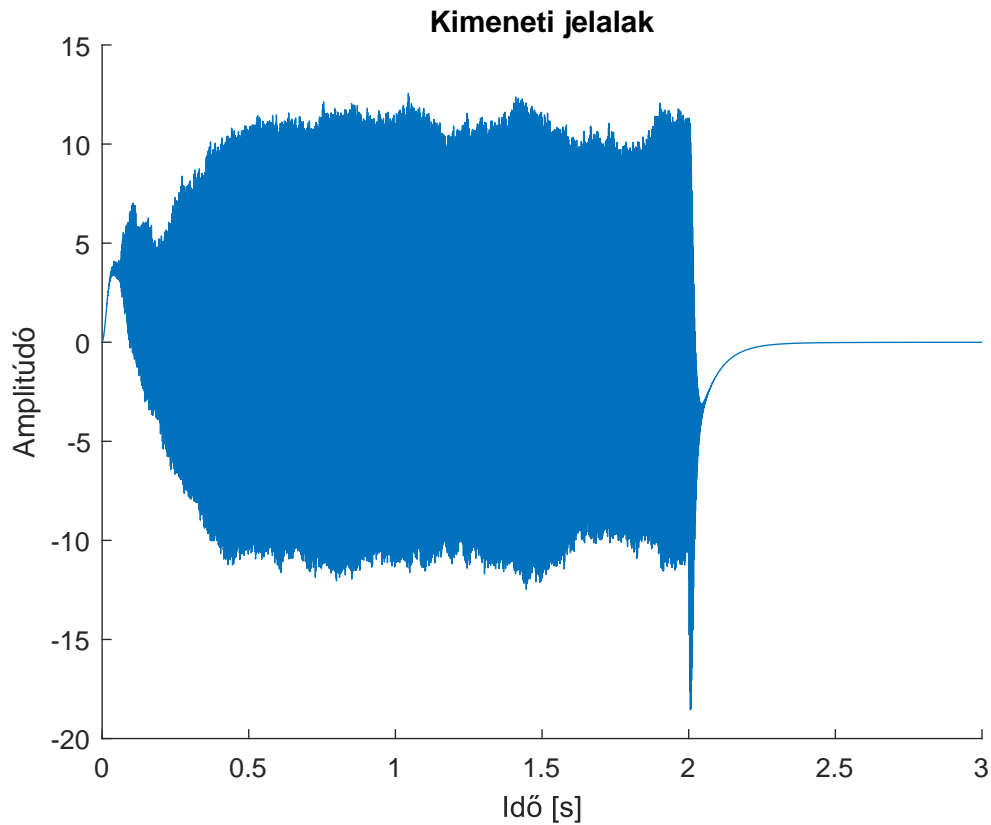


5.5. ábra. A Verge-féle modellben alkalmazott nemlineáris függvény

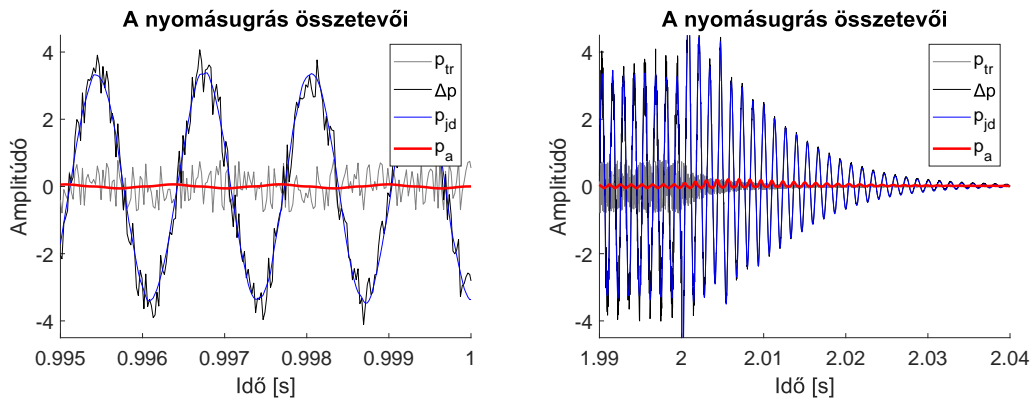
A modell kimeneti jelalakja az 5.6 ábrán látható. A kialakuló jelalakban szemmel láthatóan nagyobb a zaj hatása, mint a Välimäki-féle modellben, ahol az állandósult oszcilláció amplitúdója közel állandó volt. A Verge-féle modell esetén az amplitúdó egy adott átlagérték körül mozog, azonban folyamatosan változik. Ez a hatás a kimeneti hangon érzékelhető. Mivel a zaj modellezése ebben az esetben a kialakuló turbulencia modellezésével jött létre, a zaj nem a kimenetre ül, fehérzajra hasonlító zúgásként jelenik meg. A kimeneten a zaj a valós fuvola hangját közelítő levegős hangzást kölcsönöz a modellnek.

A zaj összetevő megfigyelhető a Δp nyomáskülönbség kialakulása során is. Ahogyan az 4.24 képletben látható, a nyomásugrás négy elemből épül fel. Ezek számítása során a MATLAB-ban készült modellben a p_t és p_{tr} nyomások összevonásra kerültek. A szimuláció során tehát három tényezőt összegzünk. Az egyes tényezők és a Δp jelalakok az 5.7 ábrán láthatók.

Az ábrán megfigyelhető, hogy állandósult állapotban, stabil oszcilláció mellett a p_{jd} összetevő, azaz a gerjesztő légsugár térfogatáram-változását reprezentáló tényező fejt ki a legnagyobb hatást a nyomásugrásra. A turbulencia okozta zaj a p_{tr} tényezővel jelenik meg, ennek hatása is szemmel látható a Δp összegben. Legkevésbé a p_a nyomás hatása érvényesül. Amplitúdója egy nagyságrenddel alacsonyabb a p_{jd} nyomásénál, és hozzá képest fázisban 90 fokkal eltolt. Mivel ez az összetevő az örvényleválást reprezentáló, oszcilláció



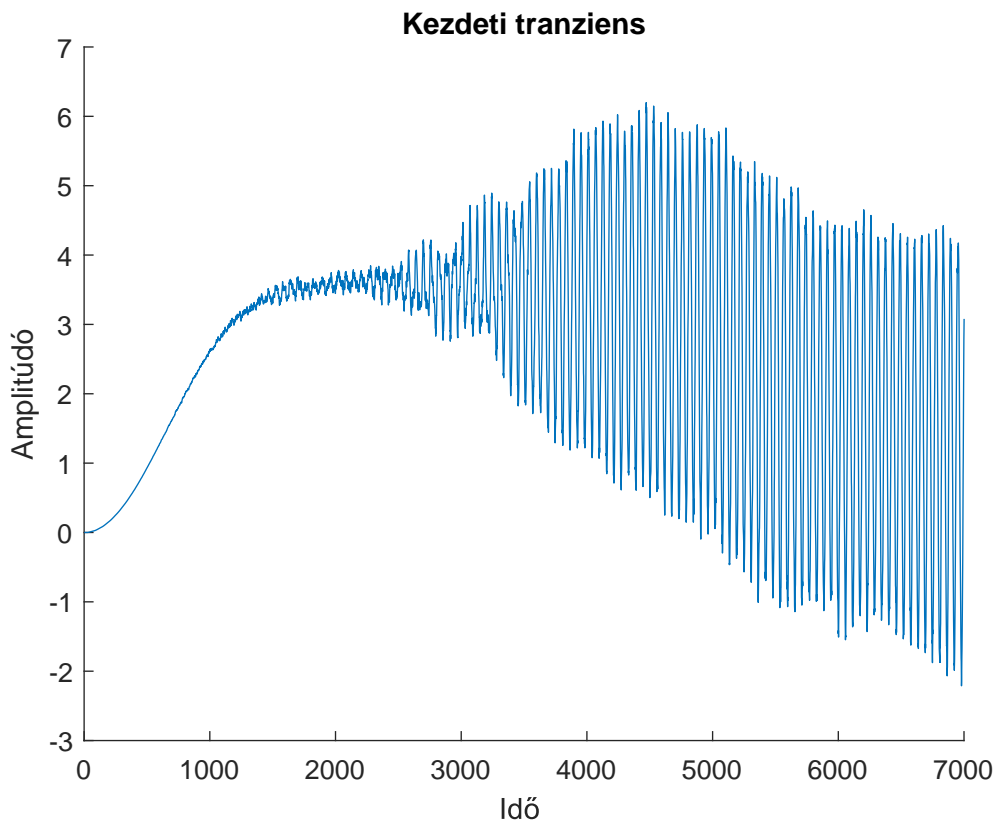
5.6. ábra. A Verge-féle modell kimeneti jelalakja



5.7. ábra. A Δp nyomásugrás összetevői állandósult állapotban (bal) és a hang megszűnésekor (jobb)

ellen dolgozó nyomás, mindkét tulajdonsága megalapozott. A többi taggal nincs egy fázisban, mert e hatásokkal gátolja. Amplitúdója nem összemérhető a többivel, mivel ellenkező esetben megátolná az oszcilláció kialakulását. Ellenben a második ábrán, az oszcilláció lecsengésénél már tapasztalható a p_a nyomás amplitúdójának növekedése. Ez alapján a hang megszűnésében nem csak a gerjesztés megszűnése, hanem az örvényleválás is szerepet játszik.

A kezdeti tranzienst alakulása az 5.8 ábrán látható. A gerjesztőjel megegyező hosszúságú felfutása mellett az oszcilláció gyorsabban alakul ki, mint a Välimäki-féle modellben.



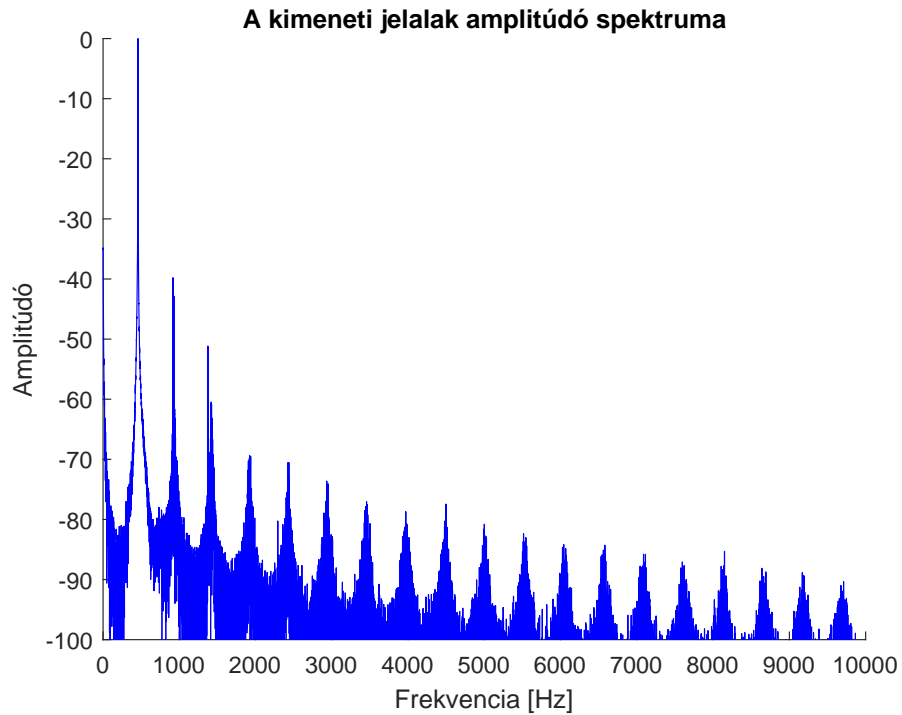
5.8. ábra. A kialakuló oszcilláció kezdeti tranziense

A modell megszólaltatásához minden beállított frekvenciához meg kell határozni a helyes bemeneti gerjesztést. Ahogyan egy valós fuvolánál is, az oszcilláció csak abban az esetben jön létre, ha a gerjesztő légsugár nyomása éppen megfelelő. A modellben ez a kialakuló nyomásértékek arányára vezethető vissza. Túl alacsony gerjesztőnyomás esetén a disszipációk hatása miatt nem tud kialakulni az oszcilláció. Túl magas gerjesztőnyomás mellett azonban az éppen kialakuló oszcillációt elnyomja a bemeneti nyomás.

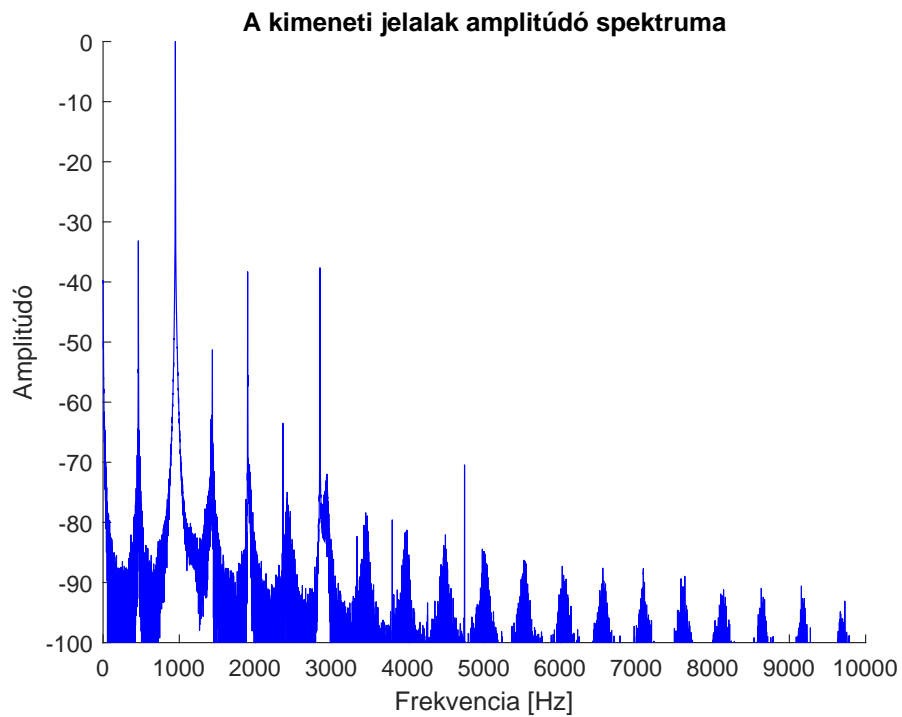
A Välimäki-féle modellben az egyes hangokhoz tartozó, alkalmazható gerjesztési nyomássávok szélesek voltak, a modell akár 30-40%-os bemeneti nyomásváltozás mellett is képes volt kialakítani vagy fenntartani az oszcillációt. A Verge-féle modell ebből a szempontból kevésbé könnyen megszólaltatható. Alacsonyabb frekvenciákon a bemeneti jel már akár 5%-os eltérése mellett sem jön létre a várt kimeneti hang.

