

# TDK DOLGOZAT

---

## VIVŐ-BURKOLÓ FÁZIS ANOMÁLIS VISELKEDÉSE DISZPERZÍV KÖZEGBEN

---

**Készítette:**

Bedőházi Zsolt

**Témavezetők:**

Dr. Dombi Péter

Csajbók Viktória



M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

Budapest

2016



# Tartalomjegyzék

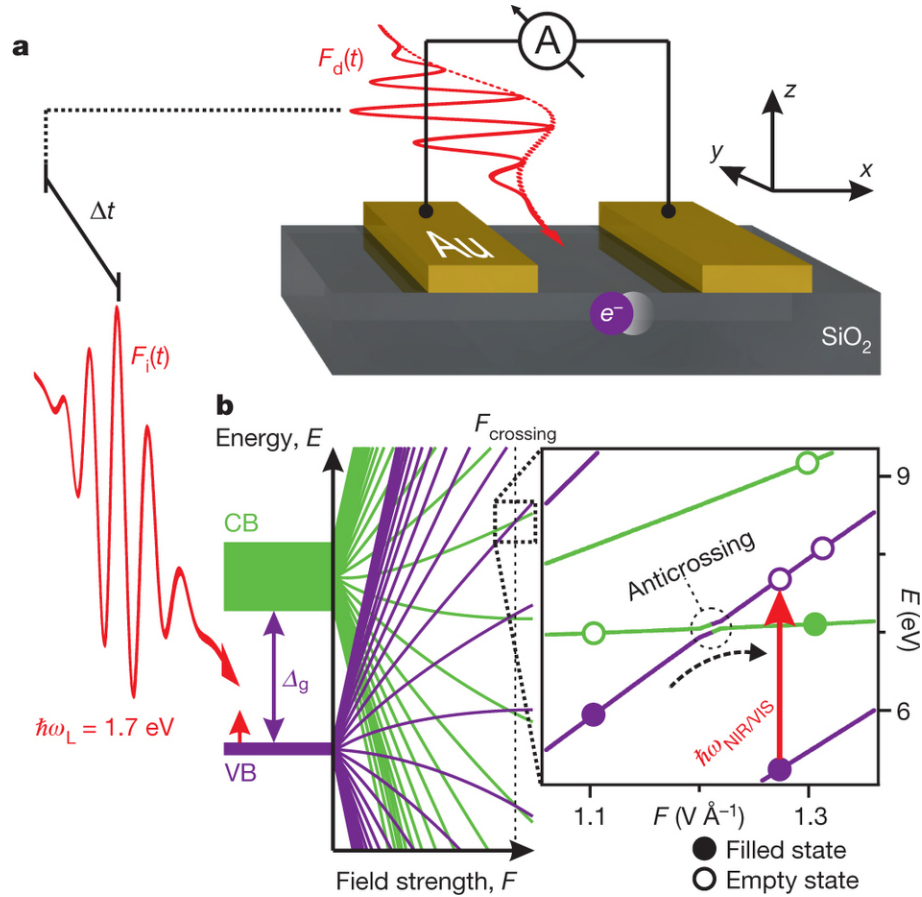
<b>1. Bevezetés, motiváció</b>	<b>2</b>
<b>2. Ultrarövid lézerimpulzusok terjedése diszperzív közegben</b>	<b>6</b>
2.1. Ultrarövid lézerimpulzusok leírása . . . . .	6
2.2. Lineáris terjedés diszperzív közegben . . . . .	9
2.3. Titán-zafír oszcillátorokról . . . . .	13
2.4. Vivő-burkoló fázisstabilizálás . . . . .	13
2.5. Autokorreláció . . . . .	17
<b>3. A vizsgált probléma bemutatása</b>	<b>20</b>
<b>4. Vizsgálati módszerek</b>	<b>22</b>
<b>5. Eredmények bemutatása</b>	<b>23</b>
5.1. Lineáris terjedés hatása gaussi spektrumú impulzusok alakjára . . . . .	23
5.2. Lineáris terjedés hatása valós impulzusok alakjára . . . . .	26
5.3. Vivő-burkoló fázis anomális viselkedése . . . . .	27
5.3.1. Gaussi spektrumú impulzusok . . . . .	27
5.3.2. Valós impulzusok . . . . .	28
5.4. Autokorrelációs függvények vivő-burkoló fázisérzékenysége . . . . .	34
<b>6. Összefoglalás</b>	<b>38</b>
<b>Hivatkozások</b>	<b>39</b>
<b>Köszönetnyilvánítás</b>	<b>41</b>

