



M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Villamosmérnöki és Informatikai Kar
Szélessávú Hírközlés és Villamosságtan Tanszék

Tóth László Levente

**A VEZETÉK NÉLKÜLI
ENERGIAÁTVITEL
TÉRELMÉLETI VIZSGÁLATA**

KONZULENSEK

Dr. Gyimóthy Szabolcs, Dr. Bilicz Sándor,
és Szűcs László

BUDAPEST, 2014

Tartalomjegyzék

Összefoglaló	3
Abstract	4
1. Bevezetés	5
2. A vezeték nélküli energiaátvitel leírása	9
Kétkapu modell.....	10
Csatolt módusok elmélete (CMT).....	12
Helyettesítő áramkörü modell.....	13
Módszerek összehasonlítása	15
3. Tekercsek térelméleti modellezése	16
Modellezés integrálformalizmussal	16
Modellezés végeselem-módszerrel	19
4. Hengeres tekercs vizsgálata	20
A tekercs felépítése	20
Időharmonikus-analízis.....	21
Sajátfrekvencia-analízis	26
A tekercs mérése, összehasonlítás a szimulációkkal	30
5. A teljes WPT rendszer szimulációja	36
6. Összegzés	38
Köszönetnyilvánítás	39
Irodalomjegyzék	40

Összefoglaló

A villamosenergia-rendszerek fejlődése során bebizonyosodott, hogy az energiaátvitel leghatékonyabban váltakozó árammal, kábelhálózaton keresztül valósítható meg. Napjainkban azonban megjelentek olyan speciális eszközök, amelyekben ez a fajta átvitel előnytelen, illetve csak körülményesen megoldható. Például jelenleg az elektromos autóknál a permanens kábeles kapcsolat híján a megfelelő mennyiségű villamos energia tárolásához nagyméretű akkumulátorokra van szükség, amely az autó súlyának jelentős részét teheti ki. Ugyancsak rugalmasabb energiaátvitelre lenne igény például a pacemaker vagy a különböző szórakoztató elektronikák tápellátásánál.

2007. táján egy régen elfeledett és mellőzött technikára terelődött a figyelem, a vezeték nélküli rezonáns energiaátvitelre, amellyel elsőként Nikola Tesla kísérletezett a 19. század végén. Mágnesesen csatolt rezonancia segítségével sikerült hatékony, közepes távolságú, vezeték nélküli átvitelt megvalósítania. Dolgozatomban ezen átvitel tulajdonságait vizsgálom az elektromágneses tér számítógépes szimulációjával. Ennek kapcsán összehasonlítom az átvitel leírására szolgáló különböző modelleket: a koncentrált paraméterű helyettesítő képet, a csatolt módusokat, a szórási paramétereket, valamint a térelméleti modellt. A számítással kapott eredményeket összevetem az általam épített kísérleti rendszeren elvégzett mérésekkel.

Abstract

It was found during the development of the power transmission systems that the most efficient way for the transmission is obtained by cable with alternating current. However with the advancement of technology special needs appeared for certain equipments where conventional energy transfer methods are disadvantageous, or can be solved difficultly. For example the electric car requires amount of energy to store so large batteries are needed, which makes up most of the weight of the car, as well as consumer electronics or pacemaker would demand a flexible mode for charging batteries.

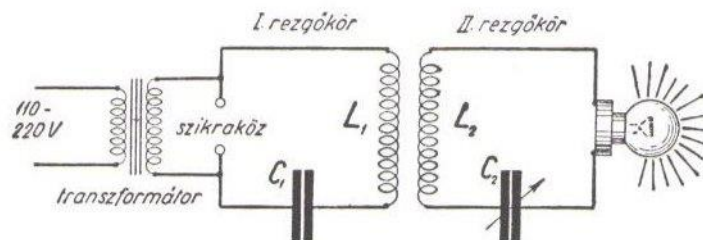
In the year 2007, a long-forgotten and neglected technique turned to the light, the wireless power transfer (WPT), which experimented by Nikola Tesla for the first time in the late 19th century. Efficient non-radiative mid-range energy transfer has been achieved with strongly coupled magnetic resonance. In this thesis the field computational aspects of wireless power transfer is analyzed by comparing various models to describe the transmission. In addition to the traditional lumped circuit model, the coupled mode theory, the two-port model and the full 3D numerical model were examined. The obtained results are verified with measurements of the custom built WPT system.

1. Bevezetés

A vezeték nélküli energiaátvitellel elsőként Nikola Tesla kísérletezett a 19. század végén. Tesla különösen sokat foglalkozott a tekercsek rezonancia frekvenciáival, a tekercsek között létrejövő csatolással különböző tekercsek és elrendezések esetén. A kísérletei során végül az induktív rezonáns csatolási módot találta a leghatékonyabbnak, amellyel több méter távolságból is képes volt energiát közölni, demonstráció gyanánt izzólámpákat táplált. Egyik leghíresebb, ezen az elven működő eszközét a Tesla-tekercset máig előszeretettel használják látványos show elemként különböző rendezvényeken. Munkássága meghatározó eredményeket hagyott hátra a tudomány számára a villamosságtan számos területén, viszont a vezeték nélküli energiaátvitel koncepciója messze meghaladta a korát, és lassan feledésbe merült. A 20. század elején a villamos energia fogalma újnak számított a köztudatban, így a hagyományos igények kielégítéséhez a kábelen történő továbbítás sokkal kézenfekvőbbnek tűnt, egyszerűbb volt a kivitelezése, valamint a hatékonysága is jobbnak bizonyult.

Említésre méltó, hogy bő fél évszázaddal az első kísérleti sikerek után egy rezonáns csatolás elvén működő kísérlet megjelenik Öveges József 1954-ben kiadott Kis Fizika című könyvében [1] (1-1. ábra), amely jól ábrázolja a módszer elvi felépítését.

1. Az elektromos rezonancia. Kísérlet. Nagy feszültségre készült C_1 sűrítőből és 20—30 menetű L_1 önindukciós tekercsből készítsünk rezgőkört a 117. ábra szerint. A rezgőkört egy helyen szakítsuk meg,



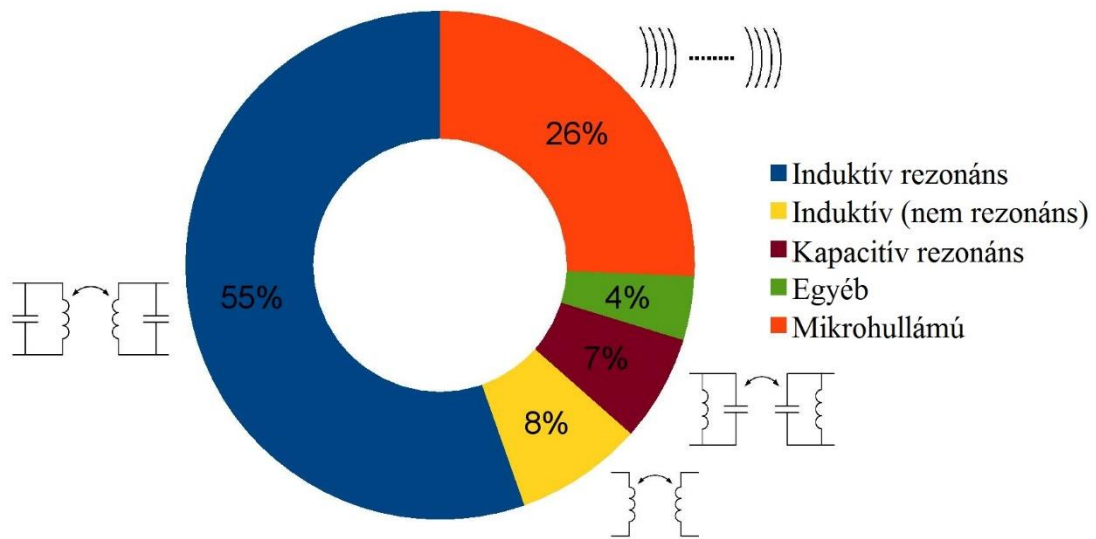
117. ábra. Rezgőkörök egymásra hangolása.

100

1-1. ábra, Egyszerű, vezeték nélküli energiaátviteli rendszer [1]

Elvileg számos lehetőség kínálkozik arra, hogy elektromos energiát továbbítsunk vezeték nélkül. Két távoli pont között fókuszált elektromágneses hullámokkal lehet energiát átvinni jó hatásfokkal, viszont a terjedési közeg erősen befolyásolja, például a rossz időjárási körülmények (eső, köd, hó). Továbbá nagy energiáknál veszélyes az élő szervezetekre. Induktív és kapacitív (nem rezonáns) csatolásnál indukált feszültség, illetve eltolási áram gerjesztődik a vevőnél. A rezonancia frekvenciáktól távol, kvázi stacionárius közelítésben kölcsönös induktivitással, valamint kölcsönös kapacitással modellezhetők. Jellemzően áramköri elemekben valósul meg (pl. galvanikus leválasztás), mivel a csatolás csak kis távolságok esetében számottevő. Rezonáns (induktív vagy kapacitív) csatolásról beszélünk akkor, ha a két objektum közös rezonanciáján történik meg a csatolás (induktív vagy kapacitív módon).

2007-ben viszont áttörés történt az energiaátvitel terén. Egy csoportnak a Massachusetts Institute of Technology egyetemen sikerült „jó” hatásfokú, közepes távolságú átvitelt elérni, induktívan csatolt rezonáns tekercsek segítségével [2], valamint igazolni, hogy a mágneses csatolás jellege miatt az egészségügyi kockázat is jelentősen kisebb az emberre nézve, mint a kapacitív rezonánsan, induktívan (nem rezonánsan) csatolt tekercsek mellett, vagy a kisugárzott elektromágneses hullámokkal történő átvitelnél [3]. Ezen eredmény hatására világszerte elkezdtek keresni a különböző módszereket a vezeték nélküli átvitelre (1-2. ábra), mivel a 20. század végén olyan eszközök, és igények jelentkeztek, ahol a hagyományos kábelen történő átvitel előnytelen.



