MŰEGYETEM 1782

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Villamosmérnöki és Informatikai Kar
Villamos Energetika Tanszék

Patkó Gergő

Aszimmetrikus Load-flow számítás közelítése BFM módszerrel

TDK dolgozat

KONZULENS

Dr. Divényi Dániel Péter

BUDAPEST, 2023

Tartalomjegyzék

1 Absztrakt

A villamosenergia-rendszer üzemeltetésének egyik alapfeltétele a hálózat aktuális állapotának ismerete. A hálózati feszültségek és áramok számítására több intuitív módszer is létezik. Nagy kiterjedésű hálózattokat csak számítógépes támogatással lehet kezelni, melynek egyik módszere a Load-flow (vagy power-flow) iteratív algoritmus mely egy állandósult állapotban lévő hálózat állapotváltozóit számítja ki. A BFM (branch flow model) egy olyan modell, amelyet hálózati állapotokat optimalizálási probléma megoldásával határozza meg. A modell két relaxációs lépésből álló új megközelítést kínál az optimális teljesítményáramlás problémák megoldására. A modell alkalmazható hálózatok elemzésére, beleértve a hurkolt és a sugaras hálózattokat is. A feladatom a két módszer összehasonlítása közép-, illetve kisfeszültségű hálózati modelleken szimmetrikus (és aszimmetrikus) esetekben a BFM által kapott eredmények értékelése.

2 Branch Flow Model bemutatása

A teljesítményáramlások és feszültségviszonyok jellemzésére a Baran és Wu (1989) által bevezetett *Branch Flow Model -t (BFM)* használjuk a későbbi relaxációk és közelítések kiinduló pontjaként A BFM egy olyan modell, amelyet hálózatok elemzésére és optimalizálására használnak. A modell egy új megközelítést vezet be az optimális teljesítményáramlás (OPF) megoldására, amely két relaxációs lépésből áll. Az első lépésben eliminálják a feszültség- és áramszögeket, a második lépésben pedig a kapott problémát egy másodrendű kúpprogrammal közelítjük, amelyet hatékonyan lehet megoldani.

A hálózatok esetében a lineáris relaxáció mindig pontos, de a szögrelaxáció nem feltétlenül az, és egy egyszerű módszert adunk arra, hogy egy lazított megoldás globálisan optimális-e.

A BFM korlátjai:

$$P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 = U_i^2 I_{ij}^2 \tag{1}$$

$$P_{ij} + P_{ji} = R_{ij} \cdot I_{ij}^2 \tag{2}$$

$$Q_{ij} + Q_{ji} = X_{ij} \cdot I_{ij}^2 \tag{3}$$

$$U_j = U_i - I_{ij} \cdot (R_{ij} + X_{ij}) \tag{4}$$

$$\sum P_{ij} = P_{0i} \tag{5}$$

$$\sum Q_{ij} = Q_{0i} \tag{6}$$

Az általam alkalmazott jelölésrendszer:

- i, j (alsó indexben): csomópontok és a jelölésére szolgáló index
- P_{ij}: i, j indexek által megjelölt csomópontok között folyó hatásos teljesítmény
- Q_{ij}: i, j indexek által megjelölt csomópontok között folyó meddő teljesítmény
- u_i: komplex csomóponti feszültség-fazor
- I_{ij}: i, j indexek által megjelölt csomópontok között folyó komplex áramerősség-fazor
- R_{ij}: i, j indexek által meghatározott csomópontok között vett ellenállás
- X_{ij}: i, j indexek által meghatározott csomópontok között vett reaktancia

A jelöléseket a 3. ábra szemlélteti.

2.1 Konvex másodrendű kúp (second- order cone – SOC) alkalmazása

A BFM (1) egyenletét átalakítjuk egyenlőtlenséggé, a (2) és (3) egyenletet négyzetre emeljük. A (4) egyenlet az alábbi átalakítások révén határozza (13) egyenletet:

$$U_j U_j^* = \left(U_i - z_{ij} I_{ij}\right)\left(U_j - z_{ij} I_{ij}\right)^* \tag{7}$$

$$uu_i = uu_j - 2Re\{z_{ij}^* U_j I_{ij}^*\} + |z_{ij}|^2 ii_{ij} \tag{8}$$

$$uu_i = uu_j - 2\left(R_{ij} P_{ij} - X_{ij} Q_{ij}\right) + \left(R_{ij}^2 + X_{ij}^2\right) ii_{ij} \tag{9}$$

[3]

Valamint helyettesítjük a komplex áramerősségek és csomóponti feszültségek négyzetét az alábbi jelölés váltással:

$$ii_{ij} = I_{ij}^2, \qquad \mathcal{I}_i = I_i^2$$

$$uu_i = U_i^2, \qquad \mathcal{U}_i = U_i^2$$

Az immár BFM SOC egyenletei az alábbiakra változnak meg:

BFM korlátok	SOC egyenletek	
$P_{ij} = U_i^2 \cdot I_{ij}^2$	$P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 \leq ii_{ij} \cdot uu_i$	(10)
$P_{ij} + P_{ji} = R_{ij} \cdot I_{ij}^2$	$P_{ij} + P_{ji} = R_{ij} \cdot ii_{ij}$	(11)
$Q_{ij} + Q_{ji} = X_{ij} \cdot I_{ij}^2$	$Q_{ij} + Q_{ji} = X_{ij} \cdot ii_{ij}$	(12)
$U_i = U_{ai} - I_i \cdot (R_{ij} + X_{ij})$	$uu_i = uu_{ai} - 2\left(R_{ij} \cdot P_{ij} + X_{ij} \cdot Q_{ij}\right) + ii_{ij}\left(R_{ij}^2 + X_{ij}^2\right)$	(13)
$\sum P_{ij} = P_{0i}$	$\sum P_{ij} = P_{i0} + \Delta P_i$	(14)
$\sum Q_{ij} = Q_{0i}$	$\sum Q_{ij} = Q_{i0} + \Delta Q_{ij}$	(15)

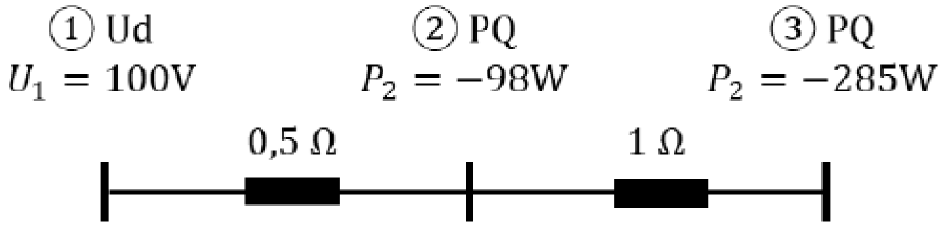
A korlátok értelmezése a következő:

- (10): az impedancián átfolyó hatásos és meddő teljesítmény összefüggése az áramerősség és a feszültséggel, négyzetre emelt formában
- (11): Kirchhoff csomóponti törvénye hatásos teljesítményre
- (12): Kirchhoff csomóponti törvénye meddő teljesítményre
- (13): A gyermek *j* csomópont feszültségének meghatározása a szülő *i* csomóponttól gyermek felé induló hatásos- és meddő teljesítmény, illetve a vezetékimpedancia ismeretében
- (14): Hatásos teljesítmények összegzése
- (15): Meddő teljesítmények összegzése

2.2 Demonstrációs példa

2.2.1 Load-flow számítás

A BFM szimulációk összehasonlítását „egyszerű”, hálózaton végeztem el, melynek referenciaértékeit a klasszikus (Gauss) Load-flow algoritmussal számoltam ki. A vizsgált hálózat az 1. ábraábrán látható:



1. ábra: Hálózat modell

Bemeneti paraméterek meghatározása, az admittanciamátrix értékei:

$$Y = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

A csomóponti feszültségek:

$$U_2^k = \frac{1}{3}\left(I_2^k + 2U_1^{k-1} + U_3^{k-1}\right)$$

$$U_3^k = I_3^k + U_2^{k-1}$$

Inicializációs lépés:

$$U_2^0 = 100\ V, U_3^0 = 100\ V$$

A Load-flow algoritmus 25 Gauss-Seidel iteráció után az eredmények:

$$I_2^{(25)} = -1\ A,$$

$$I_3^{(25)} = -3\ A$$

$$U_2^{(25)} = 98\ V$$

$$U_3^{(25)} = 95\ V$$

Ezek alapján a bemeneti teljesítmény (Ps) és áram számolhatóvá válik:

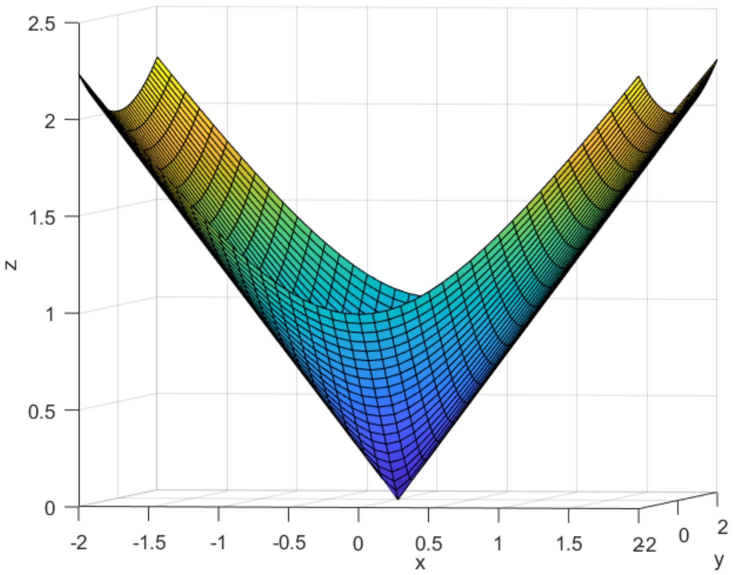
$$I_1^{(25)} = Y_{11} \cdot U_1 + Y_{12} \cdot U_2 + Y_{13} \cdot U_3 = 4\,A$$

$$P_1 = U_s I_1 = 400\,W$$

$$P_{loss} = \sum P_i = 400 - 98 - 285 = 17W$$

2.2.2 BFM módszer alkalmazása

Az SOC definiálása a BFM egyenletek alapján. Ezen korlátok szemléltetése egy másodrendű kúpon lehetséges:



[4]

2. ábra: SOC

Az 1. ábrán látható a példahálózat, amely a számítások megértése miatt egy tisztán ohmos és hatásos teljesítményeket tartalmazó hálózat. Az ezen hálózat korlátjai változókból és ismert paraméterekből állnak elő (változókat kiemelve). A korlátok a (10)-(15) egyenletek alapján határozhatóak meg, ezen egyenletek két csomópont között értelmezettek ezért tartozik minden BFM korláthoz két egyenlet:

BFM korlátok:

$$P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 \leq ii_{ij} \cdot uu_i$$

$$uu_i = uu_j - 2\left(R_{ij} \cdot P_{ij} + X_{ij} \cdot Q_{ij}\right) + ii_{ij}\left(R_{ij}^2 + X_{ij}^2\right)$$

$$P_{ij} + P_{ji} = R_{ij} \cdot ii_{ij}$$

$$\sum P_{ij} = P_{i0} + \Delta P_i$$

Hálózatra vonatkoztatott korlátok:

$$\boldsymbol{P_{12}^2} \leq \boldsymbol{ii_{12}} \cdot u_1 \tag{16}$$

$$\boldsymbol{P_{23}^2} \leq \boldsymbol{ii_{23}} \cdot \boldsymbol{uu_2} \tag{17}$$

$$\boldsymbol{uu_2} - 2(R_{12} \cdot \boldsymbol{P_{12}}) + \boldsymbol{ii_{12}}(R_{12})^2 - u_1 = 0 \tag{18}$$

$$\boldsymbol{uu_3} - 2(R_{23} \cdot \boldsymbol{P_{23}}) + \boldsymbol{ii_{23}} \cdot (R_{23})^2 - \boldsymbol{uu_2} = 0 \tag{19}$$

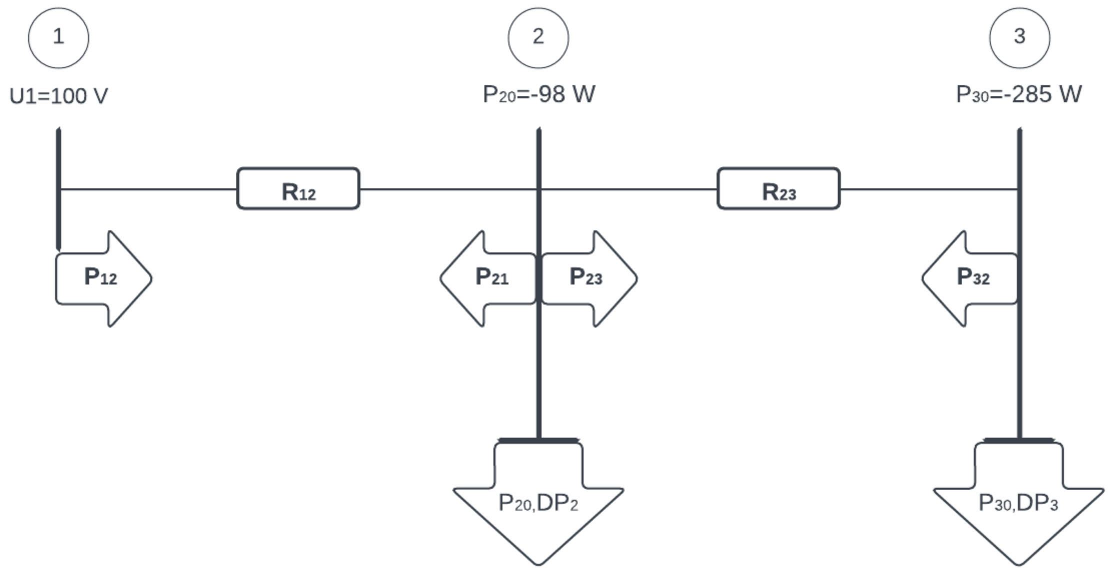
$$\boldsymbol{P_{12}} + \boldsymbol{P_{21}} = R_{12} \cdot \boldsymbol{ii_{12}} \tag{20}$$

$$\boldsymbol{P_{23}} + \boldsymbol{P_{32}} = R_{23} \cdot \boldsymbol{ii_{23}} \tag{21}$$

$$\boldsymbol{P_{21}} + P_{20} = -\boldsymbol{\Delta P2} \tag{22}$$

$$\boldsymbol{P_{32}} + P_{30} = -\boldsymbol{\Delta P_3} \tag{23}$$

A hálózatra vonatkozó korlátokat az alábbi ábra szemlélteti, pozitív termelői iránnyal meghatározva:



3. ábra: Hálózati modellen a korlátok szemléltetése

Az optimalizálást MATLAB-ban végzem. Az általam használt *Second-order cone programming solver-nek (coneprog)* nem lehet a kvadratikus korlátokat közvetlen megadni, hanem a (18) egyenlet másodrendű kúpkorlát A_{sc}, b_{sc}, d_{sc} és γ változóit kell meghatározni, hogy ekvivalens legyen a fentebb említett korlátokkal:

$$\min_{x} f^T x \tag{24}$$

$$\|A_{sc}(i) \cdot x - b_{sc}(i)\| \leq d_{sc}^T(i) \cdot x - \gamma(i) \tag{25}$$

$$A \cdot x \leq b \tag{26}$$

$$A_{eq} \cdot x = b_{eq} \tag{27}$$

$$l_b \leq x \leq u_b \tag{28}$$

2.2.2.1 Convert Quadratic Constraints to Second-Order Cone Constraints

A kvadratikus kényszer egy olyan kényszer, amely a döntési változók kvadratikus függvényét korlátozza. A kvadratikus kényszer formája:

$$x^T Q x + 2q^T x + c \leq 0 \tag{29}$$

Amely azt írja le, hogy az x változók által meghatározott kvadratikus függvény értéke nem lehet nagyobb mint 0. Ez az eset csak is akkor teljesül, ha a Q szimmetrikus és pozitív szemidefinit mátrix. A kvadratikus korlátait a vizsgált hálózatnak a (16) és (17) egyenletet tükrözi, melyet átrendezve a (29) egyenlet alakjára:

$$P_{12}^2 - uu_1 ii_{12} \leq 0 \tag{30}$$

$$P_{23}^2 - uu_2 ii_{23} \leq 0 \tag{31}$$

Az egyforma alakra rendezés után a Q, illetve a q^T meghatározható:

$$P_{12}^2 = x^T Q_1 x \tag{32}$$

$$-uu_1 ii_{12} = 2q_1^T x \tag{33}$$

$$P_{23}^2 = x^T Q_2 x \tag{34}$$

$$-uu_2 ii_{23} = 2q_2^T x \tag{35}$$

A (32)-(35) egyenletek alapján a kvadratikus korlátok definiálható:

$$A_{sc} = S_i = sqrtm(Q_i) \tag{36}$$

$$b_{sc} = b_i = -\frac{S_i}{q_i} \tag{37}$$

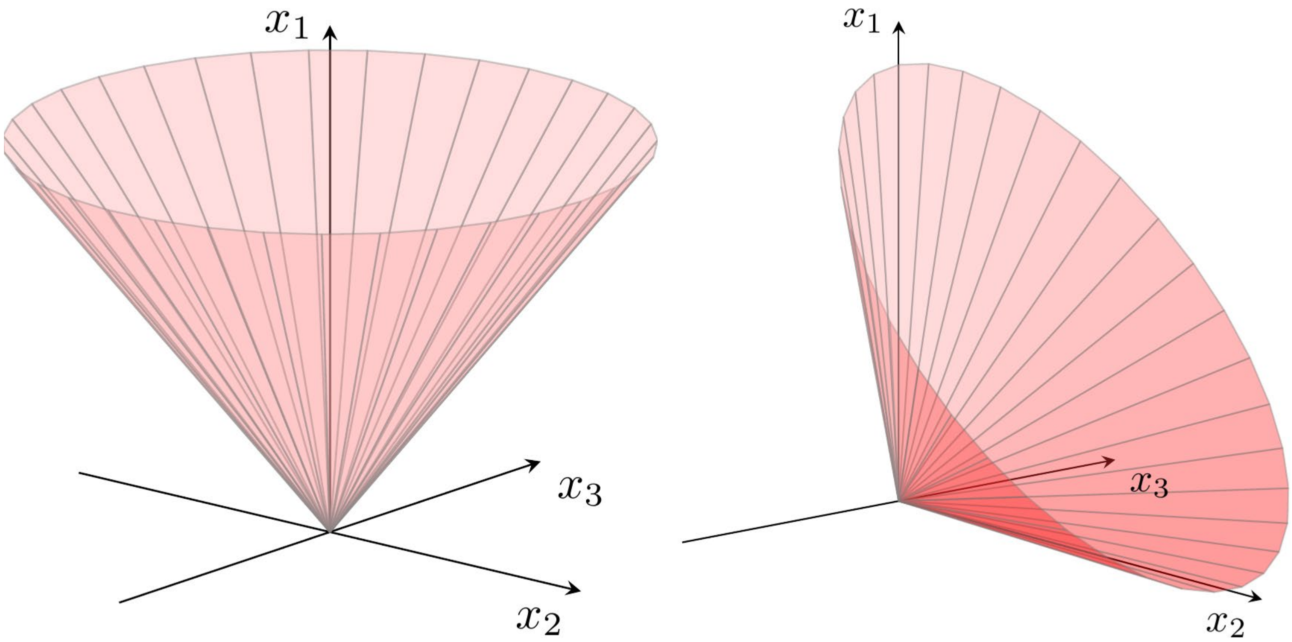
$$d_{sc} = 0 \tag{38}$$

$$\gamma = -\sqrt{b^T \cdot b - c} \tag{39}$$

Ez a megoldás nem megvalósítható, mivel az általam vizsgált hálózatból adódó Q mátrixokra nem teljesül a pozitív szemidefinit követelmény. Ennek következtében (36)-(39) egyenletek alapján az A_{sc}, b_{sc}, d_{sc} és γ mátrixok nem határozhatóak meg. [F1]

2.2.2.2 Rotated Second-Order Cone

A megfelelő megoldás a kvadratikus korlátok átalakításával jár, olyan módon, hogy a *Rotated Second Order Cone (RSOC)* egy konvex halmaz, amelyet a SOC lineáris transzformációjaként (valójában forgatásként) fejezhetünk ki. Az RSOC korlátok hasznosak a kvadratikus konvex egyenlőtlenségek leírására. A változók terében a fenti korlátok egy forgatott másodrendű kúp és affin halmazok metszetét képviselik. A kónikus kvadratikus optimalizálás, más néven másodrendű kúpoptimalizálás, a lineáris optimalizálás egyszerű általánosítása abban az értelemben, hogy lineáris függvényt optimalizálunk lineáris (egyenlőtlenségek) alatt néhány változóval, amelyek egy vagy több (forgatott) kvadratikus kúphoz tartoznak. Formálisan az $u_i \cdot i_{ij}$ szorzatot összeg formában kell megadni és ezek után a SOC bemeneti változói ($A_{sc}, b_{sc}, d_{sc}, \gamma$) közvetlenül megadhatóvá válnak. [2]



[1]

4.ábra: SOC és RSOC

Az elforgatott másodrendű kúp R^{p+2} értelmezési tartománya:

$$K_p = \{(x_1, x_2, x_3) \in R^{p+2} \ : \ x_3^T x_3 \leq x_2 x_1 \ , \ x_2 \geq 0 \ , \ x_1 \geq 0\} \tag{40}$$

Az R^{p+2} elforgatott másodrendű kúp kifejezhető a (sima) másodrendű kúp lineáris transzformáltja ként (valójában forgásaként), mivel:

$$\|x_3\|_2^2 \leq x_2 x_3 \ , \ x_2 \geq 0 \ , \ x1 \geq 0 \ \Leftrightarrow \left\| \begin{pmatrix} 2x_3 \\ x_2 - x_1 \end{pmatrix} \right\|_2 \leq x_2 + x_1 \tag{41}$$

$$P_{23}^2 \leq uu_2 ii_{23} \tag{42}$$

$$4P_{23}^2 \leq 4ii_{23}uu_2 \tag{43}$$

$$4P_{23}^2 + ii_{23}^2 + uu_2^2 \leq 4ii_{23}uu_2 + ii_{23}^2 + uu_2^2 \tag{44}$$

$$4P_{23}^2 + ii_{23}^2 - 2ii_{23}uu_2 + uu_2^2 \leq 2ii_{23}uu_2 + ii_{23}^2 + uu_2^2 \tag{45}$$

$$4P_{23}^2 + (ii_{23} - uu_2)^2 \leq (ii_{23} + uu_2)^2 \tag{46}$$

$$\sqrt{4P_{23}^2 + (ii_{23} - uu_2)^2} \leq i_{23} + u_2 \tag{47}$$

$$\left\| \begin{bmatrix} 2P_{23} \\ ii_{23} - uu_2 \end{bmatrix} \right\| \leq ii_{23} + uu_2 \tag{48}$$

$$P_{12}^2 \leq i_{12}u_1 \tag{49}$$

$$\sqrt{4P_{12}^2 + (ii_{12} - uu_1)^2} \leq ii_{12} + uu_1 \tag{50}$$

$$\left\| \begin{bmatrix} 2P_{12} \\ ii_{12} - uu_1 \end{bmatrix} \right\| \leq ii_{12} + uu_1 \tag{51}$$

Az SOC mátrixok, így már meghatározhatóak az (48) egyenlet alapján. Tehát a (75) egyenlethez tartozó mátrix, amely egy speciális átalakításnak tekinthető, mivel a u_1 nem változóként jelenik meg az egyenlőtlenségben, hanem mint paraméter. [F2]

2.3 Demonstrációs példán végezett szimulációs eredmények

Az optimalizációs problémát több szemszögből is megközelítettem. A megvalósítást a lineáris egyenletek (18)-(23) egyenlet megoldásával kezdtem, ezen egyenleteket megvalósítottam MATLAB-ban és AMPL IDE-ben is, mivel ezeknél a megoldásoknál a kvadratikus korlátok hiányoztak az eredmények helytelenek voltak. Az AMPL IDE-ben a kvadratikus korlátok megvalósítása bonyolultabb lett volna, mint a MATLAB-ban, ezért utóbbi szoftverben folytattam az optimalizálási feladatot. A kvadratikus korlátok definiálása után az eredmények nem egyeztek meg a Load-flow eredményeivel, de korlátok szempontjából elfogadhatóak voltak. A mintahálózatot ezután bővítettem egy-egy reaktancia elhelyezésével. Az eredmények ismét nem voltak az elvárásoknak megfelelőek, amely abból derült ki, hogy a komplexebb hálózati modellel, ha meg valósítottam az először vizsgált hálózatot az eredmények nem egyeztek meg.