A modell gerjesztőjelre való érzékenysége azonban nem csak hátrányt okoz, segítségével elérhető az átfújás jelenség is. Átfújásról akkor beszélünk, mikor egy adott hanghoz tartozó billentyűfogás mellett erősebb gerjesztés hatására nem az alapharmonikus, hanem magasabb harmonikusok szólalnak meg. A modellben ilyenkor a billentyűfogás azt a beállított fuvolacső hosszát jelenti, amely az alapharmonikus frekvenciáját meghatározza. A bemeneti gerjesztés mértékét növelve a második és harmadik harmonikusok dominanciája a modellben is az alapharmonikus fölé emelhető.

Az 5.9, 5.10, 5.11 ábrákon az így kialakuló kimeneti jelek amplitúdóspektrumai láthatók decibel skálán. Az éppen domináns harmonikus mindegyik esetben jelentősen ki-

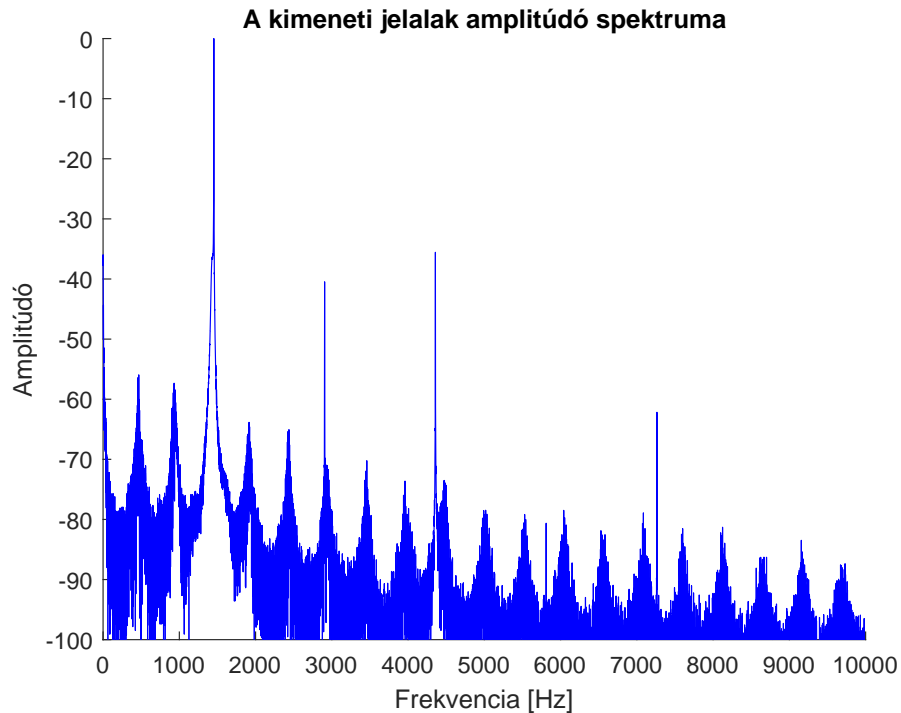


5.9. ábra. Spektrumkép az alapharmonikus gerjesztésénél



5.10. ábra. Spektrumkép az első felharmonikus gerjesztésénél

emelkedik a többi harmonikus közül. A többi harmonikus döntő többségének amplitúdója a valós fuvolahanghoz képest is lényegesen alacsonyabb. Minden spektrumképen a domináns harmonikus felharmonikusai jelennek meg az átlagnál magasabb amplitúdóval. Ez



5.11. ábra. Spektrumkép a második felharmonikus gerjesztésénél

az 5.9 esetében a megszokott amplitúdócsökkentést hozza létre, az 5.10 és 5.11 esetekben azonban különös viselkedést eredményez. E spektrumokban aránylag magas frekvenciák is jelentősen befolyásolják a hangszínt. Az átfújás segítségével beállított magasabb hangok sípoló hatást keltenek, így nem olyan valóságos a kimenet, mint amit az adott frekvenciára állított csőhosszú modell eredményez.

Az 5.9 ábrán látható, átfújás nélküli, fuvolacső hosszával beállított alapfrekvenciájú jel spektruma több szempontból eltér a valós fuvola spektrumától, amely az 1.2 ábrán látható. Az egyes felharmonikusok amplitúdóinak csillapítása lényegesen nagyobb a szimulált hangban, valamint az alacsonyabb és magasabb felharmonikusok közötti amplitúdóbeli elkülönülés sem figyelhető meg. Az egyes amplitúdók fokozatosan csökkennek, a valós fuvolahangban azonban gyorsabb amplitúdócsökkenés jelenik meg az első pár felharmonikus után.

Az így kapott Verge-féle fizikai modell számítási szempontból erőforrásigényesebb a Välimäki-féle modellnél. A kimeneti jel spektrumképe kevésbé hasonlít a valós fuvoláéra, azonban hangzásban közelebb áll hozzá, mint a Välimäki-féle modell alap- és továbbfejlesztett verziói. A spektrumkép és a hangzás közötti eltérő eredmények magyarázata, hogy a fuvolahangban az időtartománybeli amplitúdóváltozások nagyban befolyásolják a hanghatást, ezt a jelenséget pedig a Verge-féle modellben tapasztalható oszcilláció folyamatos amplitúdóváltozása jobban közelíti, mint a Välimäki-féle modell. Az időbeli változás a spektrumképeken nem bemutatható, az időtartománybeli kimeneti jelalakokon azonban jól megfigyelhető. Ezeket a modelleket tekintve tehát előnyben részesíthető a Verge-féle modell.

6. fejezet

Billentyűk modellezése

A két alapmodellben a hangmagasság a fuvolacsövet reprezentáló digitális késleltetővonalak hosszának változtatásával állítható, ahogyan az a 2.1 fejezetben látható. Az így kapott modell azonban két problémát is felvet. Az első, hogy a késleltetővonalak hosszának módosítása működés közben nem triviális. Ha a hosszat pillanatszerűen változtatjuk, akkor a kimeneti jelalakban egy ugrás jelenik meg, aminek nincs fizikai alapja. Ezenkívül a késleltetővonal rövidítése esetén az éppen levágott részben, hosszabbítása esetén a toldott részben szereplő értékeket kell megfelelően kezelni. Erre megoldás lehet, hogy a régi hosszban tárolt hullám értékeit újramintavételezzük és interpoláció alkalmazásával az új hosszra vetítjük. A második probléma, hogy a fuvolacső hosszának változtatása nem fizikailag megalapozott módszer, így fizikai hangszintézis modell megalkotásához nem megfelelő eljárás.

A fuvola billentyűi közül a hangmagasságot az első nyitott billentyű befolyásolja legjobban. A gerjesztési pont és az első nyitott billentyű közötti távolság határozza meg az alapharmonikus frekvenciáját. A hangszín kialakításában azonban a további nyitott billentyűk is szerepet játszhatnak, ezért egy billentyűmodellekkel ellátott fuvolamodell jobban közelítheti a valós fuvolahangot, mint a bemutatott alapmodellek.

Fúvós hangszerekhez több különféle billentyűmodell is elérhető. A billentyűk elhelyezésének módja nem a billentyűmodell része, azonban jelentősen befolyásolja a helyes működést. Az általam használt billentyű elhelyezési módszer a Välimäki által implementált megoldás egy változata [5]. Az első lépés a fuvolacső valós hosszra való beállítása. A cső 67 cm hosszú, így 44100 Hz-es mintavételi frekvencia és 345 m/s-os hangsebesség mellett 84,37 cella hosszúságú késleltetővonalakra van szükség.

A Välimäki-féle billentyűmodell először meghatározza a billentyűk pontos elhelyezkedését a fuvolacsövet reprezentáló késleltetővonalak mentén. A számítás egyszerűsítése érdekében az addig alkalmazott cirkuláris bufferek helyett, amelyeken író és olvasó mutató haladt végig, egy tömböt alkalmaz. Az egyes iterációk során betöltendő új értéket a tömb első cellájába helyezi, a többi cella tartalmát pedig a tömbben továbblépteti. Ezzel a billentyűk helye állandó marad.

Mivel a billentyűk helye nem mindig egyezik meg pontosan a késleltetővonalak adott celláinak helyzetével, a billentyűmodell integrálásához interpolációt kell alkalmazni. Ezzel a késleltetővonalakból megfelelő helyen lehet a nyomáshullám értékeit megkapni, valamint

a billentyűmodellen áthaladt jelet visszainjektálni a fuvolacsőbe. Elsőfokú interpolációt alkalmazva a billentyű helye alapján meghatározhatók a tömbcellákhoz tartozó szorzótényezők, amelyekkel a billentyűmodell bemenete számítható. Példaképpen egy 84 cella hosszúságú fuvolacsővön a 40,3 pozícióban lévő billentyű bemeneti jeléhez tartozó szorzótényező sorozatot a 6.1 ábra mutatja. Az interpoláció foka igény szerint tovább növelhető. A billentyű bemeneti jelének meghatározásához mind az előre haladó, mind a visszafelé haladó késleltetővonalat mintavételezni kell, majd a két érték összegét kell venni.

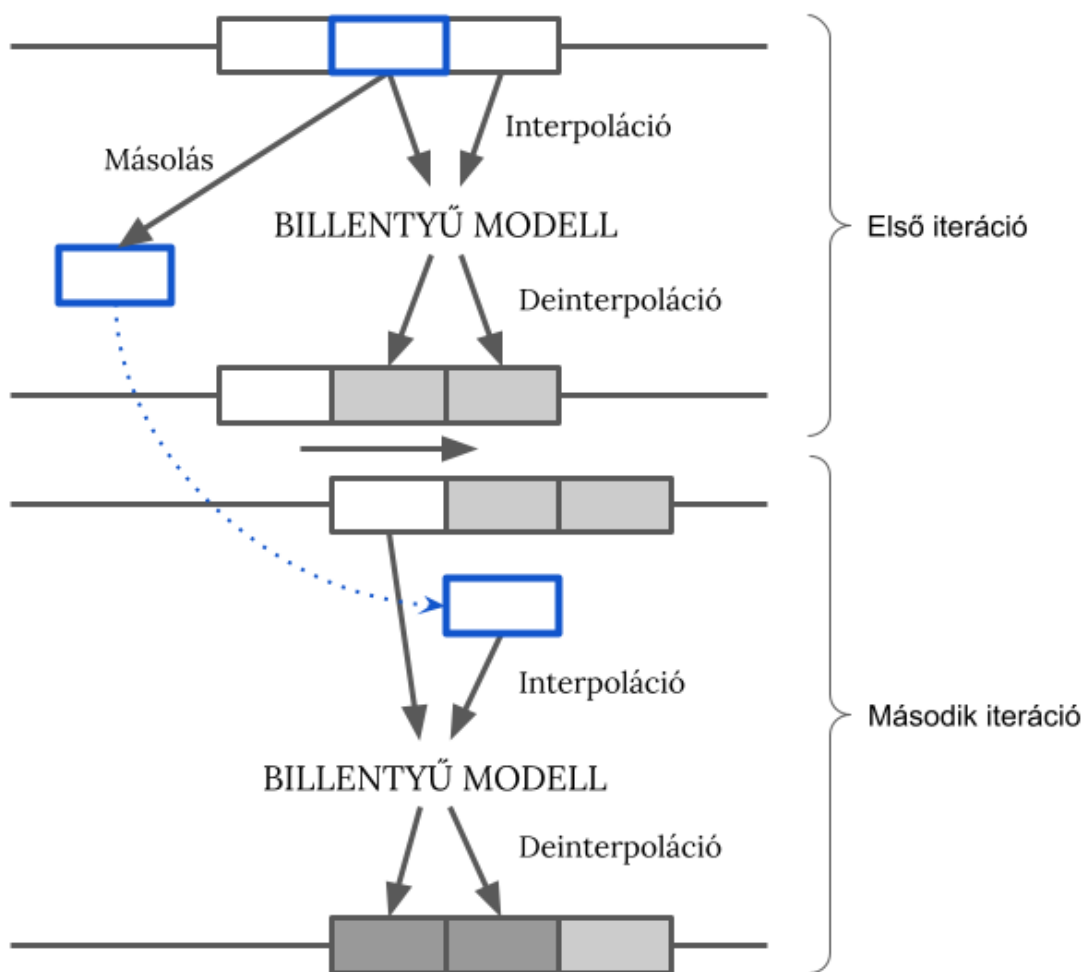
$$\text{COEFFS} = [\overbrace{0 \ 0 \ \dots \ 0}^{39 \text{ db}} \ 0.7 \ 0.3 \ \overbrace{0 \ \dots \ 0 \ 0}^{43 \text{ db}}]$$

6.1. ábra. Szorzótényező sorozat billentyű interpolációhoz

A billentyűmodellen áthaladt jel visszainjektálása a fuvolacsőbe deinterpolációval történik. Ekkor az interpolációhoz kiszámolt szorzótényező mátrix transzponáltjának segítségével kapjuk meg az egyes cellákhoz tartozó értékeket, amelyeket hozzá kell adni a cellák addigi értékeihez. A deinterpoláció során hibát vihetünk a rendszerbe azzal, hogy a következő iteráció során nem a megfelelő cellaértékekkel interpolálunk. Egy iteráció a modellben a következő lépésekből áll: interpoláció, billentyűmodell számítása, deinterpoláció, egyéb számítások, a tömbök cellaértékeinek léptetése. Egy n -ed fokú interpoláció és deinterpoláció pár után a cellaértékeket eggyel léptetve azt az eredményt kapjuk, hogy a következő iterációs ciklusban az előző ciklusban megjelenő $n-1$ db cella még részt vesz az új interpolációban. Ezáltal az előző ciklus kimenete befolyásolja a következő ciklus bemenetét. A billentyűmodell esetében ez azt jelenti, hogy amikor a billentyű helyén lévő, a billentyűn még át nem haladt nyomáshullám értéket kívánjuk meghatározni, akkor azt a billentyűmodellen már áthaladt értékek alapján tesszük.