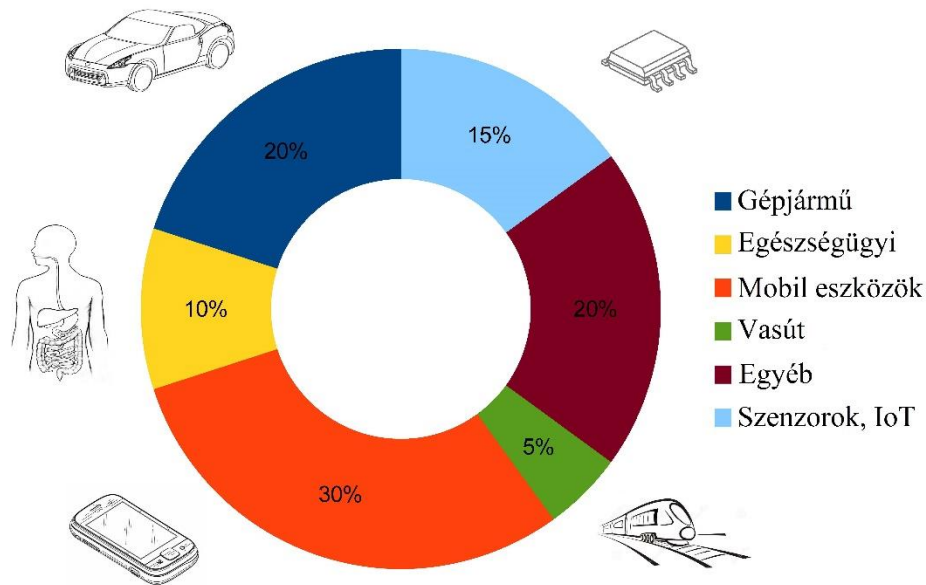
1-2. ábra, 2014 IEEE Wireless Power Transfer Conference, a cikkek megoszlása az alkalmazott WPT technológia szerint

A benzinnel működő robbanómotoros gépjárművek mellett megjelentek az elektromos motorral meghajtott járművek, amelyeknél a szükséges villamos energiát nagy tömegű akkumulátorokban tudják tárolni. Az ilyen esetekben célszerű lenne az energiát vezeték nélkül folyamatosan továbbítani, így nem kellene felesleges súlyt szállítani az autóval [4]. Hasonló megfontolásból a vasúti közlekedésben, valamint a mobil eszközöknél is előnyös lenne ez a technológia [5].

Bizonyos orvosi eszközöket, mint például a pacemakert az ember szervezetébe kell juttatni. Ilyen esetekben különösen hasznos lenne az energia vezeték nélküli továbbítása az adott eszköz felé, a beteg egészségének veszélyeztetése nélkül [6].

Végül, de nem utolsósorban a 21. században megjelent az „*Internet of Things*” (IoT) azaz „*dolgok v. eszközök internete*” kifejezés, ami az összes olyan kisméretű eszközre utal, amelyek kapcsolatban állnak egymással az interneten keresztül. Ilyenek például bizonyos szenzorok, szórakoztató elektronikák, amelyek kis mérete és hordozhatósága miatt szintén előnyös lehet az új technológia.

Az 1-3. ábrán látható a 2014-es Wireless Power Transfer Conference konferencián bemutatott cikkek eloszlása a felhasználási területek szerint.

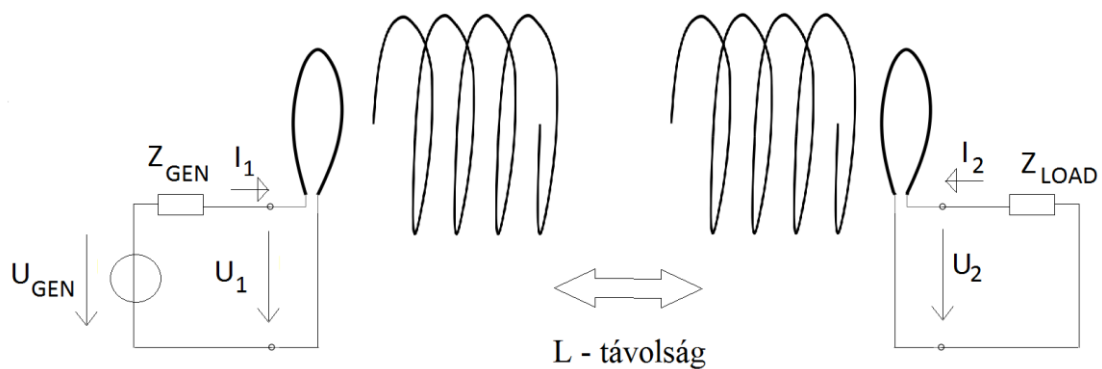


1-3. ábra, 2014 IEEE Wireless Power Transfer Conference, a cikkek megoszlása a felhasználási területek szerint

A dolgozat felépítése a következő. A 2. fejezetben bemutatom az általunk is vizsgált induktív rezonáns vezeték nélküli energiaátvitelt, 3. fejezetben röviden ismertetem a felhasznált térszámítási módszereket. A 4. fejezetben bemutatom az általam készített kísérleti hengeres tekercset, valamint összehasonlítom a rajta végzett mérések és szimulációk eredményeit. Az 5. fejezetben egy teljes átviteli rendszer szimulációját ismertetem.

2. A vezeték nélküli energiaátvitel leírása

A 2007-es [2] cikk által leírt kísérleti elrendezés sematikus rajza a 2-1. ábrán látható.



2-1. ábra, A vizsgált kísérleti elrendezés sematikus rajza

A generátor oldalán U_{gen} a generátor feszültsége, Z_{gen} a generátor belső soros impedanciája, valamint a fogyasztói oldalon Z_{load} a terhelés impedanciája. Továbbá mindkét oldalon található egy be- illetve kicsatoló hurok, melyek induktívan vannak csatolva a mellettük elhelyezett rezonáns tekercsekhez. A tekercsek induktív rezonáns csatolásban állnak egymással. Ennek az az előnye, hogy ha a két tekercs között nem található ferromágneses, vagy jó vezetőképeségű anyag, esetleg olyan idegen objektum, amelynek a sajátfrekvenciája a rendszer rezonáns frekvenciájának a közelében van, akkor „jó” hatásfokkal tud működni, és az egészségügyi hatásai is gyengébbek, mintha kapacitív vagy induktív (nem rezonáns) csatolást használnánk, mivel a mágneses tér kevésbé lép kapcsolatba a dielektrikumokkal [3].

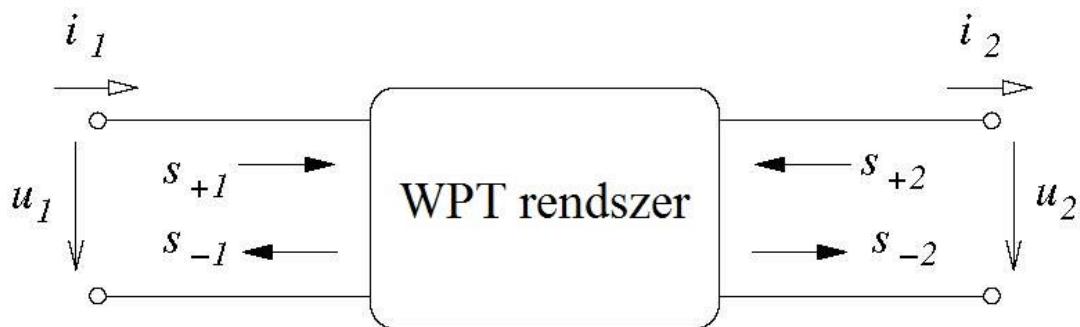
Egy kereskedelmi forgalomban levő átviteli rendszernél természetesen ennél jóval bonyolultabb tekercsrendszer (vagy antennarendszer) is elképzelhető, melyek mindkét

oldalán impedancia illesztő áramkör szabályoz az optimális teljesítmény eléréséhez, valamint különböző energia átalakító áramkörökön, szűrőkön át kapcsolódik a generátorhoz, illetve fogyasztóhoz.

Ebben a fejezetben három különböző rendszerelméleti reprezentációt ismertettek: A kétkapu modellt, a csatolt módusok elméletét (CMT) valamint a koncentrált paraméterű helyettesítő áramköri modellt [7].

Kétkapú modell

A kétkapú reprezentáció a villamosmérnöki gyakorlatban az egyik leggyakrabban használt módszer két póluspár közötti kapcsolat általános leírására. A 2-2. ábrán látható vezeték nélküli energiaátviteli (WPT) rendszernél a kétkapú magába foglalja a térelméleti modelljét a két rezonáns tekercsnek, a be és kicsatoló hurkoknak, valamint diszkrét áramköri elemeknek (pl. hangoló kondenzátor, impedancia illesztő ellenállás). Ezen kétkapú primer és szekunder változói (feszültség, áram) közötti kapcsolatokat bonyolult módon függnek a frekvenciától a térelméleti modell komplexitása miatt.



2-2. ábra, Kétkapú modell

A szimulációk során egy adott frekvencián a WPT rendszer leírására egyaránt alkalmazható a Z- és S-paraméteres leírása is a kétkapunak (2.-1, 2.-2 egyenlet), viszont a gyakorlatban a reflexiós tényező mérhető a legkönnyebben, amiből az S-paraméterek adódnak.

$$\begin{pmatrix} S_{-1} \\ S_{-2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11}(\omega) & S_{12}(\omega) \\ S_{21}(\omega) & S_{22}(\omega) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_{+1} \\ S_{+2} \end{pmatrix} \quad 2.-1$$

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{11}(\omega) & z_{12}(\omega) \\ z_{21}(\omega) & z_{22}(\omega) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} \quad 2.-2$$

A 2.-1, 2.-2 egyenletekben az S_{ij} , Z_{ij} komplex számok, u_1 , u_2 komplex feszültség, és i_1 , i_2 komplex áram amplitúdók, $S_{+1,2}$ és $S_{-1,2}$ pedig definíció szerint a beeső és reflektált „teljesítményhullámok”, amelyeket a feszültségek (U) és áramok (I) lineárkombinációjaként lehet kifejezni (a Z_0 hullámimpedancia segítségével) a 2.-3,-4 képletek segítségével.

$$S_{+1,2} = \frac{1}{2} \frac{(U_{1,2} + z_0 I_{1,2})}{\sqrt{\operatorname{Re}(z_0)}} \quad 2.-3$$

$$S_{-1,2} = \frac{1}{2} \frac{(U_{1,2} - z_0 I_{1,2})}{\sqrt{\operatorname{Re}(z_0)}} \quad 2.-4$$

A kétkapus leírási mód egy általános módszer, amely segítségével könnyedén összehasonlíthatók a mérési és a szimulációs eredmények, viszont ahhoz, hogy minden egyes frekvencián a térelméleti modell alapján meghatározhatóak legyenek a paraméterei, nagy számítási kapacitásra van szükség.