Megoldásként az emberi tényező kiküszöbölésével folytattam, mivel előző esetekben a mátrixok inicializálása a MATLAB-ban manuálisan történt. Ennek a megoldása egy olyan MATLAB kód írása, amelyben csak a bemeneti változók jelölése és bemeneti paraméterek megadása manuális. Az optimalizáláshoz szükséges mátrixok felépítése a MATLAB valósítja meg.

Az optimalizálást a MATLAB *coneprog* függvénye valósítja meg. A bemeneti paraméterei a (16)-(23) egyenletek lineáris egyenlőség, lineáris egyenlőtlenség, kvadratikus kényszer csoportokra szétbontva és mátrixba rendezve, illetve a változok alsó- és felső korlátjai oszlopvektorokban. Ezen paraméterek előállításához szükséges a hálózat impedancia mátrixa, illetve a hálózat csomópontjainak és éleinek száma. Emellett előre definiáljuk a változóink nevét. A kimenten a felvett változóink sorrendjének megfelelően látjuk az eredményeket egy oszlopvektorba rendezve. [F2]

2.3.1 1. szimuláció

Az első szimulációk során ΔP_{ij} változók határait közel nulla értékre való beállításával, illetve a i_{12}, i_{23} alsó korlátjának értéke 0 és a feszültségek korlátait $\pm$ 10 % állítva az eredmények:

	Load-flow	BFM	Hiba
$\boldsymbol{P_{12}}$[W]	400	1109.1369	709.1369
$\boldsymbol{P_{21}}$[W]	-398	-542.3388	-144.3388
$\boldsymbol{P_{23}}$[W]	294	444.3388	156.3388
$\boldsymbol{P_{32}}$[W]	-285	-285.0000	0.0000
$\boldsymbol{\Delta P_2}$[W]	-98	0.0000	-98.0000
$\boldsymbol{\Delta P_3}$[W]	-285	0.0000	-285.0000
$\boldsymbol{U_2} = \sqrt{\boldsymbol{uu_2}}$ [V]	98	95.7824	-2.2176
$\boldsymbol{U_3} = \sqrt{\boldsymbol{uu_3}}$ [V]	95	91.8963	-3.1037
$\boldsymbol{I_{12}} = \sqrt{\boldsymbol{ii_{12}}}$ [A]	4	33.6689	29.6689
$\boldsymbol{I_{23}} = \sqrt{\boldsymbol{ii_{23}}}$ [A]	3	12.6229	9.6229

1. Táblázat

Az eredmények láthatóan nem egyeznek meg a Load-flow eredményeivel ennek ellenére teljesítik a kényszereket, vagyis matematikailag helyesek, csak a relaxáció miatt fizikailag nem korrektek. A fizikai helyes eredmények vizsgálata a matematikai korlátokkal, amelyek (16)-(23) egyenlet, fizikailag helyes eredménynek a Load-flow által számított értékek tekinthetők. Az 1. Táblázat eredményei alapján a kritikusabb (relaxált) korlátok:

Load-flow **BFM**

$$\left\|\begin{bmatrix} 2P_{12} \\ ii_{12} - uu_1 \end{bmatrix}\right\| \leq ii_{12} + uu_1 \tag{51}$$

$$\left\|\begin{bmatrix} 2\cdot 400\ W \\ 4^2\ A - 100^2\ V \end{bmatrix}\right\| \leq 4^2\ A + 100^2\ V \qquad \left\|\begin{bmatrix} 2\cdot 1109.1269 \\ 33.6689^2\ - 100^2 \end{bmatrix}\right\| \leq 33.6689^2\ + 100^2 \tag{52}$$

$$10016 \leq 10016 \qquad 9139.6858 \leq 11133.5962$$

$$\left\|\begin{bmatrix} 2P_{23} \\ ii_{23} - uu_2 \end{bmatrix}\right\| \leq ii_{23} + uu_2 \tag{53}$$

$$\left\|\begin{bmatrix} 2\cdot 294 \\ 3^2\ - 98^2 \end{bmatrix}\right\| \leq 3^2\ + 98^2 \qquad \left\|\begin{bmatrix} 2\cdot 444.3388 \\ 12.6229^2\ - 95.7824^2 \end{bmatrix}\right\| \leq 12.6229^2\ + 95.7824^2 \tag{54 55}$$

$$9613 \leq 9613 \qquad 9058.6195 \leq 9333.6008$$

Az eredményekből jól látható, hogy a Load-flow kritikusabb korlátokat egyenlőséggel teljesíti, míg a BFM esetében ez nem igaz. Ennek következtében a BFM eredményei csak matematikailag helyesek.

2.3.2 2. szimuláció

A második szimuláció esetén csak annyiban változatunk a bemeneti paramétereken, hogy a célfüggvényen belül az I_{12} és I_{23} .változók helyén lévő 0 értékeket (-1)-gyel szerepeltetjük, melynek következtében a „coneprog" függvény minimalizálni fogja az előbb említett változók értékét. Ennek következtében azt várjuk el, hogy Load-flow és BFM eredményei megegyezzenek:

	Load-flow	**BFM**	**Hiba**
$\boldsymbol{P_{12}}$[W]	400	400	0
$\boldsymbol{P_{21}}$[W]	-398	-398	0
$\boldsymbol{P_{23}}$[W]	294	294	0
$\boldsymbol{P_{32}}$[W]	-285	-285	0
$\boldsymbol{\Delta P_{2}}$[W]	-98	0	-98
$\boldsymbol{\Delta P_{3}}$[W]	-285	0	-285
$\boldsymbol{U_2} = \sqrt{\boldsymbol{uu_2}}$ [V]	98	98	0
$\boldsymbol{U_3} = \sqrt{\boldsymbol{uu_3}}$ [V]	95	95	0
$\boldsymbol{I_{12}} = \sqrt{\boldsymbol{ii_{12}}}$ [A]	4	4	0
$\boldsymbol{I_{23}} = \sqrt{\boldsymbol{ii_{23}}}$ [A]	3	3	0

2. Táblázat

Az eredmények teljes mértékben megegyeznek, ennek következtében a relaxáció mind a Load-flow mind a BFM esetében egyenlőségként teljesül. Így a kapott eredmények matematikailag és fizikailag is helyesnek feltételezhetőek.

2.3.3 3. szimuláció

A harmadik szimuláció esetében a hálózat vesztéségének a minimalizálása a cél, amely kiviteléséhez a célfüggvényben az áramok minimalizálása is bekerül. Ha ebben az esetben az első szimuláció bemeneti beállításai használnánk ismét visszakapnánk a Load-flow eredményeit, ennek következtében a Load-flow által meghatározott eredmények a legkisebb veszteséget eredményezik a fizikai helyesség megtartása mellett. Viszont, ha ΔP_i változókat nem korlázuk akkor megkapjuk a legkisebb veszteséggel bíró modellt, amely már csak a matematikai korlátokat teljesíti:

	Load-flow	**BFM**	**Hiba**
$\boldsymbol{P_{12}}$[W]	400	1999.9984	1599.9984
$\boldsymbol{P_{21}}$[W]	-398	-1799.9986	-1401.9986
$\boldsymbol{P_{23}}$[W]	294	-0.9581	-288.9581
$\boldsymbol{P_{32}}$[W]	-285	0.9583	285.9583
$\boldsymbol{\Delta P_2}$[W]	-98	1702.9568	1604.9568
$\boldsymbol{\Delta P_3}$[W]	-285	-285.9582	-570.9582
$\boldsymbol{U_2 = \sqrt{uu_2}}$ [V]	98	90.0000	-8.0000
$\boldsymbol{U_3 = \sqrt{uu_3}}$ [V]	95	90.0107	-4.9893
$\boldsymbol{I_{12} = \sqrt{ii_{12}}}$ [A]	4	20.0000	16.0000
$\boldsymbol{I_{23} = \sqrt{ii_{23}}}$ [A]	3	0.0109	-2.9891

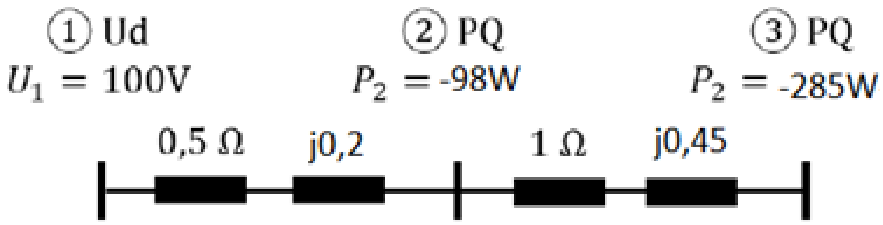
3. Táblázat

Az eredményekből látható, hogy a feszültségek minimalizálásával, illetve a veszteséget két csomópont közé koncentrálásával éri el. Ennek következtében a 1 és a 2 kettes csomópont között folyó áram nagyon nagy lesz ennek hatására a veszteség itt koncentrálódik, míg a 2 és a 3 között folyó áram majdnem nulla így ez azt eredményezi, hogy a két csomópont között szinte minimális a teljesítmény veszteség.

