



M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Villamosmérnöki és Informatikai Kar
Villamos Energetika Tanszék

Káleczy György

Elosztóhálózati eszközök öregedés és várható élettartam vizsgálata

TDK dolgozat

KONZULENS

Cselkó Richárd

BUDAPEST, 2017

Összefoglaló

A városokban a villamosenergia-átvitel föld alatti középvezetési kábelhálózaton történik. Ezen eszközök megfelelő működése elengedhetetlen a rendszer stabilitásának érdekében, valamint a struktúrából adódó nagy számú berendezés ellátása miatt. Egy-egy esetleges zárlat a fogyasztók hosszabb idejű kiesését eredményezheti a nehéz javíthatóság, illetve az ezt megelőző időigényes hibahely behatárolás miatt. Ezen eszközök megfelelő élettartamnedzsentje nagyban elősegíti az energiaszolgáltatás megbízhatóságát a jövőben bekövetkező hibák számának csökkentésével.

Dolgozatomban egy lehetséges eszközgazdálkodási módszert kívánok bemutatni, melynek segítségével lehetőség nyílik a meglévő eszközpark állapotának felmérésére, valamint hatékony karbantartási és javítási tervek kialakítására valószínűségi számítások segítségével.

A módszer Weibull eloszlás segítségével modellezi az eszközök várható öregedését, amelynek köszönhetően egy élesebb képet kapunk a meglévő eszközpuláció állapotáról. Az így létrejövő információ segítségével pedig egy – a meglévő erőforrásokat jobban optimalizáló – eszközgazdálkodási stratégia alakítható ki.

Abstract

In urban territories, electric power is being transmitted by underground medium voltage cables. In order to maintain the stability of the transmission system as well as the high amount of consumer per cable, these means need to operate properly. When an error occurs in the system, the solving of the problem can take a long-time due to the location of these equipment. With a proper asset management system, these outages can be reduced in numbers and in the repairing times too.

My research concentrating on a realization of an asset management system focusing on medium voltage cables. With this system, it will be possible to receive correct information about the current condition of the devices and create an effective maintenance plan for the future repair works.

The basis of the model is the Weibull distribution. This method creates an opportunity for a lifetime prediction that is very close to reality. The goal of the system is to provide a better optimized asset management strategy with the same resources.

Tartalomjegyzék

1 Bevezetés	5
2 Kábelek élettartammenedzsentjének alapjai	6
2.1 Az asset management fogalma és célja [1]	6
2.2 Diagnosztika és karbantartás [1][2]	7
2.3 Elosztóhálózati eszközök öregedésének folyamata [3][5]	8
2.3.1 A kádgörbe	8
2.4 Középfeszültségű kábelek szerepe a villamosenergia-elosztásban	9
2.5 Kábelek meghibásodása	10
3 A Weibull-eloszlás alkalmazása eszközgazdálkodási feladatokra	11
3.1 Sűrűségfüggvény	11
3.2 Eloszlásfüggvény	12
3.3 Hibaráta függvény	13
3.4 A Weibull-eloszlás széleskörű alkalmazásának okai	13
4 Eloszlásfüggvény illesztése diszkrét adatpontokra	17
4.1 Weibull-eloszlás illesztése [6][7]	18
4.1.1 Weibull-plot	18
4.1.2 Benard féle median rank	19
4.1.3 Maximum likelihood módszer	20
5 Középfeszültségű kábelek öregedésvizsgálatának MLE alapú modellje	22
5.1 A nemlineáris egyenletrendszer	22
5.2 A Broyden-módszer	23
5.3 Az algoritmus kimenete	24
5.3.1 Generált adatok	24
5.3.2 Működés	24
5.3.3 A tesztek értelmezése	31
5.3.4 A modell értékelése: Goodness of fit	31
5.4 Alkalmazás valós adatra	34
5.4.1 A hibaráta függvény alkalmazása	39
6 Összegzés	41
Ábrajegyzék	42
Irodalomjegyzék	43

1 Bevezetés

Napjainkra a villamosenergia-átviteli, illetve elosztó hálózat egy rendkívül kiterjedt, komplex rendszerré nőtte ki magát. A XXI. századi ember számára az élet elképzelhetetlen villamosenergia nélkül. A jelenlegi életmódunk fenntartásához létszükségletté vált a megbízható, magas színvonalú energiaszolgáltatás. A hálózatot folyamatosan fejlesztik ennek érdekében, valamint lassan a bolygó minden pontjára eljut valamilyen formában.

Ez a rendszer is, mint minden emberi alkotás, amelynek funkcióját szeretnénk megőrizni, az idő próbájának fokozatosan ki van téve. A színvonal fenntartásához, illetve emeléséhez is legalább annyira fontos a használatban lévő eszközök diagnosztikája, karbantartása, mint új, a korábbiaknál hatékonyabb technológiák, és innovációs eszközök beépítése. Egy megfelelő eszközgazdálkodási stratégia segítségével nemcsak a fogyasztók lesznek elégedettebbek, hanem a villamosenergia-szolgáltatók is spórolhatnak költségeiken.

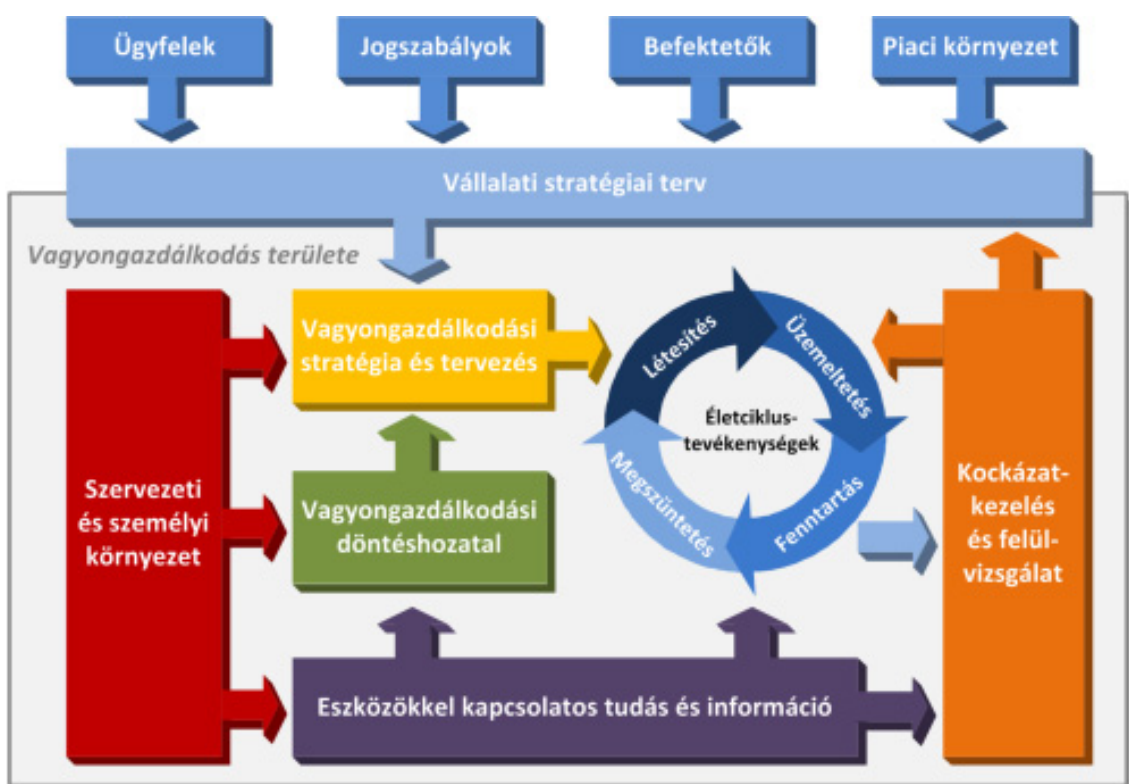
Dolgozatomban középfeszültségű kábelek öregedésének adatai alapján, illetve generált adatok alapján is demonstrálom az általam készített algoritmus működését. A valós adatokat magyarországi kábelek szolgáltatója, habár az adatmennyiség jelenleg még rendkívül szűkös, és ezáltal egy újabb probléma megoldására kényszerít: a módszer kevés adatból is képes legyen egy megfelelő, informatív kimenetet produkálni., amelynek segítségével hatást gyakorol a karbantartási, illetve javítási munkálatokra.

A módszer elkészítése során R programozási nyelv, valamint MATLAB segítségével generálok adatokat, amelyekre aztán numerikus módszerek segítségével görbét illeszttek, majd elemzem a görbe minőségét, és amennyiben ez megfelelő, lehetőség nyílik az adott típusú, de még üzemelő eszközök állapotának jellemzésére.

2 Kábelek élettartamnedzsmentjének alapjai

2.1 Az asset management fogalma és célja [1]

Az asset management magyarul eszközgazdálkodás a meglévő eszközparkot illető javítási, csere döntések összefoglaló fogalmaként definiálható, amely figyelemmel kíséri értékük, állapotuk változását, és megpróbálja minden szempontból a lehető legideálisabb döntést meghozni egy adott eszközzel kapcsolatban, továbbá az esetnek megfelelő módon prioritizálja a beavatkozások időbeli sorrendjét.

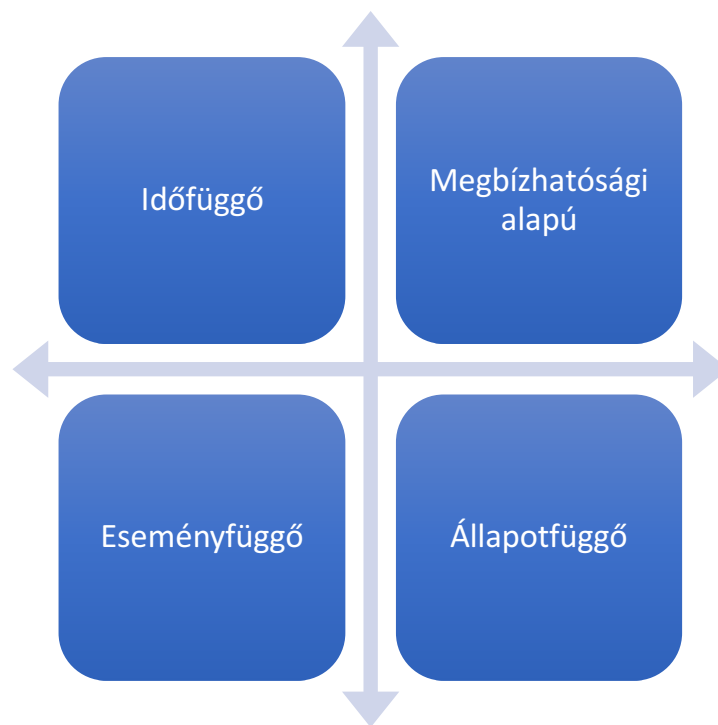


2-1. ábra Eszközgazdálkodás egy modellje [8]

A 2.1 ábra alapján felfogható egy pénzügyi stratégiának, amely létszükséglet a működés fenntartása érdekében, ellenben egy helytelen stratégia a hatékonyság rovására megy, esetenként veszélyeztetheti a működőképességet.

2.2 Diagnosztika és karbantartás [1][2]

Az eszközgazdálkodási stratégia létrehozása során létfontosságú, hogy az eszközparkról megfelelő információ álljon rendelkezésünkre, amellyel képesek vagyunk átfogó képet alkotni az eszközökről, és azt felhasználva egy hatékony karbantartási módszer segítségével költséghatékonyabbá alakíthatjuk rendszerünket. A diagnosztika feladata felhívni a figyelmünket egy esetleges hiba bekövetkezésének lehetőségére. A karbantartás feladata az eszköz helyreállítása vagy cseréje, tehát a hiba bekövetkezési valószínűségének kielégítő csökkentése.



2-2. ábra Karbantartási stratégiák

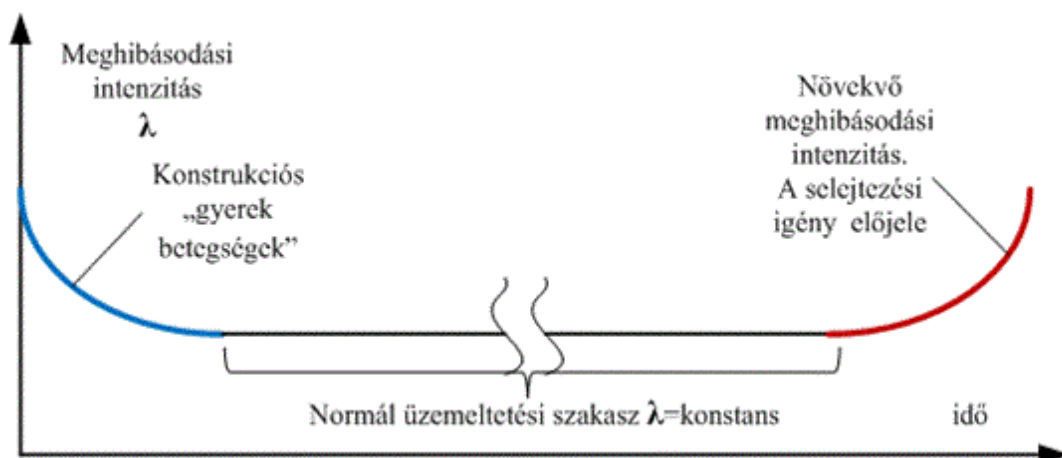
A négy felsorolt közül az eseményfüggő a legegyszerűbb, amikor hibaesemény következik be, akkor történik beavatkozás, nincs megelőzés. Az állapotfüggő esetében alkalomszerű, vagy akár folyamatos állapotelemzés, szükség esetén beavatkozás. Az időfüggő karbantartási stratégia fix időintervallumok szerint ellenőrzi a berendezés állapotát. A legfejlettebb megbízhatósági alapú karbantartási stratégia egyszerre képes mérlegelni az eszköz jelentőségét és állapotát, valószínűségi számításokat alkalmaz, összetettebb következtetéseket használ a döntés meghozatalához, például egy eszköz meghibásodása esetén annak adatait felhasználva befolyásolhatja egy másik eszközzel kapcsolatos döntés meghozatalát.