# 1. Bevezetés, motiváció

Különböző közegek elektromos és optikai tulajdonságainak a befolyásolhatósága biztosítja az alapot a modern elektronikához, adatfeldolgozáshoz és optikai kommunikációhoz. Az elektromos áram ki- és bekapcsolásának ideje meghatározza, hogy mekkora sebességgel tudjuk végrehajtani a jelfeldolgozást, illetve a mintavételezést. Amíg a térvezérlésű tranzistorokban az áramvezérlés frekvenciája elérheti akár a 100 GHz frekvenciát is, addig az elektromos összeköttetések már gátat szabnak a nagyobb frekvenciájú, THz-es jelek terjedésének. A kapcsolat sebességének optikai frekvenciák felé történő kiterjesztéséhez széles tiltott sávú anyagokra, dielektrikumokra van szükség, melyek megkövetelik az erős elektromos teret, amely már képes megváltoztatni az anyag fizikai tulajdonságait is.

Kevés optikai ciklus hosszúságú lézerpulzusokkal megvalósítható a dielektrikumok megvilágítása anyagi roncsolás nélkül [1]-[3]. Az optikai ciklus időtartamán belül ezek a megvilágító lézerpulzus elektromos terének köszönhetően vezetővé tehetők [3], az elektromos tulajdonságainak szignifikáns megváltoztatásával, a vezetési és vegyértéksávok Wannier-Stark felhasadási mechanizmusának köszönhetően. Ahhoz azonban, hogy kiterjeszthetővé váljon az elektromos jel vezérlése és feldolgozása a megvilágító frekvenciára, teljesülnie kell annak, hogy a lejátszódó folyamat legalább olyan gyorsan visszafordítható legyen, mint ahogy létrejött [2]. Korábbi kísérletek során igazolták, hogy egy 800 nm körüli kevés optikai ciklusú lézernyaláb reverzibilis módon képes megnövelni a kvarcüveg vezetőképességét 18 nagyságrenddel mindössze 1 fs alatt, továbbá lehetővé válik az így keltett áram irányítása is a lézernyaláb segítségével [3], [4]. Mindezek az eredmények utat nyitnak a THz-PHz sebességű elektronika és jelfeldolgozás irányába [5].

Az 1. ábra **a** részében látható egy egyszerűsített áramkör, egy SiO<sub>2</sub> lapka arany elektródapárral. A megvilágító ultrarövid impulzus elektromos terének polarizációs síkja párhuzamos a dielektrikum felszínével. Az ábra **b** részében az látható, hogy amíg kis elektromos terek esetében a vegyértéksáv és a vezetési sáv energiaszintjei jól definiáltak, addig egyre nagyobb elektromos terek esetén ezek az állapotok felhasadnak olyannyira, hogy keresztezik egymást a felhasadt energiaszintek (Wannier-Stark állapotok, ld. [3]). Amikor a külső elektromos tér eléri az  $1\text{V}/\text{Å}$  nagyságú teret, onnantól figyelhető meg, hogy az elektronok Zener-alagutazással átkerülhetnek a vezetési sávba, ahogy a keresztezési pont után a felhasadt vezetési sáv energiaszintje a vegyértéksáv energiaszintje alá esik. A kevés optikai ciklusú impulzus által keltett elektromos tér hatására a töltések elmozdulnak a dielektrikum közegben, ami áram folyását eredményezi a két elektróda között. További érdekesség, hogy a keltett áram nagysága és iránya függ az impulzus ún. vivő-burkoló fázisától [4].



1. ábra. Forrás: [3]. Áramkeltés és áramvezérlés dielektrikumközegben ultrarövid lézertimpulzus segítségével. **a** SiO<sub>2</sub> lapka arany elektródákkal. A közegbe belépő ultrarövid impulzus hatására az elektródák között mérhető áram jelenik meg. **b** Vegyérték- és vezetési sáv energiaszintjeinek felhasadása az erős elektromágneses tér következtében.