Csatolt módusok elmélete (CMT)

A csatolt módusok elmélete alkalmas a közel azonos rezonanciafrekvenciájú, egymással gyengén csatolt rezonátorok rendszerének leírására. Az alábbi egyenletek nem csupán elektromágneses, de pl. mechanikai rendszer leírására is alkalmasak. Az alábbiakban ismertetett egyenletek (2.-5,-6,-7,-8) tetszőleges két objektumból álló csatolt rendszer leírására képesek [8].

$$\frac{da_1}{dt} = j\omega_1 a_1(t) - (\Gamma_{k,1} + \Gamma_1) a_1(t) + j\kappa a_2(t) \quad 2.-5$$

$$\frac{da_2}{dt} = j\omega_2 a_2(t) - (\Gamma_{k,2} + \Gamma_2) a_2(t) + j\kappa a_1(t) \quad 2.-6$$

$$S_{-1}(t) = \sqrt{2\Gamma_{k,1}} a_1(t) - S_{+1}(t) \quad 2.-7$$

$$S_{-2}(t) = \sqrt{2\Gamma_{k,2}} a_2(t) \quad 2.-8$$

Az a_1, a_2 mennyiségek az úgynevezett komplex módus amplitúdók, amelyek normanégyszet-összege megadja a rendszer összenergiáját, ω_1 és ω_2 a két objektum sajátfrekvenciái, és κ a közöttük feltételezett csatolási együttható. A $\Gamma_{k,1-2}$ és Γ_{1-2} mennyiségek a két objektum külső és belső veszteségeit reprezentálják.

Továbbá az előbbi fejezetben használt konvenciókkal azonosan $S_{\pm 1}$ és $S_{\pm 2}$ a beeső és reflektált hullám amplitúdók. Így a 2.-7 es egyenletben $\Gamma_{k,1}$ a generátor belső veszteségét és $S_{+1}(t)$ a gerjesztést, valamint a 2.-8 egyenletben $\Gamma_{k,2}$ a fogyasztót reprezentálja. A CMT egy frappáns módszer a probléma megoldására, jól kezelhető egyenleteket kapunk, viszont csak gyenge csatolás esetén írja le a rendszer működését, valamint csak a rezonanciák kis környezetében [9]. A módszer hátránya viszont az, hogy nem írja le a rendszer viselkedését tetszőleges frekvencián, és a magasabb rezonanciafrekvenciákat sem tudja figyelembe venni, így a módszert a továbbiakban nem részletezem.

Helyettesítő áramköri modell

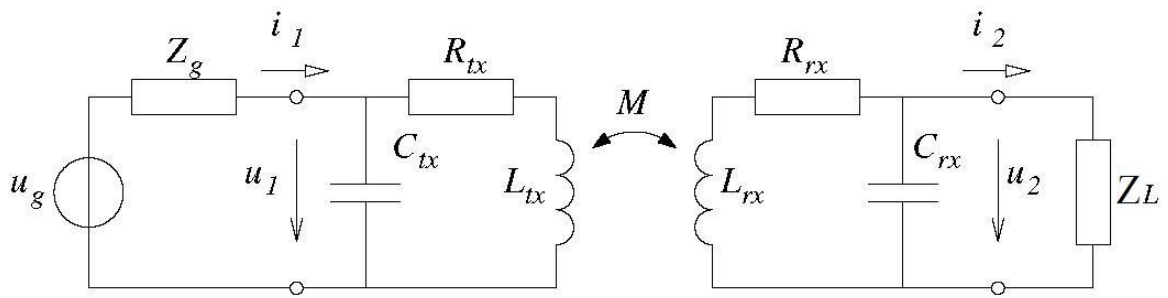
A koncentrált paraméterű helyettesítő áramkör előnye, hogy egyszerű, analitikusan kezelhető megoldást eredményez, és szemléletes. A Maxwell-egyenletek kvázi-stacionárius közelítéséből kiindulva a tekercs helyettesíthető egy soros induktivitással (L) és ellenállással (R), valamint egy párhuzamos kapacitással. Ez alapján felírható a tekercs eredő impedanciája (2.-9).

$$Z = \frac{j\omega L + R}{\omega^2 LC + j\omega RC + 1} \quad 2.-9$$

Kis frekvenciákon, jellemzően a rezonanciától távol a C kapacitáson folyó áram elhanyagolhatóan kicsi, így a modell leegyszerűsíthető egy soros RL-tagra. A rezonancia frekvencia közelében viszont szükség van a teljes RLC-körre. Ez a stacionárius koncentrált paraméterű modell azonban csak a térelméleti modell első sajátfrekvenciáját képes leírni, a magasabbakat nem.

Abban az esetben, ha a huzal hossza összemérhető lesz a hullámhosszal ($l \sim \lambda$) akkor a modell stacionárius közelítésben az általunk vizsgált esetben még elfogadhatóan jó eredményt ad, de a nagyobb frekvenciákon a hullámtérben elsugárzott veszteségi teljesítmény már jelentős lehet. Ezen oknál fogva nem tud pontos eredményeket adni széles frekvenciatartományon (az első rezonancia közelében).

Az 2-3. ábrán koncentrált paraméterű helyettesítő képpel leírt mágnesesen csatolt tekercsek sematikus rajza látható, amelyeket generátor táplál, és egy komplex impedanciával (Z_L) helyettesített fogyasztó zár le. A generátor modellje egy u_g feszültségforrásból és egy Z_g soros impedanciából áll. Az $R_{t,r x}$, $L_{t,r x}$, $C_{t,r x}$ értékek a két tekercs koncentrált paraméterű áramkör elemei. Az M a mágneses csatolás (azaz a kölcsönös induktivitás) a két tekercs között.



2-3. ábra Mágnesesen csatolt tekercsek áramköri rajza generátorral és fogyasztóval

Az ábrán jól átlátható a működés, szemléletes, a hagyományos villamosmérnöki módszerekkel kezelhető analitikusan is, viszont csak alacsony frekvenciákon (az első rezonanciafrekvencia fölött semmiképpen sem) használható hatékonyan. Ez a módszer tehát nem magyarázza meg a nagyfrekvenciás viselkedést.

Módszerek összehasonlítása

A koncentrált paraméterű modell szemléletes, és kézenfekvően adódnak belőle a tekercs paraméterei ($R-L-C$) és a csatolási tényező (M). Jól használható gyors tájékozódásra, illetve kiinduló pontnak tekercsek méretezésénél. A rezonanciától messze illetve kis frekvencia sávban jó leírást tud szolgáltatni, viszont a nagyfrekvenciás működést, a magasabb rezonanciákat nem magyarázza meg.

A csatolt módusok elmélete (CMT) egy általános fizikai leírása rezonáns rendszereknek, a rezonancia kis környezetében. A teljes feladat egy partikuláris megoldását szolgáltatja. Figyelembe vehető vele az ohm-os veszteség és az elsugárzott teljesítmény. Jól alkalmazható kiindulási pontnak teljes WPT rendszer méretezésénél, viszont ez a modell sem képes leírni a magasabb rezonanciákat illetve a nem rezonáns viselkedést.

A kétkapus leírási mód általános megoldást szolgáltat, a frekvenciafüggő Z és S paraméterek egyaránt használhatók, viszont a meghatározásukhoz a hagyományos végeleses térszámító programokkal nagy számítási kapacitásra van szükség.

3. Tekercsek térelméleti modellezése

Teljes WPT átviteli rendszer tervezéséhez a tekercsrendszerek gyors térelméleti szimulációjára van szükség. Erre a célra fejlesztett ki konzulensem egy hatékony numerikus módszert, és implementált Matlab-ban [10]. A következő fejezetben ezt a módszert ismertetem.

Modellezés integrálformalizmussal

A módszer alapötlete az, hogy a hengeres vezetőből készült tekercsek, huzalantennák esetében a teljes három dimenziós modell redukálható egy egydimenziós modellre. Ez az egy dimenziós görbe fizikailag a tekercs hengerszerű huzalának középpontjában helyezkedik el. A ζ argumentumú görbén a ζ nulla értékéhez a huzal elejét, l -értékéhez végét rendeljük hozzá.

Homogén, és relatíve vékony vezető esetében időben szinuszos állandósult állapotban definiálhatók az alábbi fizikai mennyiségek a ζ paraméter függvényében:

$I(\zeta)$	-	áram
$A(\zeta)$	-	mágneses vektorpotenciál
$\Phi(\zeta)$	-	elektromos skalárpotenciál
$q(\zeta)$	-	vonal menti töltéssűrűség

A diszkretizált numerikus megoldásra a momentum módszert (MoM) alkalmazza a program, úgy, hogy a hengeres vezetőket egyenes szakaszokra osztja és a keresett fizikai mennyiségeket a szakaszok középpontjába koncentráltan modellezi. Ez a módszer a hagyományos huzalantennák számolásához használt MoM módszerhez nagyon hasonló. Az így kialakított modell sokkal kevesebb ismeretlent tartalmaz, mintha végelem-módszert alkalmaznánk. Megjegyzem, hogy két különböző módszer is kifejlesztésre került: egy a kvázi-stacionárius közelítéssel (amely koncentrált L, C és R paramétereket

szolgáltató), és egy a Maxwell-egyenletek teljes rendszerével, viszont a dolgozatomban csak ez utóbbit ismertetem röviden. A részletek megtalálhatók a [10] irodalomban.

A mágneses vektorpotenciál ζ –komponense és az elektromos skalárpotenciál kifejezhető a vektoriális és a skaláris hullámeqyenletek szabadtéri megoldásából (3.-1,-2).

$$A_{\zeta}(\zeta) = \widehat{\mathbf{e}}_{\zeta} \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^l \frac{I_{\zeta}(\zeta') d\zeta'}{\chi(\zeta, \zeta')} e^{-j\beta\chi(\zeta, \zeta')} \quad 3.-1$$

$$\Phi(\zeta) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^l \frac{q(\zeta') d\zeta'}{\chi(\zeta, \zeta')} e^{-j\beta\chi(\zeta, \zeta')} \quad 3.-2$$

$\widehat{\mathbf{e}}_{\zeta}$ a ζ paraméterű görbe irányvektora, $\chi(\zeta, \zeta')$ a görbe két paraméterrel leírt pontjának távolsága a fizikai térben, β pedig a fázisegytátható, melynek értéke a körfrekvencia és a fénysebesség hányadosa vákuumban. Továbbá a Maxwell-egyenletek segítségével felírható a ζ paraméterű görbe mentén az Ohm-törvény (3.-3), ahol r a hosszegységre eső ellenállás, illetve a töltésmegmaradás (3.-4).

$$rI(\zeta) = -\frac{d\Phi}{d\zeta} - j\omega A_{\zeta} \quad 3.-3$$

$$j\omega q(\zeta) + \frac{dI(\zeta)}{d\zeta} = 0 \quad 3.-4$$

A két csatolt integrál- és differenciálegyenlet megoldásánál ismeretlenek a potenciálok, a töltéssűrűség és az áramelosztás. Alapesetben a görbe két végén az áramerősség van előírva, oly módon, hogy a tekercs gerjesztése áramgenerátorként legyen leírható, viszont általánosabban kétpólussal történő lezárás feltételei is megadhatók.