2.3 Elosztóhálózati eszközök öregedésének folyamata [3][5]

Minden eszköz valamilyen funkció ellátásának céljából készül. Az idő múlásával feladatát karbantartás nélkül egy idő után már nem tudja ellátni. Ezt a pillanatot elérve az eszköz eléri élettartamának végét. Az öregedés folyamata rendkívül komplex folyamat, rengeteg befolyásoló tényezővel, amelyek egymásra is hatnak.

A nagyfeszültségű berendezések állandó igénybevételei közé tartoznak a mechanikai, termikus, villamos, kémiai igénybevételek. Ezeken kívül előfordulhat valamilyen hirtelen, jelentős igénybevétel, aminek következtében az eszköz öregedési folyamata megváltozik, akár el is éri élettartama végét. Ez utóbbi jelenségek közé tartozik a villámlás, jelentős túlterhelés vagy az állandó igénybevételek bármelyike a megszokottnál jóval nagyobb igénybevétellel például villamos igénybevétel esetén egy kapcsolási túlfeszültség. Az eszközök élettartamának modellezésére szolgál az alakjáról elnevezett kádgörbe.

2.3.1 A kádgörbe



2-3. ábra Kádgörbe [9]

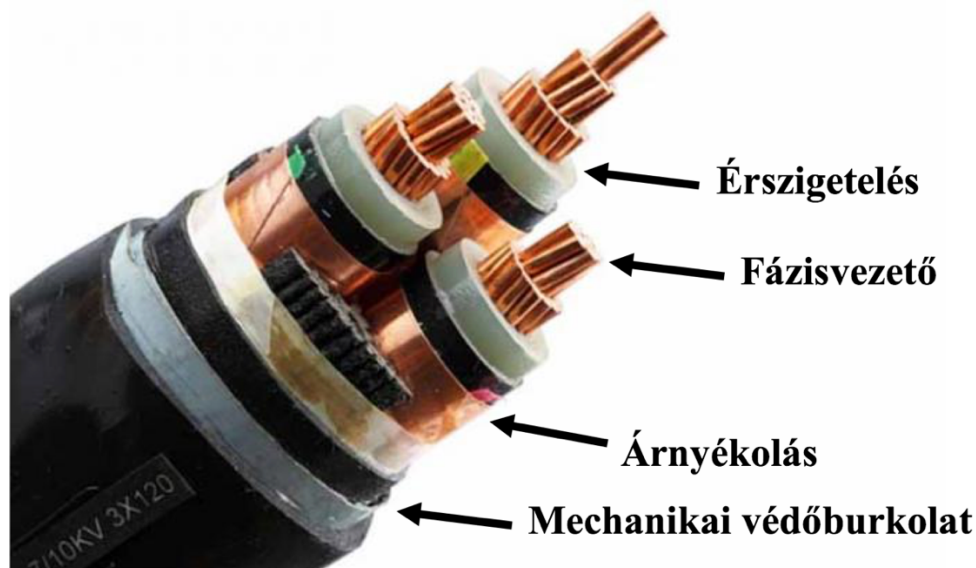
Az eszközök egyes hibái használat során jönnek elő, ezt reprezentálja a görbe korai szakasza, amely a konstrukciós, gyártási és szerelési hibák miatt nagyobb meghibásodási esélyt rejt, míg a végső szakaszon az elhasználódás miatt nő a hiba valószínűsége. A görbe középső része a hasznos életkort szemlélteti. Megfelelő konstrukció esetén ez a normál működési szakasz a leghosszabb az eszköz életében. Fontos megjegyezni, hogy a három szakasz éles elhatárolását lehetetlen végrehajtani, ezáltal a meghibásodási

intenzitás egy folytonos valószínűségi változó, amelyet például Weibull-eloszlással lehet közelíteni. Mivel nem tudunk választópontot kijelölni az egyes szakaszok átfedésbe kerülnek, így előfordulhat, hogy egy eszközt leselejtezünk, pedig az még képes lenne funkciója ellátására, míg egy másikat megfelelőnek gondolunk, és további üzemeltetésével nem várt esemény következik be.

2.4 Középfeszültségű kábelek szerepe a villamosenergia-elosztásban

Magyarországon a városi villamosenergia-elosztás mellett az ipari szektor energiaszükségleteinek ellátásában is kulcsfontosságú szerepet játszanak a középfeszültségű kábelek. Jellemző névleges feszültség szint a 11 kV, illetve a 22 kV, de elvétve előfordulnak 35 kV-on üzemelő kábelszakaszok is.

Az országban nagyobb mennyiséget az 1970-es és 1980-as években helyeztek üzembe, amelyek nagy része már életkora végén, elhasználódása határán mozog, nevezetesen a „roundal” típusú kábel, amely egy polietilén szigetelésű kábel jelenleg hozzávetőlegesen 5000 km üzemel a villamosenergia-elosztóhálózatban. Létezik egy, illetve háromfázisú kivitelben is. Utóbbi típushibája, hogy az érszigetelések közti térrész nincs kitöltve, így az sérülés esetén hosszában feltelik vízzel, amely a kábel meghibásodásához vezethet.[4]



2-4. ábra 3 fázisú kábel felépítése [10]

2.5 Kábelek meghibásodása

A föld alatti kábelek meghibásodásának legnagyobb része ember okozta behatás miatt következik be. Földmunkálatok során az érszigetelés megsértése egyfázisú kábelek esetén azonnali földzárlat bekövetkezését vonja maga után, háromfázisú esetben előfordulhat még az előbbin felül két fázis közötti, illetve több fázis és föld közötti zárlat, amelyek esetén a védelem lekapcsolja az adott kábelszakaszt. Ezek a hibák nem vehetők figyelembe öregedésvizsgálatkor, hiszen megjelenésük a kábelszigetelés öregedésétől, romlásától független, véletlen események eredménye. Az élettartam vizsgálatok során az állandó igénybevétel miatti szigetelés romlást vizsgáljuk. Legjellemzőbb roncsoló folyamatok a termikus öregedés, részkiülés a kábelszigetelésben, valamint a water treeing. Termikus öregedés során a kábel áramterhelése, valamint esetlegesen a környezeti hőmérséklet általi fokozott igénybevétel felgyorsítja az öregedés folyamatát. A részkiülés egy nem elektródtól elektródig tartó villamos letörés, amely a szigetelés fokozatos roncsolásával egy idő után átütéshez vezet. A villamos eredetű kábelhibák döntő többségét részkiülések okozzák. A water treeing jelensége nedvesség jelenléte mellett jöhet létre a kábel szigetelésében. Apróbb, mikroszkópikus sérülés hatására a víz a szigetelés belsejében az elektromos térerősség által befolyásolt módon terjedni kezd. Egy idő után a folyamat által véghezvitt roncsolás olyan mértékű lesz, hogy az zárlatot eredményez.

A középfeszültségű kábelek javítása komplikált feladat elhelyezkedésük miatt. Nem várt esemény bekövetkezése esetén először szükséges a hibahely behatárolása. A legmodernebb módszerek képesek 1-2 méteres hibával beazonosítani a hiba helyét. A behatárolást követően a környezeti paraméterektől függően elhúzódhat a tényleges javítási munkálat megkezdésének ideje. Fontos tehát az üzemben lévő kábelek hibáinak minimalizálása, hiszen az esetek döntő többségében az érintett fogyasztók hosszabb kiesésre számíthatnak.

3 A Weibull-eloszlás alkalmazása eszközgazdálkodási feladatokra

A valószínűségszámítás elméletében és a statisztika területén a Weibull-eloszlás egy folytonos valószínűség-eloszlás. Ezt az eloszlást Waloddi Weibull-ról nevezték el, aki 1951-ben írta le részletesen. A Weibull-eloszlásra alapuló élettartam előrejelzés az egyik leggyakrabban használt, és az egyik leghatékonyabb módszer hibaanalízis, valamint megbízhatósági számítások során.

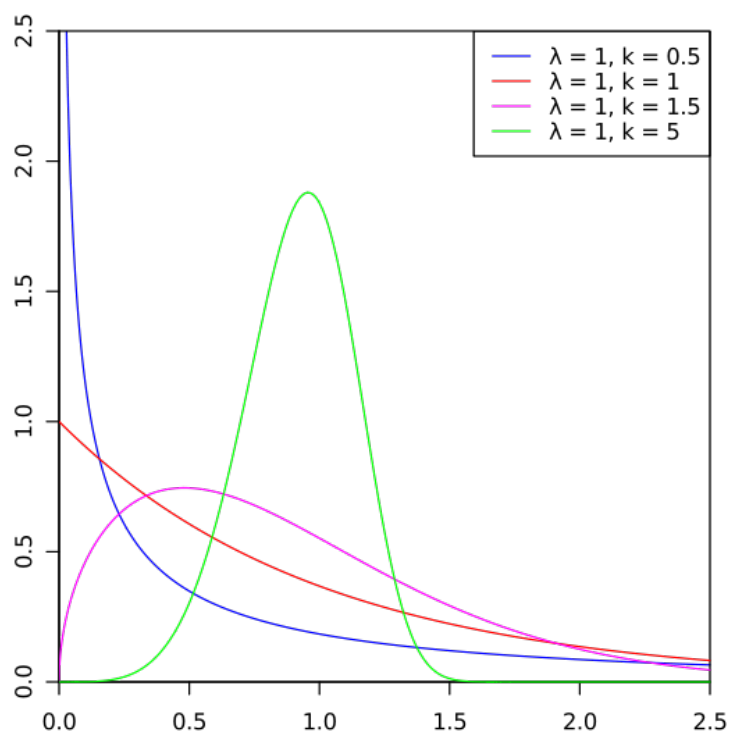
3.1 Sűrűségfüggvény

A Weibull x valószínűségi változó valószínűség-sűrűségfüggvénye:

$$f(x, [\lambda, k]) = f(x) = \begin{cases} \frac{k}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k}, & \text{ha } x \geq 0 \\ 0 & \text{, ha } x < 0 \end{cases} \quad (3-1)$$

ahol $k > 0$ az alakparaméter és $\lambda > 0$ a skálaparaméter.

Az alakparaméter esetében $k < 1$ érték azt jelenti, hogy az eszköz hibájának valószínűsége az idővel csökken, $k = 1$ esetben pedig időfüggetlen a meghibásodás valószínűsége, tehát az öregedéssel kapcsolatos hibák modellezése esetén a keresett tartomány: $k > 1$, ami értelemszerűen az idő múlásával növekvő meghibásodási kockázatot jelent.



3-1. ábra Sűrűségfüggvény különböző alakparaméterek esetén [11]

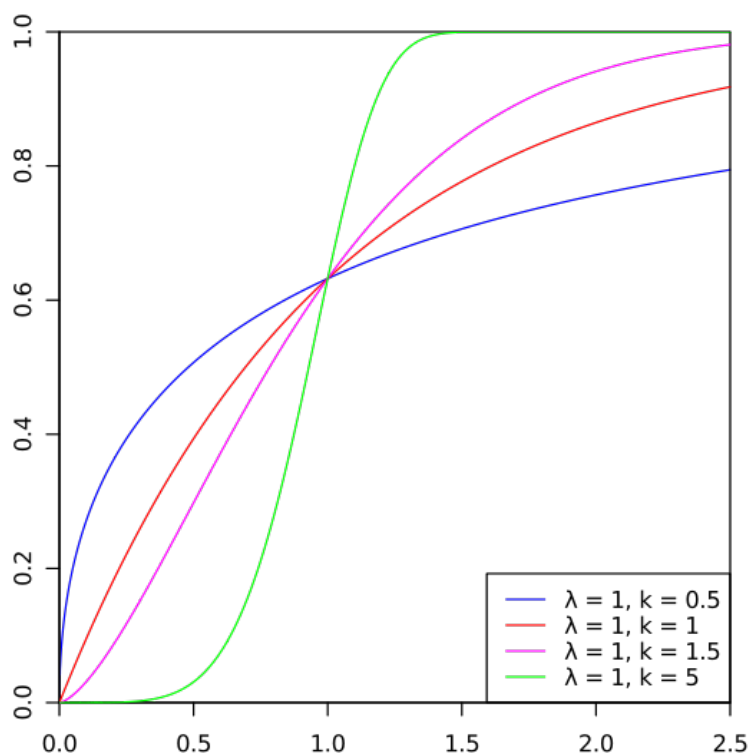
3.2 Eloszlásfüggvény

A Weibull-eloszlás kumulatív eloszlásfüggvénye:

$$F(x, [\lambda, k]) = \int_{-\infty}^x f(t, [\lambda, k]) dt = \begin{cases} 1 - e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k} & , ha \ x \geq 0 \\ 0 & , ha \ x < 0 \end{cases} \quad (3-2)$$

ahol $f(t, [\lambda, k])$ az adott eloszláshoz tartozó sűrűségfüggvény.

Az eloszlásfüggvény megadja, hogy adott x (jelen esetben életkor) érték mellett mekkora a valószínűsége, hogy az adott elem már meghibásodott.



3-2. ábra Eloszlásfüggvény különböző alakparaméterek esetén [12]

3.3 Hibaráta függvény

A Weibull-eloszlás hibaráta függvénye:

$$h(x, [\lambda, k]) = \frac{f(x)}{1 - F(x)} = \frac{k}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} \quad (3-3)$$

ahol $f(x)$ az adott eloszláshoz tartozó sűrűségfüggvény,

$F(x)$ pedig az eloszlásfüggvény.