E hiba elkerülésére két megoldás van. Az első esetben két részre bontjuk a késleltetővonalakat a billentyű pontjában és a fuvolacső késleltetővonalának végén megjelenő interpolációs megoldással állítjuk be a pontos hosszakat, a 2.3 fejezetben leírtak alapján. Ez azonban több billentyű esetében körülményes, hiszen minden billentyűvel növekedne a szükséges késleltetővonalak száma. Ehelyett a második megoldást alkalmazom. Mivel elsőfokú interpolációt alkalmazok, egyetlen érintett cella van, az interpolációban használt két cella közül az első. E cella interpoláció előtti értékét elmentem egy változóba. A deinterpoláció során ugyan megváltozik a cella értéke, azonban a következő ciklus interpolációjában az előzőleg elmentett értéket alkalmazom. A 6.2 ábrán látható a folyamat, sötéttel a deinterpoláció hatására megváltozott értékű cellák láthatók. Magasabb fokú interpoláció esetén több elmentett cellára lenne szükség.

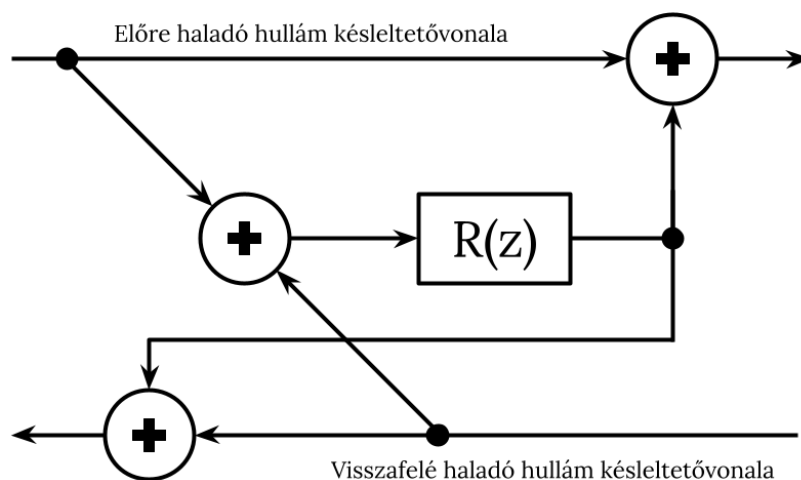
A Välimäki-féle alapmodell billentyűkkel kiegészített verzióját [5] mutatja be. Ez a modell a fuvolacső mindkét késleltetővonalát mintavételezi, majd az interpolált értékek összegét egy elsőfokú aluláteresztő szűrőn vezeti át. A szűrő kimeneti jelét deinterpoláció



6.2. ábra. Az interpoláció megvalósítása

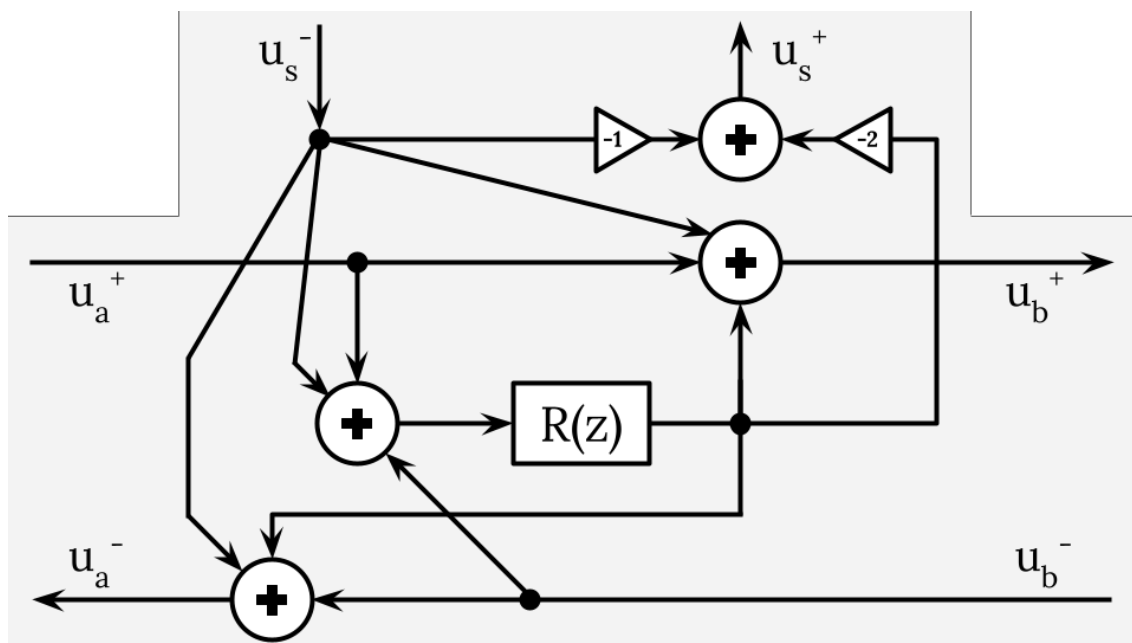
után visszaadja a fuvolacső késleltetővonalába. A szűrő paramétereit a nyitott billentyű átviteli karakterisztikája alapján határozza meg, a billentyűmodell zárt állapotot úgy tud modellezni, hogy a billentyűmodellben egy 0 átvitelű szűrőt alkalmaz a szimuláció során. Ezzel a választással visszakapjuk a billentyűmentes fuvolamodellt. A billentyű kinyílásának folyamatát így képes a fuvolamodell szimulálni, azonban a zárt billentyű esetén valójában nincsen benne a billentyűmodell. A 0 átvitelű szűrő pillanatszerű leváltása aluláteresztő szűrőre hasonló kattánásszerű hangjelenséget okoz, mint a fuvolacső hosszának változtatása az alapmodellen; ennek elkerülése érdekében a paramétereket fokozatosan állítja be a végső nyitott állapothoz tartozó értékeikre. A modell folyamatábrája a 6.3 ábrán látható.

Smith bemutat egy második fuvolamodellt [17], amely képes a zárt billentyűket is a modellezni. Az általa készített modell digitálisan könnyebben implementálható verzióját Välimäki részletezi [21]. Ennek folyamatábrája a 6.4 ábrán látható. Az így kapott modell egy háromágú csomópont, azaz egy harmadik késleltetővonallal egészíti ki az eredeti fuvolacsövet. Ez a késleltetővonal a billentyűt egy rövid csőrészként reprezentálja, amelynek végén a reflexiós szűrőt a fuvolacső végéhez hasonlóan meg lehet határozni. Zárt billentyű esetén ez a lezárás 1, nyitott billentyű esetén -1 körüli reflexiót jelent. A billentyű és a fuvolacső találkozásánál a billentyű lezárása -1 körüli, mivel ez az oldal nyitott



6.3. ábra. Nyitott billentyű modellje [5]

csővéggként modellezhető. A billentyű késleltetővonalának bemenete a fuvolacső késleltetővonalából mintavételezett nyomáshullám érték és a billentyűmodellben reflektálódott jel súlyozott összege. A bemeneti jel az előző bemutatott modellhez hasonlóan áthalad egy szűrőn, amelynek átvitele szintén függ a billentyű lezárásától. E szűrő kimenete mindhárom késleltetővonal bemenetéhez hozzáadódik, a megfelelő súlyozással és a fuvolacső késleltetővonalainak esetében deinterpoláció alkalmazásával.



6.4. ábra. A Smith-féle billentyűmodell [17] Válimäki-féle megvalósítása [21]

Az egyes jelalakok kiszámítása az alábbi egyenletekkel történik:

$$u_a^-(n) = u_b^-(n) + u_s^-(n) + w(n) \quad (6.1)$$

$$u_b^+(n) = u_a^+(n) + u_s^-(n) + w(n) \quad (6.2)$$

$$u_s^+(n) = -u_s^-(n) - 2w(n) \quad (6.3)$$

$$w(n) = r(n) * w_1(n) \quad (6.4)$$

$$w_1(n) = u_a^+(n) + u_b^-(n) + u_s^-(n) \quad (6.5)$$

Az egyenletekben a késleltetővonalak elemeiből interpolációval meghatározott értékek n -edik mintavételi pontban vett értékeit vesszük.

7. fejezet

Billentyűk megvalósítása a Välimäki-féle modellen

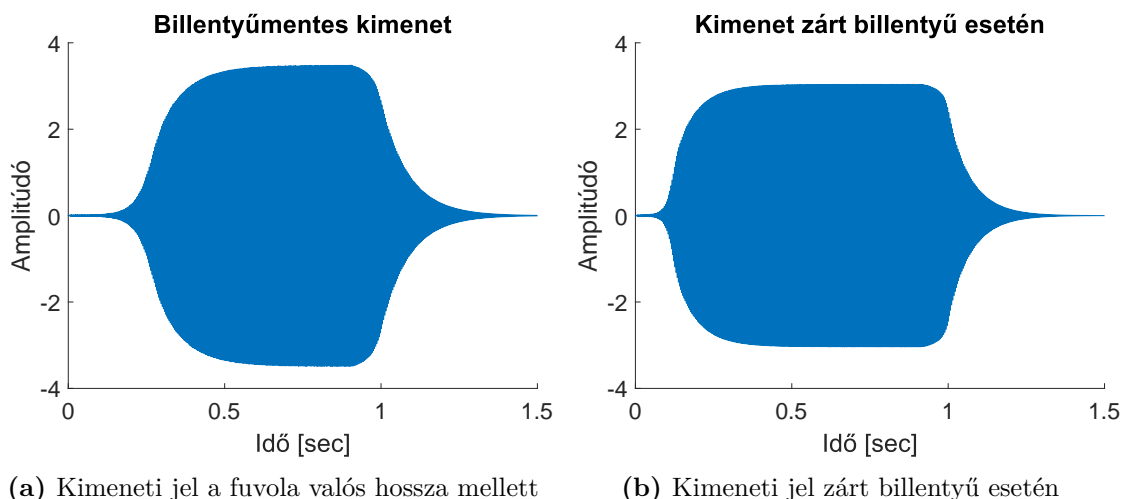
A billentyűkkel kiegészített modell megvalósításának elő lépése a fuvolacső hosszának beállítás a valós fizikai hosszra, amely a 6. fejezetben leírt módon történik. Először a Välimäki-féle modellt mutatom be.

Az első billentyű pozícióját a kívánt kimeneti frekvencia alapján határoztam meg. A 329,63 Hz magasságú E4 hang megszólaltatása volt a célom, amelynek pozícióját így 66,9 periódusnyira választottam a késleltetővonal mentén. Mivel az egyes szűrők, valamint a billentyűmodell fáziskésleltetése ebben az esetben is befolyásolja a kialakuló rezonanciafrekvenciát, ezt az értéket a későbbiekben hangolnom kellett a megfelelő kimeneti frekvencia eléréséhez.

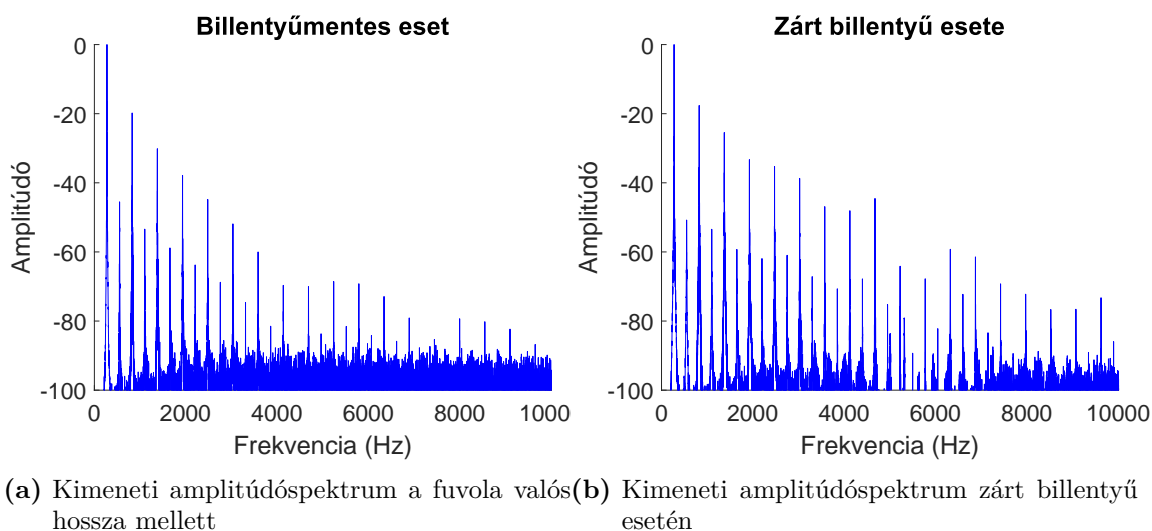
7.1. Billentyűk statikus állapotban

A billentyűmodell paramétereinek meghatározása minden billentyűpozíció mellett szükséges. Ahogyan a valós fuvolán is, az egyes billentyűk mérete befolyásolja a kialakuló hang hangszínét, rossz paraméterek mellett a kimenet nem hasonlít fuvolahangra. A kimeneti jelalak billentyűk megjelenésével több komponensből adódik össze: a cső végén kialakuló kimeneti jelalakból, valamint az egyes nyitott billentyűknél kisugárzott hang jelalakjából. Egy billentyű esetén két lehetséges állapotot lehet vizsgálni a modellen: a zárt és a nyitott billentyűállást.