Maga a lézertimpulzus leírható egy gyorsan változó szinuszos hullám (vivő hullám), valamint egy lassan változó burkoló szorzataként. A vivőhullám fázisát a burkolón belül, vivő-burkoló fázisnak nevezzük [6]-[7].

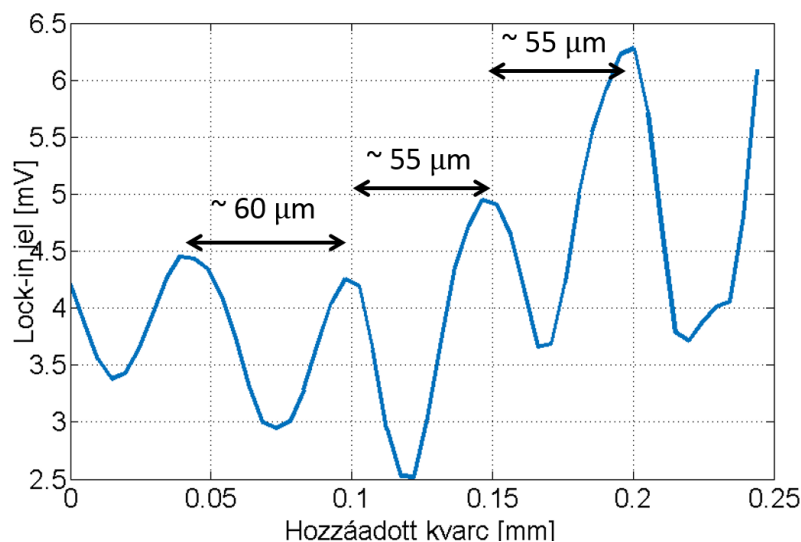
Diszperzív közegben való terjedés során ez a fázis periodikusan változik az anyag vastagságától függően, hiszen a vivőhullám fázissebességgel, a burkoló csoportsebességgel terjed. Fázisváltáshossznak nevezzük azt az adott anyagra jellemző vastagságot, amelynél a vivő-burkoló fázis a terjedés hatására  $2\pi$  rad-t változik. TDK munkám során végzett vizsgálataim alapját az a sejtés jelenti, hogy az elméletben meghatározott fázisváltáshossz jelentősen eltérhet az elméleti analitikus alaktól, amely:

$$L_{deph} = \left( \frac{\partial n(\lambda)}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda_0} \right)^{-1} \quad (1)$$

és ennek az eltérésnek a fő oka az impulzusalak torzulása [8].

Ez a jelenség az 1. ábra alapján jelentősen befolyásolja pl. a bemutatott optikai áramvezérlési kísérleteket is, ezért részletes vizsgálata nemzetközi kutatási szempontból is indokolt.

A munkám során tanulmányoztam, hogy milyen mértékben befolyásolja a fázisváltáshosszt az lézerimpulzusok hossza és központi frekvenciája gaussi burkoló esetén, valamint valós lézerspektrumokból származtatott impulzusoknál. Ez a probléma szervesen kapcsolódik a Wigner Fizikai Kutatóközpont Ultragyors Nanooptika csoportjának munkájához, ahol egy közel 5,2 fs-os fázisstabilizált impulzussal végeznek a fentebb leírtakhoz hasonló kísérleteket. A laboratóriumban használt lézer spektruma jelentősen eltér a gaussi spektrumtól, így szükségessé vált összevetni, hogy milyen fázisváltáshosszakra lehet számítani a kísérletek során, hogy alátámaszthatóak legyenek az eredmények. A laboratóriumban azonos vivő-burkoló fázissal keletkeznek az impulzusok, és egy ékpár mozgatásával teszik lehetővé a vivő-burkoló fázis változtatását, amit a keltett áram nagyságával lehet detektálni.



2. ábra. Áramkeltés kvarcüvegben a lézerimpulzus vivő-burkoló fázisának függvényében. Az optikai úthoz hozzáadott kvarcüveg (egy ékpár segítségével) a vivő-burkoló fázis értékét változtatja periodikusan. A lock-in jel, a kvarcban levő két elektróda között mérhető feszültséget jelenti, a dielektrikumban keltett áramerősséggel arányos.