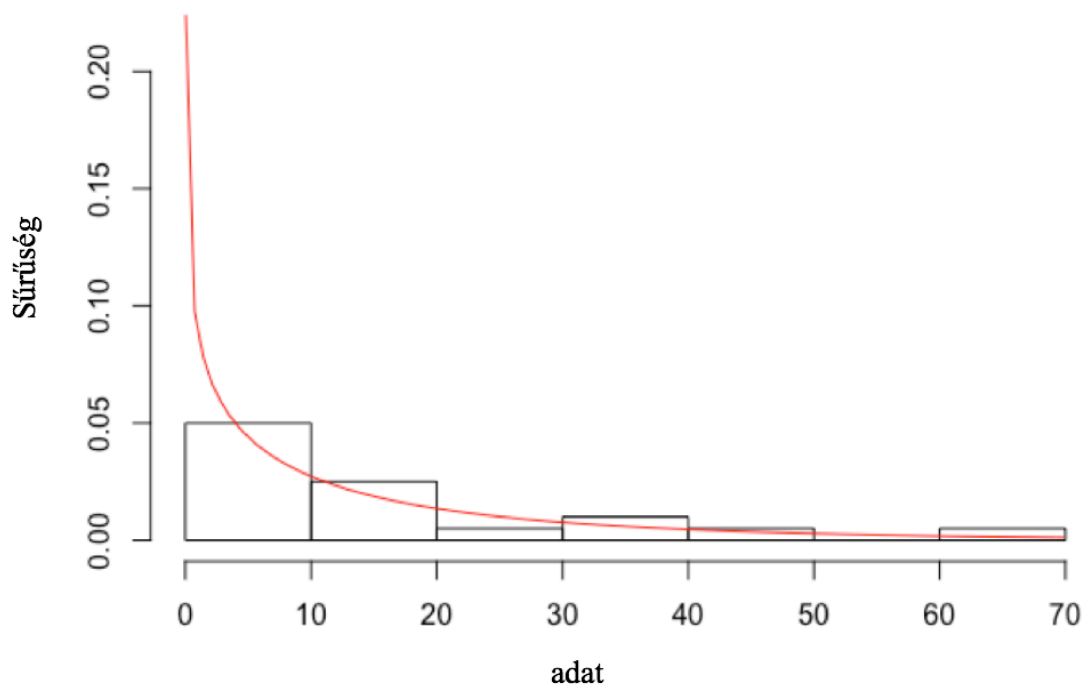
A hibaráta függvény megadja, hogy adott x érték (jelen esetben életkor) mellett az elemek hány százaléka hibásodik meg.

3.4 A Weibull-eloszlás széleskörű alkalmazásának okai

A mérnöki tudományok minden területén találkozhatunk valamilyen szintű öregedésvizsgálati módszerrel. Fontos, hogy az általunk felállított modell jól közelítse az elhasználódás folyamatát, lehessen rá jövőbeli stratégiákat építeni. Kézenfekvő, hogy egy olyan módszert alkalmazzunk, amely rendkívül jól hangolható, valamint megfelelő pontosságot biztosít a folyamat leírásában. A két paraméteres Weibull-eloszlás két szabadságfokának köszönhetően és helyes alkalmazásának segítségével képesek vagyunk

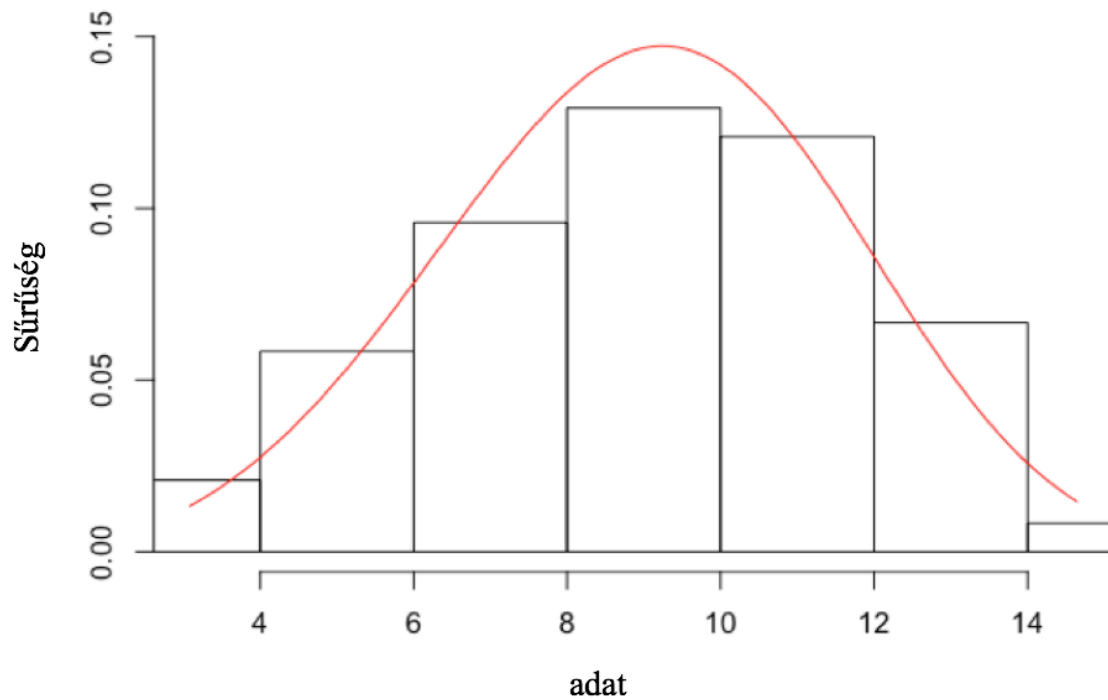
egy rendkívül valóságos modellt alkotni egy eszköz várható élettartamáról. A paraméterek hangolásával lehetőség nyílik a görbe alakjának nagyfokú megváltoztatására.

Az következő ábrákon látható sűrűség-histogram generált meghibásodási adatokat mutatja, az ábrázolt függvény pedig az illesztett Weibull sűrűségfüggvénye.



3-3. ábra Weibull eloszlás csökkenő meghibásodási valószínűséggel

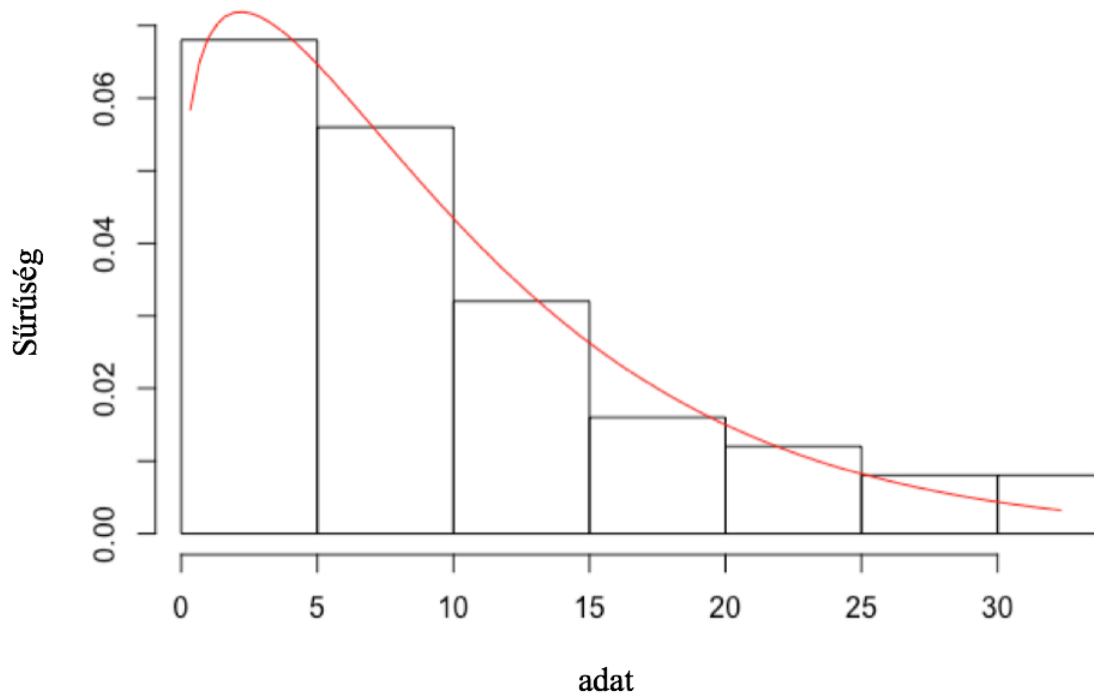
A grafikon alakjának magyarázata (alakparaméter kisebb, mint 1), hogy a szimulált eszközpopuláció valamilyen gyermekbetegségben szenved, ezért jelentős a kezdeti szakasz meghibásodásainak száma. A csökkenő meghibásodás esélye pedig annak tudható be, hogy a selejtes elemeket eltávolítjuk a rendszerből, így már csak a „túlélők” maradnak.



3-4. ábra „Weibull, mint normális eloszlás”

Az alakparaméter megfelelő hangolásával (3 és 4 közötti értéket rendelve hozzá) előállítható egy szimmetrikus, harang alakú görbe, amely a normális eloszláshoz hasonló.

A Weibull-eloszlásból származtatható az exponenciális eloszlás. Karakterisztikájából adódóan az alakparamétert 1-nek választva egy olyan exponenciálisan lecsengő görbét kapunk, amelynek kitevője a skálaparaméter reciproka.



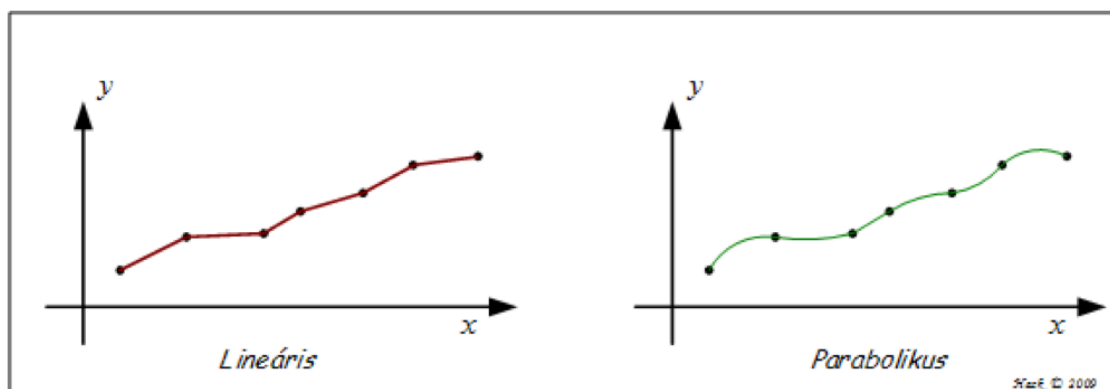
3-5. ábra Weibull, mint exponenciális eloszlás

Míg a normális eloszlás esetében csak közelítő görbéről van szó, az exponenciális eloszlás teljes egészében kiváltható a fent említett paraméterbeállítással. Ebből következik, hogy az exponenciális eloszlásra épülő öregedési modelleknél minden esetben megfelelőbb egy Weibull eloszlásra épülő előrejelző algoritmus.

4 Eloszlásfüggvény illesztése diszkrét adatpontokra

A görbeillesztés egy olyan matematikai folyamat, amelynek során egy empirikus adathalmazról szeretnénk információt nyerni, az adatok egymáshoz való viszonyára szeretnénk értelmezhető jellemzést adni egy már ismert valószínűségi modell segítségével. A megfelelő karakterisztikájú eloszlás meghatározása nem triviális folyamat. Egyértelműen semmilyen esetben nem mondható egy tapasztalati adathalmazra, hogy az egy megjelölt eloszlást követ. Görbeillesztés során az általunk elkészített modell és a valós folyamat közti hiba minimalizálása a cél. Tökéletes illeszkedés természetben lejátszódó folyamatokra – mivel erőforrásaink végesek - nem érhető el, valamint a tényleges paraméterek meghatározásához végtelen mennyiségű adatra lenne szükség.

Erre a célra sokféle eljárás létezik, analitikus megközelítés például az interpoláció, amelynek során egy adathalmazhoz keresünk egy tökéletesen illeszkedő görbét. Ez csak elméletben valósítható meg, ugyanis a görbe leírása zárt alakban nem biztos, hogy lehetséges, azonban például egy hiányos adathalmaz hiányzó elemeinek – jelleget számottevően nem deformáló – helyettesítése céljából eredményes algoritmus készíthető segítségével.



4-1. ábra Interpoláció

A matematikai statisztika egyik leggyakrabban alkalmazott módszere a témában a regresszió. Eltérése az interpolációtól, hogy lemondunk a hibátlan illeszkedésről. A számított görbe kikötése, hogy minden egyes pont esetén az eltérés a valós adatpontoktól egy meghatározott intervallumon belülre essen, különben a modell nem megfelelő. A

következőkben ismertetett eljárások közül a median rank és a maximum likelihood módszer a regresszió csoportjába tartoznak.

4.1 Weibull-eloszlás illesztése [6][7]

A következőkben néhány elterjedt Weibull-görbeillesztési eljárást mutatok be, amelyek bonyolultsága és alkalmazhatósága is eltér.

4.1.1 Weibull-plot

Görbeillesztést végezhetünk grafikus módszerekkel. Az adathalmazunk pontjait egy olyan koordináta-rendszerben helyezzük el, amelyben a Weibull-eloszlás eloszlásfüggvénye egy egyenes, ezáltal megkönnyítve dolgunkat, majd ezt követően leolvassuk a paraméterek értékét a grafikonról.

A transzformáció folyamata Descartes-koordináta rendszerből az alábbiak szerint történik:

$$F(T) = Q(T) = 1 - e^{-\left(\frac{T}{\lambda}\right)^k} \quad (4-1)$$

$$\ln(1 - Q(T)) = \ln\left(e^{-\left(\frac{T}{\lambda}\right)^k}\right) \quad (4-2)$$

$$\ln(1 - Q(T)) = -\left(\frac{T}{\lambda}\right)^k \quad (4-3)$$

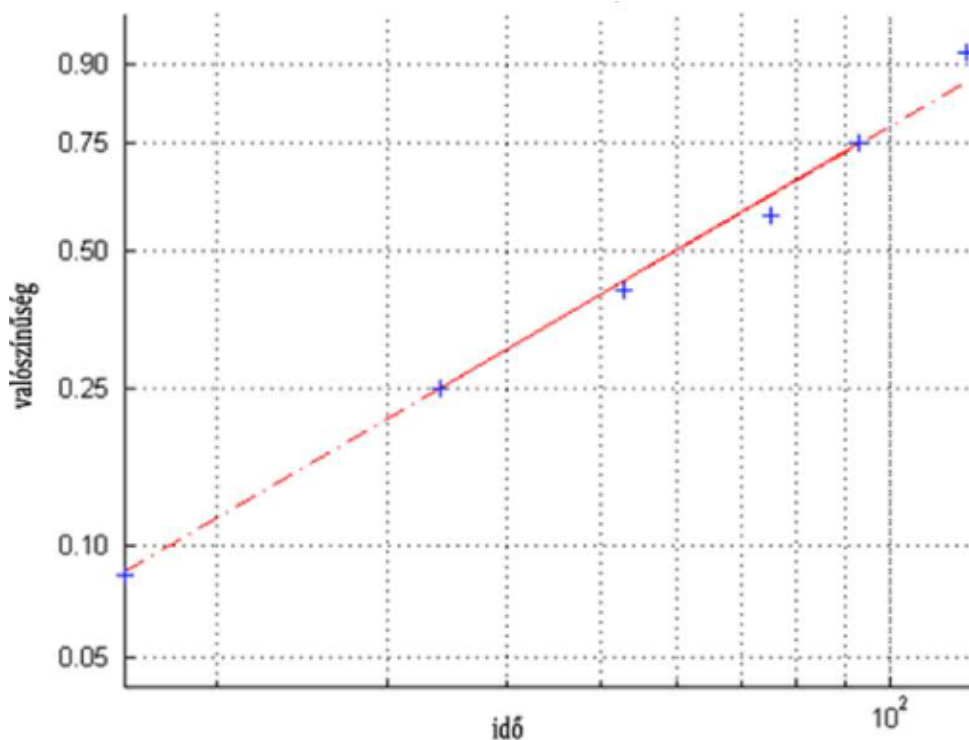
$$\ln(-\ln(1 - Q(T))) = k \ln\left(\frac{T}{\lambda}\right) \quad (4-4)$$

$$\ln\left(\ln\left(\frac{1}{1 - Q(T)}\right)\right) = k \ln(T) - k \ln(\lambda) \quad (4-5)$$

Legyen $y = \ln\left(\ln\left(\frac{1}{1 - Q(T)}\right)\right)$, valamint $x = \ln(T)$, ahol T az adatvektor, Q(T) pedig az eloszlásfüggvény. Így az alábbi eredményt kapjuk:

$$y = k x - k \ln(\lambda) \quad (4-6)$$

Ez a formula immár egy lineáris függvény, amely k meredekséggel, illetve egy $k \ln(\lambda)$ eltolással írható le.