Először a zárt billentyűállást vizsgáltam, mivel a modellel szemben elvárás, hogy a zárt billentyű sem amplitúdójában, sem frekvenciájában ne befolyásolja túlzottan a kialakuló kimeneti jelalakot. Az így kapott kimeneti jelalak a 7.1 ábrán, az amplitúdóspektrum a 7.2 ábrán látható, a billentyűmentes modellel összehasonlítva.



7.1. ábra. Zárt billentyű hatása a kimeneti jelre



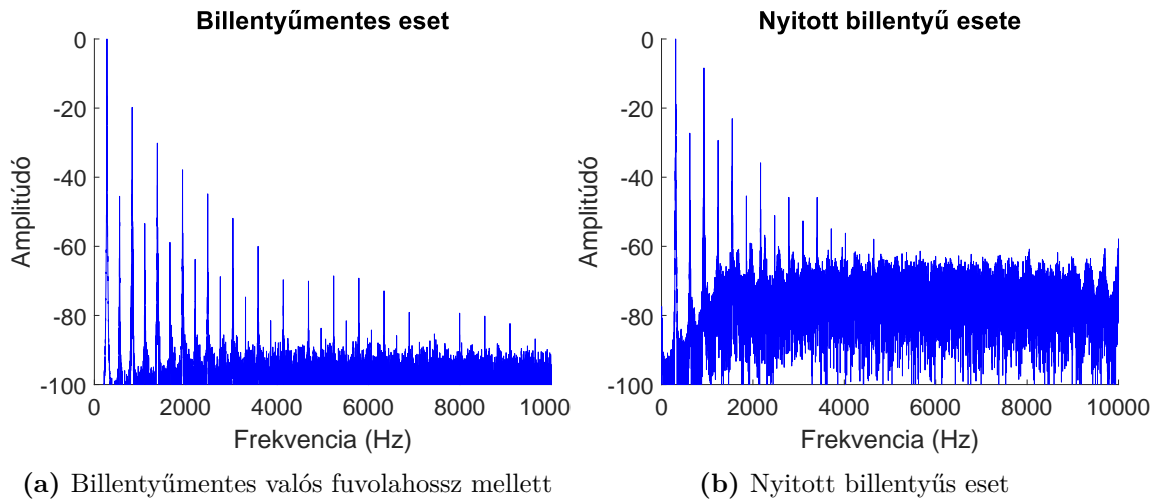
7.2. ábra. A kimeneti amplitúdóspektrum változása zárt billentyű hatására

A billentyűmentes esetben látott jelalakok és a kapott eredmények összevetésével megállapítható, hogy a modell eleget tesz az elvárásnak. A kimeneti jel amplitúdója jó közelítéssel megegyezik a két esetben, ezenkívül a jel fel- és lefutása is ugyanannyi idő alatt zajlik le. A kimeneti jelalak a cső végén kialakuló kimeneti jelalakokkal egyezik meg, mivel a zárt billentyűnél nincsen hangsugárzás.

A spektrumkép alapján alacsonyfrekvenciabeli eltolódás nem következik be. Változás látható azonban a magasabb felharmonikusok amplitúdóiban, amelyek zárt billentyű jelenlétében megemelkednek. Azonban a hangzást ez a változás nem befolyásolja lényegesen, mivel a nagyobb eltérések csak a 10. felharmonikustól jelennek meg. Az a jelenség, hogy a zárt billentyű is hatással van a kimeneti jelre és spektrumképére fizikailag megalapozott [19], mivel egy lefogott billentyűvel rendelkező hangszer hangja és annak billentyű-

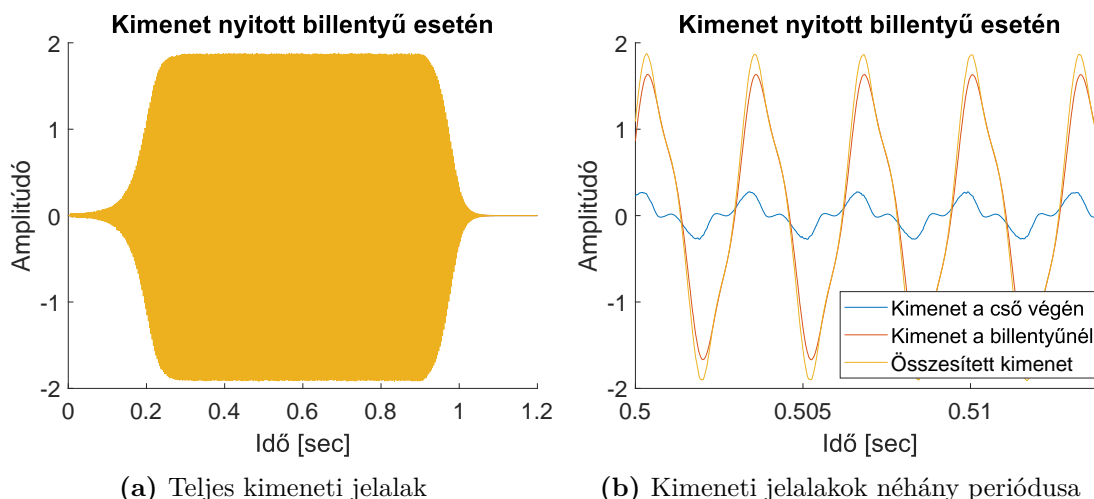
mentesen elkészített mása másképp szól. Ennek oka, hogy a hanglyukak elhelyezkedése befolyásolja a hangszer részrezgéseit.

Ezután a billentyű nyitott állapotát vizsgáltam. Ebben az esetben már figyelembe kell venni a nyitott billentyűnél sugárzott hangot is, így az összesített kimenet két komponens összegeként jön létre. Az összesített kimenet amplitúdóspektruma a 7.3b ábrán látható.



7.3. ábra. A kimeneti amplitúdóspektrum változása nyitott billentyű hatására

Ez alapján a kívánt kimeneti frekvencia valóban létrejön. Mivel magasabb hangot állítottunk elő, az ehhez szükséges gerjesztőjel amplitúdója magasabb, mint a zárt billentyűs esetben. A spektrumképen a magasabb felharmonikusok amplitúdójának emelkedése ebben az esetben is megfigyelhető. A nyitott billentyű esetén kialakuló kimeneti jelalak a 7.4a ábrán látható. A 7.4b ábrán a kialakuló összesített kimeneti jel összetevői láthatók közelebbről. A billentyűmodell a vártnak megfelelően nyitott csővéggként viselkedik, a jel jelentős része itt sugárzódik le a fuvolából. A jel egy kisebb része továbbhalad a fuvolacső végének irányába, ahonnan már csak alacsonyabb amplitúdójú jel kerül a kimenetre. A két kimeneti ponton kapott jelek fázisban vannak egymással, az összesített kimenet így mindkét jelnél magasabb amplitúdójú. A fuvolamodell hangját azonban elsősorban a billentyű, azaz az első nyitott lyuk helye befolyásolja legjobban. Ez jó egyezést mutat a 6. fejezetben leírt elméleti modellel.



7.4. ábra. Kimeneti jelalakok nyitott billentyű esetén

7.2. Billentyűk váltásának modellezése

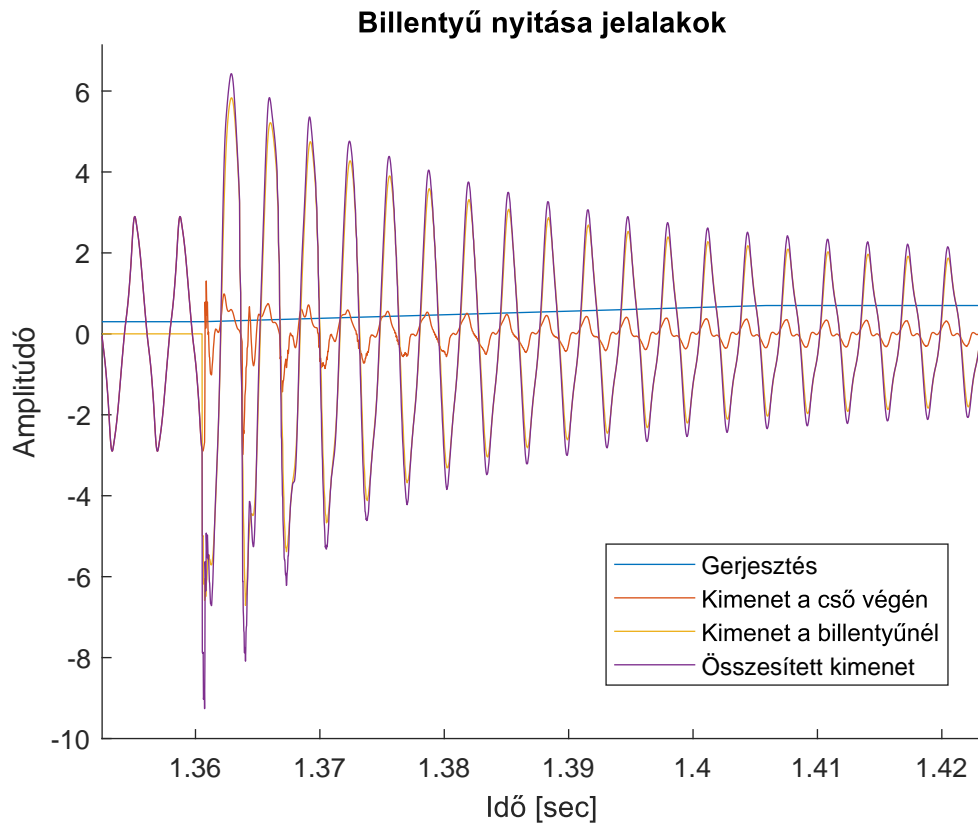
A billentyűk használatához fontos vizsgálni a tranzien viselkedésüket, azaz a billentyű nyitásánál létrejövő jelalakot. Ehhez a modell két paraméterét kell változtatni: a gerjesztőjelet, valamint a billentyű reflexiós tényezőjét.

A gerjesztőjel amplitúdóját a nyitás során megfelelő mértékben meg kell növelni, hogy a második, magasabb hang oszcillációja is kialakulhasson. Mivel a fuvolista sem tudja a gerjesztőjelet pillanatszerűen változtatni, a modellben alkalmazott gerjesztőjelet fokozatosan növeltem a tranzien során.

Ha a billentyűnél alkalmazott reflexiós tényezőt pillanatszerűen állítjuk át, azzal a jelalakban egy nem kívánt ugrás jelenik meg. Ennek hatására kimeneten rövid időre lényegesen megemelkedik az amplitúdó, ami a hangban egy rövid, sípoló hangot eredményez a váltásnál. A billentyű hirtelen felengedése esetén létrejövő kimeneti jelalak a 7.7a ábrán, a jel tranzien része a 7.5 ábrán látható.

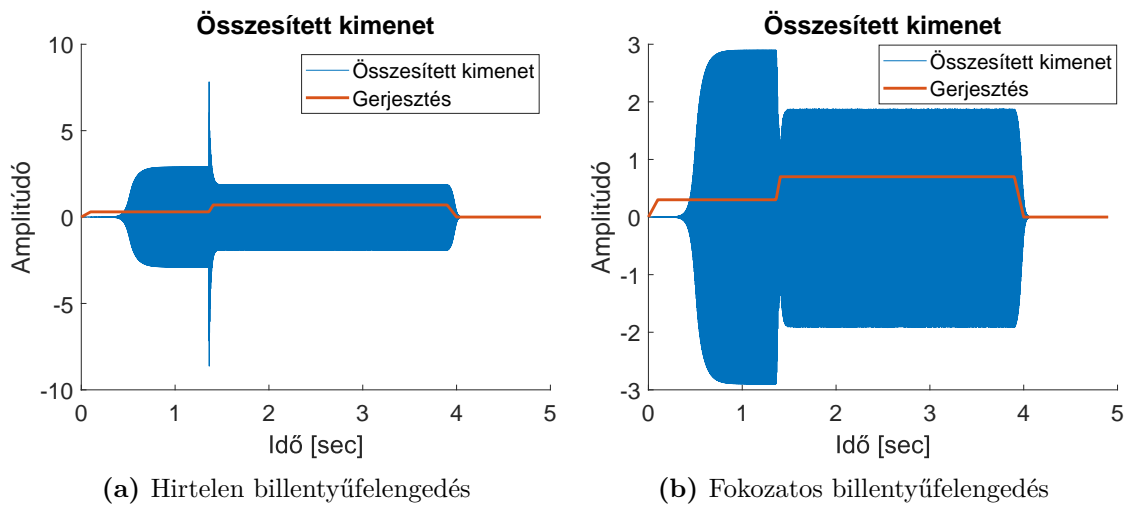
Ahhoz, hogy ezt a jelenséget elkerüljük, a gerjesztőjelhez hasonlóan a reflexiós tényezőt is fokozatosan kell az egyik állásból a másikba változtatni. A modellben a gerjesztőjel és a reflexiós tényező változását összehangolva a 7.6 tranzien jelalakokat kapjuk. Az ábrán több jelenség is jól megfigyelhető. A cső végén kapott kimeneti jel amplitúdója a billentyű nyitásának kezdetétől egyre csökken, majd kialakul a 7.4b ábrán már látott jelalak. A billentyűnél kapott kimenet zárt esetben nulla állandó értékű, majd a billentyű nyitásától fokozatosan növekvő amplitúdóval megjelenik az új frekvencia. E két jelenségnek a hatása, hogy a billentyű nyitásával először a régi frekvencia csillapodása kezdődik meg, majd hamar kialakul az új frekvencia. Így a fokozatos billentyű felengedéssel teljesen megszűnt a kimenet kilengése, az átmenet fokozatossá vált, a létrejövő hangban nem jelenik meg a rövid sípoló rész.

A billentyű felnyitásával kapott két hangot tartalmazó összesített kimeneti jelalak a 7.7b ábrán látható. A kimeneti jel két komponensét a 7.8 ábra mutatja. A jelet spektrogramon ábrázolva jól látható az alapharmonikus megváltozása a billentyű felengedésével.