A tekercs impedanciája kiszámítható az energiamérleg alapján a tekercsben disszipált teljesítmény, a hullámtérben elsugárzott, és a hullámtérben oszcilláló (meddő) teljesítmények kifejezésével.

$$Z = \frac{2(P_{joule} + S_{közeg})}{|I_{tekercs}|^2} \quad 3.-5$$

A disszipált teljesítmény meghatározható a tekercs áramának, és ohm-os ellenállásának ismeretében, míg az elsugárzott és a térben oszcilláló teljesítmény kifejezhető ugyancsak az energiamérleg alapján. Az utóbbi két tag összege kifejezhető a huzal mentén definiált változókkal (a hosszadalmas levezetést mellőzve), az így kapott egyenlet az alábbi 3.-6 alakban írható:

$$S_{közeg} = \frac{1}{2} j\omega \int_0^l \left(A_{\zeta}(\zeta) I^*(\zeta) - q(\zeta) \Phi^*(\zeta) \right) d\zeta \quad 3.-6$$

Modellezés végeelem-módszerrel

Az integrálegyenletes számításokat a végeelem-módszerrel is ellenőriztem. A végeelem-módszer egy általános célú numerikus módszer parciális differenciálegyenletek (PDE) megoldására. A megoldás során az eredeti differenciálegyenletek gyenge alakját kell megoldani, ami konvergál az eredeti differenciálegyenlet által meghatározott megoldáshoz. Az adott tartományt diszjunkt (véges) elemekre bontva diszkretizáljuk a feladatot, ahol egy elemen belül a megoldás polinomok kombinációjaként áll elő. Ez a módszer azért előnyös, mivel tetszőleges peremfeltételhez jól illeszthető, illetve numerikusan is stabil. A tartományok határfelületein peremfeltételek írhatók elő (Dirichlet, Neumann, stb.).

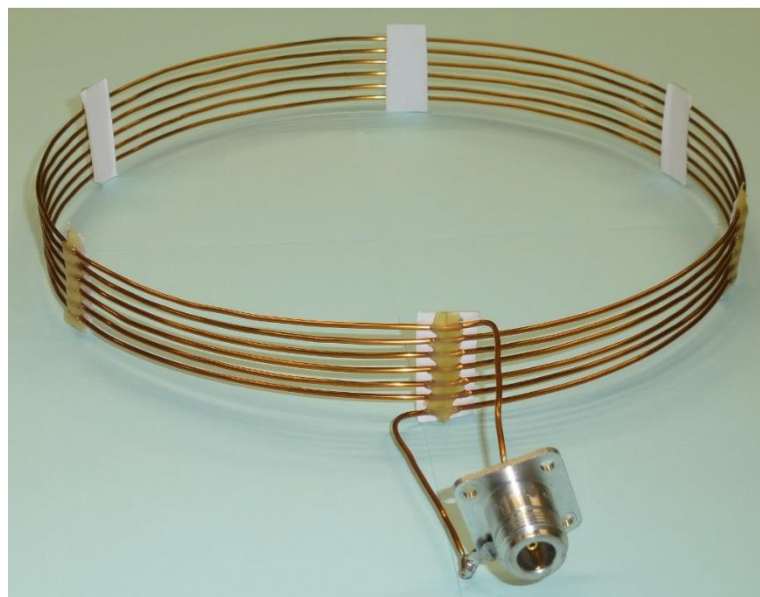
A COMSOL Multiphysics nevű kereskedelmi végeelem-szoftvert használtam a szimulációkhoz, amely ezen a területen az egyik piacvezető. A Matlab PDE Toolbox-ból nőtte ki magát, így rendelkezik azzal a jó tulajdonsággal, hogy Matlab-scriptből is futtatható, és igen jól konfigurálható. Ennek következtében a használatához talán magasabb szakértelemre van szükség, mint más hasonló szoftverek esetén. A COMSOL másik előnye, hogy számos modult tartalmaz, amik magukba foglalják a különböző fizikai területek egyenleteit, megoldási sémáit. Ezek tetszőlegesen hozzáadhatók a geometriai modellhez, így könnyedén végezhetünk csatolt fizikai modellekkel szimulációkat. Továbbá különböző analízis fajták választhatók, mint például sajátérték-analízis, harmonikus-analízis, tranziens-analízis stb. A diszkretizált egyenletrendszer megoldása során a felhasználó kiválaszthatja a feladathoz legjobban illő megoldó algoritmust. A TDK munkám során az RF-(azaz nagyfrekvenciás) modul segítségével végeztem számításokat.

4. Hengeres tekercs vizsgálata

A teljes átviteli rendszer szimulációja előtt célszerű egy egyszerű, jól számolható tekercsen tesztelni a számítási módszerek viselkedését, és összevetni azt a mérési eredményekkel.

A tekercs felépítése

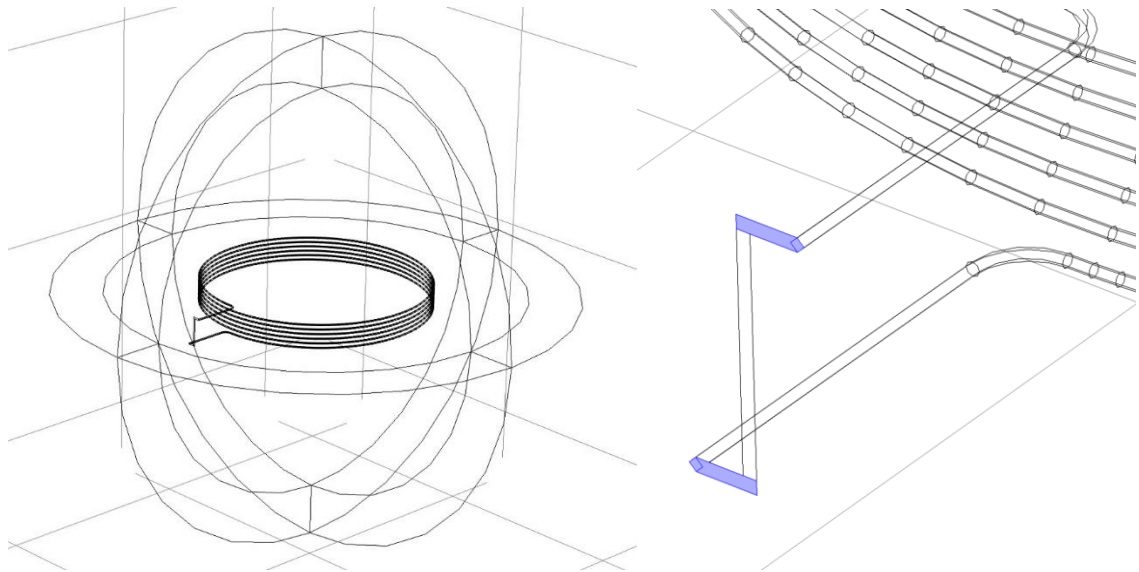
A tekercset 1.5 mm átmérőjű (d) lakk szigetelőréteggel borított hengeres réz vezetékből készítettem. Az elkészített hengeres tekercs menetszáma (N) 6, a sugara (R) 11.25 cm, és a menetek közötti légrés nagysága (gap) 3 mm. A kivezetései 4 cm hosszúságúak, és a végük egy N-csatlakozóra lett ráforrasztva. Az így kialakított eszköz a 4-1. ábrán látható. Megjegyzem, hogy a tekercset kézzel csévéltem, így az ideális geometriától kismértékű eltérés tapasztalható helyenként (a gap mérete kismértékben ingadozhat).



4-1. ábra Az elkészült kísérleti tekercs

Időharmonikus-analízis

A COMSOL RF moduljában a frekvenciatartományban végzett analízis *frequency domain analysis* néven található meg [11]. A kialakított végeselemes modell geometriája a 4-2. ábrán látható.



4-2. ábra, A tekercs geometriai modellje távolról, valamint a kivezetéseknél kinagyítva

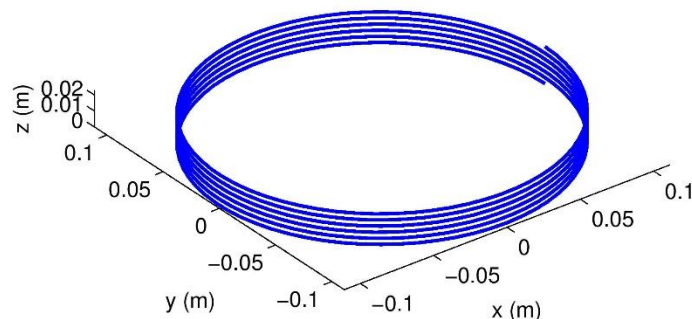
A modellezésnél feltételezem, hogy a vezető homogén réz, elhanyagolva ezzel a lakk szigetelő réteget. Továbbá annak érdekében, hogy csökkentsem az ismeretlenek számát, helyettesítettem a tekercshuzal tartományát egy impedancia-peremfeltétellel, így az elhagyható a modellből. Abban az esetben, ha nincs forrás, a felületen előírható egy Z_s hullámimpedancia, amely megegyezik az elektromos és mágneses térerősség felülettel párhuzamos komponenseinek hányadosával. Z_s értéke (4.-1) alakban írható, ahol μ_0 a vákuum permeabilitása, μ_r a relatív permeabilitás, σ a fajlagos vezetőképesség, ω pedig a körfrekvencia.

$$Z_s = \sqrt{\frac{j\omega\mu_0\mu_r}{\sigma}} \quad (4.-1)$$

A 4.2-es ábra jobb oldalán kékkel jelölt felületekre Perfect Electric Conductor (PEC) peremfeltételt írtam elő, ami egy tökéletes vezetőt modellez. Itt az elektromos térerősség felülettel párhuzamos komponense nulla. A két PEC felület közötti felületen Lumped Port peremfeltételt adtam meg, ami gerjesztésként funkcionál a modellben. 1 mA áramot írtam elő, ami a port egyik végén bemegy, a másik végén kijön a vezetéből, lényegében egy áramgenerátoros meghajtás. A tekercset egy 25 cm sugarú levegő tartománnyal vettem körül, aminek a külső rétegét Perfectly Matched Layer-nek (PML) választottam, amely egy elnyelő réteggént viselkedik, a beérkező hullámokat reflexiómentesen nyeli el. Ideális esetben végtelen közegként viselkedik.