4-2. ábra Linearizált Weibull-eloszlásfüggvény

A grafikus paraméterbecslés a numerikus módszerek tényérésével háttérbe szorult, de ellenőrzésnek továbbra is kiválóan használható.

4.1.2 Benard féle median rank

A median rank számítása során az adathalmazt időintervallumokra osztjuk fel a meghibásodások ideje alapján. Minden i -edik halmazt magába foglalja az i -edik, azaz az utolsó intervallum számossága megegyezik az összes meghibásodás számával. Az intervallumokon belül található meghibásodások számát összegezzük, majd a következő formulával meghatározzuk a meghibásodási valószínűséget:

$$MR_j = \frac{j - 0,3}{N + 0,4} \quad (4-7)$$

Ahol j az adott intervallumba tartozó meghibásodások száma, N pedig az adathalmaz számossága. A kapott érték megadja, hogy mekkora valószínűséggel megy tönkre egy adott típusú eszköz az intervallum végére. A median rank számítására többféle algoritmus létezik. A módszer alkalmazható kevés megbízhatósági adat rendelkezésre állása esetén is. Hiányossága, hogy mindenképp intervallumokra kell felosztani az adatokat, ami további pontatlanságot okoz a becslés során.

4-1. táblázat

Meghibásodás ideje [év]	Meghibásodott eszközök száma	Benard féle median rank érték [%]
10	6	32
20	8	44
30	11	61
40	14	78
50	15	84
60	17	96

4.1.3 Maximum likelihood módszer

A maximum likelihood módszer (magyarul: legnagyobb valószínűség, továbbiakban: MLE) a matematikai statisztika egyik leggyakrabban használt görbeillesztési eljárása.

Az MLE célja, hogy adott értékekhez, a valószínűségi eloszlás ismeretlen paramétereinek olyan becslését adja meg, amely mellett az adott érték a legnagyobb valószínűséggel következik be.

Jelen esetben a már ismertett skála- és alakparaméter legvalószínűbb értékét keressük az adott meghibásodási időpontok alapján a log-likelihood függvény alkalmazásával.

4.1.3.1 A Log-likelihood függvény

Az általános Log-likelihood függvény a 2 paraméteres Weibull-eloszlás esetén a következő:

$$\ln(L) = \Lambda = \sum_{i=1}^{F_e} N_i \ln \left[\frac{k}{\lambda} \left(\frac{T_i}{\lambda} \right)^{k-1} e^{-\left(\frac{T_i}{\lambda} \right)^k} \right] - \sum_{i=1}^S N_i' \left(\frac{T_i'}{\lambda} \right)^k + \sum_{i=1}^{FI} N_i'' \ln \left[e^{-\left(\frac{T_{Li}''}{\lambda} \right)^k} - e^{-\left(\frac{T_{Ri}''}{\lambda} \right)^k} \right] \quad (4-8)$$

ahol: F_e a csoportok száma, amelybe a hibákat foglaljuk;

N_i F_e -n belül az i -edik csoport számossága;

k a Weibull-eloszlás becsült alakparamétere → **Ismeretlen;**

λ a Weibull-eloszlás becsült skálaparamétere → **Ismeretlen;**

T_i	az i-edik csoport meghibásodásának ideje;
S	a csoportok száma, amelybe a nem öregedés okozta hibákat foglaljuk;
N'_i	S -n belül az i-edik csoport számossága;
T'_i	az i-edik csoport, amely a nem öregedés okozta hibák <i>idejét</i> tartalmazza;
FI	az intervallumok száma, amelybe a hibákat csoportosítjuk;
N''_i	az intervallumok száma az i-edik intervallumban;
T''_{Li}	az i-edik intervallum első eleme;
T''_{Ri}	az i-edik intervallum utolsó eleme.

A paraméterek becslését többféleképpen elvégezhetjük:

- közvetlenül a Log-Likelihood függvény maximalizálásával,
- a két paraméter szerinti parciális deriválás eredményeképpen adódó két nemlineáris egyenletet tartalmazó egyenletrendszer megoldásával,

mindkét esetben szükségünk van egy solver implementálására, amely numerikus módszerek felhasználásával dolgozik.

5 Középfeszültségű kábelek öregedésvizsgálatának MLE alapú modellje

Az esetek döntő többségében pontosabb paraméterbecslést tesz lehetővé az MLE, emiatt további munkám során ennek a módszernek a segítségével végeztem a paraméterbecslő számításokat.

A modell közvetlen bemeneti paramétere a meghibásodások ideje egy adott eszköztípus esetén, kimenete pedig az illesztett Weibull-eloszlás paraméterei, amelynek jóságát ellenőrzi, valamint a számítások során mérlegel és döntést hoz a lehető legjobb kimenet előállítása érdekében.

5.1 A nemlineáris egyenletrendszer

Munkám során a parciális deriválást választottam a solver algoritmus implementálásakor, valamint a Log-likelihood függvényt egyszerűsítettem az alábbiak szerint:

- a nem öregedési folyamatok okozta hibákat már a görbeillesztés megkezdése előtt, az adatbázis előkészítése során elimináltam
- nem osztottam fel intervallumokra az öregedést, a teljes folyamatot egyben kezeltem üzembe helyezéstől az elhasználódásig.

Az adódó egyenletrendszer:

$$f(k, \lambda) = \begin{cases} \frac{\partial \Lambda}{\partial k} = \frac{N}{k} + \sum_{i=1}^N \ln\left(\frac{T_i}{\lambda}\right) - \sum_{i=1}^N \left(\frac{T_i}{\lambda}\right)^k \ln\left(\frac{T_i}{\lambda}\right) = 0 \\ \frac{\partial \Lambda}{\partial \lambda} = \frac{-k}{\lambda} N + \frac{k}{\lambda} \sum_{i=1}^N \left(\frac{T_i}{\lambda}\right)^k = 0 \end{cases} \quad (5-1)$$

- ahol: T_i az adott elem meghibásodási életkora;
 N a meghibásodási adatok száma;
 k a Weibull-eloszlás becsült alakparamétere → **Ismeretlen**;
 λ a Weibull-eloszlás becsült skálaparamétere → **Ismeretlen**.

5.2 A Broyden-módszer

Nemlineáris egyenletrendszert sokféle numerikus algoritmussal megoldhatunk. Egyik legismertebb a Newton-Raphson (továbbiakban: NR) módszer. Az algoritmusnak léteznek változatai, amelyeket kvázi-Newton módszereknek neveznek. Ide tartozik a Broyden-módszer is, amely annyiban különbözik a NR algoritmustól, hogy a számítás során nem igényel Jacobi-mátrixot, vagyis nem szükséges deriválni minden iteráció alatt, csak az algoritmus saját segédmátrixát kell frissíteni, ezáltal a futási idő jelentősen lerövidülhet.

A megoldandó egyenlet:

$$B_{i+1}\Delta x_i = -f(x_i) \quad (5-2)$$

ahol B a Broyden mátrix

Δx_i a 2 paraméter i -edik iterációhoz tartozó értéke, vektor: $x_i = (k_i \lambda_i)^T$

$f(x_i)$ a megoldandó egyenletrendszer x_i helyettesítéssel

A Broyden mátrix frissítése:

$$B_{i+1} = B_i + \frac{(\Delta f(x_i) - B_i \cdot \Delta x_i) \cdot (\Delta x_i)^T}{(\Delta x_i)^T \cdot \Delta x_i} \quad (5-3)$$

ahol $\Delta f(x_i) = f(x_{i+1}) - f(x_i)$

$\Delta x_i = x_{i+1} - x_i$

Kezdetben a Broyden-mátrix egy identitásmátrix, x pedig a kezdeti becslés fele. A két ismeretlen paraméter kezdeti becslése, azaz az x vektor kezdeti értékei a Weibull-eloszlás karakterisztikájának figyelembe vételével a következő módon kerülnek meghatározásra:

$$k_0 = \frac{1,2}{\sqrt{\text{var}(\ln(T))}} \quad (5-4)$$

$$\lambda_0 = e^{\left(m + \frac{0,572}{k_0}\right)} \quad (5-5)$$

ahol T a meghibásodási életkorokat tartalmazó vektor;

var a mátrix varianciája;

m az $\ln(T)$ vektor átlaga.

Az iterálás befejezését a következő dolgok okozhatják:

- a kezdeti becslés megfelelő, ilyenkor az MLE algoritmusra nincs szükség;
- nagyon kis intervallumon belül változnak a paraméterek az iterálás során, tehát a becslés megfelelő;
- elérte a maximális határt a lépésszámmal, ilyenkor a rendszer a legutolsó iteráció adatait közli.

A felsorolt esetekben a solver automatikusan dönt az ideális kimenet előállításának érdekében. Az iterálás végeztével az eloszlás becsült paraméterei már nem ismeretlenek.

5.3 Az algoritmus kimenete

5.3.1 Generált adatok

A modell működésének bemutatása céljából tesztadatokkal is végeztem szimulációt. Öregedés okozta meghibásodási adatokat egy R programnyelven írt kód segítségével meghatározott paraméterű Weibull-eloszlás használatával hoztam létre, majd az adatokat a függvénynek átadva, az elvárt kimenetet előre ismerve összehasonlítottam a modell által adott értékekkel.

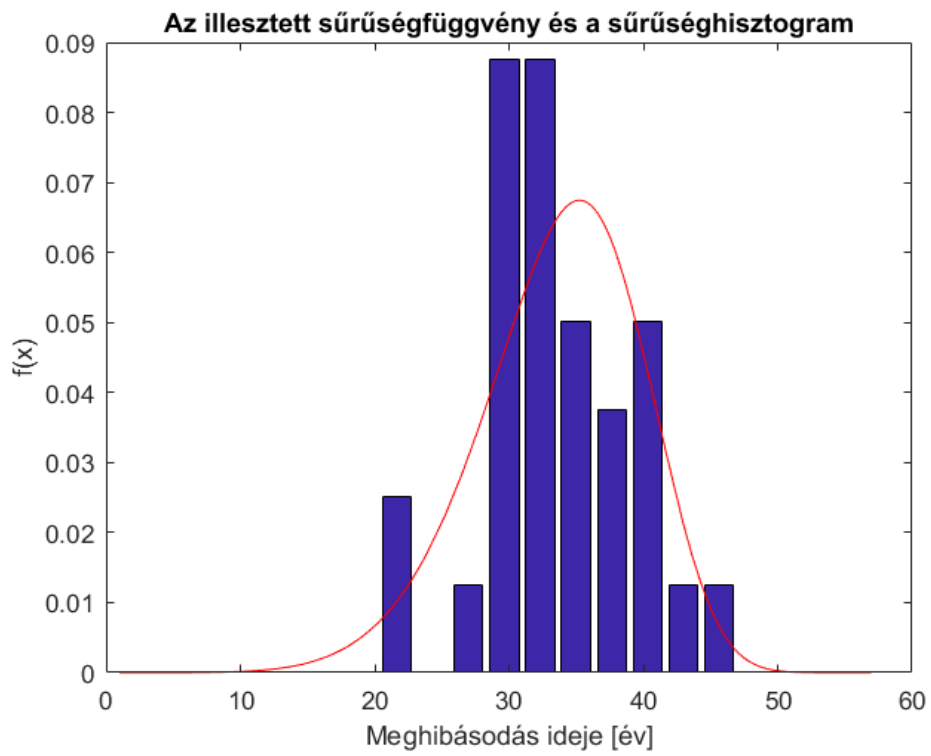
5.3.2 Működés

A tesztelés során fontos a meghibásodási adatok számossága. A görbeillesztést nagyban megkönnyíti, ha a rendelkezésre álló adathalmaz statisztikai mennyiségű, azaz több mint 200 adatot tartalmaz. A hazai gyakorlatnak megfelelően közép feszültségű kábelek esetén a rendelkezésre álló adatmennyiség ennél jóval kisebb a hiányos nyilvántartásnak köszönhetően. A solver algoritmusának készítése során különös figyelmet fordítottam a kis számú adathalmaz megfelelő kezelésére, azonban a minden esetben konvergencia implementáció létrehozása lehetetlen feladat. Szükséges tehát az ellenőrzés futási időben, valamint az eredmények közlése után is. A modell MATLAB környezetben van implementálva, ezáltal a vizuális megjelenítés a MATLAB sajátja.