Az ékpár mozgatásával az impulzus által megtett diszperzív közeg vastagsága változtatható, ez a vivő-burkoló fázis periodikus változását eredményezi, amelyet a keltett áram nagysága is követ. A 2. ábra egy ilyen mérés eredményét mutatja, amelyet a Ultragyors Nanooptika csoport egyik tagja készített. Látszik, hogy a mért jelnek a lokális maximumai egymástól közel azonos távolságra helyezkednek el az elméletnek megfelelően. Azonban mivel az áramkeltéshez szükséges feltétel a rövid impulzus, ha túl sok anyagon halad keresztül az impulzus, a jelentős impulzusalak

torzulás miatt nem történik áramkeltés. Így a tanulmány segítségével behatárolható az a tartomány is, amelyen belül kis mértékben torzul az impulzus.

## 2. Ultrarövid lézerimpulzusok terjedése diszperzív közegben

### 2.1. Ultrarövid lézerimpulzusok leírása

A Maxwell-egyenletekből levezethető hullámegyenlet megoldását felhasználva tárgyalható az ultrarövid lézerimpulzusok terjedése diszperzív közegben. Amennyiben az impulzus terjedése folyamán lineáris optikai elemekkel (olyan közeg amiben a polarizáció lineáris függvénye az elektromos térerősségnek) találkozunk, úgy használhatjuk a lineáris rendszerekre kidolgozott formalizmust. A legtöbb optikai gyakorlatban használt elem lineárisnak tekinthető, mint például tükör, prizma, diffrakciós rács stb. A lineáris elemeken történő terjedés során, az impulzuson végbemenő időbeli és spektrális változások a Fourier- transzformáció segítségével követhetők nyomon a legegyszerűbben. A vizsgálathoz tekintsünk a továbbiakban egy diszperzív közeget (például kvarcüveg), vagy általánosabban, optikai elemeknek olyan együttesét amelyben a hullámterjedés függhet a frekvenciától. Az alábbi 2.1 és 2.2 fejezetek tárgyalását a [9] alapján mutatom be.

#### Az időkép

Az impulzusok leírásához tekintsünk lineárisan polarizált impulzusokat, ekkor ugyanis a vektoriális jelölés helyett egyszerűbben, skaláris jelölésmódban írhatóak fel az egyenletek. A közegbe belépő impulzus elektromos terét vegyük fel a következő formában:

$$E_{be}(t) = A(t) \cdot e^{-i\Psi(t)} \quad (2)$$

ahol  $A(t)$  az impulzus burkolóját leíró függvény (gyakran Gauss-függvény),  $\Psi(t)$  a fázisfüggvény. Itt fontos megjegyezni, hogy a teljes elektromos teret a (2) egyenlet jobb oldala és annak komplex konjugáltjával vett összege adja meg, de az egyszerűség kedvéért a komplex konjugáltat nem írjuk ki. A fázisfüggvény kifejezhető a

$$\Psi(t) = \Psi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\beta t^2 + \frac{1}{6}\gamma t^3 + \dots \quad (3)$$

sor formájában, ahol  $\Psi_0$  az impulzus kezdőfázisa a  $t = 0$  időpillanatban,  $\omega_0$  az impulzus központi (vivő) frekvenciája,  $\beta$  és  $\gamma$  az időben magasabb rendű tagok együtthatói. Ha csak  $\beta$  illetve az alacsonyabb rendű tagok nem zérusok, akkor lineáris fázismodulációról beszélünk (csörp). Ha jelen vannak magasabb rendű tagok is a sorban, akkor azt nemlineáris fázismodulációnak nevezzük. Ez fizikailag azt jelenti, hogy az  $\omega = d\Psi/dt$  pillanatnyi frekvencia időben nem állandó.



## A frekvenciakép

Az adott közegbe belépő  $E_{be}(t)$  alakot elő lehet állítani különböző  $\omega$  frekvenciájú, monokromatikus komponensek lineárkombinációjaként is, amelyek  $e_{be}(\omega)$  spektrális amplitúdóval és  $\varphi_{be}(\omega)$  fázissal írhatók le:

$$E_{be}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e_{be}(\omega) \cdot e^{(i\varphi_{be} + i\omega t)} d\omega. \quad (4)$$

Minél szélesebb a spektrum, annál rövidebb az időbeli burkoló. Az idő- és frekvenciaképbeli leírás között a Fourier-transzformáció teremti a kapcsolatot, amit szemléletesen a következőképpen írhatunk:

$$E(\omega) = \mathcal{F}(E(t)) \quad \Leftrightarrow \quad E(t) = \mathcal{F}^{-1}(E(\omega)) \quad (5)$$