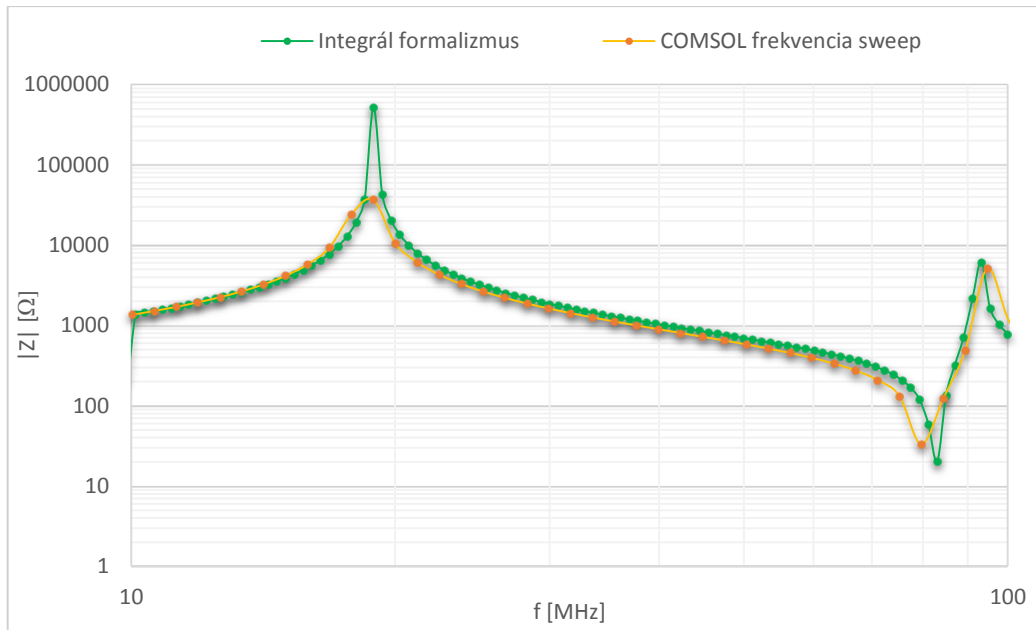
A hálógenerálás során a belső tartományban tetraéder elemeket, míg a PML rétegben Swept Mesh-t, a gömbréteg belső felületéről elnyújtott elemeket használtam.

Az integrálformalizmus felhasználásával számolt modell a 3. fejezetben leírtak alapján áll össze, ahol a teljes 3D-modell egy 1D-modellé redukálódik (4-3. ábra).

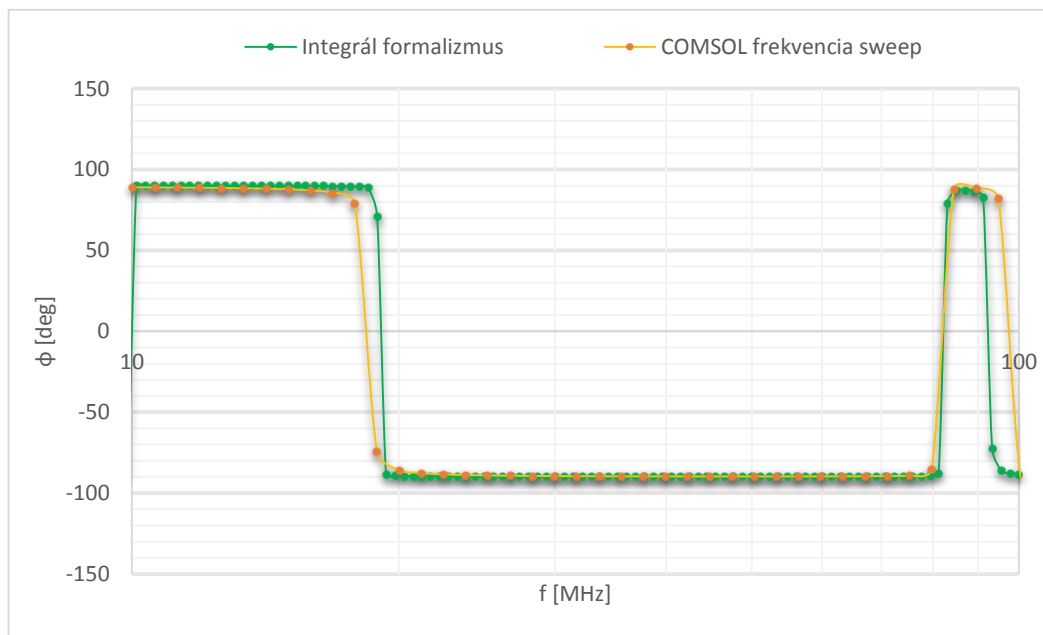


4-3. ábra A tekercset modellező görbe, amelyet az integrálformalizmushoz használtunk

Az ábrán megfigyelhető, hogy itt nincsenek figyelembe véve a tekercs kivezetései. Mindkét számítási módszerrel 10-100 MHz tartományon futtattam számításokat és ábrázoltam a tekercs komplex impedanciáját a frekvencia függvényében (4.-4,-5 ábra).



4-4. ábra, A tekercs $|Z|$ frekvenciafüggése

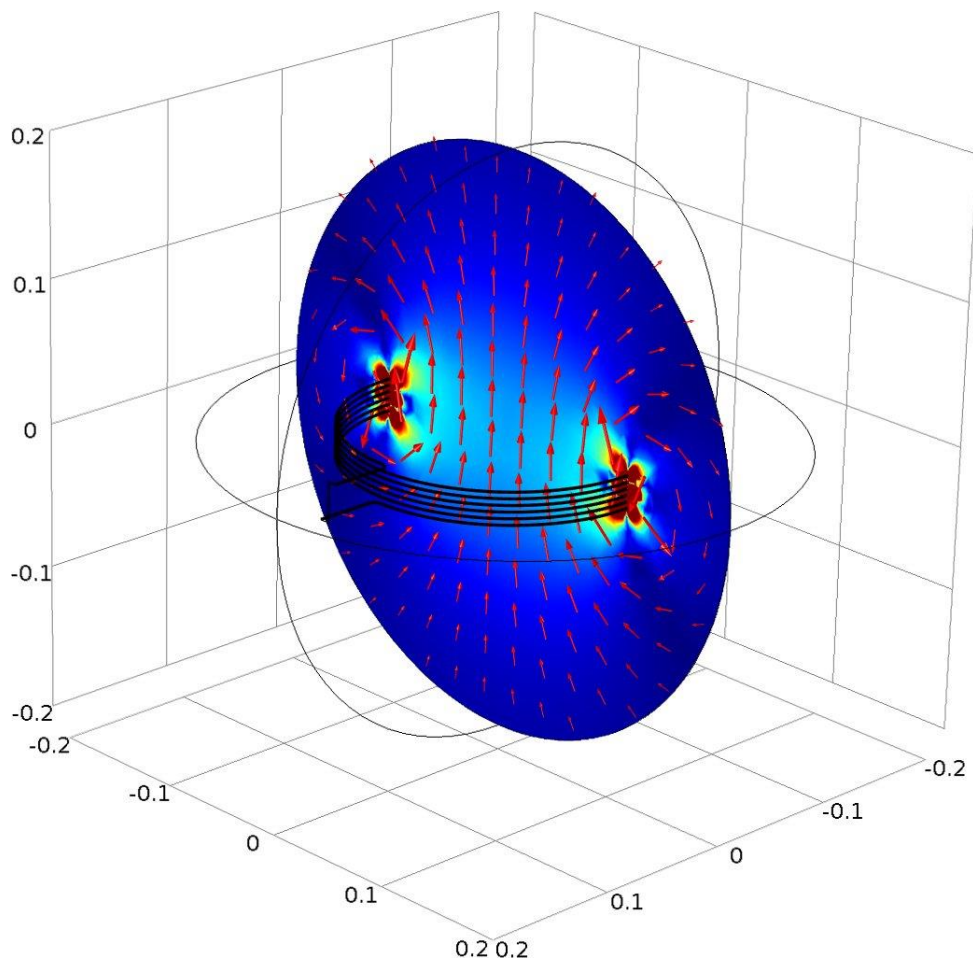


4-5. ábra, A tekercs $\arg(Z)$ frekvenciafüggése

Az ábrákon megfigyelhető hogy a két különböző számítási módszerrel közel azonos eredményeket kapunk. A 4-4-es ábrán megfigyelhető hogy 18 MHz-en és 94 MHz-en rezonancia frekvencia van, míg 80 MHz környékén anti-rezonancia helye van a tekercsnek. A fáziskarakterisztikán jól kivehető, hogy az első rezonancia alatt a tekercs induktívan, felette kapacitívan viselkedik, valamint az anti-rezonancia helye után a

második rezonancia helyig újra induktív jelleget mutat. Ezt a viselkedést már nem lehet a hagyományos koncentrált paraméterű helyettesítő képpel leírni.

A 4-6.-os ábrán a színekkel a mágneses térerősség normája, míg a nyilakkal az iránya van ábrázolva. A nyilak hossza arányos a térerősség tízes alapú logaritmusával. Az ábrából következtetni lehet a teljes módusképre.



4-6. ábra, A tekercs mágneses tere a 94 MHz-es rezonanciafrekvencián

Bár a két módszer közel megegyező megoldást eredményez, az integrálformalizmus esetében az ismeretlenek száma töredéke a végelelemeszoftvernek. Így ez utóbbinak a futásideje drasztikusan nagyobb. Egy tekercsrendszer méretezésénél tehát célszerűbb a gyors, integrálformalizmust használni. Viszont idegen objektumok, inhomogén közegek esetén, nagy pontosságot igénylő feladatoknál, illetve finomhangolásnál végelelem-módszert célszerű használni (4-7.ábra).

	Ismeretlenek száma (DoF)	Futási idő [s]
FEM	1200	13
Integrál formalizmus	3055664	18273

4-7. ábra, A futási idők és az ismeretlenek számának összehasonlítása

Sajátfrekvencia-analízis

A COMSOL-ban megtalálható egy úgynevezett sajátfrekvencia-analízis mód, ami lényegében egy sajátérték-feladat megoldását jelenti. Az előző részben ismertetett modell alkalmazásával egy nemlineáris sajátérték-problémát kapnánk az impedancia-peremfeltétel és a PML frekvenciafüggősége miatt. A sajátfrekvenciát alig befolyásolja, ha ezek helyett veszteségmentes lezárásokat használok, viszont így a probléma lineáris. A veszteséges lezárások csak akkor játszanának lényeges szerepet, ha jósági tényezőt is számolnánk. Ezen megfontolások alapján lecseréltem a huzal felületére előírt impedancia-peremfeltételt PEC típusú peremfeltételre és elhagytam a PML réteget. A gömb határfelületére PEC, illetve Perfect Magnetic Conductor (PMC) peremfeltételt írtam elő. A PMC peremfeltétel előírja, hogy a mágneses térerősség felülettel párhuzamos komponense nulla legyen.