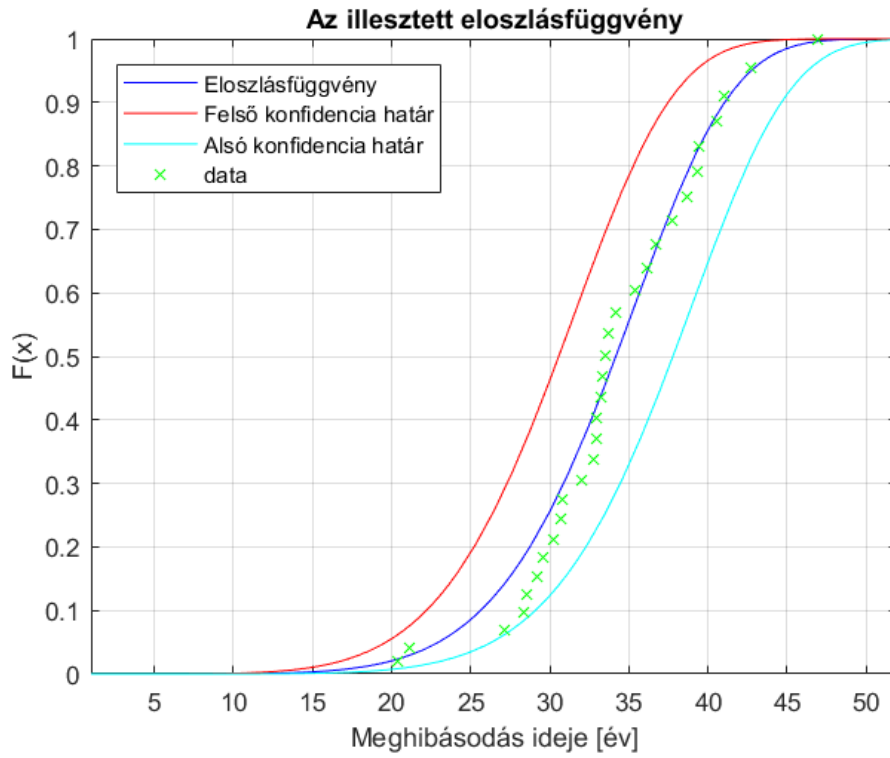
5.3.2.1 Teszt 1

30 meghibásodási adatot generálva $k = 8$, és $\lambda = 35$ értékekkel a rendszer a következő kimenetet adta:

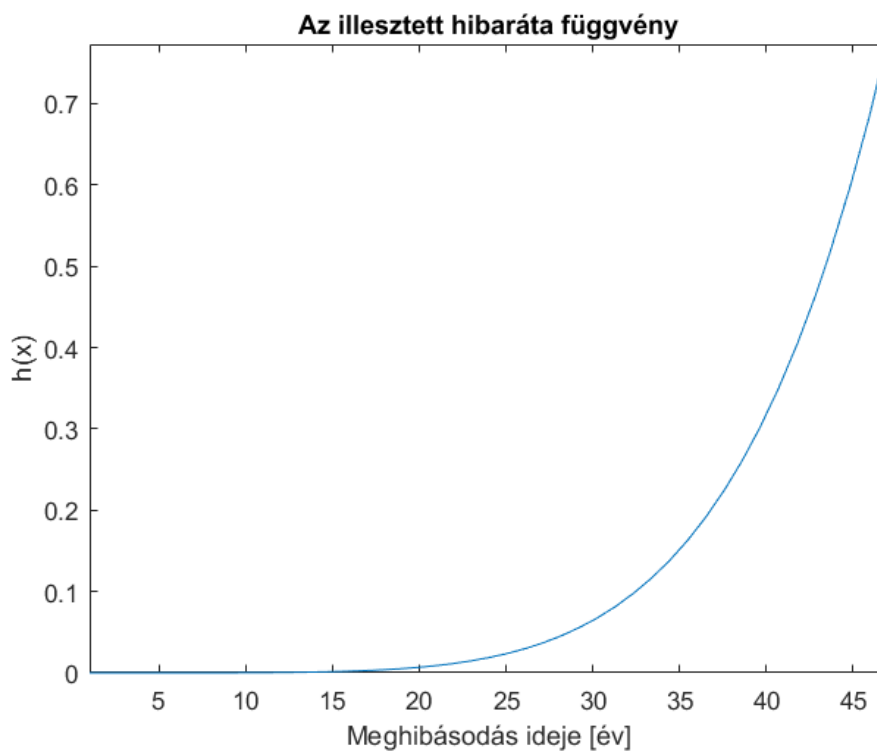
k	λ
6,5466	36,1494



5-1. ábra Első teszt sűrűségfüggvénye



5-2. ábra Első teszt eloszlásfüggvénye

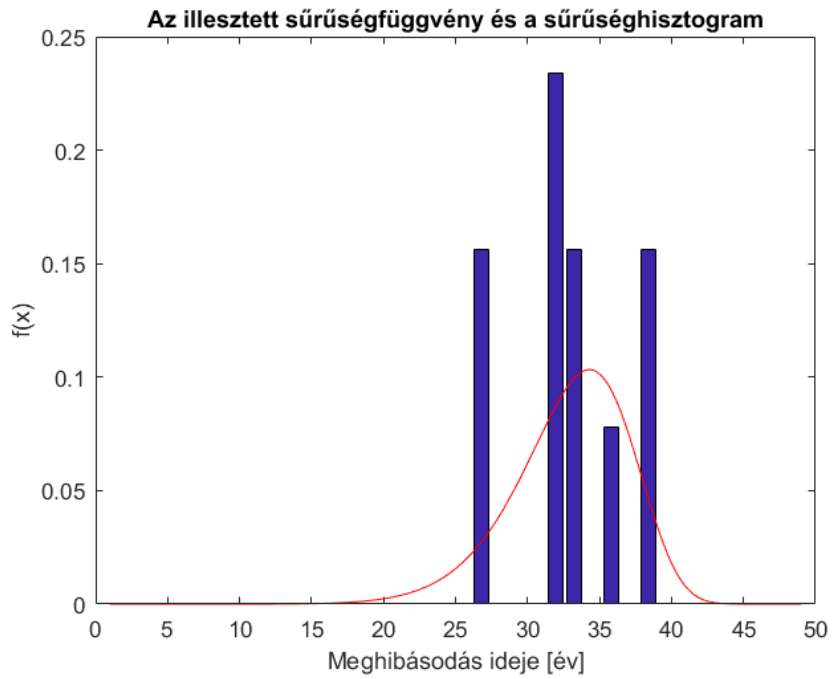


5-3. ábra Első teszt hibaráta függvénye

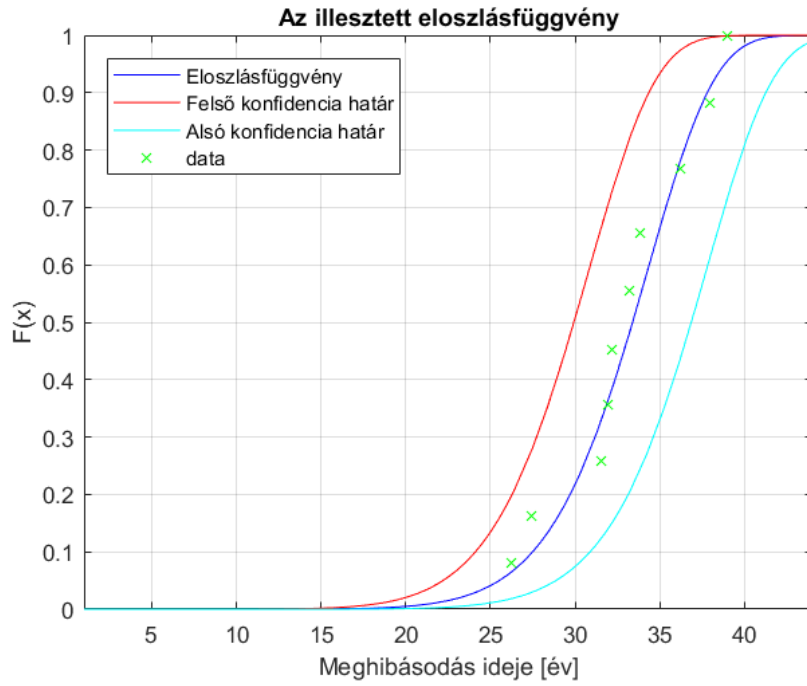
5.3.2.2 Teszt 2

10 meghibásodási adatot generálva $k = 9$, és $\lambda = 32$ értékekkel az algoritmus a következő kimenetet adta:

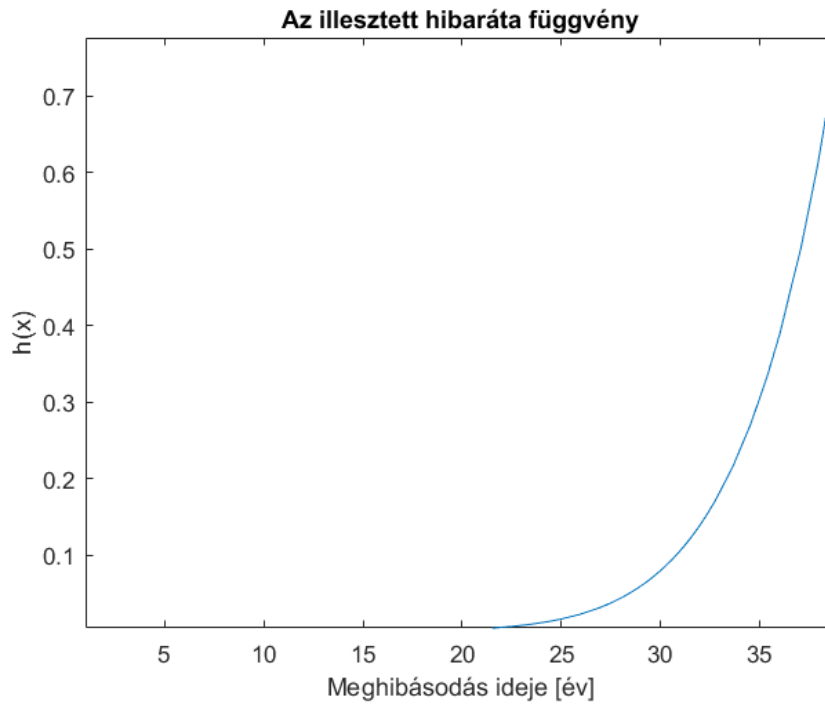
k	λ
9,6857	34,683



5-4. ábra Második teszt sűrűségfüggvénye



5-5. ábra Második teszt eloszlásfüggvénye

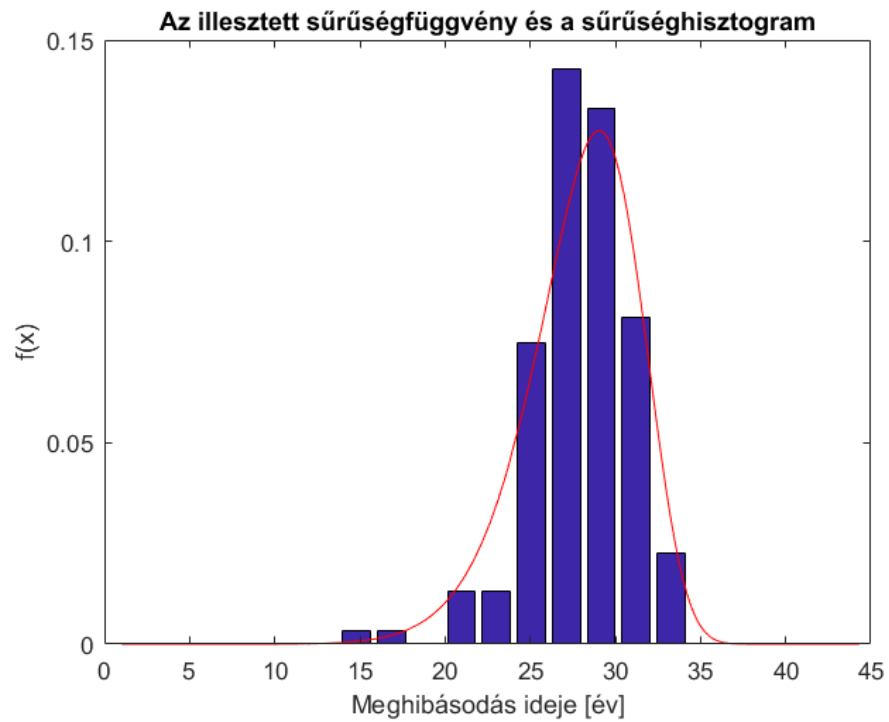


5-6. ábra Második teszt hibaráta függvénye

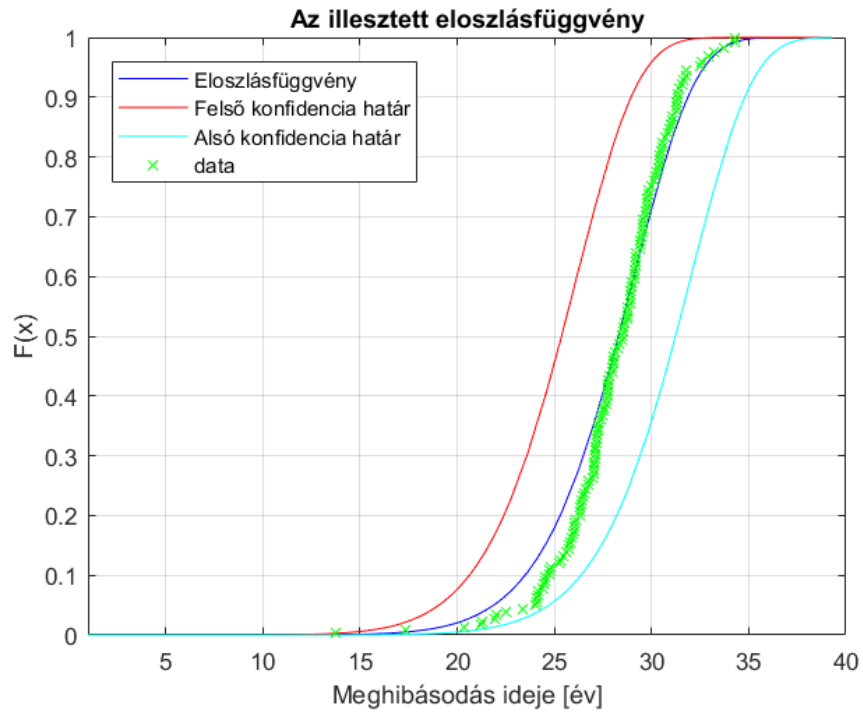
5.3.2.3 Teszt 3

150 meghibásodási adatot generálva $k = 11$, és $\lambda = 29$ értékekkel az algoritmus a következő kimenetet adta:

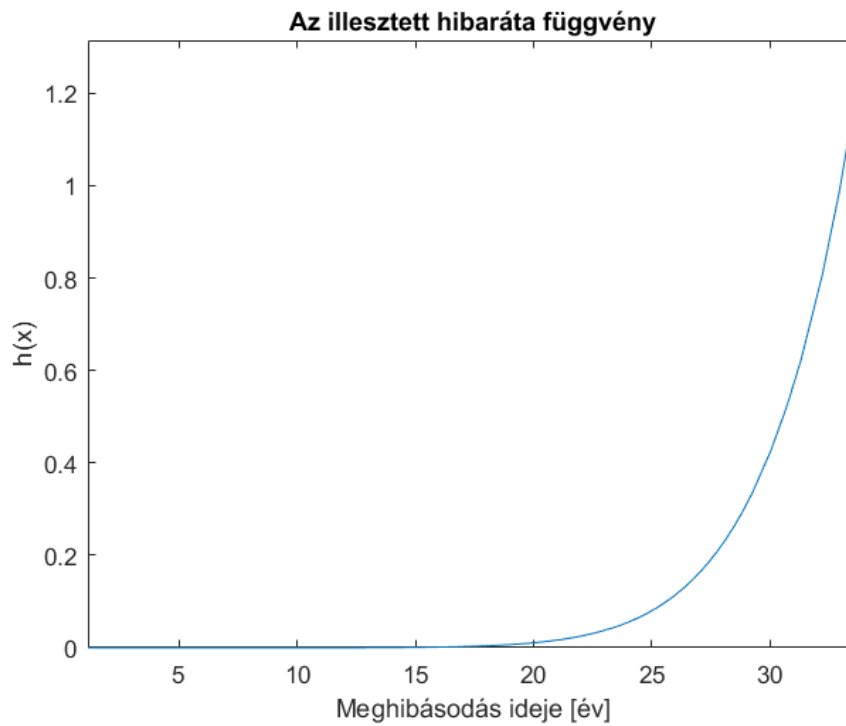
k	λ
10,1185	29,3454



5-7. ábra Harmadik teszt sűrűségfüggvénye



5-8. ábra Harmadik teszt eloszlásfüggvénye



5-9. ábra Harmadik teszt hibaráta függvénye

5.3.3 A tesztek értelmezése

Minden egyes teszt esetében feltüntettem az elméleti és a függvény által becsült paraméterértékeket. Tökéletes paraméteregyezés csak végtelen számú adat esetén lenne lehetséges, amely végtelen időt igényel, ezáltal az algoritmus az optimális kimenetel eredményét közli.

A 5-1, 5-4 és 5-7 ábrán az illesztett sűrűségfüggvény látható, valamint a hibák hisztogramja. Ez az ábra rendkívül jól szemlélteti az adat számossága okozta eltéréseket, azonban az algoritmus jól bánik a kis és nagy adathalmazzal is, megállja a helyét MATLAB és R programozási nyelvben implementált algoritmusok mellett is. A többi függvény esetében már nem lesz szembetűnő a különbség ebből a szempontból.

A 7-2, 5-5 és 5-8 ábrán az illesztett eloszlásfüggvény, a konfidenciaintervallumok, valamint a hibák tapasztalati eloszlásfüggvénye látható. A konfidenciaintervallumok a fenti esetekben 80%-os intervallumot jelentenek.

Az 5-3, 5-6 és 5-9 ábrán a hibaráta függvények láthatók. A függőleges tengelyen százalékos értékben látható egy adott életkorhoz tartozó meghibásodási ráta, amely megadja, hogy az állomány hány százaléka hibásodik meg az adott élettartam alatt. A hibaráta és az összes adott típusú, üzemelő eszköz koreloszlásának szorzataként előállítható a jövőbeli meghibásodások becslése, azonban a koreloszlás nem modellezhető Weibull-eloszlással, ezáltal ahhoz szükségesek valós adatok.

5.3.4 A modell értékelése: Goodness of fit

Az algoritmus jellemzést ad a tapasztalati és az illesztett eloszlásfüggvény távolságának alapján, valamint a konfidenciaintervallumon kívül eső elemek mennyisége alapján az illesztés minőségéről. A konfidenciaintervallumok a becsült paraméterek eltolásával készülnek, a „félrehangolás” mértéke a konfidenciaintervallum által támasztott kritérium szigorúságától függ.

Az illesztés minősége:

- **kiváló**, ha a tapasztalati eloszlásfüggvény pontjainak legalább 90%-a a konfidenciaintervallumon belülre esik;
- **megfelelő**, ha a tapasztalati eloszlásfüggvény pontjainak legalább 80%-a a konfidenciaintervallumon belülre esik;

- **rossz**, ha a tapasztalati eloszlásfüggvény pontjainak kevesebb, mint 70%-a esik a konfidenciaintervallumon belülre.

A tapasztalati és az illesztett Weibull-eloszlás eltérésének számítása Khí-négyzet próbát végző algoritmus segítségével történik, amelynek lényege, hogy egy mért és egy elvárt kimenetet hasonlít össze. Jelen esetben az elvárt kimenet a tökéletes illeszkedés az empirikus adatokra, a mért pedig az algoritmus kimenete. Az összehasonlítás pontpáronként történik, a párokat a meghibásodási idő rögzítésével képezzük, majd ezt követően az egy adott életkorhoz tartozó függvényértékek kerülnek összehasonlításra.

$$C_i = (P(x_i) - F(x_i))^2 \quad (5-6)$$

ahol C_i Khí-négyzet próba eredményeit tároló vektor;

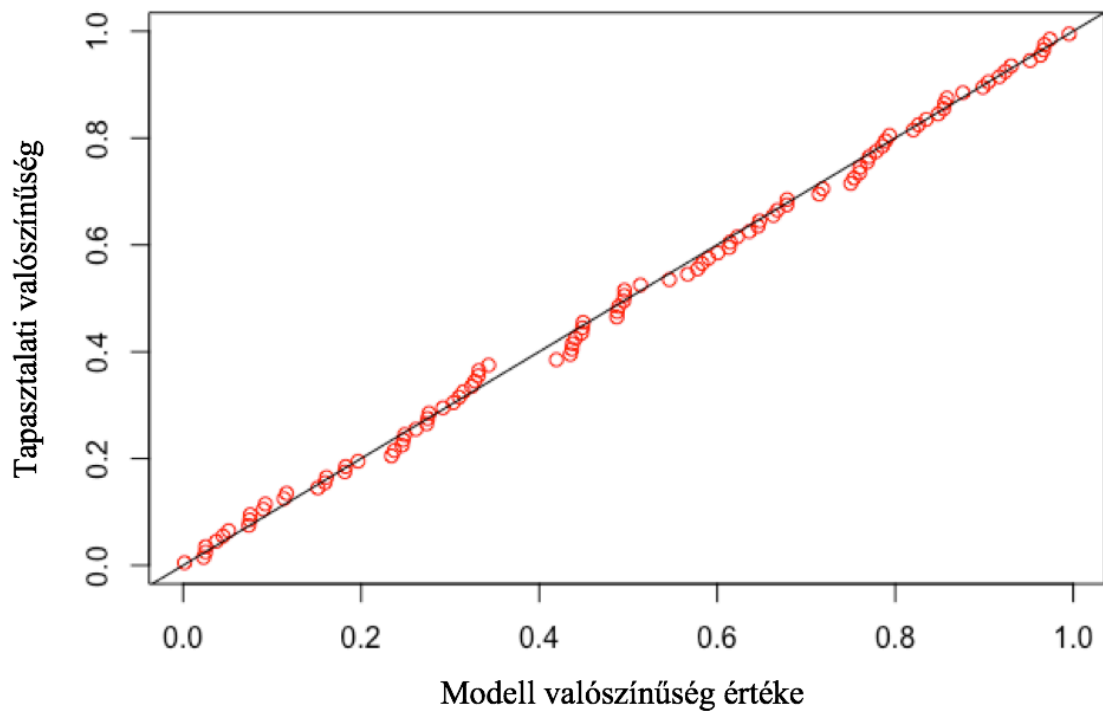
$P(x_i)$ a tapasztalati eloszlásfüggvény i -edik meghibásodási életkorához tartozó értéke;

$F(x_i)$ az illesztett Weibull eloszlás i -edik meghibásodási életkorához tartozó értéke

Ha az algoritmus minden egyes kiindulási értékre meghatározta az eltérést, megnézi a maximális különbséget a két függvény között, amelynek egy meghatározott érték alatt kell lennie.

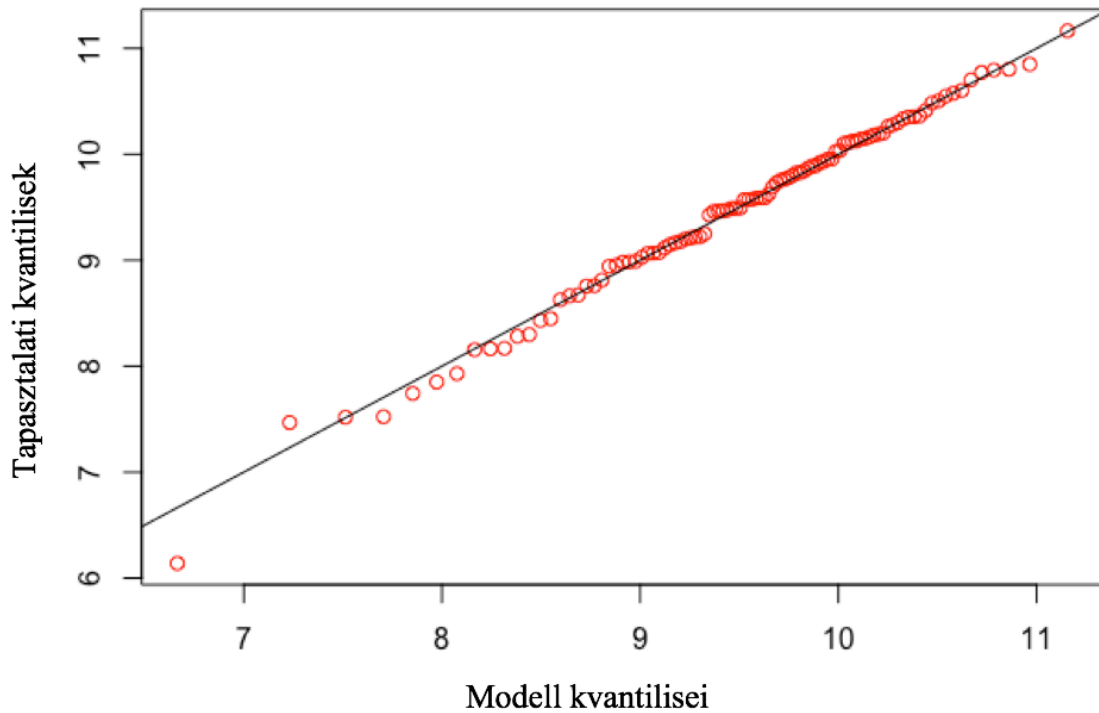
Valós adatok esetén a modellünk ellenőrzését érdemes további szemléletes és könnyen értelmezhető módszerekkel elvégezni. A konfidenciaintervallumok meghatározásán felül modellünket további grafikus minőségellenőrzési módszerek segítségével értékelhetjük.

A tapasztalati eloszlásfüggvény és az általunk illesztett eloszlásfüggvény értékeinek fent említett párosítása után ábrázolhatjuk őket egy grafikonon, amit P-P plot-nak neveznek. Az így előálló pontok egyik koordinátája tehát a tapasztalati, míg másik koordinátája az általunk alkotott modell meghibásodási valószínűségét foglalja magában. Tökéletes illesztés esetén a pontpárok két koordinátája megegyezik, ezáltal az $f(x) = x$ egyenesre esnek.



5-10. ábra P-P grafikon generált adatra

Az 5.10 ábrán látható valószínűségértékeket Weibull-eloszlás alapján generáltam, ezek a pontok y koordinátái, a becsült paraméterek által meghatározott valószínűség értékek kerülnek az x tengelyre. A pontpárok és az $f(x) = x$ egyenes pontjainak távolsága rendkívül kicsi, ebből a következően a minta nagy valószínűséggel az illesztett eloszlást követi. Az ábra különösen az adathalmaz mediánjához tartozó valószínűségértékek közelében szolgált, a felbontás a valószínűségi értékek miatt a $(0;1)$ intervallumra korlátozódik.