2.3.4 4. szimuláció

2.3.4.1 *A komplex BFM és Load-flow modell felépítése*

A vizsgált hálózat az alábbi:



5. ábra: Komplex hálózat modell

A komplex Load-flow modell felépítése roppant egyszerű feladat az impedancia mátrix valós elemei helyére kerülnek a komplex elemek.

A komplex BFM eset vizsgálatához viszont (18)-(23) egyenletek, már nem alkalmazhatók. Ebben az esetben a meglévő egyenletek módosítása és bővítése szükséges, hogy a BFM kezelni tudja a reaktanciákat illetve a meddő teljesítményeket. Az átalakítások az alábbi módon történnek:

BFM korlátok:

$$P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 \leq ii_{ij} \cdot uu_i$$

$$uu_i = uu_j - 2\left(R_{ij} \cdot P_{ij} + X_{ij} \cdot Q_{ij}\right) + ii_{ij}\left(R_{ij}^2 + X_{ij}^2\right)$$

$$P_{ij} + P_{ji} = R_{ij} \cdot ii_{ij}$$

$$Q_{ij} + Q_{ji} = X_{ij} \cdot ii_{ij}$$

$$\sum P_{ij} = P_{i0} + \Delta P_i$$

$$\sum Q_{ij} = Q_{i0} + \Delta Q_i$$

Hálózatra vonatkoztatott korlátok:

$$\boldsymbol{P_{12}^2} + \boldsymbol{Q_{12}^2} \leq \ \boldsymbol{ii_{12}} \cdot u_1 \quad (56)$$

$$\boldsymbol{P_{23}^2} + \boldsymbol{Q_{23}^2} \leq \ \boldsymbol{ii_{23}} \cdot \boldsymbol{uu_2} \quad (57)$$

$$\boldsymbol{uu_2} - 2(R_{12} \cdot \boldsymbol{P_{12}} + X_{12} \cdot \boldsymbol{Q_{12}}) + \boldsymbol{ii_{12}}(R_{12} + X_{12})^2 - u_1 = 0 \quad (58)$$

$$\boldsymbol{uu_3} - 2(R_{23} \cdot \boldsymbol{P_{23}} + X_{23} \cdot \boldsymbol{Q_{23}}) + \boldsymbol{ii_{23}} \cdot (R_{23} + X_{23})^2 - \boldsymbol{uu_2} = 0 \quad (59)$$

$$\boldsymbol{P_{12}} + \boldsymbol{P_{21}} = R_{12} \cdot \boldsymbol{ii_{12}} \quad (60)$$

$$\boldsymbol{P_{23}} + \boldsymbol{P_{32}} = R_{23} \cdot \boldsymbol{ii_{23}} \quad (61)$$

$$\boldsymbol{Q_{12}} + \boldsymbol{Q_{21}} = X_{12} \cdot \boldsymbol{ii_{12}} \quad (62)$$

$$\boldsymbol{Q_{23}} + \boldsymbol{Q_{32}} = X_{23} \cdot \boldsymbol{ii_{23}} \quad (63)$$

$$\boldsymbol{P_{21}} + P_{20} = \ -\boldsymbol{\Delta P_{20}} \quad (64)$$

$$\boldsymbol{P_{32}} + P_{30} = -\boldsymbol{\Delta P_{30}} \quad (65)$$

$$\boldsymbol{Q_{21}} + Q_{20} = \ -\boldsymbol{\Delta Q_{20}} \quad (66)$$

$$\boldsymbol{Q_{32}} + Q_{30} = -\boldsymbol{\Delta Q_{30}} \quad (67)$$

Az SOC korlátok alkalmazása a komplex esetben:

$$P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 \leq \; i_{23} u_2 \tag{68}$$

$$P_{ij}^2 + 4Q_{ij}^2 + i_{ij}^2 + u_i^2 \leq 4 i_{ij} u_i + i_{ij}^2 + u_i^2 \tag{69}$$

$$4P_{ij}^2 + 4Q_{ij}^2 + i_{ij}^2 + u_i^2 - 2 i_{ij} u_i \leq 2 i_{ij} u_i + i_{ij}^2 + u_i^2 \tag{70}$$

$$4P_{ij}^2 + 4Q_{ij}^2 + \left(i_{ij} - u_i\right)^2 \leq \left(i_{ij} + u_i\right)^2 \tag{71}$$

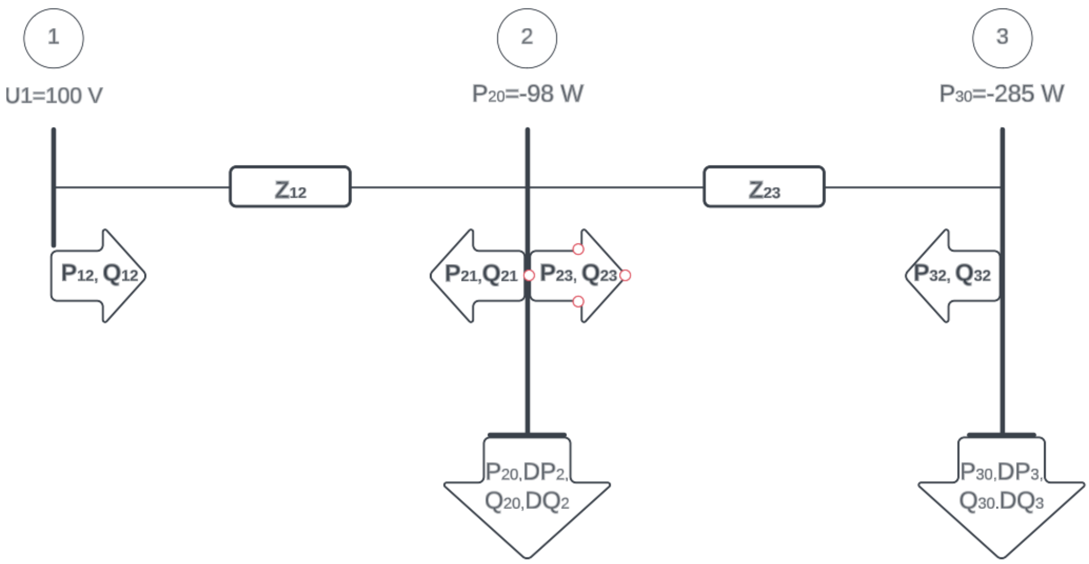
$$P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 \leq \; i_{23} u_2 \tag{72}$$

$$\sqrt{4P_{ij}^2 + 4Q_{ij}^2 + \left(i_{ij} + u_i\right)^2} \leq i_{ij} + u_i \tag{73}$$

$$\left\| \begin{bmatrix} 2P_{ij} \\ 2Q_{ij} \\ i_{ij} - u_i \end{bmatrix} \right\| = i_{ij} + u_i \tag{74}$$

[F3]

Az egyenleteket reprezentációja egy sematikus ábrán:



6. ábra: Komplex hálózati modellen a korlátok szemléltetése

2.3.4.2 Szimulációs eredmények

Ennek a szimulációnak a célja megmutatni, hogy komplex hálózati elemek estén a BFM és a Load–flow eredményei megegyeznek. Amelyhez az szükséges, hogy a BFM-nek olyan bemeneti korlátokat szabjunk melyek során várhatóan visszaadja Load-flow eredményeket. Ezen bementi korlátok a l_b, u_b és f oszlopvektorok elemeire szabott határértéke. Tehát a ΔP_{i0} és ΔQ_{i0} értékeit közel nullára kell korlátozni az l_b illetve u_b oszlopvektorban, míg a uu_i elemeket az l_b-ben 0.9 szorzóval, az u_b-ben pedig 1.1 szorzóval kell szerepeltetni. Az f azaz a célfüggvényben a ΔP_{i0} és ΔQ_{i0} elemeket maximalizálni kell, melynek a módja, ha változók helyein 1 érték szerepel. Az ii_{ij} elemek értékeik viszont -1 értéknek kell állnia az áramok minimalizálása érdekében.