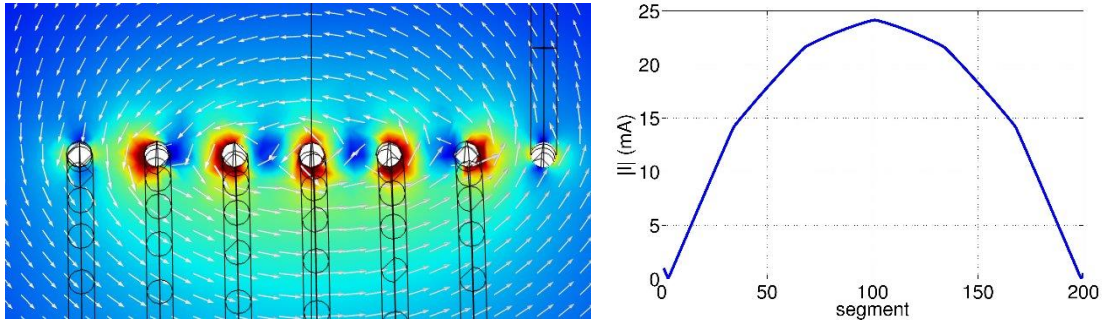
Mind a PMC, mind a PML peremfeltételek mellett igaz, hogy a gömb sugarát növelve konvergálnak a számított sajátértékek a valódi rezonancia frekvenciához [11]. Mivel ezek egymás komplementer peremfeltételei, így az egyik felülről, a másik alulról tart a pontos értékhez. Ezek alapján egy adott sugarú levegőtartomány mellett két különböző peremfeltétellel számolva, becsülhető pontossággal meghatározható a rezonanciafrekvencia.

Abban az esetben, ha a tekercs két végét egy rövid vezető felülettel rövidre zárjuk, akkor sajátfrekvencia-analízis módban megkapjuk az anti-rezonancia helyeket. Erre a rövid felületre szintén PEC peremfeltételt írtam elő, ami itt a tökéletes vezető funkcióját látja el. Az így kapott eredmények az alábbi táblázatban láthatók.

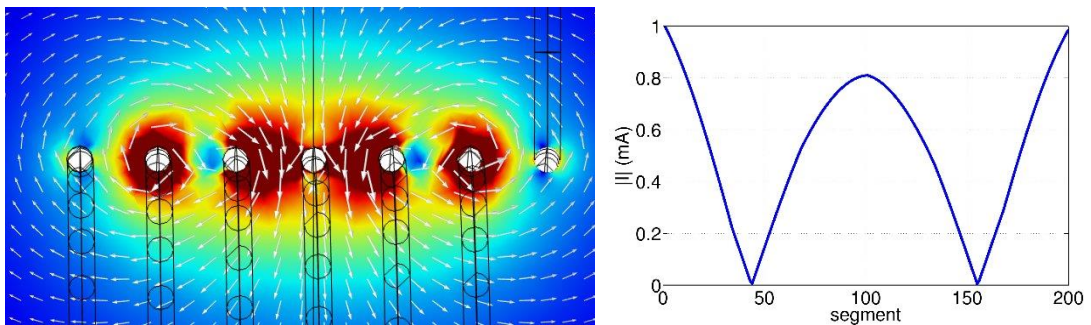
	PMC [MHz]	PEC [MHz]
rezonancia	18.88	19.48
anti-rezonancia	56.96	56.96
rezonancia	58.25	58.27
anti-rezonancia	78.49	78.43
rezonancia	95.06	95.18

4-8. ábra A sajátfrekvencia-analízis eredménye: rezonanciák és anti-rezonanciák

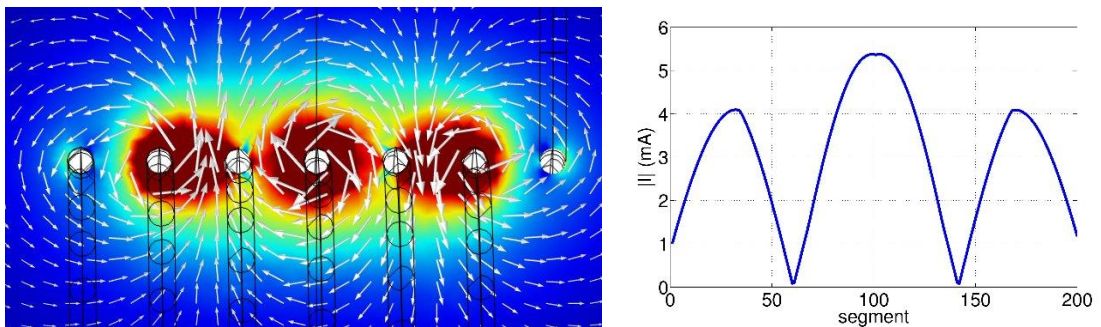
A 4-8. ábrából jól kivehető hogy, 1 MHz-nél kisebb különbségek adódtak a PMC valamint a PEC peremfeltétellel határolt levegőtartomány esetében. A sajátfrekvencia-analízis jó közelítéssel visszaadja a frekvenciatartománybeli-analízissel kapott rezonanciákat, viszont azon felül megjelenik még egy rezonancia anti-rezonancia pár nagyon közel egymáshoz. Ezen jelenség megértéséhez célszerű ábrázolni a módusképeket COMSOL-ban, és az áramokat a tekercshuzal mentén integrálformalizmus segítségével (4-9.,-10.,-11. ábra).



4-9. ábra, Móduskép a menetek között (balra) és az áramerősség abszolútértéke a tehercsuzal mentén (jobbra) 18 MHz-en



4-10. ábra, Móduskép a menetek között (balra) és az áramerősség abszolútértéke a tehercsuzal mentén (jobbra) 58.2 MHz-en



4-11. ábra, Móduskép a menetek között (balra) és az áramerősség abszolútértéke a tehercsuzal mentén (jobbra) 94 MHz-en

A bal oldali ábrákon színekkel a mágneses térerősség normáját ábrázoltam, a nyilakkal pedig a mágneses térerősség irányát. A nyilak hossza a mágneses térerősség tízes alapú logaritmusával arányos. A jobb oldalon pedig az áram abszolút értéke látható a tekercsuzal hossza mentén.

A rezonanciák vizsgálatánál a tekercs végei lezáratlanok, így a tekercs eredő árama nulla (4-10. ábra). Hasonlóképpen az anti-rezonanciák vizsgálatánál a tekercs végei rövidre vannak zárva, ezért a tekercsen eső feszültség nulla. Viszont abban a speciális esetben, amikor a hullámhossz megegyezik a tekercs hosszával, az előbbi esetben a tekercsen eső feszültség, utóbbiban az eredő áram értéke is egyaránt nulla lesz. Ideális esetben a rezonancia görbén egy nulla nevezőjű és nulla számlálójú törtet kapnánk, viszont a numerikus hibák miatt ez a helyzet instabil lesz és egy rezonancia, illetve anti-rezonancia hely alakul ki.

Ugyanakkor ez az instabil helyzet olyan keskeny frekvenciatartományon áll fent, hogy a frekvencia sweep során ez nem esik számítási pontra, valamint nem is kezelhető megfelelően. Ezen okokból a tekercs ilyenfajta viselkedése nehezen vizsgálható frekvenciatartományban.

A tekercs mérése, összehasonlítás a szimulációkkal

A mérést egy HP 4191A RF impedancia analizátorral végeztem, ami a mérési elrendezéssel együtt a 4-12. ábrán látható.