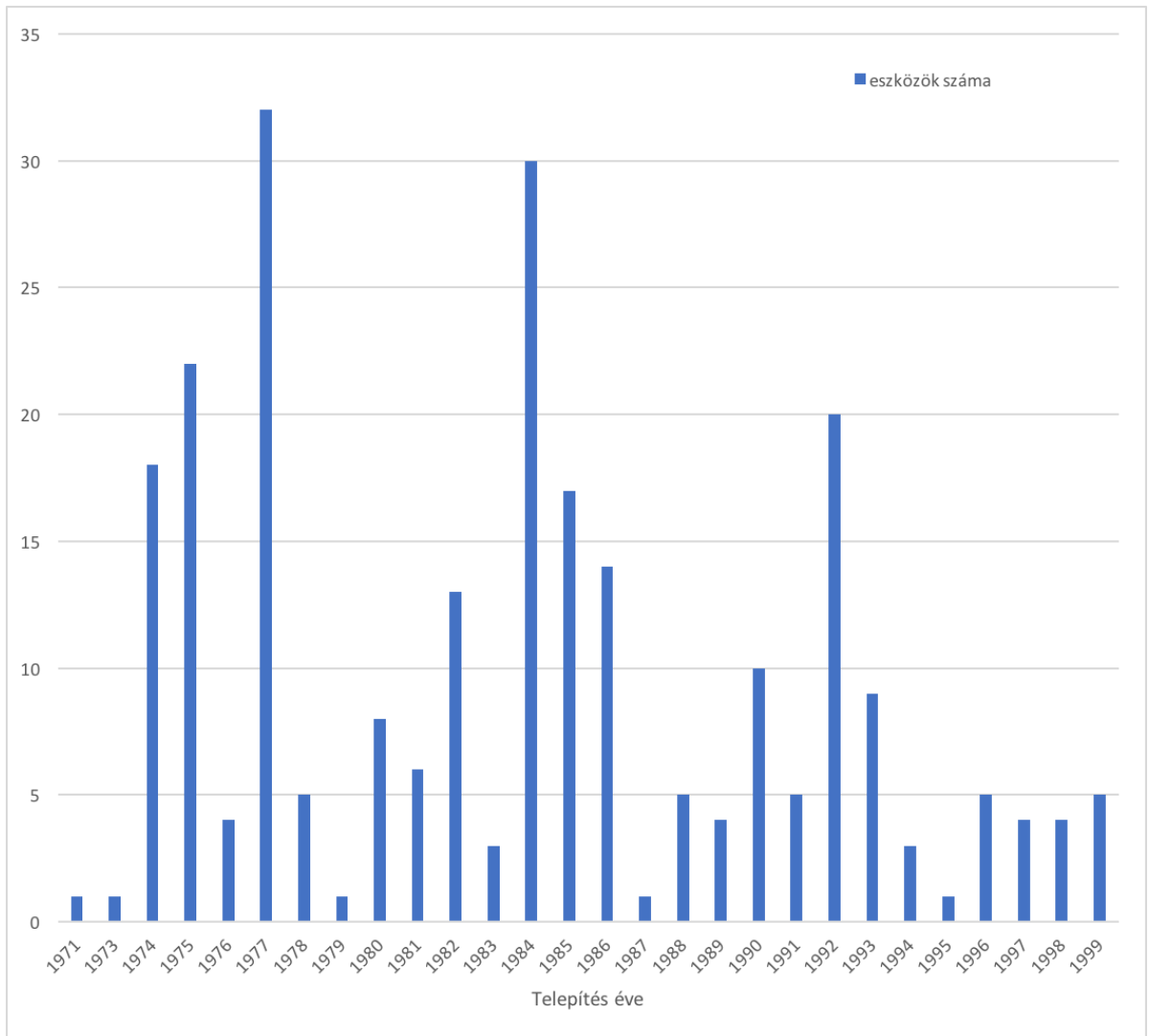


5-11. ábra Q-Q grafikon generált adatra

A P-P grafikon mellett a másik gyakran használt vizuális illeszkedésminőség ellenőrző ábra a Q-Q grafikon. Ebben az esetben a tapasztalati és az illesztett kvantilisek alkotják a pontpárok két koordinátáját. Értékük az adathalmaztól függő. A P-P grafikonhoz hasonlóan tökéletes illeszkedés esetén lineárisan helyezkednek el a tengelyekre 45°-ot bezáró egyenesre.

5.4 Alkalmazás valós adatra

A korábban említett „roundal” típusú kábelre sikerült öregedés okozta meghibásodási adatot kinyerni. A meghibásodási adatokat szolgáltató adatbázis hiányossága miatt a ténylegesen görbeillesztés alapjául felhasználható adatok száma mindössze 6, míg a vizsgált területen üzemben lévő kábelek száma 251.



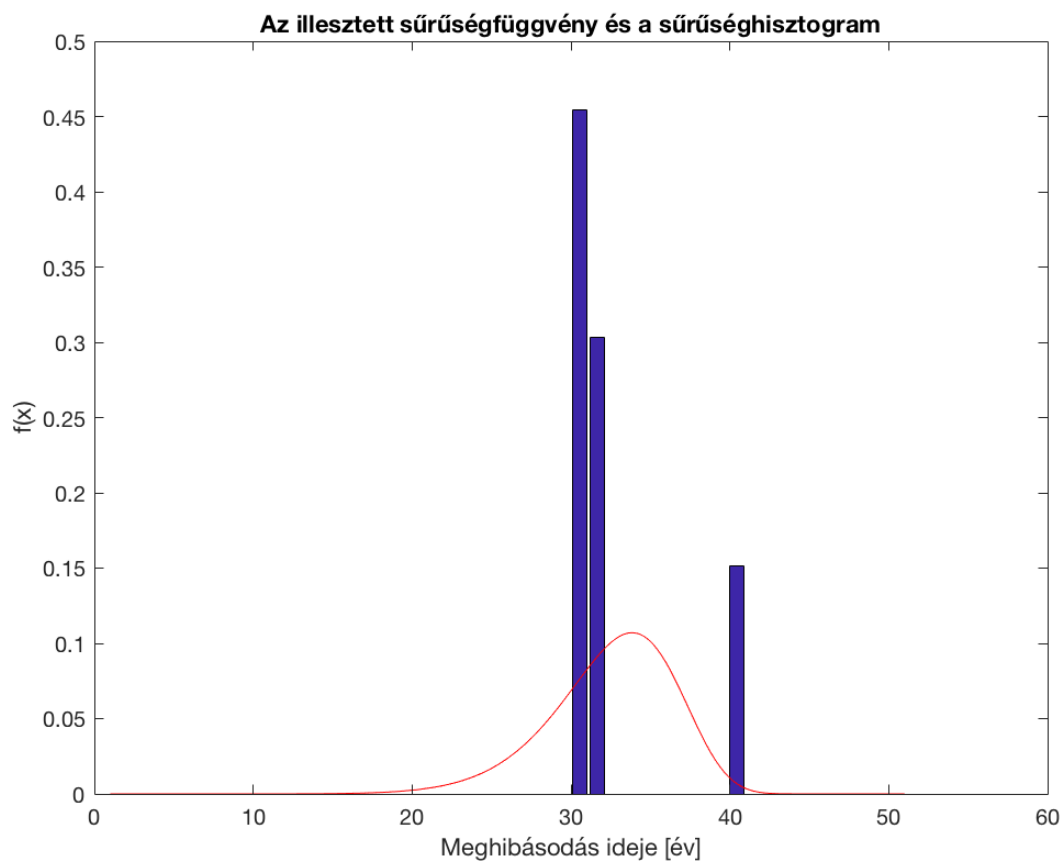
5-12. ábra A kábelek koreloszlása

5-1. táblázat

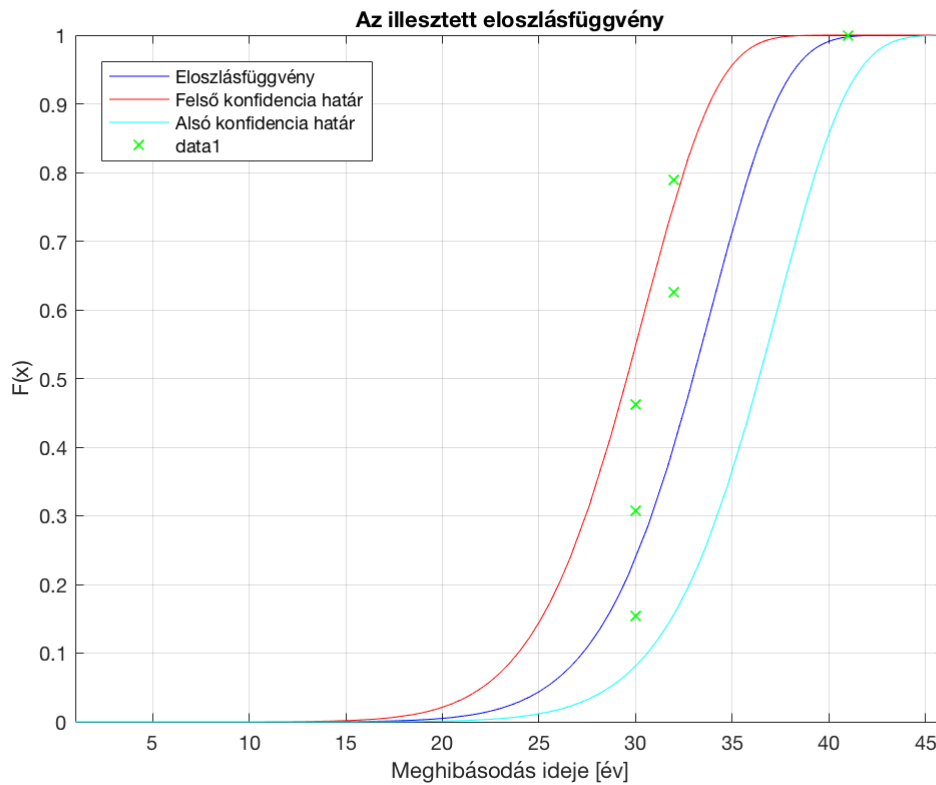
Meghibásodott roundal kábel üzembehelyezésének ideje [év]	Öregedés miatt meghibásodott eszközök száma
1986	3
1984	2
1975	1

Az algoritmus kimenete:

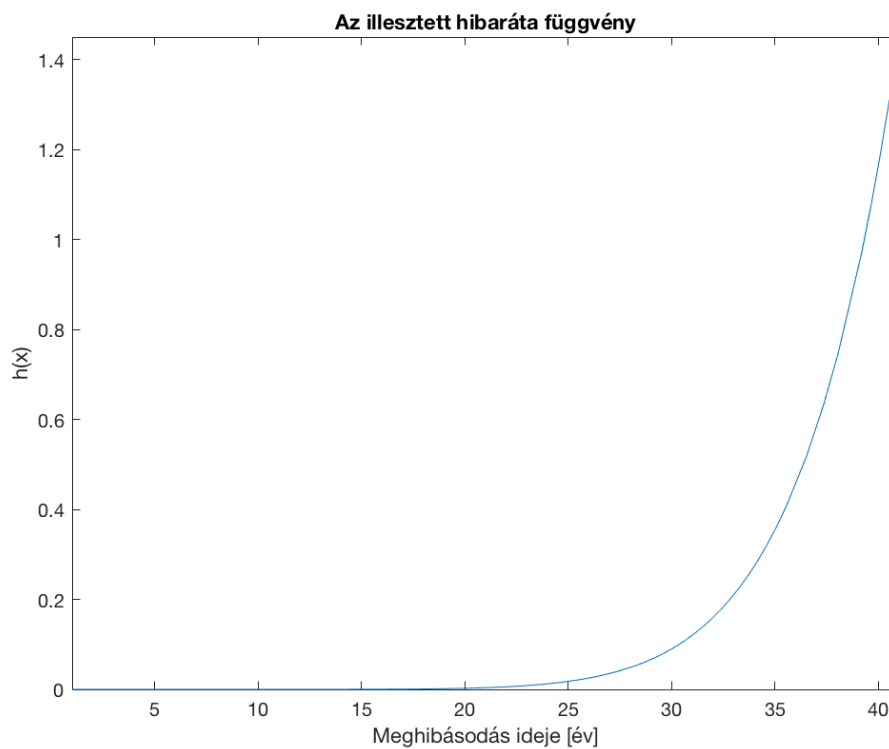
k	λ
7,4751	34,3668



5-13. ábra Roundal hibák sűrűségfüggvénye

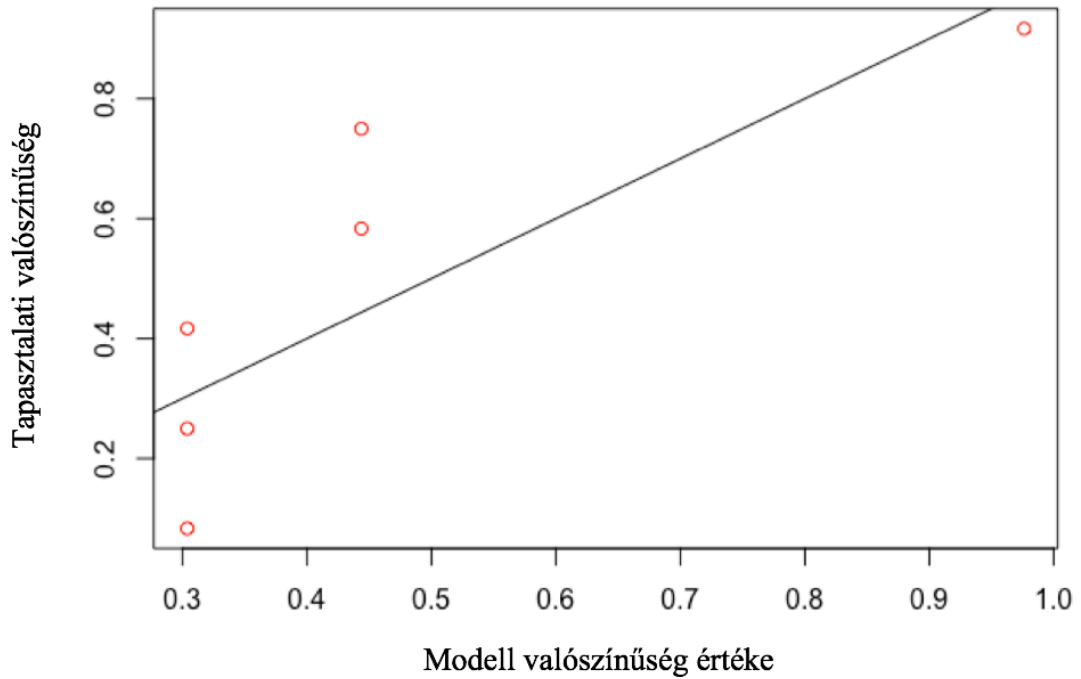


5-14. ábra Roundal hibák eloszlásfüggvénye

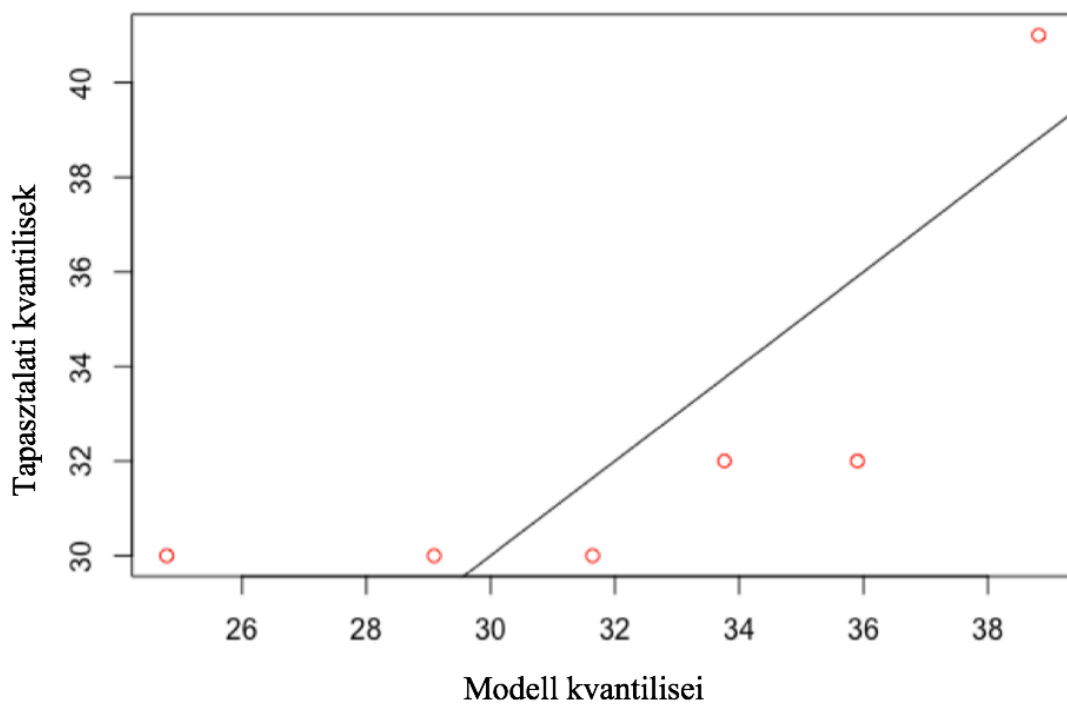


5-15. ábra Roundal hibarátá függvény

Az illesztés nehézségét a kevés meghibásodási adaton felül az egybeeső meghibásodási évek tovább nehezítik. Az 5-14 ábrán azonban jól látszik, hogy a konfidenciaintervallumon kívül az empirikus eloszlásfüggvénynek csak egy pontja esik, ellenben az algoritmus közepesnek ítéli az alkotott modellt.