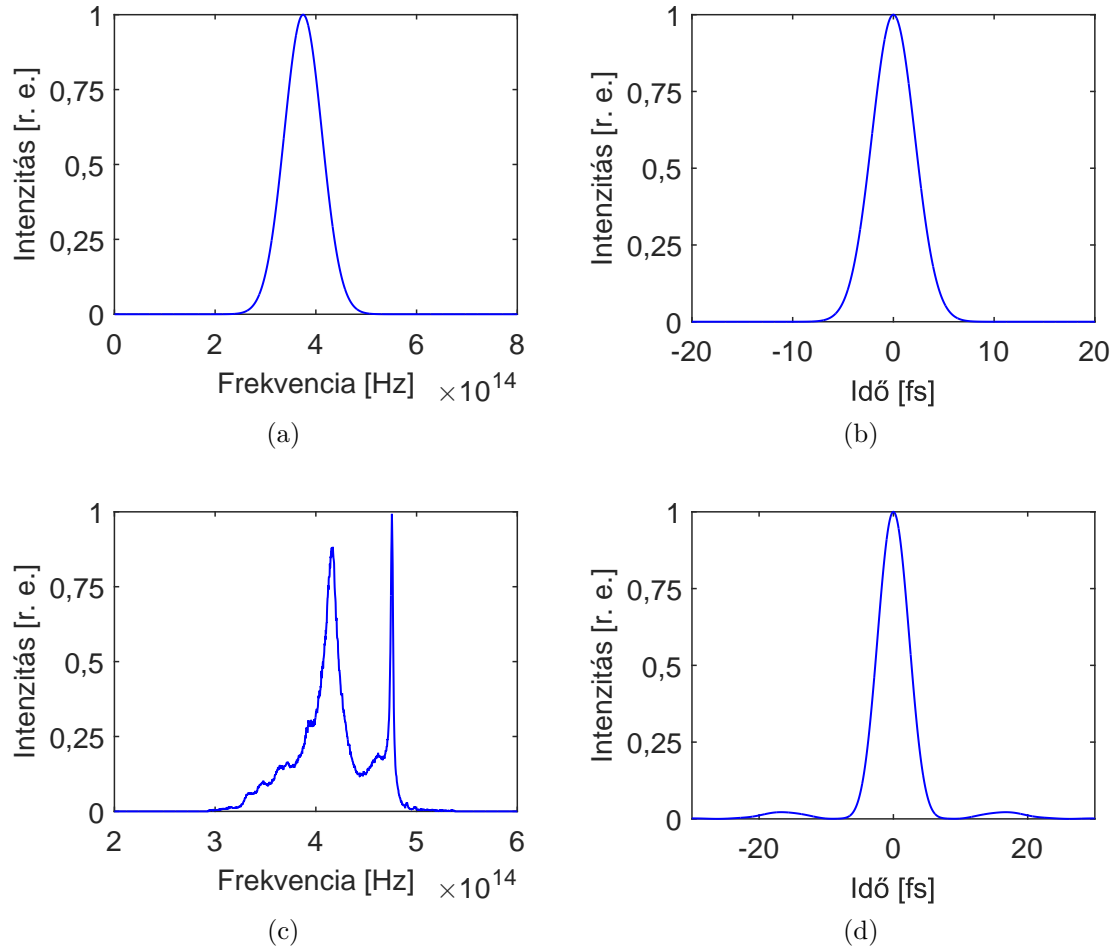
## Az impulzus jellemzői

Az optikai frekvenciák tartományában az elektromos tér nem mérhető közvetlen módon. Egy spektrométer segítségével viszont meghatározható az impulzus  $I(\omega)$  (vagy  $I(\lambda)$ ) spektrális intenzitása, és ha ehhez valamilyen módon a spektrális fázisfüggvényt is meg tudjuk határozni, ismertté válik a lézerimpulzus időalakja is.

Az 3.(a) és 3.(b) ábrán egy 5 fs hosszúságú, gaussi burkolójú, 800 nm központi hullámhosszú impulzus spektrális intenzitása illetve időbeli intenzitása látható. Ugyanakkor a 3.(c) és 3.(d) ábrák egy kísérletileg mért, 5,2 fs hosszúságú impulzus intenzitás spektrumát és időbeli intenzitását ábrázolják.