Ezek alapján az alábbi eredmények adódnak:

	Load-flow	**BFM**	**Hiba**
$\boldsymbol{P_{12}}$[W]	422.1	422.1	0
$\boldsymbol{P_{21}}$[W]	-391.3	-391.3	0
$\boldsymbol{P_{23}}$[W]	293.3	293.3	0
$\boldsymbol{P_{32}}$[W]	-285	-285	0
$\boldsymbol{Q_{12}\ [Var]}$	-16.1	-16.1	0
$\boldsymbol{Q_{21}\ [Var]}$	3.8	3.8	0
$\boldsymbol{Q_{23}\ [Var]}$	-3.8	-3.8	0
$\boldsymbol{Q_{32}\ [Var]}$	0	0	0
$\boldsymbol{\Delta P_{20}}$[W]	0	0	0
$\boldsymbol{\Delta P_{30}}$[W]	0	0	0
$\boldsymbol{\Delta Q_{20}}$[W]	0	0	0
$\boldsymbol{\Delta Q_{30}}$[W]	0	0	0
$\boldsymbol{U_2 = \sqrt{uu_2}}$ [V]	92.6	92.6	0
$\boldsymbol{U_3 = \sqrt{uu_3}}$ [V]	90	90	0
$\boldsymbol{I_{12} = \sqrt{ii_{12}}}$ [A]	4.2	4.2	0
$\boldsymbol{I_{23} = \sqrt{ii_{23}}}$ [A]	3.2	3.2	0

4. Táblázat

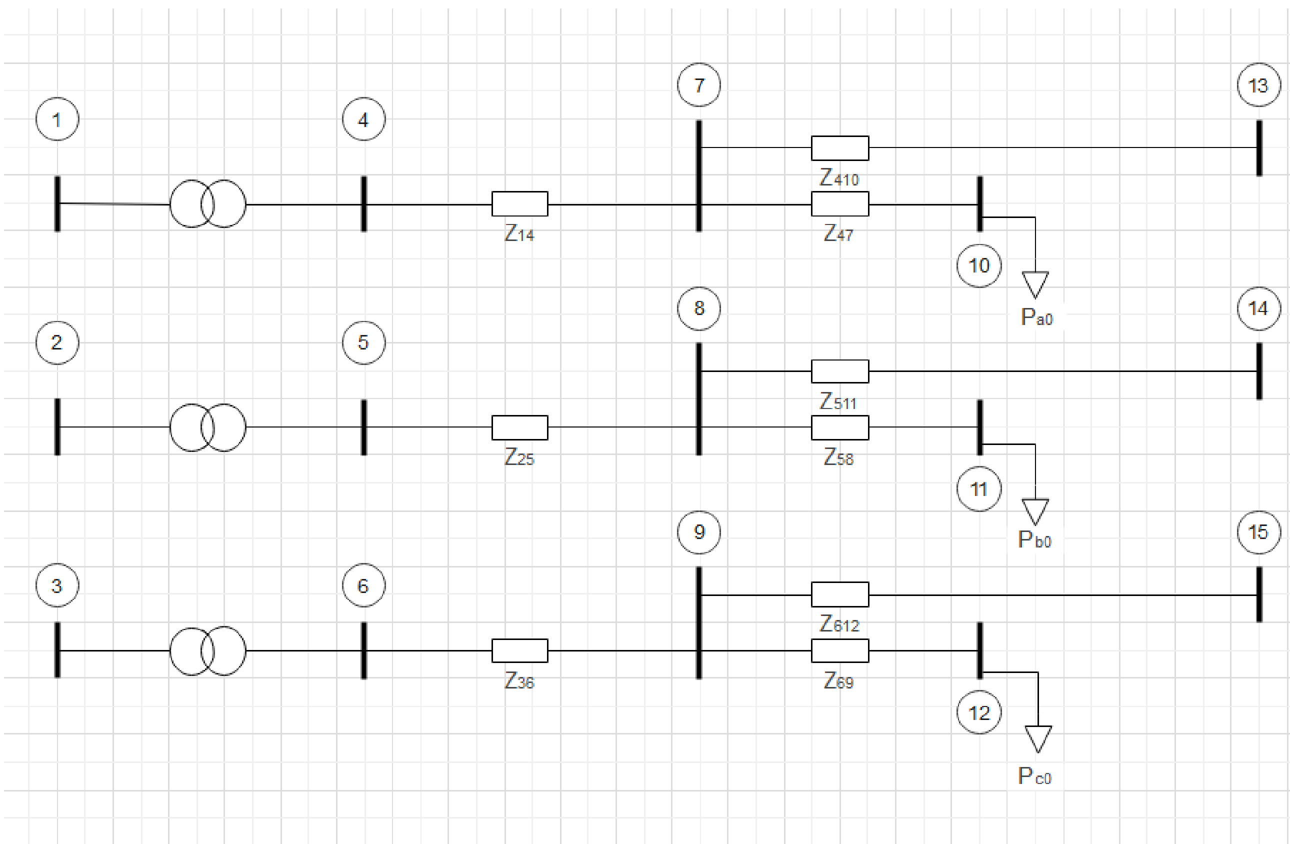
A szimulációs eredmények alapján látható, hogy ezen a beállítások mellett a Load-flow és a BFM eredményei teljesen megegyeznek.

3 Kisfeszültségen végzett szimulációs eredmények

3.1 KIF modell felépítése

A modell egy település utcáját reprezentálja, amely egy kisfeszültségű transzformátorból és 1410 méter távvezetékből áll. A KIF transzformátor, névleges teljesítménye 160 kVA, rövidzárási vesztesége 3,84 kW, dropja 4,5%. A kisfeszültségű szabadvezeték ellenállása 0,364 Ω/km, reaktanciája 0,317 Ω/km. A fogyasztók koncentrált módon vannak megvalósítva s az elhelyezkedésük és a teljesítményük szabadon állítható. Alap esetben a távezeték végén helyeztem el a fogyasztókat 370 W-os fogyasztással. A 370 W-os fogyasztás az éves lakossági átlagos fogyasztás 1 órára leosztottjának felel meg. Ezen modell megvalósítása Load-flow, illetve BFM hálózatszámítási algoritmusokkal történik. A Load-flow estében a transzformátor áttételével és fázisforgatásával együtt valósítható meg, míg a BFM estebén a transzformátor reaktanciaként a szerepel a modellben.

A modell sematikus ábrája:



7. ábra: KIF hálózati modell

3.1.1 BFM alkalmazása

A hálózatot leíró egyenletek ebben az esetben is (1)-(6) egyenletek alapján történik. Az aszimmetria miatt viszont külön-külön kell kezelni a fázisokat. Amelyek azt eredményezik, hogy SOC korlátokban a slack-et alkotó feszültségek száma 3-ra növekszik. A (68)-(74) egyenletek alapján változások:

$$b_{sc} = \begin{bmatrix} U_a^2 \\ U_b^2 \\ U_c^2 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \gamma = \begin{bmatrix} -U_a^2 & -U_b^2 & -U_c^2 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

ahol a U_a, U_b, U_c a kisfeszültségű transzformátor fázis feszültségeit jelöli.

3.2 Szimulációs eredmények

A szimuláció során többféle elrendezést vizsgálok meg. A két módszer összehasonlítása a kisfeszültségű transzformátor és a távezeték végpontja között értelmezett feszültségesés alapján történik. Amely jól mutatja, hogy a két algoritmus által kapott eredmények mennyire egyeznek meg egymással. A szimuláció során a BFM modell áramminimalizált beállításokkal futott. Azaz ilyen beállítások mellett a Load-flow eredményeket kellene visszakapnunk.