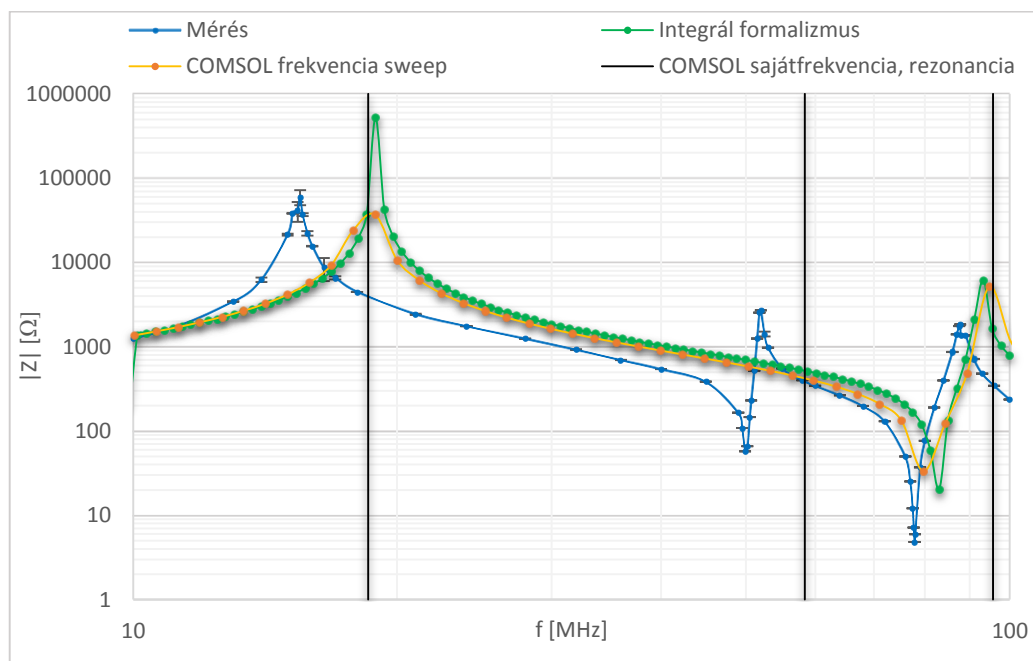


4-12. ábra, A mérési elrendezés, és a rövidre zárt N-csatlakozó

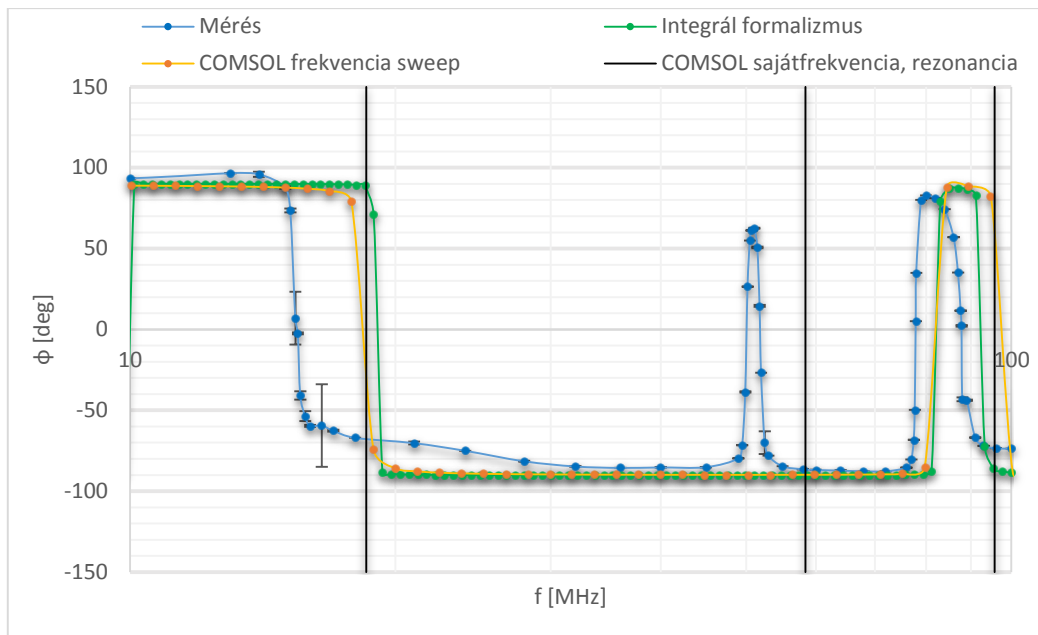
Megfigyelhető a képen, hogy a tekercs N-csatlakozója egy rövid, több tagból álló tápvonalon át csatlakozik a műszerhez. Első lépésben az eszközt mindig kalibrálni kellett szabványos 0Ω , 0 S és 50Ω lezárásokkal. Második lépésben be kellett állítani a műszer kimenete és a mérendő objektum közötti tápvonal elektromos hosszát. Ennek a kiméréséhez készítettem egy rövidzárát egy N-csatlakozó végére, ami megegyezik a tekercsnél használttal. Egy vékony rézlemez fúrtam át és hajlítottam rá a csatlakozóra, majd forrasztással létrehoztam a kontaktusfelületeket.

Mivel a műszer reflexiós tényezőt mér, és ebből származtatja a többi paramétert, így az elektromos hossz meghatározásánál addig kellett annak változtatni az értékét, amíg a reflexiós tényező fázisa nem lett egyenlő 180° -kal.

A műszer 1 MHz-től 1 GHz-ig mér, viszont én csak 10 MHz-től mértem 100 MHz-ig adaptív (kézzel történő) frekvencia választásokkal. Minden frekvencián öt értéket olvastam le, amelyek segítségével meghatároztam az impedancia abszolútértékének és fázisának a középértékét, és szórását.



4-13. ábra, $|Z|$ frekvenciafüggése



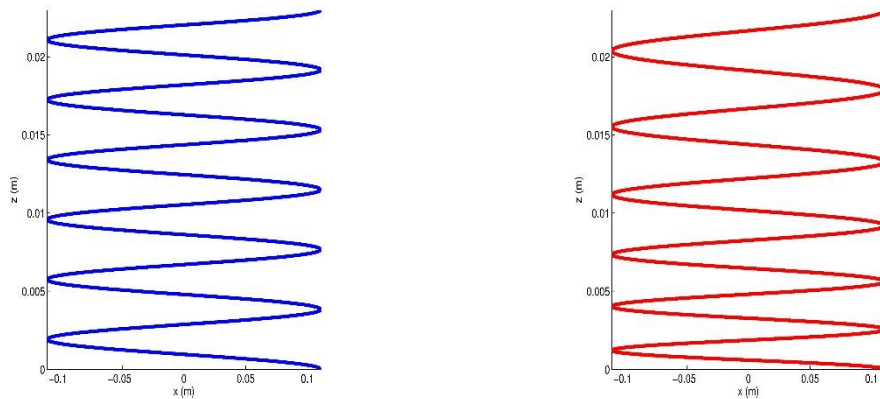
4-14. ábra, $\arg(Z)$ frekvenciafüggése

Megfigyelhető, hogy a mérési eredmények szórása csak a rezonanciákon számottevő. Ez abból következik, hogy a műszer reflexiók tényezőt mér, és azt számolja át. Ha az 50Ω hullámimpedanciára illesztet tápvonal nagyságrendekkel nagyobb impedanciával van lezárva, akkor az átszámolás során a reflexió kismértékű ingadozása nagy szórást okoz.

A $|Z|$ karakterisztikáról könnyedén leolvashatók a rezonanciafrekvenciák: 15.5 MHz, 51.8 MHz és 87 MHz. A görbe hasonló a szimulált görbékhez, viszont az első rezonancia körül 3 MHz-cel, a magasabb frekvenciákon 5 MHz-cel tolódott lefelé, valamint 50 MHz környékén megjelent egy rezonancia - anti-rezonancia pár is.

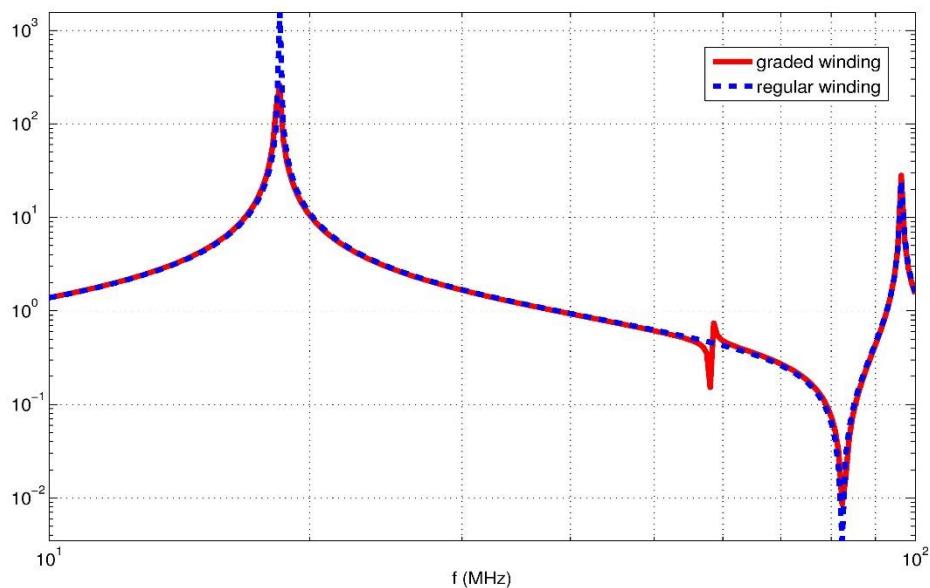
A sajátfrekvencia-analízis során megállapítottuk, hogy egy tényleges rezonancia van, ha a tekercshuzal hossza megegyezik a hullámhosszal. Az idealizált számítási modellekben nem jelent meg az impedancia karakterisztikákban, viszont a valóságban kivitelezett tekercs egyenetlenségei következtében a rezonancia és anti-rezonancia hely eltávolodik egymástól, így megfigyelhetők a mért karakterisztikákban is.

Az integrálformalizmus segítségével számoltunk olyan tekercset, amelynél perturbálva van a tekercs menetemelkedése úgy, hogy közben a tekercs magassága ne változzon meg (4-15. ábra). Ebben az esetben már megjelenik a rezonanciahely a frekvenciatartományban végzett számításokban is.



4-15. ábra, Egyenlő és perturbált menettávolságú tekercsek modellje

Az alábbi ábrán megfigyelhető, hogy az ideális tekercssel ellentétben a perturbált tekercsnél megjelenik a fentiekben említett rezonanciahely az impedancia görbén (4-16. ábra).



4-16. ábra Egyenletes és változó menetemelkedésű tekercsek $|Z|$ karakterisztikája

A mérési elrendezésből fakadó hibák korrigálására további módszereket is alkalmaztunk. Annak tudatában, hogy az impedancia-analizátor reflexiós tényezőt mér, az elektromos hossz kalibrálása közben hiba adódhat. Feltételezve, hogy a műszer és a tekercs közötti rövid tápvonal távvezetéként modellezhető, a Z impedanciával lezárt távvezeték bemeneti impedanciája (Z_{be}) az alábbi alakban (4.-2) írható fel,

$$Z_{be} = Z_0 \frac{Z + j Z_0 \tan \beta l}{Z_0 + j Z \tan \beta l} \quad (4.-2)$$

ahol Z_0 az illesztett távvezeték impedanciája, β a terjedési együttható és l a tápvonal hossza. A mérési elvből kifolyólag a bemeneti impedanciát kifejezve a reflexiós tényezővel meghatározható a mérendő Z értéke a 4.-3 egyenlet alapján.

$$Z = Z_0 \frac{(1 - j \tan \beta l) + \Gamma(1 + j \tan \beta l)}{(1 - j \tan \beta l) - \Gamma(1 + j \tan \beta l)} \quad (4.-3)$$

A képlet és a szimulációk alapján elegendő lett volna a 11.5 cm-re kalibrált elektromos hosszat fél centivel megváltoztatni, hogy a mérés elcsúszott karakterisztikája kompenzálódjon. Viszont a gyakorlatban a tekercs becsatolása nem így viselkedett. Ilyen rövid távvezetékek esetében tehát a formalizmus, és a fentiekben ismertetett egyenletek nem alkalmazhatók, viszont abban az esetben igen, ha hosszabb koaxiális betáplálást használtunk volna.

A másik korrekciós módszer, amivel próbálkoztam az, hogy minden frekvencián a kalibráció céljára készített rövidzár, és nyitott vég mellett mértem az impedanciákat. Feltételezve hogy minden frekvencián a rövid tápvonal modellezhető egy soros és párhuzamos komplex impedanciával a korrigált impedancia az alábbi alakban számítható (4.-4).

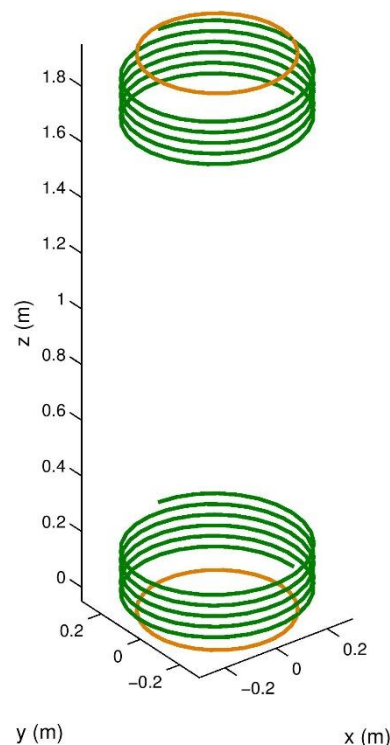
$$Z(f) = \frac{Z_p(f)(Z_M(f) - Z_S(f))}{Z_p(f) - (Z_M(f) - Z_S(f))} \quad (4.-4)$$

Az így kapott korrigált eredményt viszont nem célszerű ábrázolni, mert az eredeti méréstől számított relatív hiba 10^{-5} nagyságrendbe esik, így nem lehetne megkülönböztetni az eredetitől. Tehát az eltérés oka nem itt keresendő.