A spektrális kép egyik jellemzője az impulzus intenzitásának spektrális félértékszélessége, amelyet  $\Delta\omega$ -val (vagy hullámhosszban megadott intenzitáspektrum esetén  $\Delta\lambda$ -val) jelölünk és megadja a maximum felénél vett spektrális szélességet. Másik jellemző a spektrális intenzitás maximumánál vett központi  $\omega_0$  vivőfrekvencia (vagy hullámhossz  $\lambda_0$ ).

Az impulzus időképbeli alakját alapvetően az impulzus intenzitásának félértékszélességével jellemezzük ( $\tau$ ), valamint a (3) egyenletben szereplő együtthatók segítségével.



3. ábra. (a) Egy 5 fs hosszúságú, 800 nm központi hullámhosszú gaussi impulzus spektrális intenzitása (spektruma). (b) Ugyanezen gaussi impulzus időalakja. (c) A mért, 730 nm központi hullámhosszú valós (módusszinkronizált Ti:zafír lézer) impulzus spektrális intenzitása. (d) Ugyanezen valós impulzus időalakja, mindkét esetben konstans spektrális fázist feltételezve (ennek a neve transzformációkorlátozott impulzus).

## 2.2. Lineáris terjedés diszperzív közegben

Az impulzustejedést akkor nevezzük lineárisnak, ha a fény-anyag kölcsönhatás során nem keletkeznek új frekvenciakomponensek, az impulzus spektruma a terjedés során nem lesz az eredetinelé szélesebb. A lineáris terjedés vizsgálatához a már említettek alapján tekintsünk egy diszperzív közeget, vagy általánosabb esetben optikai elemek olyan összességét, amelyben a hullámterjedés frekvenciafüggő. Ezt a függést egy a közegre jellemző  $k(\omega)$  terjedési együtthatóval jellemezhetjük, amely a diszperzív közegben  $z$  úton terjedő jel fázisát

$$\varphi(\omega) = k(\omega) \cdot z \quad (6)$$

értékkel tolja el az eredetihez képest. Ugyanakkor a kilépő jel spektrális amplitúdója is módosulhat a közeg frekvenciafüggő  $T(\omega)$  spektrális átvitele miatt.

A diszperzív közeget elhagyó impulzus időbeli alakját tehát a következő Fourier-transzformációval kaphatjuk meg:

$$E_{ki}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e_{be}(\omega) T(\omega) e^{(i\varphi_{be} + i\varphi(\omega) + i\omega t)} d\omega \quad (7)$$

Ezt az egyenletet a (4) formulából kapjuk, úgy, hogy beírjuk a  $T(\omega)$  spektrális átvitelt és a  $\varphi(\omega)$  fázistolást, amelyek lineáris terjedés esetén nem függenek a kölcsönhatásban részt vevő hullámok térerősségétől (intenzitásától).

Mivel a gyakorlatban előforduló optikai rendszerek  $k(\omega)$  terjedési együtthatója tetszőlegesen sokszor differenciálható, ezért vehetjük annak az  $\omega_0$  vivőfrekvencia körüli Taylor-sorát:

$$k(\omega) = k(\omega_0) + k'(\omega_0) \cdot (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} k''(\omega_0) \cdot (\omega - \omega_0)^2 + \dots, \quad (8)$$

ahol  $k' = dk/d\omega$  és  $k'' = d^2k/d^2\omega$ .

A sorfejtés konstans tagja egy monokromatikus hullám azonos fázisú pontjainak az adott közegben vett terjedési sebességével, azaz a fázissebességgel kapcsolatos, melyet  $v_p$ -vel jelölünk a továbbiakban. Az impulzus burkolójának ugyanezen közegben való terjedési sebességét viszont a  $v_g$ -vel jelölt csoportsebesség adja meg, amely a sorfejtés első együtthatójának a reciproka, tehát a két sebesség:

$$v_p(\omega_0) = \frac{\omega_0}{k(\omega_0)} \quad \text{és} \quad v_g = \left. \frac{d\omega}{dk(\omega)} \right|_{\omega_0} = \frac{1}{k'(\omega)} \quad (9)$$