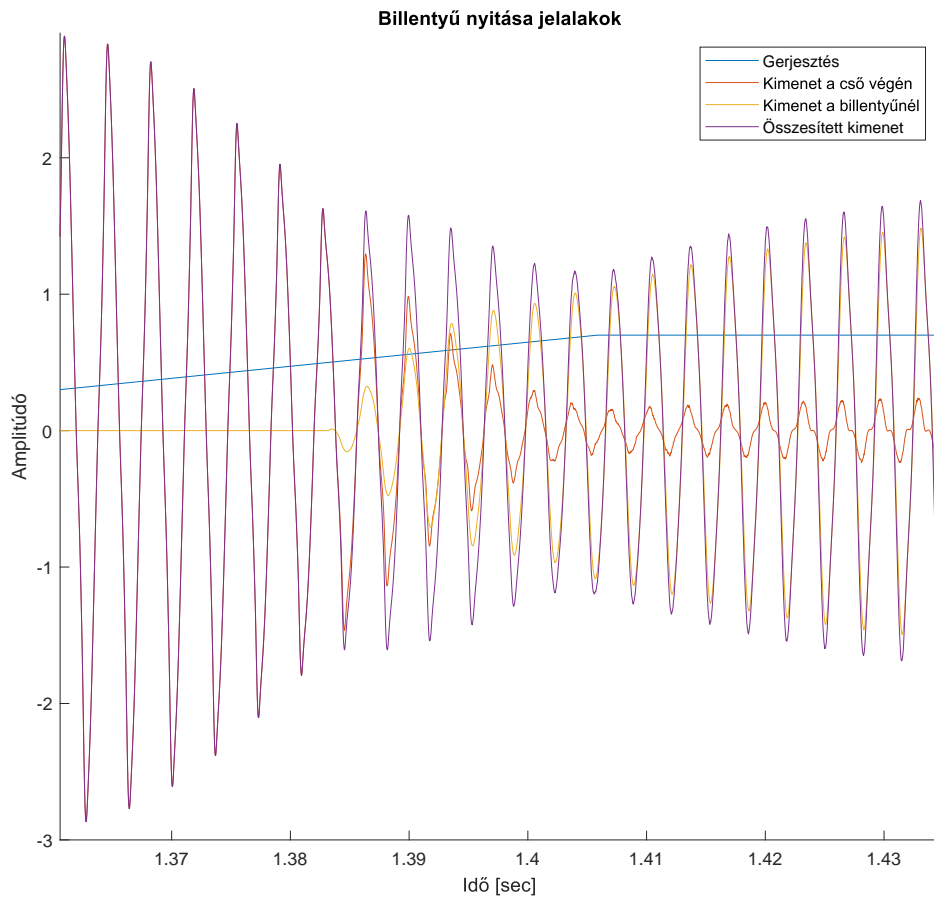


7.5. ábra. Kimeneti jelalakok tranzienst része billentyű nyitása esetén, hirtelen billentyűfelengedés mellett

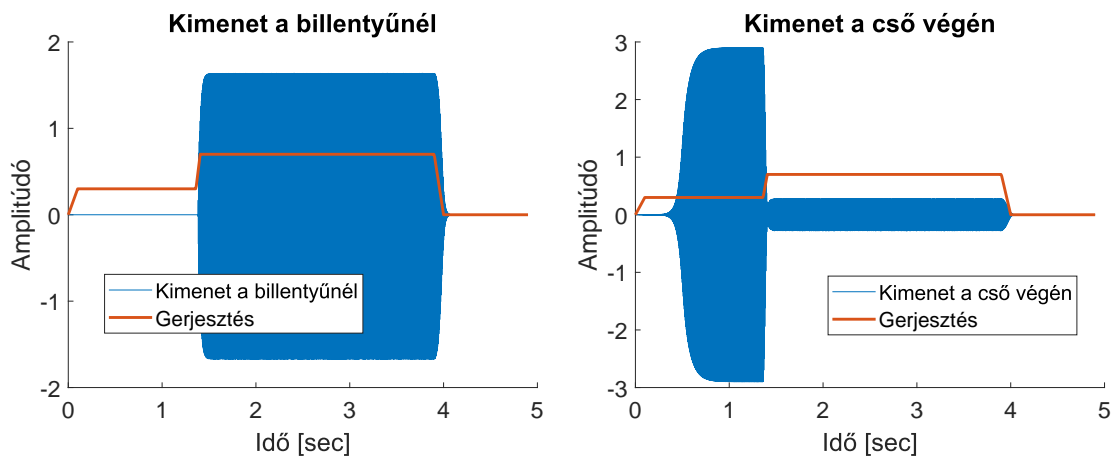
A felharmonikusok is kirajzolódnak, így megállapítható, hogy a nyitott billentyű mellett a páros felharmonikusok dominánsabb szerephez jutnak a kimeneten, mint zárt billentyű esetén. Ezt az egyes amplitúdóspektrumokon is láthatjuk. A spektrogram a 7.9 ábrán látható.



7.7. ábra. Összesített kimenet billentyű nyitása esetén



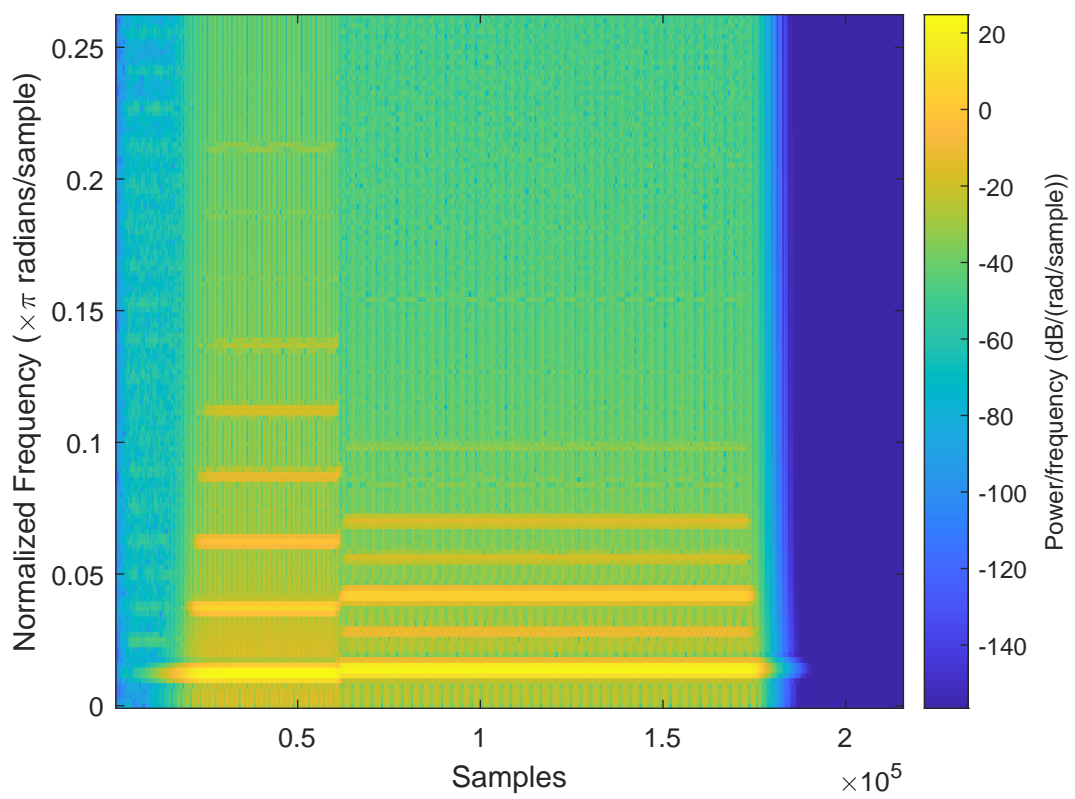
7.6. ábra. Kimeneti jelalakok tranzien része billentyű nyitása esetén, fokozatos billentyűfelengedés mellett



(a) Kimenet a billentyűnél

(b) Kimenet a cső végén

7.8. ábra. Kimeneti jelalakok billentyű nyitása esetén, fokozatos billentyűlefogás mellett



7.9. ábra. Spektrogram billentyű nyitása esetén, fokozatos billentyűfelengedés mellett

8. fejezet

Billentyűk megvalósítása a Verge-féle modellen

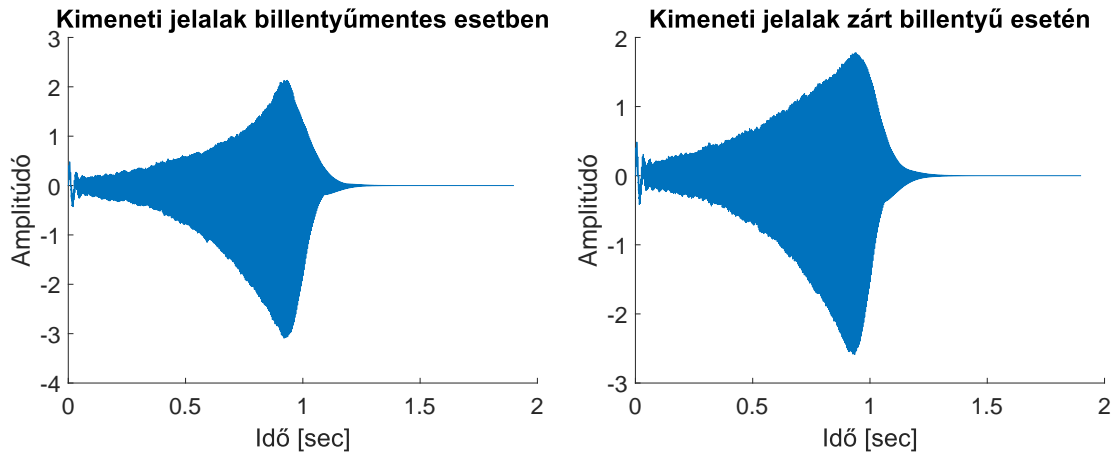
A Verge-féle modell kiegészítése billentyűkkel a Välimäki-féle modellhez hasonlóan működik. Először a fuvola valós hosszát kell beállítani. Az előző esetekhez képest eltérést mutatnak az ábrák: ilyen alacsony beállított frekvencia mellett az első felharmonikus jelentősen felzárkózik az alapharmonikushoz amplitúdóban, míg a magasabb felharmonikusok eltörpülnek. Az oszcilláció kialakulása lassabb, ez betudható a hang előállításához szükséges alacsony gerjesztőjelnek. A modell 5. fejezetben bemutatott viselkedése hatványozottan megjelenik, miszerint a kívánt kimenet beállítására rendkívül szűk gerjesztőjel sávok alkalmasak az egyes hangok esetén. A gerjesztőjel minimális, akár 2%-os eltérése is átfújás jelenséghez, vagy az oszcilláció megszűnéséhez vezethet. A kimenet hangzása ezzel szemben a Välimäki-féle modelléhez képest valóságosabb.

A valós fuvolahossz beállítása során az oszcilláció kialakulását gátolta a gerjesztőjelhez képest magas turbulencia okozta zaj. A [22] alapján ilyen alacsony gerjesztés mellett a légáram már teljesen laminárisnak tekinthető, az alkalmazott turbulenciát modellező szűrő azonban a gerjesztőjellel négyzetesen arányos minden esetben. Az ellentmondás feloldása érdekében alacsony gerjesztési jel mellett a négyzetes arányosságon túl bevezettem egy zajerősítési változót. Ezt az egyes gerjesztési amplitúdókhoz külön hangolva csökkentettem a zaj mértékét az alacsonyabb gerjesztőjelek esetén. Ezáltal a zajmodell alacsonyabb frekvenciákon a valóságot jobban közelíti, azonban a zaj hatása a modellben fokozatosan, nem pedig ugrásszerűen, adott gerjesztési amplitúdótól jelenik meg.

8.1. Billentyűk statikus állapotban

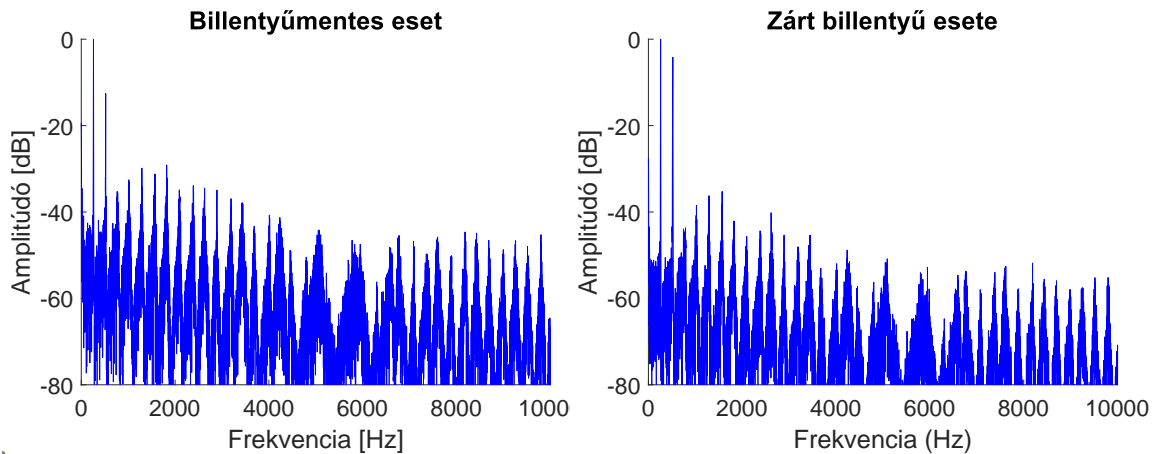
A modellbe illesztett billentyű helyzete és paraméterei megegyeznek a Välimäki-féle modellbe illesztettel. Ebben az esetben is először a zárt billentyű hatását vizsgáltam, az így kapott kimeneti jel a 8.1 ábrán, a kimeneti amplitúdóspektrum a 8.2 ábrán látható, a billentyűmentes jelalakokkal összehasonlítva. Mind a jelalakban, mind a spektrumképen látható bizonyos mértékű elváltozás, lényeges hangzásbeli különbség azonban nem tapasztalható. Mivel a zárt billentyűmodell némileg befolyásolja a fuvola átvitelét, a gerjesztőjel

amplitúdóját hangolni kellett az így kapott modell megszólaltatásához. Az ábrákon kapott jelalakokban látott változást részben az eltérő gerjesztőjel is okozza.