Összegezve, a tápvonal és az elektromos hossz kismértékű változása a jelenlegi esetben elhanyagolhatóan korrigálja a mérési eredményeket. Később különböző orientációval, a tekercset derékszögben elforgatva is végeztem méréseket az impedancia analízátorral, valamint egy HP hálózat-analízátorral, viszont az eredmények között lényeges eltérés nem volt. Valószínűleg azért tolódik el a kisebb frekvenciák felé a számolt görbe, mert a menetkapacitások az eltérő menettávolságok miatt nagyobbak lehetnek, valamint a tekercs hossza kicsivel meghaladja az ideális tekercs méreteit, ami az alacsonyabb frekvenciák felé tolja a rezonanciákat.

5. A teljes WPT rendszer szimulációja

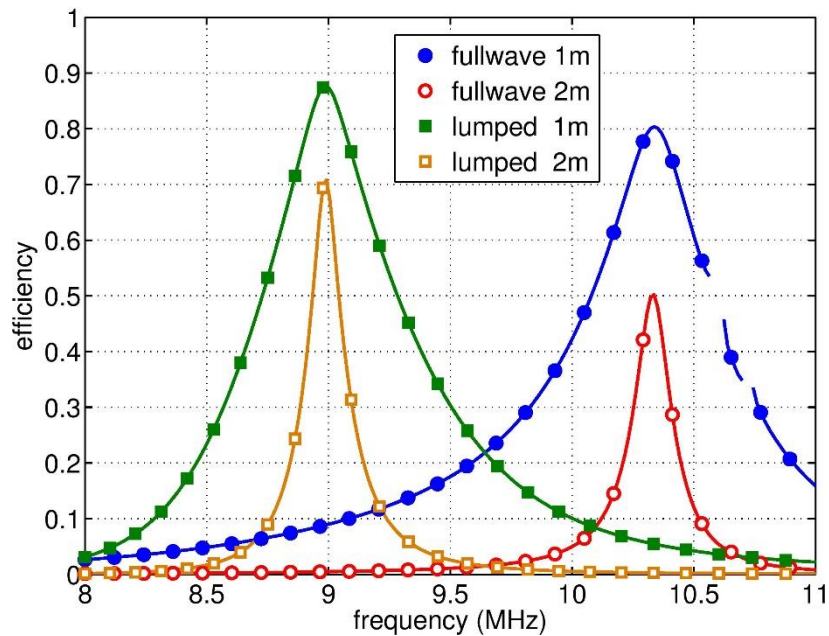
Ebben a fejezetben az áttörésnek tekinthető 2007-es Science cikkben vizsgált WPT rendszer szimulációját végeztem el a konzulenseimmel. A szimulációhoz az integrálformalizmuson alapuló módszert használtuk. Az elrendezés modellje az 5-1. ábrán látható.



5-1. ábra A teljes WPT átviteli lánc modellje

Az elrendezés tetején és alján látható sárga színnel jelölt 25 cm sugarú hurkok a becsatoló és kicsatoló hurkok, ez előbbin lett előírva a gerjesztés. A két rezonáns tekercs menetszáma (N) 5.25, magassága (h) 20 cm sugara (R) pedig 30 cm. A tekercsekhez felhasznált huzal sugara (a) 3 mm. A hurkok induktívan csatolódnak a tekercsekhez, amelyek induktív rezonáns csatolásban állnak egymással. A szimulációk során a frekvenciát 8 MHz és 11 MHz közötti tartományon változtattuk, míg a tekercsek távolsága 1 m és 2 m volt. Az integrálformalizmus módszerével a teljes hullámtani modell mellett elvégeztük a kvázi-stacionárius közelítéssel működő szimulációt is. Az így kapott megoldások a kétkapú terminológia alapján frekvenciafüggő Z -paraméterek formájába

írhatók. Ezek alapján már könnyedén meghatározható az átvitel hatásfoka a rezonancia környékén (5-2. ábra).



5-2. ábra Hatásfok-görbék a hullámtani modellel és kvázistacionárius közelítéssel.

Az ábrán a zölddel és narancssárgával jelölt görbék a kvázi stacionárius közelítéssel készült, a kék és piros görbék a hullámtani modellel szimulált görbék, ahol egy illetve két méter távolságban vannak egymástól a tekercsek. Megfigyelhető, hogy a távolság függvényében a rezonancia helye nem változik. Az is megállapítható hogy a stacionárius modellnél a rezonancia alacsonyabb frekvencián következik be. A kék görbébe szakadási helyein a módszerben numerikus instabilitás fordult elő. Ezt a hiányosságot a további kutatás során korrigálni kell. Összehasonlításként a SCIENCE cikkben [2] az ezen elrendezésből kapott kísérleti eszköznél a mérési eredmények alapján a rezonancia frekvencia 9.9 MHz-nek adódott.

Megjegyzem, hogy folyamatban van egy általam tervezett teljes átviteli rendszer méretezése, számítása és megépítése, viszont az idő hiánya miatt ezek a TDK dolgozat beadási határidejéig nem készültek el, remélhetőleg az előadáson sikerül ezt is bemutatni.

6. Összegzés

Dolgozatomban részletesen ismertettem a WPT átvitel leírására alkalmas módszereket és megállapítottam, hogy ezek közül a kétkapú leírás felel meg leginkább a céljainknak.

Végeselem-módszerrel COMSOL-ban, valamint integrálformalizmussal MATLAB-ban modelleztem a kísérleti tekercset, amit elkészítettem. Ezek alapján megállapítható, hogy az integrálformalizmus különösen jó módszer méretezési célokra. Közel azonos eredményt ad, mint a végeselemes modell, viszont a számítási igénye töredéke annak.

Sajátfrekvencia, és frekvenciatartományban végzett analízissel elvégeztem a számításokat, majd összehasonlítottam a mérési eredményekkel. Vizsgáltam a lehetséges mérési, számítási elrendezésből, módszerből adódó eltérések okát, illetve a modell és a valóságos tekercs közötti eltérést.

Továbbá megmutattam, hogy a teljes WPT átviteli lánc szimulálása hatékonyan megvalósítható integrálformalizmus segítségével. Ennek használatával például sikerült kimutatni a koncentrált paraméterű áramköri modell pontatlanságát, vagy legalábbis az eltérését a pontosabbnak tartott hullámtani modelltől. Folyamatban van egy teljes átviteli rendszer tervezése, építése viszont az idő szűke miatt nem készült el a dolgozat beadási határidejéig.

A vezeték nélküli energiaátvitel nagy jövő előtt áll, mivel a kereslet és az igény egyre nő az ilyenfajta rendszerek iránt. A WPT robbanásszerű népszerűsége tett szert a 2007-es évtől, rengeteg kutatócsoport kezdett el foglalkozni vele, viszont egyelőre nagyon kevés kereskedelemben kapható megoldás létezik. Ahogy az a dolgozatomból is látszik, számos megoldatlan problémával kell még szembe néznünk ezen a területen.

Köszönetnyilvánítás

Köszönetemet fejezem ki a konzulenseimnek a rendszeres konzultációkért, valamint részletes útmutatásokért a szakma különböző területein. Továbbá köszönetem fejezem ki Lénárt Ferencnek, aki a mérés kialakítása kapcsán praktikus tanácsokkal látott el, és tapasztalatokat osztott meg velem.

Irodalomjegyzék

1. **József Öveges.** *Kis fizika II.* hely nélkül. : Művelt Nép Könyvkiadó, 1954.
2. **Kurs André and Karalis Aristeidis and Moffatt Robert and Joannopoulos J. D. and Fisher Peter and Soljačić Marin.** *Wireless Power Transfer via Strongly Coupled Magnetic Resonances.* 2007., Science vol. 317, old.: 83-86.
3. **Karalis Aristeidis, Joannopoulos J.D. and Soljačić Marin.** *Efficient wireless non-radiative mid-range energy transfer.* 2008., Annals of Physics vol. 323, old.: 34-48.
4. **Chun Hwansoo Moon and Seungyoung Ahn and Yangbae.** *Design of a novel resonant reactive shield for wireless charging system in electric vehicle.* 2014., IEEE WPTC, old.: 220-223.
5. **Bavastro D. and Canova A and Cirimele V. and Freschi F. and Giaccone L. and Guglielmi P. and Repetto M.** *Design of Wireless Power Transmission for a Charge While Driving System.* 2014 vol. 50., IEEE Transactions on Magnetics, old.: 965-968.
6. **Ping-Ping Ding and Bernard L. and Pichon L. and Razek A.** *Evaluation of Electromagnetic Fields in Human Body Exposed to Wireless Inductive Charging System.* 2014., IEEE Transactions on Magnetics vol. 50, old.: 1037-1040.
7. **Szabolcs Gyimóthy, Sándor Bilicz, József Pávó, László Tóth, Péter Kiss, Gábor Varga, László Szűcs.** Field computational aspects of wireless power transfer. *Proceedings of the 16th International IGTE Symposium (6 oldal, közlésre elfogadva).* 2014. sept.
8. **Sul Alexey Bodrov and Seung-Ki.** Analysis of wireless power transfer by coupled mode theory (CMT) and practical considerations to increase power transfer efficiency. [szerző] Ki Young Kim. *Wireless Power Transfer -- Principles and Engineering Explorations.* hely nélkül. : InTech, 2012, old.: 19-50.
9. **Haus Hermann A.** *Waves and fields in optoelectronics.* hely nélkül. : Prentice Hall, 1984.

10. **Sándor Bilicz.** High-frequency modeling of coils by integral formulations. *Proceedings of the 16th International IGTE Symposium (6 oldal, közlésre elfogadva)*. 2014. Sept.
11. **COMSOL Multiphysics.** Introductory tutorial to the RF Module: Coil design. *comsol*. [Online] 2009.
12. **Fu Xiu Zhang and H. L. Li and S. L. Ho and W. N.** *A Multi-Slice Finite Element Model Including Distributive Capacitances for Wireless Magnetic Resonant Energy Transfer Systems With Circular Coils*. 2013., IEEE Transactions on Magnetics vol. 49, old.: 1857-1860.