A kvantitatív vizsgálat céljából válasszunk egy kezdetben  $\tau_0$  félértékszélességű, időben Gauss-alakú burkolóval rendelkező impulzust, amelynek maximális amplitúdója  $A_0$ ,  $\omega_0$  frekvenciájú vivőhullámmal rendelkezik, a  $t = 0$  időpillanatban a kezdeti fázisa nulla és csak lineáris fázismodulációt engedünk meg. Ez a következőképpen írható fel:

$$E_0(t) = A_0 \cdot e^{\left(\frac{-2\ln 2}{\tau_0^2} t^2\right)} \cdot e^{-i(\omega_0 t + \frac{1}{2}\beta_0 t^2)} \quad (10)$$

Ezzel a választással zárt formában megadható végeredményeket kapunk, de a levonható általános következtetéseket ez nem befolyásolja.

$z$  hosszúságú út megtétele után a közegben, az impulzusalak megváltozásának meghatározásához a (8) terjedési együtthatóban hanyagoljuk el a másodiknál magasabb rendű tagokat. Ezek után elvégezhetjük a megfelelő Fourier-transzformációkat, majd az így kapott, közeget elhagyó impulzust a (10)-hez hasonló alakra hozva, megkapjuk annak  $\tau(z)$  félértékszélességét és a  $\beta(z)$  fázismodulációs paramétert a  $z$  terjedési hossz függvényében:

$$\tau(z) = \tau_0 \cdot \sqrt{(1 + \beta_0 k'' z)^2 + \left(\frac{4\ln 2}{\tau_0^2} k'' z\right)^2} \quad (11)$$

$$\beta(z) = \beta_0(1 + \beta_0 k'' z) + \left(\frac{\ln 2}{\tau_0^2}\right)^2 k'' z \left/ (1 + \beta_0 k'' z)^2 + \left(\frac{4\ln 2}{\tau_0^2} k'' z\right)^2 \right. \quad (12)$$

Ezekből az eredményekből leszűrhető, hogy az impulzus időbeli hosszának megváltozásáért a terjedési együttható másodrendű tagja ( $k''$ ) felelős és ezt szokásos csoportsebesség-diszperzióknak (*group velocity dispersion, GVD*) nevezni.

Ha  $\beta_0 = 0$ , akkor az impulzus a terjedés után hosszabb lesz ( $\tau(z) > \tau_0$ ) és fázismodulált ( $\beta(z) \neq 0$ ).

Ha  $\beta_0 \neq 0$  akkor a terjedés után egy rövidebb impulzust kapunk, illetve a pillanatnyi frekvencia időben állandóvá válik ( $\beta(z) = 0$ ). A lineáris terjedés során az impulzus időbeli alakjának félértékszélessége változhat, azonban a spektrális félértékszélesség állandó, ezért megadható egy idő-sáv szélesség szorzat is a  $z$  terjedési hossz függvényében.

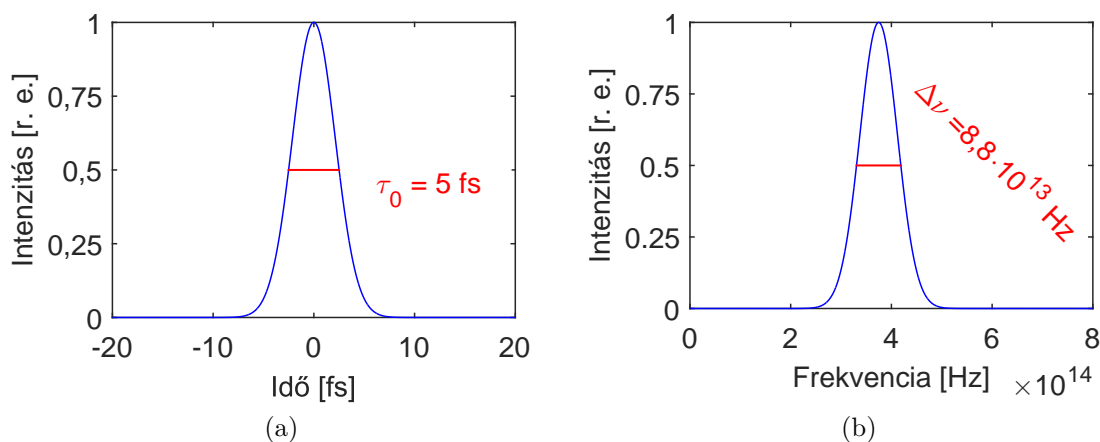
$$\Delta\nu \cdot \tau(z) = \sqrt{\left(\frac{2\ln 2}{\pi}\right) + \left(\frac{\beta(z)}{2\pi}\tau^2\right)} \quad (13)$$