<table>
<tr><th></th><th>Fázisok/KIF transzformátortól vett távolság</th><th>0</th><th>X</th><th>Y</th><th>2010</th></tr>
<tr><td>BFM</td><td rowspan="3">L1</td><td rowspan="2">4</td><td rowspan="2">7</td><td rowspan="2">10</td><td rowspan="2">13</td></tr>
<tr><td>Load-Flow</td></tr>
<tr><td>Hiba</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>BFM</td><td rowspan="3">L2</td><td rowspan="2">5</td><td rowspan="2">8</td><td rowspan="2">11</td><td rowspan="2">14</td></tr>
<tr><td>Load-Flow</td></tr>
<tr><td>Hiba</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>BFM</td><td rowspan="3">L3</td><td rowspan="2">6</td><td rowspan="2">9</td><td rowspan="2">12</td><td rowspan="2">15</td></tr>
<tr><td>Load-Flow</td></tr>
<tr><td>Hiba</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

5. Táblázat

Az eredmények értékellésére ezen táblázat alapján történik melynek az első sora a kisfeszültségű transzformátortól vett távolságot és további sorai a modell fázisait jelölik. Az X változó a fogyasztó helyét az Y változó pedig a fogyasztó helye plusz a 10 méter bekötővezetéket jelöli. A sorokban feltüntetett számok a megegyeznek a … ábrán szereplő csomópontok számozásával, így minden cellához egy csomópont értékei (feszültség, áram, teljesítmény) rendelhetőek. A szimuláció során a legtöbbet mondó adatok a feszültségek így ezek kerülnek a táblázatba.

3.2.1 Szimmetrikus terhelés a kisfeszültségű vezeték végén 3 fázison

A szimmetrikus esteben minden fázison azonos terhelés szerepel és azonos távolságban vannak elhelyezve.

	Fázisok/KIF transzformátortól vett távolság [m]	0	2000	2000+10	2010
BFM	L1	230.9	230.1	230	230.1
Load-Flow		230.9	230.2	230	230.1
Hiba		0	0.1	0	0
BFM	L2	230.9	230.1	230	230.1
Load-Flow		230.9	230.1	230	230
Hiba		0	0	0	0.1
BFM	L3	230.9	230.1	230	230.1
Load-Flow		230.9	230.3	230	230.2
Hiba		0	0.2	0	0.1

6. Táblázat

Az eredményeken jól látható, hogy a BFM nagyon jól közelíti a Load-flow eredményeket. Szemléletesebben az alábbi táblázat ábrázolja ezt úgy, hogy a KIF transzformátortól a fogyasztókig vett feszültségesést vizsgáljuk százalékos formában.

Fázisok	BFM	Load-flow
L1	-0,39%	-0,39%
L2	-0,39%	-0,39%
L3	-0,39%	-0,39%

7. Táblázat

Ez alapján mind a három fázison azonos a feszültségesés, azaz BFM által kapott értékek teljesen megegyeznek a Load-flow eredményekkel. Tehát szimmetrikus esetben BFM teljesen megfelel az elvártaknak, ha a Load-flow tekintjük elfogadott eredményeknek.

3.2.2 Aszimmetrikus terhelés kisfeszültségű vezeték végén 3 fázison

A terhelések ebben az esetben L_1 fázison $\frac{1}{3} \cdot 370\,W$ a L_2 fázison 370 W és a L_3 fázison pedig $\frac{4}{3} \cdot 370\,W$. A fogyasztók minden fázison azonos távolságra vannak elhelyezve. Ezáltal a hálózat aszimmetrikus terhelésűvé válik.

	Fázisok/KIF transzformátortól vett távolság [m]	0	1400	1400+10	1410
BFM	L1	230.9	230.7	230.7	230.7
Load-Flow		231.2	231	231.4	230.9
Hiba		0.3	0.3	0.7	0.2
BFM	L2	230.9	230.1	230	230.1
Load-Flow		230.7	229.8	229.3	229.6
Hiba		0.2	0.3	0.7	0.5
BFM	L3	230.9	229.8	229.7	229.8
Load-Flow		230.8	230	229.8	229.9
Hiba		0.1	0.2	0.2	0.1

8. Táblázat

Ebben az esetben az eredmények már nagyobb mértékben térnek el, mint a 6. Táblázat esetében. A feszültségesések az alábbi módon alakulnak a transzformátortól a fogyasztókig vett távolságon:

Fázisok	BFM	Load-flow
L1	-0,09%	+0,09%
L2	-0,39%	-0,39%
L3	-0,52%	-0,43%

9. Táblázat

Az L1 fázison a Load-flow esetében nagyobb feszültség tapasztalható ennek a mértéke pont annyival több mint L2 és L3 fázisokon feszültségének különbsége a BFM-hez képest, azaz 0.2V. Ez azt eredményezi, hogy feszültségesés a L1 fázison a BFM esetében negatív míg a Load-flow esetében pozitív, de abszolúttértékben egyenlőek. Tehát a BFM eredő hibája a Load-flowhoz képest 0.27% amely teljesen elfogadható eredmény. Azt figyelembe véve, hogy a BFM eliminálja a 3 fázisú rendszer forgatását, illetve, hogy a transzformátor csak egy reaktanciaként szerepel a modellben.

3.2.3 Terhelés a kisfeszültségű vezeték az L_1 fázisán

A terhelés ebben az esteben csak az L1 van elhelyezve a távezeték harmadoló pontjain. A terhelés mértéke 1110 W, amely 3 fogyasztónak felel.

	Fázisok/KIF transzformátortól vett távolság [m]	0	467	934	1400	1410
BFM	L1 [V]	230.9	230.6	229	228.7	228.7
Load-Flow		230.3	229.7	229.2	228.8	228.8
Hiba		0.6	0.9	0.2	0.1	0.1
BFM	L2 [V]	230.9	230.9	230.9	230.9	230.9
Load-Flow		231.4	231.5	231.6	231.6	231.6
Hiba		0.6	0.6	0.7	0.7	0.7
BFM	L3 [V]	230.9	230.9	230.9	230.9	230.9
Load-Flow		231	230.8	230.7	230.6	230.6
Hiba		0.2	0	0.2	0.3	0.3

10. Táblázat

Az eredményekből látható, hogy a L2 és L3 fázisokon ebben az eseteben nem tapasztalható feszültségesés. Az L1 fázison viszont igen mivel harmadoló pontokon helyeztük el a feszültségeket így ezeken a pontokon látható a feszültség lényegesebb csökkenése. Ebben az esetben a feszültségesések százalékos értéke minden fogyasztónál az alábbinak adódik.

Fázisok	BFM			Load-flow		
Távolságok:	467	934	1400	467	934	1400
L1	-0,13%	-0,82%	-0,95%	-0,26%	-0,48	-0,65%
L2	0%	0%	0%	+0.04%	+0.09%	+0.09%
L3	0%	0%	0%	-0.09%	-0.13%	-0.17%

11. Táblázat

A BFM esetében a feszültség esés nagyobb mértékű és a L2, L3 fázisokon állandó feszültség jelenik meg az egész távvezeték szakaszon. Ezzel ellentétben a Load-flow-nál kisebb feszültség esés tapasztalható, illetve az L2 feszültsége a végpont felé haladva megemelkedik, míg az L3 pedig csökken. Ebben az esetben a két számítási módszer közötti hiba 1.38% -nak adódik. Amely ötször rosszabb, mint az aszimmetrikus esetben vizsgált eltérés.

3.2.4 Terhelés a kisfeszültségű vezeték közepén(3F) és napelemes táplálás a vezeték végén

Ebben a modellben is aszimmetrikus a terhelést, oly módon, hogy az L1 fázison nincs fogyasztó, az L2 fázison 370W és a L3 fázison pedig 1000W a fogyasztás. A fogyasztók a távvezeték közepén helyezkednek el. E mellett minden fázisra csatlakozik egy-egy napelem a távvezeték végén melyek a teljesítménye az L1 fázison 140W, L2 fázison 100W és az L3 fázison pedig 250W. A napelemek csak hatásos teljesítményt táplálnak a hálózatra.