(a) Kimeneti jel a fuvola valós hossza mellett (b) Kimeneti jel zárt billentyű esetén

8.1. ábra. A kimeneti jel változása zárt billentyű hatására

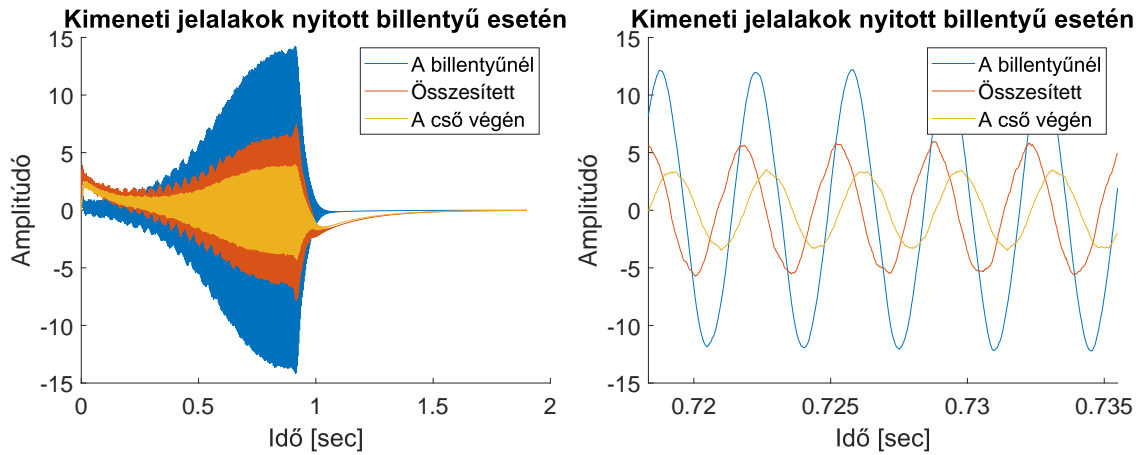


(a) Kimeneti amplitúdóspektrum a fuvola valós hossza mellett (b) Kimeneti amplitúdóspektrum zárt billentyű esetén

8.2. ábra. A kimeneti amplitúdóspektrum változása zárt billentyű hatására

Nyitott billentyű modellezése esetén a frekvencia nő, ezzel a korábban leírt, az oszcilláció kialakulását nehezítő hatások mértéke csökken. Magasabb gerjesztőjel hatására az oszcilláció gyorsabban alakul ki, ahogy az a 8.3a ábrán mutatott kimeneti jelalakokon is látható. A 8.3b ábrán a kimeneti jelek néhány periódusa látható. A Välimäki-féle modellben látott jelalakokhoz hasonlóan a cső végén kapott kimeneti jel amplitúdója alacsonyabb, mint a billentyűnél mért kimeneté, tehát a hangsugárzás nagyobb része a billentyűnél figyelhető meg. A két jel közötti fáziskülönbség azonban a Välimäki-féle modellben tapasztalható képest eltérő, itt nem haladnak egymással fázisban a kimeneti jelek. Ennek hatására az összesített kimenet fázisa a két összetevő közötti értéket vesz fel, a két össze-

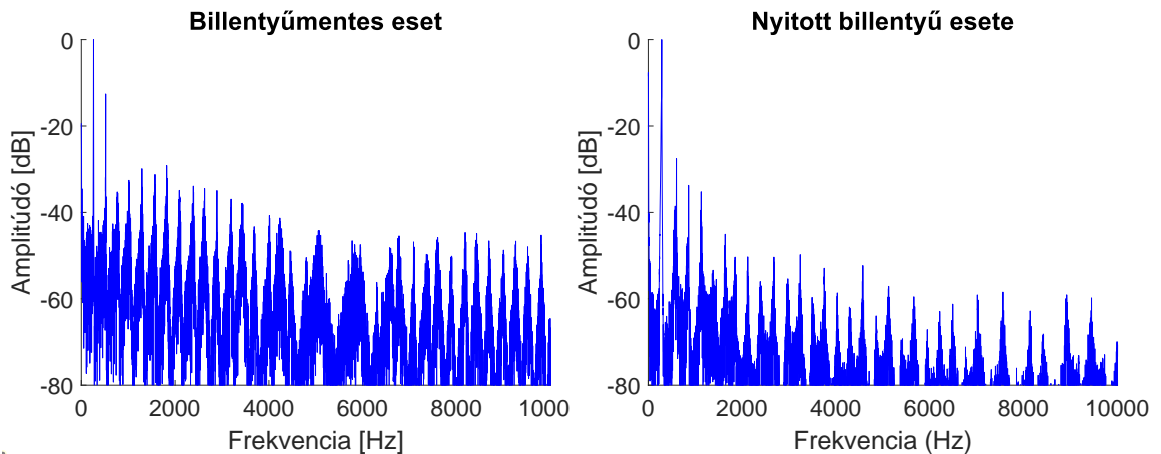
tevő azonban ebben az esetben is erősíti egymást. Az összesített kimenet amplitúdója mindkét összetevőénél magasabb.



(a) Teljes kimeneti jelalakok nyitott billentyű esetén (b) Kimeneti jelalakok néhány periódusa nyitott billentyű esetén

8.3. ábra. Kimeneti jelalakok nyitott billentyű esetén

A nyitott billentyűs modell összesített kimenetének amplitúdóspektruma a 8.4b ábrán látható. Ahogy a kimeneti jelalak, a spektrumkép is jobban hasonlít az 5.9 ábrán magasabb alapfrekvencián látható alakra, a felharmonikusok amplitúdója fokozatosan csökken.



(a) Kimeneti amplitúdóspektrum a fuvola valós hossza mellett (b) Kimeneti amplitúdóspektrum nyitott billentyű esetén

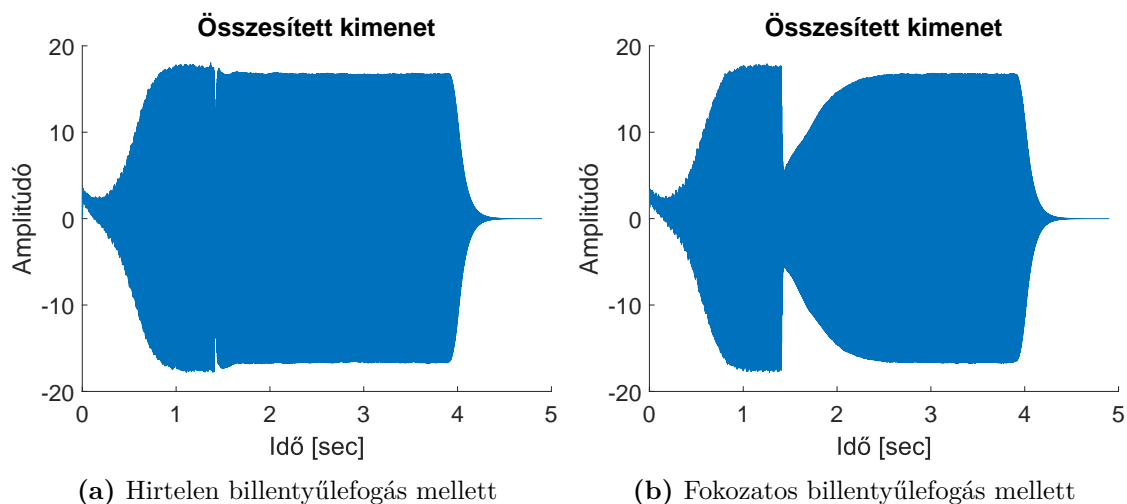
8.4. ábra. A kimeneti amplitúdóspektrum változása nyitott billentyű hatására

8.2. Billentyűk váltásának modellezése

A billentyű tranziens viselkedésének vizsgálatához a billentyű lefogásának folyamatát modelleztem. A gerjesztés megfelelő beállítása még nagyobb szerephez jut a tranziens során, mint statikus esetben. Mivel zárt vagy nyitott billentyű mellett is csupán pár százalékos

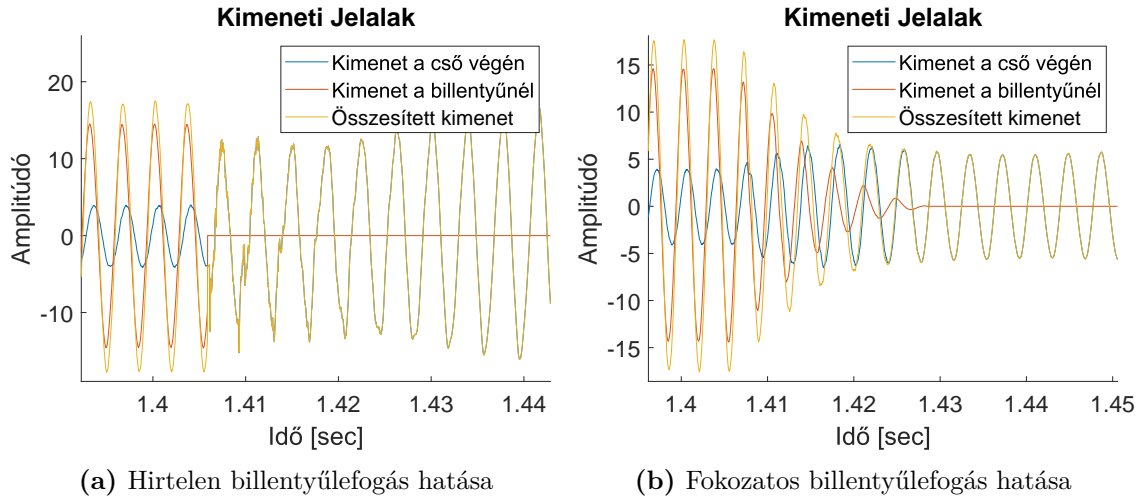
eltérés az átfújás jelenséghez vezethet, a tranziens során ügyelni kell arra, hogy a billentyű zárása előtt megfelelő idővel már megjelenjen az új amplitúdójú gerjesztés.

Először a billentyű pillanatszerű zárását vizsgáltam. Az így kapott összesített kimeneti jel a 8.5a ábrán látható. A Välimäki-féle modellben megfigyelhető hirtelen váltás okozta amplitúdókilengés ebben az esetben nem figyelhető meg. Az új frekvencia szinte azonnal maximális amplitúdóval kialakul. Ezek alapján a modell fennálló oszcilláció esetén és megfelelő paraméterezés mellett gyorsabban képes az új frekvenciájú hang kialakítására, mint fennálló kezdeti oszcilláció nélkül.



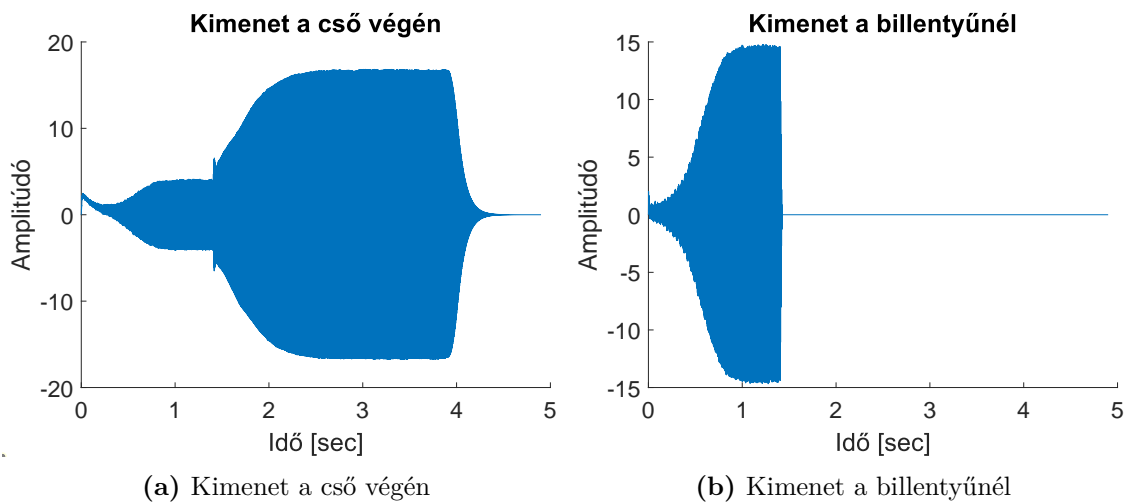
8.5. ábra. Összesített kimenet billentyű zárása esetén

A 8.6a ábrán a kimeneti jelek tranziens részére közelítve látható a frekvenciaváltás megvalósulása. A billentyű zárása után a cső végén kapott kimenet megegyezik az összesített kimenetével. A hirtelen váltás után valóban egyből kialakul az új frekvencia, azonban a billentyűnél vett kimeneti jel ugrásszerű változása miatt az először zajszerű jel ül a beállított alapharmonikusra. A tranziens hangzása hasonlít a Välimäki-féle modellnél tapasztalt magas, sípszerű, de rövid jelenségre.