5-16. ábra P-P grafikon a roundal meghibásodások alapján

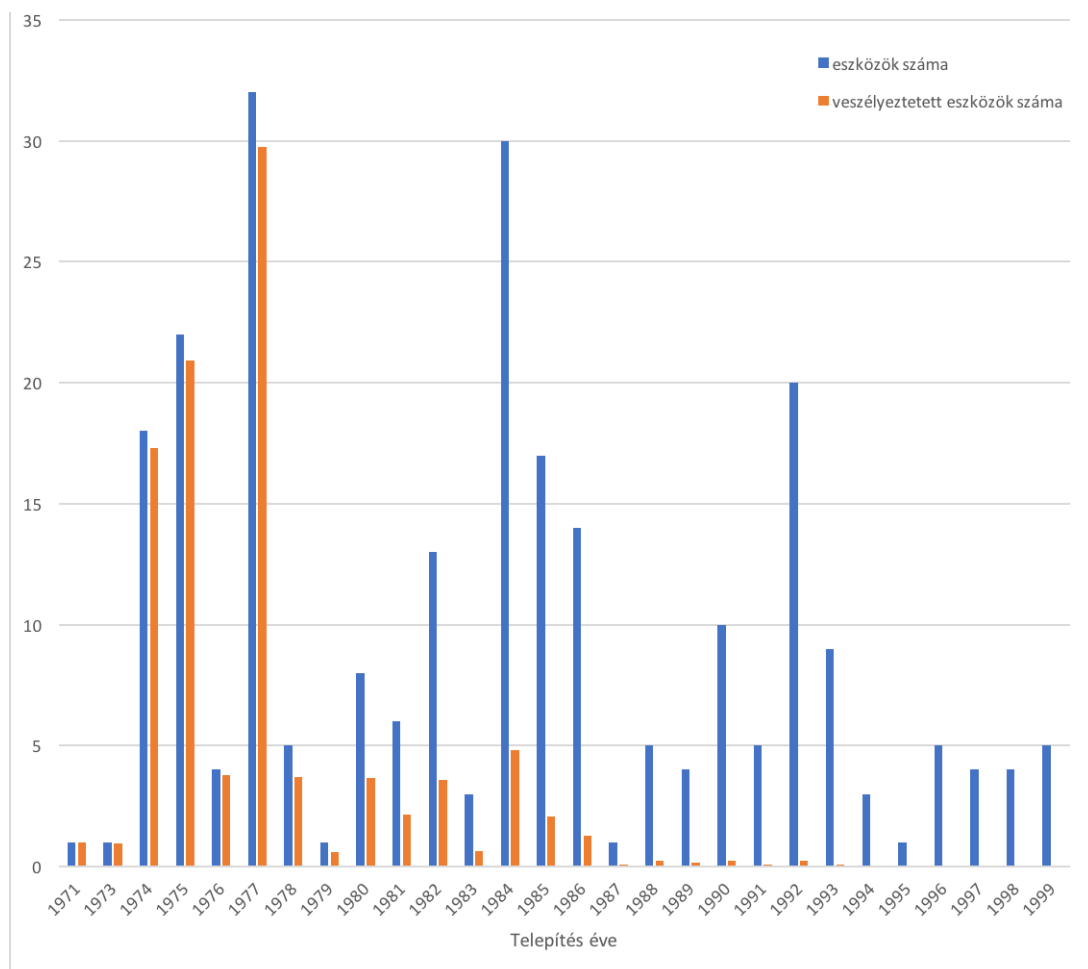


5-17. ábra Q-Q grafikon a roundal meghibásodások alapján

A grafikus minőségvizsgálatokon még jobban kiütözik a kevés, illetve egyező meghibásodási adatok okozta hiba, azonban a becslést nem vethetjük el teljesen, mindössze a bizonytalanságot növeli. Lehetséges, hogy statisztikai mennyiségű meghibásodási adat rendelkezésre állása esetén a jelenlegi modellünk megfelelő képet ad a valós öregedési folyamatról, viszont előfordulhat olyan eset, hogy a modell nem megfelelő.

5.4.1 A hibaráta függvény alkalmazása

A gyakorlati alkalmazásban fontos a megfelelő szemléltetés. Az eloszlásfüggvény és a sűrűségfüggvény által szolgáltatott információk közvetlenül nem dolgozhatók fel laikus számára, azonban a hibaráta függvény és a meglévő még meg nem hibásodott eszközök eloszlásának segítségével könnyen szemléltethetjük az eredményt.



5-18. ábra A veszélyeztetett eszközök és a koreloszlás aránya

A modellalkotás fő célja az eszkögzgazdálkodás során, hogy a jövőbeni meghibásodások bekövetkezésének esélyére felhívja a figyelmet, segítsen az eszközpark optimalizálásában, és prioritást rendeljen a javítási munkálatokhoz.

A modell kimenete alapján az 1982 előtt üzembe helyezett kábelek jelentős részénél öregedés okozta meghibásodás bekövetkezése várható a közeljövőben. Tekintve, hogy a vizsgált területen a kábelek jelentős része az említett tartományba esik a hiba előfordulásának minimalizálása érdekében az öregedett eszközpark nagy részét új kábelekre kellene cserélni, vagy költségkímélő alternatívaként fokozott diagnosztikai vizsgálatok során egy pontosabb képet alkotni az állapotukról, amelynek segítségével egy még jobban priorizált karbantartási terv alakítható ki, amelynek alkalmazását követően jelentősen és egyben költséghatékony módon csökken a meghibásodás valószínűsége.

6 Összegzés

Az elméleti alapok áttanulmányozását követően elkészítettem egy Weibull-eloszlás paraméterbecslését végző algoritmust, amely kielégítő pontossággal dolgozik a generált adatokkal végzett tesztek alapján. Futási időben és az eredmények közlését követően is mind matematikai, mind grafikus úton jellemzi a modell minőségét, eredményeit közvetlenül fel lehet használni az eszközgazdálkodási tevékenységekben, valamint a Broyden-módszer alkalmazásának köszönhetően a solver futási idejének tekintetében is megállja a helyét más, nagyobb programmodulok algoritmusai mellett.

Mivel tökéletesen nem illeszthető tapasztalati adatokra görbe, ezért azt sem lehet kijelenteni, hogy a Weibull-eloszlással lehet legjobban közelíteni egy adott öregedési folyamatot. Az algoritmust érdemes lenne úgy kibővíteni, hogy többfajta eloszlás illeszkedését vizsgálja a bemeneti adatokra, majd mérlegeljen, melyik a legjobb modell. Ilyen eloszlás lehet például a gamma vagy a log-normális eloszlás.

A korábbi fejezetekben ábrázolt illesztési metódusok pontossága nagyban függ a bemeneti paraméterek számosságától. Amennyiben nem elegendő, úgy az azon adatokra illesztett görbe kis bizonyossággal adja vissza a valós tendenciát.

Az algoritmus integrálható egy nagyobb eszközgazdálkodási rendszerbe, ahol a karbantartási adatok figyelembevételével a karbantartási prioritizálás hatékonysága tovább növelhető. Az egy adott eszközre vonatkozó végeredmény, miszerint mekkora eséllyel hibásodhat meg az adott pillanatban közvetlen bemeneti paramétere lehet egy FUZZY logikát alkalmazó rendszernek.

Munkám során betekintést nyerhettem egy érdekes és szerteágazó témakör egy kis szeletébe. Az algoritmus alkalmazása megkönnyítheti az elosztóhálózati, valamint minden egyéb olyan terület dolgozóit, akik öregedési folyamatokat szeretnének modellezni.

Ábrajegyzék

2-1. ábra Eszközgazdálkodás egy modellje [8].....	6
2-2. ábra Karbantartási stratégiák	7
2-3. ábra Kádgörbe [9].....	8
2-4. ábra 3 fázisú kábel felépítése [10]	9
3-1. ábra Sűrűségfüggvény különböző alakparaméterek esetén [11]	12
3-2. ábra Eloszlásfüggvény különböző alakparaméterek esetén [12].....	13
3-3. ábra Weibull eloszlás csökkenő meghibásodási valószínűséggel	14
3-4. ábra „Weibull, mint normális eloszlás”	15
3-5. ábra Weibull, mint exponenciális eloszlás	16
4-1. ábra Interpoláció	17
4-2. ábra Linearizált Weibull-eloszlásfüggvény	19
5-1. ábra Első teszt sűrűségfüggvénye.....	25
5-2. ábra Első teszt eloszlásfüggvénye	26
5-3. ábra Első teszt hibaráta függvénye	26
5-4. ábra Második teszt sűrűségfüggvénye	27
5-5. ábra Második teszt eloszlásfüggvénye	28
5-6. ábra Második teszt hibaráta függvénye	28
5-7. ábra Harmadik teszt sűrűségfüggvénye.....	29
5-8. ábra Harmadik teszt eloszlásfüggvénye	30
5-9. ábra Harmadik teszt hibaráta függvénye	30
5-10. ábra P-P grafikon generált adatra	33
5-11. ábra Q-Q grafikon generált adatra	34
5-12. ábra A kábelek koreloszlása	35
5-13. ábra Roundal hibák sűrűségfüggvénye.....	36
5-14. ábra Roundal hibák eloszlásfüggvénye	37
5-15. ábra Roundal hibaráta függvény.....	37
5-16. ábra P-P grafikon a roundal meghibásodások alapján.....	38
5-17. ábra Q-Q grafikon a roundal meghibásodások alapján	38
5-18. ábra A veszélyeztetett eszközök és a koreloszlás aránya	39

Irodalomjegyzék

- [1] *Asset Management Decision Making using different Risk Assessment Methodologies for Electricity Transmission CIGRÉ Working Group C1.25, June 2013 ISBN: 978-2-85873-235-7*
- [2] J. Schneider, A. Gaul, C. Neumann et al.: *Asset management techniques 15th PSCC, Liege, 22-26 August 2005*
- [3] Rogier A.. Jongen,, Edward Gulski,, Johan J.. Smit Piotr Cichecki: *Statistical Approach in Power Cables Diagnostic Data Analysis , IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation,, December 2008*
- [4] <http://blazsovics.webposta.hu/Roundal%20k%E1belek/Roundal%20k%E1bel.doc>
- [5] *System evolution and reliability of systems* <http://www.sys-ev.com/reliability01.htm>, 2017
- [6] Fazekas Tibor: *Elosztóhálózati berendezések öregedésének szimulációja, TDK dolgozat, 2011*
- [7] Cselkó Richárd, Németh Bálint: *A statisztikai élettartam elemzés alkalmazása és korlátai a villamosenergia-hálózat eszközgazdálkodásában, 2014*
- [8] http://www.t-consult.hu/site/wp-content/uploads/vagyongazd_iam.jpg, 2017.10.20.
- [9] http://www.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop412A/2010-0019_Rendszertechnika/images/image123.gif, 2017.10.20.
- [10] http://www.shanpowercable.com/photo/shanpowercable/editor/20170120091906_11712.jpg, 2017.10.20.
- [11] Valószínűség-sűrűségfüggvény (2 paraméteres), https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/5/58/Weibull_PDF.svg/500px-Weibull_PDF.svg.png, 2017.10.20.
- [12] Kumulatív eloszlás-függvény (2 paraméteres), https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/7/7e/Weibull_CDF.svg/500px-Weibull_CDF.svg.png, 2017.10.20.
- [13] M. Mohseni: *What does Asset Management Mean To You?*, 2003, IEEEExplore 0-7803-8110-6
- [14] L. Asgarieh,, G. Balzer, A. J.. Gaul: *Condition Assessment for Optimal Planning and Operation of Power Systems with the Aid of Ageing Models , IEEE Bucharest Power Tech Conference,, June 2009*
- [15] O. Tor, M. Shahidehpour: *Power Distribution Asset Management, 2006, IEEEExplore 1-4244-0493-2*

- [16] Generic guidelines for life time condition assessment of hv assets and related knowledge rules , CIGRÉ Working Group D1.17, June 2010
- [17] T.Kostic: *Asset Management in Electrical Utilities: How Many Facets It Actually Has* , IEEEExplore 0-7803-7989-6
- [18] S. Jamsek, K. Bakic: Slovenian approach in reliability centered maintenance of transmission system provider, 2006, IEEEExplore 0-7803-9193-4
- [19] D.J. Vanier: *Asset management: “A” to “Z”*, , Seminar Series "Innovations in Urban Infrastructure", 2001, NRCC-45163
- [20] Y. Gill: *Development of an electrical cable replacement simulation model to aid with the management of aging underground electrical cables*, IEEE Dielectrics and Electrical Insulation Systems, vol. 27, no. 11 pp. 31-37 2011
- [21] J. Bühler, T. Krontiris, G. Balzer: *Calculation of Outage Costs for Maintenance Purposes in Medium Voltage Networks* , 15th IEEE Mediterranean Electrotechnical Conference , April 2010