	Fázisok/KIF transzformátortól vett távolság [m]	0	700	700+10	1410
BFM	L1	230.9	231.1	231.1	231.2
Load-Flow		231.4	231.5	231.2	231.7
Hiba		0.5	0.4	0.1	0.5
BFM	L2	230.9	230.6	230.6	230.7
Load-Flow		230.7	230.2	229.8	230.3
Hiba		0.2	0.4	0.8	0.4
BFM	L3	230.8	230	229.9	230.2
Load-Flow		230.6	230	229.5	230.3
Hiba		0.2	0	0.4	0.1

12. Táblázat

Az L1 fázis esetén, ha csak termelés van az adott fázison a Load-flow által kapott eredmények sokkal nagyobb feszültség emelkedést okoznak. Az L1 és L2 felépítése nagyon hasonló mégis kevesebb a hiba lép fel akkor, ha egy nagyobb fogyasztó és napelem található a fázison. A feszültségesések az alábbi módon alakulnak ennél az estnél.

Fázisok	BFM	Load-flow
L1	+0.09%	-0.09%
L2	-0.13%	-0.39%
L3	-0.39%	-0.48%

13. Táblázat

A Load-flow esetében csak a napelemes termelés ellenére feszültség csökkenés tapasztalható a fogyasztónál, ezzel szemben a BFM-nél viszont feszültség emelkedés. Az L2 fázis esetén az eredmények alapján a BFM-nél sokkal nagyobb hatása van a napelemnek mint a Load-flow estében, azaz 0.26% kisebb a BFM estén a feszültség csökkenés, hasonlóan az L3 fázishoz, ahol 0.09% kisebb a BFM feszültségesése. A két módszer között 0.53% pontatlanság van. Amely egy ennyire aszimmetrikus hálózat estén teljes mértékben elfogadható.

F1 Convert Quadratic Constraints to Second-Order Cone Constraints Result

Az (32)-(35) egyenleteket kifejtve a következő megoldásra jutunk:

$$P_{12}^2 = [P_{12}\ P_{23}\ u_2\ i_{12}\ i_{23}] \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_{12} \\ P_{23} \\ u_2 \\ i_{12} \\ i_{23} \end{bmatrix} \tag{75}$$

$$-\frac{u_1 i_{12}}{2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{u_1}{2} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_{12} \\ P_{23} \\ u_2 \\ i_{12} \\ i_{23} \end{bmatrix} \tag{76}$$

$$P_{23}^2 - \frac{u_2 i_{23}}{2} = [P_{12}\ P_{23}\ u_2\ i_{12}\ i_{23}] \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_{12} \\ P_{23} \\ u_2 \\ i_{12} \\ i_{23} \end{bmatrix} \tag{77}$$

$$0 = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} P_{12} \\ P_{23} \\ u_2 \\ i_{12} \\ i_{23} \end{bmatrix} \tag{78}$$

Ezek alapján a Q_i és q_i^T:

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{79}$$

$$q_1^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{u_1}{2} & 0 \end{bmatrix} \tag{80}$$

$$Q_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{81}$$

$$q_2^T = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \tag{82}$$

F2 Rotated Second-Order Cone Result

$$A_{sc} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{83}$$

$$b_{sc} = \begin{pmatrix} 0 \\ U_1^2 \end{pmatrix} \tag{84}$$

$$d_{sc}^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{85}$$

$$\gamma = -U_1^2 \tag{86}$$

Illetve a(48) egyenlethez az RSOC általános alakjában jelenik meg:

$$A_{sc1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{87}$$

$$b_{sc} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{88}$$

$$d_{sc}^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{89}$$

$$\gamma = 0 \tag{90}$$

A lineáris korlátok egyenletei mátrixba rendezve, mivel a SOC korlátok között nincs egyenlőtlenség, így a hozzájuk üres mátrixok tartoznak:

$$A = [\,] \tag{91}$$

$$b = [\,] \tag{92}$$

Az egyenlőségek mátrixának felépítése a sorok az egyenletek számát, míg az oszlopok a változók számát képezik le:

$$A_{eq} = \begin{array}{c} \begin{matrix} P_{12} & P_{21} & P_{23} & P_{32} & \Delta P_2 & \Delta P_3 & \psi_2 & \psi_3 & \phi_{12} & \phi_{23} \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -R_{12} & 0 \\ 2R_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -R_{12}^2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -R_{23} \\ 0 & 0 & 2R_{23} & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & -R_{23}^2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array} \tag{93}$$

$$b_{eq} = \begin{pmatrix} 0 & 100^2 & -98 & 0 & 0 & -285 \end{pmatrix} \tag{94}$$

A változók alsó, illetve felső korlátját meghatározó oszlopvektorok:

$$lb = \begin{pmatrix} -inf \\ -inf \\ -inf \\ -inf \\ -inf \\ -inf \\ 0.9 \cdot u_1^2 \\ 0.9 \cdot u_1^2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{95}$$

$$ub = \begin{pmatrix} inf \\ inf \\ inf \\ inf \\ inf \\ inf \\ 1.1 \cdot u_1^2 \\ 1.1 \cdot u_1^2 \\ inf \\ inf \end{pmatrix} \tag{96}$$

A célfüggvény meghatározása, mivel a MATLAB *coneprog* függvénye eredetileg minimalizálná az optimalizálandó problémát, így sorvektort a kódban -1-s szorzóval kell szerepeltetni:

$$f = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \tag{97}$$

F3 Komplex BFM egyenletek eredményei

A komplex BFM egyenletek mátrix alakban kifejtve:

Lineáris egyenletek:

$$A_{eq} = \begin{bmatrix} Egyenletek & P_{12} & P_{21} & P_{23} & P_{32} & Q_{12} & Q_{21} & Q_{23} & Q_{32} & \Delta P_2 & \Delta P_3 & \Delta Q_2 & \Delta Q_3 & i_{12} & i_{23} & u_2 & u_3 \\ 1. & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -R_{12} & 0 & 0 & 0 \\ 2. & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -X_{12} & 0 & 0 & 0 \\ 3. & 2R_{12} & 0 & 0 & 0 & 2X_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -(R_{12}^2 + X_{12}^2) & 0 & 1 & 0 \\ 4. & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5. & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6. & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -R_{23} & 0 & 0 \\ 7. & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -X_{23} & 0 & 0 \\ 8. & 0 & 0 & 2R_{23} & 0 & 0 & 0 & 2X_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -(R_{23}^2 + X_{23}^2) & -1 & 1 \\ 9. & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 10. & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$b_{eq} = [0 \quad 0 \quad 100^2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

A cél függvény:

$$f = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

Az első és felső korlátok:

$$l_b = \begin{bmatrix} -inf \\ -inf \\ -inf \\ -inf \\ -inf \\ -inf \\ -inf \\ -inf \\ -98 \\ -285 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.9 * 100^2 \\ 0.9 * 100^2 \end{bmatrix}$$

$$u_b = \begin{bmatrix} inf \\ inf \\ inf \\ inf \\ inf \\ inf \\ inf \\ inf \\ 98 \\ 285 \\ 0 \\ 0 \\ inf \\ inf \\ 1.1 * 100^2 \\ 1.1 * 100^2 \end{bmatrix}$$

SOC egyenletek mátrix alakban:

$$A_{sc} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$b_{sc} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$d_{sc}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\gamma = 0$$

$$A_{sc2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$b_{sc2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ u_1 \end{bmatrix}$$

$$d_{sc2}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\gamma_2 = -u_1$$

4 Irodalomjegyzék

[1] MOSEK ApS. (2022. November 4). *Mosek.* Forrás: Conic quadratic optimization: https://docs.mosek.com/modeling-cookbook/cqo.html

[2] IEEE. (2013. August 28). *IEEE Xplore.* Forrás: Branch Flow Model: Relaxations and Convexification—Part I: https://ieeexplore.ieee.org/document/6507355

[3] Kekatos, V. (dátum nélk.). *Virginia Tech.* Forrás: DistFlow and LinDistFlow: https://www.faculty.ece.vt.edu/kekatos/pdsa/Lecture11.pdf

[4] MathWorks. (2020). *Help Center.* Forrás: coneprog: https://uk.mathworks.com/help/optim/ug/coneprog.html#mw_a64104e7-60c8-4370-9481-a8fa3facf992_seealso