8.6. ábra. Kimeneti jelalakok tranziens része billentyű zárása esetén

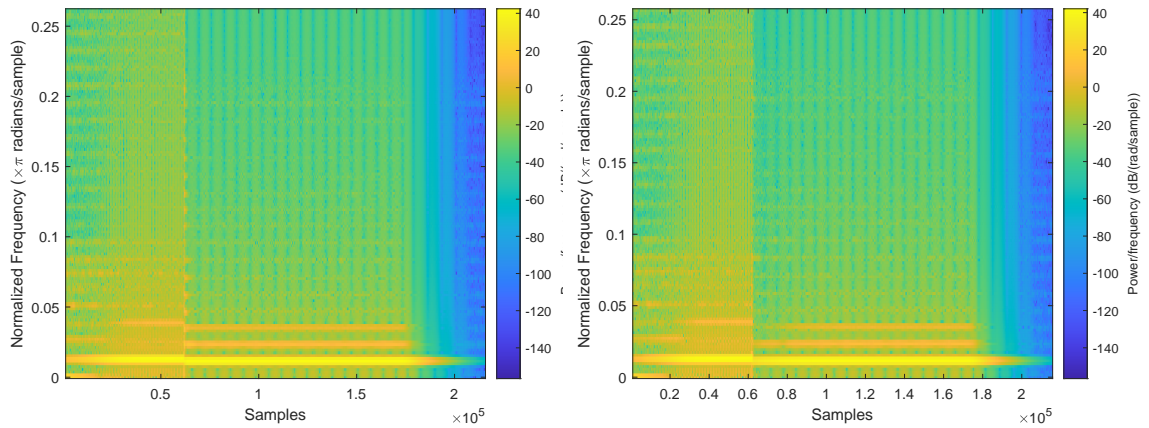
Az összesített kimenet spektrogramja a 8.8a ábrán látható, ahol a tranziens okozta hangjelenség szemléletesebben mutatkozik. A váltás pillanatában szélessávú jel jelenik meg a spektrumon, amely az alulfrekvencia váltásánál függőleges sárga csíkként látható. Mivel ez szélessávú gerjesztésnek is tekinthető, az új alulfrekvencia felharmonikusait is gerjeszti, amelyek a váltás után rövid ideig magasabb amplitúdóval vannak jelen, majd csillapodnak.



8.7. ábra. Kimeneti jelalakok billentyű zárása esetén, fokozatos billentyűlefozás mellett

A billentyű fokozatos lefozása a Verge-féle modellben is megoldást nyújt a nem kívánt hangjelenség megszüntetésére. A 8.5b ábrán az összesített kimeneti jel látható, a 8.6b ábrán a tranziens során kialakuló közeli jelalakok. A billentyűnél kapott kimeneti jel fokozatosan csillapodik és szűnik meg, míg a cső végén kapott kimeneti jel erősödik, miközben az új frekvencia kialakul. Az összesített kimenetben ez először elhalkulást eredményez, majd a billentyűnél vett kimenet megszűnése után erősödik a összesített kimeneti jel, amíg el nem éri a maximumát. A két összetevő a 8.7 ábrán látható. Ebben az esetben is érvényes, hogy

a fennálló oszcilláció hatására az új frekvencia kialakulásának ideje rövidebb, mint kezdeti fennálló oszcilláció nélkül. Az átmenet azonban hangzásilag kellemesebb, nem jelenik meg a sípoló hang, a kimenet valóságosabb. A pillanatszerű és fokozatos billentyűlefofogás közötti különbséget a 8.8b ábrán látható spektrogram is mutatja. Az átmeneti szélessávú jel nem jön létre a tranzienst során, így a magasabb felharmonikusok gerjesztése sem történik meg.



(a) Hirtelen billentyűlefofogás hatása

(b) Fokozatos billentyűlefofogás hatása

8.8. ábra. Összesített kimeneti jel spektrogramjai billentyű zárása esetén

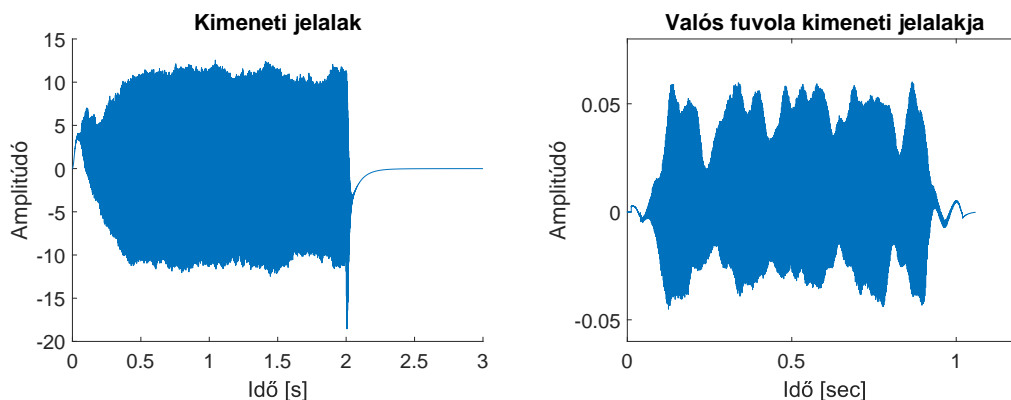
9. fejezet

Modellek összehasonlítása

Az elkészített és továbbfejlesztett modellek közül különböző szempontok alapján más-más modell bizonyult a leghatékonyabbnak. Öt szempontot választottam ki, amelyek alapján összehasonlítottam a modelleket: a modellek kimeneti jeleinek, azok amplitúdóspektruma-
inak és hangzásainak a valós fuvólától vett eltérését, a modell számításigényét, valamint robusztusságát.

9.1. Időtartománybeli kimeneti jel

A kimeneti jelalakokat vizsgálva legjobban a Verge-féle modell teljesít, mind a billentyűmentes, mind a billentyűkkel kiegészített változatban. A billentyűmentes Verge-féle modell és a valós fuvola kimenete a 9.1 ábrán látható.



9.1. ábra. A Verge-féle modell (bal) és a valós fuvola (jobb) kimeneti jelalakja

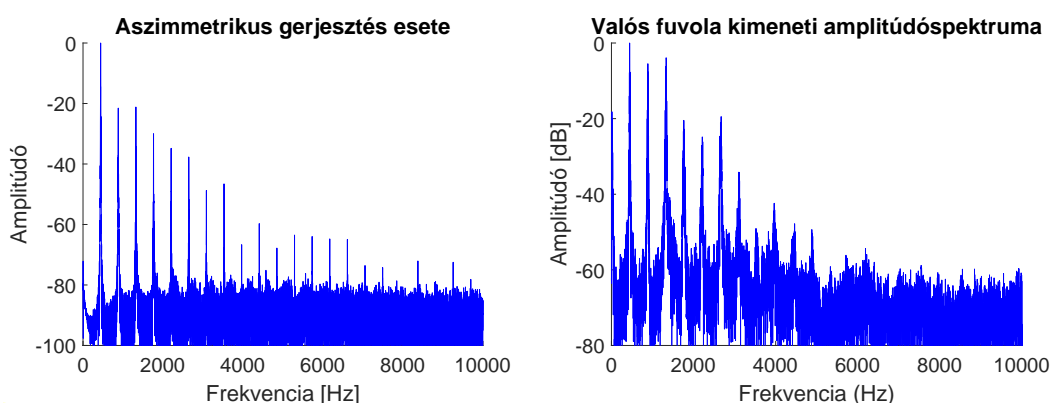
A Verge-féle modell a turbulencia okozta zaj modellezésével képes olyan valóság-hű zaj kialakítására, amely a kialakult oszcilláció során is befolyásolja annak pillanatnyi amplitúdóját, ahogyan az a valós fuvola kimeneti jelén is megfigyelhető. Ezzel szemben a Välimäki-féle modellben a zaj hatása a kimeneti jelalakon az oszcilláció kialakulása során figyelhető meg, a stabil oszcilláció megvalósulása után az amplitúdót már nem befolyásolja, ahogy az a 7.1a ábrán látható. Amennyiben mégis el szeretnénk érni, hogy a Välimäki-féle modell kimeneti jelén szemmel látható legyen a zaj hatása, ahhoz a gerjesztő blokkban létreho-

zott fehérzaj amplitúdóját olyan magasra kell emelni, hogy az a kimeneti hangzásban már zúgásként jelenik meg a kívánt, fuvolára jellemző levegős hatás helyett.

9.2. Kimeneti amplitúdóspektrum

A valós fuvolahang spektrumán nagyságrendileg az első hat felharmonikus dominál, ezek amplitúdói fokozatosan csökkennek, de összemérhetők egymással. Az e fölötti felharmonikusok amplitúdói már nem emelkednek a zajszint fölé. A páros és páratlan felharmonikusok amplitúdói között nincsen amplitúdóbeli megkülönböztetés. A modellekből kapott spektrumképek e tulajdonságok alapján rangsorolhatók.

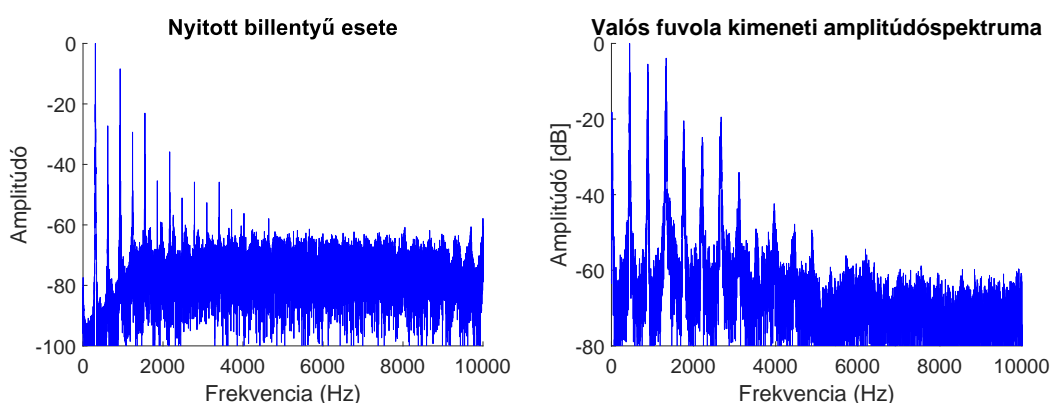
A billentyűmentes modelleket tekintve a Välimäki-féle modell mindhárom verziója jobban teljesíti az első feltételt, mit a Verge-féle modell. A billentyűmentes Välimäki-féle modellek amplitúdóspektrumai a 3.3, 3.5 és 3.8 ábrákon, a Verge-féle modell amplitúdóspektruma a 5.9 ábrán látható. Míg a Verge-féle modellben az alapharmonikus után egyből nagyobb amplitúdócsökkenés figyelhető meg, a Välimäki-féle modellekben fokozatosan csökkennek a felharmonikusok amplitúdói. A hatodik felharmonikus után észlelt amplitúdócsökkenést az eltolt gerjesztési pontú modell közelíti a legjobban, az alapmodellben és az aszimmetrikus gerjesztési blokkal ellátott továbbfejlesztett modellben az amplitúdócsökkenés után is jobban kiemelkednek a zajszintből a felharmonikusok. Az amplitúdócsökkenés kezdeti pontja azonban ezekben a spektrumképekben is megtalálható. A páros és páratlan felharmonikusok közötti különbség a Välimäki-féle alapmodellben és az eltolt gerjesztésű modellben szembetűnő. Az aszimmetrikus gerjesztési blokkal rendelkező modellben ez az eltérés megszűnt. A Verge-féle modellben sem állapítható meg megkülönböztetés. Az egyes tulajdonságokat összegezve a billentyűmentes modellek közül az aszimmetrikus gerjesztésű Välimäki-féle modell teljesíti a legjobban, a modell és a valós fuvolahang amplitúdóspektruma a 9.2 ábrán látható.



9.2. ábra. Az aszimmetrikus gerjesztésű Välimäki-féle modell (bal) és a valós fuvola (jobb) kimeneti amplitúdóspektruma

A billentyűvel ellátott modellekben megváltoznak az alapmodellek a spektrumképei. A Välimäki-féle modellben nyitott billentyű esetén feljebb, zárt billentyű esetén lejjebb toódik a zajszint, így fogástól függ, hogy melyik felharmonikusok emelkednek a zajszint

föle. A modellek spektrumképei a 7.2b és 7.3b ábrákon láthatóak. A páros felharmonikusok ebben mindkét esetben alacsonyabbak a páratlanoknál, azonban a domináns felharmonikusok fokozatos csökkenése és körülbelül a hatodik felharmonikus utáni jelentősebb amplitúdócsökkenés továbbra is fennáll. A Verge-féle modellben a felharmonikusok amplitúdója az alapmodellhez hasonlóan alacsony az alapharmonikuséhoz képest, ahogy az a 8.1a, 8.2b, és 8.4b ábrákon látható. Billentyűmentes, fizikai hosszra növelt csőhosszal rendelkező modellben és zárt billentyű esetén az első felharmonikus felzárkózni látszik az alapharmonikushoz. Ez azonban a modell viselkedésére alapozva enyhe átfújás jelenségre utal. Így a billentyűkkel kiegészített esetben is a Välimäki-féle modell ad valóságghűbb spektrumképet. A nyitott billentyűs modell kimeneti amplitúdóspektruma és a valós fuvolahang amplitúdóspektruma a 9.3 ábrán látható.



9.3. ábra. A nyitott billentyűs Välimäki-féle modell (bal) és a valós fuvolahang (jobb) amplitúdóspektruma

9.3. Fuvola hangzása

Hangzás alapján mind a billentyűmentes, mind a billentyűkkel kiegészített esetben a Verge-féle modell hasonlít leginkább a fuvolára. Ez elsősorban a kimeneti jelalakok összehasonlítása során már említett, a fuvolára jellemző levegős hatás elérésének köszönhető. Ez alapján a Verge-féle modell fő előnye a Välimäki-féle modellel szemben a zaj modellezése. A billentyűmentes és a billentyűvel ellátott modelleket összevetve két esetet különíthetünk el: a zárt és nyitott billentyű esetén kapott hangzást. Nyitott billentyűnél a valós fuvolahanghoz közelebbi hatást ér el a modell, mint billentyűmentes esetben, így a modellek kiegészítése helytálló. Zárt billentyűnél a billentyűmodell szemmel látható változásokat nem okoz az időtartománybeli kimeneti jeleken és amplitúdóspektrumon, azonban az elért hangzás kevésbé valóságghű, mint billentyűmentes esetben. Ez alapján a zárt billentyűmodell további fejlesztést igényel.

9.4. Számításigény

Az egyes modellek számításigényét összevetve a következő a sorrend: A legkisebb számításigénnyel a Välimäki-féle alapmodell rendelkezik, majd az aszimmetrikus gerjesztésű Välimäki-féle modell. A számításigény hasonló az eltolt gerjesztési pontú és az egy billentyűvel kiegészített Välimäki-féle modellnél, azonban további billentyűk hozzáadása esetén az utóbbinál megnőne. A legnagyobb számításigénnyel a Verge-féle alapmodell valamint a billentyűvel kiegészített változata rendelkezik, elsősorban a modellekben jelenlévő öt darab szűrőnek köszönhetően. Valós idejű alkalmazás elkészítésére azonban a billentyűvel ellátott Verge-féle modell is alkalmas lenne.

9.5. Robusztusság

Az első négy összehasonlítási szempont alapján a billentyűkkel ellátott Verge-féle modell bizonyul a legvalósághibbnek, azonban a modell robusztusságát vizsgálva nem ez a modell rendelkezik a legtöbb előnnyel. A Verge-féle modellben rendkívül nehéz meghatározni a szükséges gerjesztőjelet: alacsonyabb gerjesztő jel esetén az oszcilláció kialakulása nem biztosított, enyhén magasabb gerjesztőjel pedig akár egyből átfújás jelenséget hozhat létre. Alacsony frekvencián adott gerjesztőjel esetén két különböző, egymás után generált zajösszetevő is jelentősen befolyásolhatja a spektrumképet, szélsőséges esetben átfújást eredményezhet. Ez ellentmond a fuvola valós viselkedésének, hiszen a *vibrato* és egyéb különleges gerjesztő jelek esetén a fuvolában továbbra is kialakul az oszcilláció, miközben a gerjesztési amplitúdó akár $\pm 10\%$ -kal is változhat a megszólaltatás során. A Verge-féle modellben ezenkívül a hangváltás során is fellépnek problémák: az eredeti, már kialakult oszcilláció hatására könnyen a beállítandó új hang egyik felharmonikusa szólalhat meg, átfújás hatást eredményezve. További billentyűk beillesztésével az alkalmazható gerjesztési sávok várhatóan tovább csökkennek, ami a modell használatát tovább nehezítené.

Ezzel szemben a Välimäki-féle modellben az alkalmazható gerjesztési sávok szélesek, így *vibrato* jelenség is előállítható. A billentyűmodellel való kiegészítés a gerjesztési sávot el tudja tolni, de lényegesen nem szűkíti azt, így a modell továbbra is képes különleges gerjesztések modellezésére.

A Verge-féle modell értékelése alapján elsősorban az alkalmazott zajmodell hatására alakul ki valósághibb hang a kimeneten, mint a Välimäki-féle modellben. Ezért a későbbiekben érdemes lenne a Välimäki-féle modell gerjesztési blokkjában alkalmazott fehérzaj generátort a Verge-féle modell zajmodelljére cserélni. Ezzel várhatóan megtartanánk a Välimäki-féle modell használati előnyeit, miközben az erősebb fizikai alappal rendelkező zajmodell elősegítené a valós fuvolahang közelítését.

10. fejezet

Összefoglalás

A TDK dolgozatomban a fuvola hangszintézisének két modelljével foglalkoztam, a Välimäki-féle, részben fizikai és a Verge-féle fizikai modellel. Bemutattam e két alapmodell működési elvét, és a két modell közötti különbségeket. A Välimäki-féle modell a fuvola csövét egydimenziós hullámvezetőként reprezentálja, ezzel részben fizikai alapúnak tekinthető, azonban a gerjesztés modellezéséhez nem keresi a fizikai kölcsönhatások létrejöttének módját. A gerjesztőjelet és az oszcilláció kialakulásához szükséges nemlineáris elemet a kimeneti jel alakulása alapján határozza meg. Ezzel szemben a Verge-féle modell a gerjesztési modell létrehozásában elsősorban a fizikai kölcsönhatások leírására támaszkodik. Az így kapott fizikai alapú egyenleteket a számításigény csökkentése érdekében több esetben szűrőkkel közelíti. Az így kapott gerjesztési blokk erősebb fizikai háttérrel rendelkezik, mint a Välimäki-féle modell, ami a megszólaltatott modell hangzásában térül meg.

A Välimäki-féle alapmodellt kétféleképpen változtattam meg. A cél elsősorban a valós fuvolahang spektrumának közelítése volt, mivel a Välimäki-féle alapmodellben a kimeneti amplitúdóspektrumon a páros felharmonikusok túlzott csillapítása tapasztalható a páratlan felharmonikusokkal szemben.

Először a gerjesztési pontot mozdítottam el a fuvolacső végétől, ezzel imitálva a valós fuvola gerjesztését, ami a fuvola fejrészénél történik, a fuvolacsövet lezáró parafadugótól 1,7 cm-re. Ezt a változtatás egy új késleltetővonal létrehozásával valósítottam meg, mely a fuvola fej részét reprezentálta. A modellezés során meghatároztam a késleltetővonalak közötti kapcsolatokat. A legfontosabb módosítás a gerjesztőjel fuvolacsőbe vezetésére vonatkozott. A gerjesztőjel mind az alapmodellben, mind az eltolt gerjesztési pontú modellben egy, a gerjesztő légsugár viselkedését reprezentáló késleltetővonalon halad végig. Ebbe a késleltetővonalba vezetett gerjesztőjelet az alapmodellben egyedül a fuvolacsőben a gerjesztési ponthoz visszaérkező jel modulálja, míg az eltolt gerjesztési pontú modellben a fejrészből érkező jel is. Hasonlóan, a gerjesztőjel késleltetővonalának kimenetét, azaz a modulált gerjesztőjelet a fuvolacső és a fejrész bemenetei között kell elosztani. Az alapmodellben ez a modulált gerjesztőjel csak a fuvolacső irányába indul el. Az így kapott eltolt gerjesztési pontú modell a valós fuvola spektrumképét jobban közelítette, azonban nem a páratlan és páros felharmonikusok amplitúdói közti eltérés megszüntetésével, hanem a magasabb felharmonikusok nagyobb mértékű csillapításával.

A második továbbfejlesztett modellben szintén a Välimäki-féle alapmodell gerjesztési blokkjának működését változtattam meg. Ebben a modellben a gerjesztési blokkon belül található nemlineáris blokk szimmetriáját szüntettem meg. A nemlineáris blokk az oszcilláció kialakulásához szükséges elem, amely a fuvola befúvónyílásának pereménél létrejövő nemlineáris légmozgást közelíti. Az alapmodellben alkalmazott szimmetrikus nemlineáris függvény a páratlan felharmonikusokat képes gerjeszteni. Aszimmetrikus nemlineáris függvény alkalmazásával lehetővé tettem a páros felharmonikusok gerjesztését is. Fizikai szempontból ez a választás megalapozott, hiszen a fuvolista által irányított légsugarat sem pontosan a légsugár átmérőjének felénél metszi a befúvónyílás pereme. A perem geometriája ezenkívül nem szimmetrikus. Az így megváltoztatott modell valóban képes a páros és páratlan felharmonikusok közötti eltérést megszüntetni, a kimeneti jel amplitúdóspektrumán az egyes felharmonikusok amplitúdói fokozatosan csökkenve követik egymást.

Dolgozatomban bemutattam a fúvóhangszereken alkalmazható billentyűmodelleket. A bemutatott modellek közül a Smith-féle billentyűmodell Välimäki-féle megvalósítását választottam. Smith három csőrész csatlakozásaként modellezi a billentyűt, ahol két csőrész a fuvola billentyű két oldalán található részét modellezi, a harmadik, rövid késleltetővonal pedig a billentyűt magát. A modell meghatározza a késleltetővonalak közötti kölcsönhatásokat. Zárt vagy nyitott állapot beállításához a billentyű késleltetővonalán a reflexiók tényezőjét kell változtatni. A Välimäki-féle megvalósítás a billentyűmodell implementálását egyszerűsíti.

Mindkét billentyűmentes modellt, a Välimäki-féle és Verge-féle modellt is kiegészítettem a billentyűmodellel. Vizsgáltam a zárt és nyitott billentyűs állapotokat, valamint a billentyűfogás váltásánál létrejövő tranzienst folyamatokat. Nyitott állapotban lévő billentyű esetén a fuvola kimeneti jele két komponensből adódott össze, a billentyűnél és a fuvolacső végénél kapott kimeneti jelalakokból. Ebben az esetben a modell valóságghűbb hangzást nyert, mint billentyűmentes esetben, ahol a fuvolacső hosszának és ezzel a kialakuló alapharmonikus frekvencia hullámhosszának változtatásával lett beállítva. Zárt billentyű esetén nem tapasztaltam lényeges változást az időtartománybeli kimeneti jelekben és az amplitúdóspektrumban a billentyűmentes modellhez képest, de a billentyűmentes modell hangzása azonban ebben az esetben jobbnak bizonyult.

A felépített modelleket összehasonlítottam öt paraméter alapján: a kimeneti jelalakok, azok amplitúdóspektrumai, a kimeneti jelalakból generált hangok, a modellek számításigénye, valamint robusztussága szempontjából. Tisztán a hangzás alapján a Verge-féle, billentyűvel kiegészített modell bizonyult a legjobbnak. Elsősorban robusztussága miatt azonban a Välimäki-féle modellek közül a billentyűvel kiegészített verzió továbbfejlesztése nyújtaná a legtöbb lehetőséget.

A Verge-féle modell vizsgálata alapján annak zajképzési mechanizmusa, a turbulencia pontos modellezése segíti elő a valóságghű fuvolahang előállítását. A későbbiekben ezt a zajképzési blokkot érdemes lenne a Välimäki-féle modell gerjesztési blokkjába integrálni. Ezzel lehetőség nyílna a két modell erősségeinek egyesítésére, a Verge-féle modell hangzásának és a Välimäki-féle modell robusztusságának megtartásával. További lehetőség rejlik a modell fejlesztésére a billentyűmodell pontosításában. Nyitott állapotban megfelelő hatást ér el a

billentyűmodell, azonban a zárt állapotú modell hatásának hangolásával összetettebb billentyűfogások modellezése is lehetővé válna. A fuvolamodell ezután további billentyűkkel egészíthető ki, a valós fuvola billentyűinek helye és mérete alapján.

Irodalomjegyzék

- [1] John W Coltman: Jet drive mechanisms in edge tones and organ pipes. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 60. évf. (1976) 3. sz., 725–733. p.
- [2] Samuel A Elder: On the mechanism of sound production in organ pipes. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 54. évf. (1973) 6. sz., 1554–1564. p.
- [3] Neville H Fletcher – S Thwaites: Wave propagation on an acoustically perturbed jet. *Acta Acustica United With Acustica*, 42. évf. (1979) 5. sz., 323–334. p.
- [4] Fodor György: *Jelek és Rendszerek*. 2006, Műegyetemi Kiadó.
- [5] Rami Hänninen – Vesa Välimäki: An improved digital waveguide model of a flute with fractional delay filters. In *Proc. Nordic Acoustical Meeting (NAM'96)* (konferenciaanyag), 1. köt. 1996, 437–444. p.
- [6] Julius O. Smith III: A basic introduction to digital waveguide synthesis. 2006. URL <https://ccrma.stanford.edu/~jos/swgt/>.
- [7] Uno Ingard – Hartmut Ising: Acoustic nonlinearity of an orifice. *The journal of the Acoustical Society of America*, 42. évf. (1967) 1. sz., 6–17. p.
- [8] Bernard Gold Lawrence R. Rabiner: *Theory and application of digital signal processing*. 1975, Prentice-Hall In.
- [9] George E Mattingly – WO Criminale Jr: Disturbance characteristics in a plane jet. *The physics of fluids*, 14. évf. (1971) 11. sz., 2258–2264. p.
- [10] Dr. Kuczmann Miklós: *Jelek és Rendszerek*, pp. 380-383. 2005, UNIVERSITAS-GYŐR Kht.
- [11] T. D. Rossing N. H. Fletcher: *The Physics of Musical Instrument*, pp. 503-509. 1991, Springer-Verlag New York.
- [12] Gary P. Scavone. Perry R. Cook: The synthesis toolkit in c++ (stk). URL <https://ccrma.stanford.edu/software/stk/index.html>.
- [13] JD Polack – X Meynial – J Kergomard – C Cosnard – M Bruneau: Reflection function of a plane sound wave in a cylindrical tube. *Revue de physique appliquée*, 22. évf. (1987) 5. sz., 331–337. p.

- [14] Alan Powell: On edge tones and associated phenomena. *Acta Acustica United with Acustica*, 3. évf. (1953) 4. sz., 233–243. p.
- [15] Alan Powell: On the edgetone. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 33. évf. (1961) 4. sz., 395–409. p.
- [16] T. D. Rossing: *The Science of Sound, Second Edition*, pp. 53-61. 1990, Addison-Wesley Publishing Company.
- [17] Gary P Scavone–Julius O Smith III: Digital waveguide modeling of woodwind toneholes. In *ICMC* (konferenciaanyag). 1997.
- [18] Julius O Smith: Physical modeling using digital waveguides. *Computer music journal*, 16. évf. (1992) 4. sz., 74–91. p. doi:10.2307/3680470.
- [19] Tarnoczy Tamas: *Zenei Akusztika*. 1982, Zenemukiado Vallalat.
- [20] V. Valimaki–U. Laine–M. Karjalainen–Z. Janosy: A real-time dsp implementation of a flute model. In *Acoustics, Speech, and Signal Processing, IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing* (konferenciaanyag), 2. köt. Los Alamitos, CA, USA, 1992. mar, IEEE Computer Society, 249–252. p.
URL <https://doi.ieeecomputersociety.org/10.1109/ICASSP.1992.226073>.
- [21] Vesa Valimaki: Discrete-time modeling of acoustic tubes using fractional delay filters. 1995. URL http://www.acoustics.hut.fi/~vpv/publications/vesa_phd.html.
- [22] Marc-Pierre Verge–Abraham Hirschberg–René Causse: Sound production in recorderlike instruments. ii. a simulation model. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 101. évf. (1997) 5. sz., 2925–2939. p.