Látható, hogy a szorzatnak akkor lesz minimuma, ha a  $\beta(z) = 0$ . Az ilyen feltételt teljesítő impulzusokat transzformációkorlátozott impulzusoknak nevezzük. Ilyen impulzus esetében a spektrumban jelen levő összes frekvenciakomponens azonos fázissal rendelkezik. A  $\tau_0$ -t transzformációkorlátozott impulzusidőnek hívjuk és értéke egy

adott spektrális félértékszélességű spektrumhoz tartozó legrövidebb impulzus időbeli hosszát adja meg. Transzformációkorlátozott, gaussi burkolójú impulzus esetén:

$$\Delta\nu \cdot \tau_0 = 0.44 \quad (14)$$

Ennek illusztrálásához tekintsük a 4.(a) ábrán látható 800 nm központi hullámhosszú ( $\sim 3.75$  Hz),  $\tau_0 = 5$  fs hosszúságú transzformációkorlátozott impulzust. Ennek spektrális intenzitása szintén gaussi és a (14) összefüggés értelmében a spektrális félértékszélessége  $\Delta\nu = 8,8 \cdot 10^{13}$  Hz. Ennek teljesülését illusztrálja a 4.(a) ábra.



4. ábra. (a) Egy 5 fs hosszú transzformáció limitált impulzus intenzitása, és félértékszélessége. (b) Az impulzus spektrális intenzitása és spektrális félértékszélessége. A két félértékszélesség szorzata 0.44 a (14)-nek megfelelően.

### Anyagi diszperzió és pozitív fázismoduláció

Az optikai gyakorlatban legtöbbször lencsákat, prizmákat használnak. Ezen elemek diszperziója is hat a rajtuk áthaladó impulzusra. Ha egy ilyen anyag törésmutatóját  $n_p$ -vel jelöljük, akkor az anyag terjedési együtthatója az

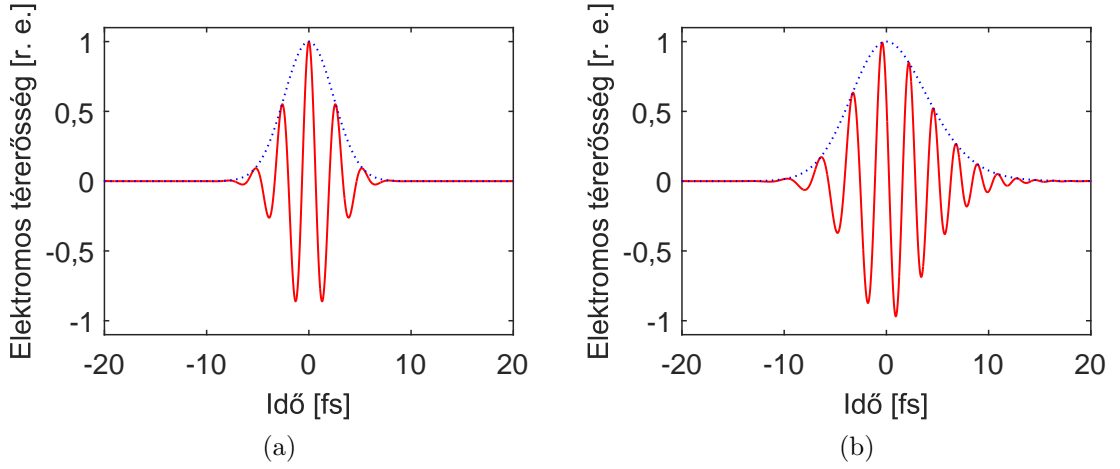
$$k(\omega_0) = \frac{n_p(\omega_0) \cdot \omega_0}{c} \quad (15)$$

alakban írható fel, ahol  $c$  a vákuumbeli fénysebesség, és  $n_p$  a fázistörésmutató:

$$n_p = \frac{c}{v_p}. \quad (16)$$

A látható tartományban használt optikai anyagok normális diszperzióval rendelkeznek, ami azt jelenti, hogy  $n_p(\omega)$  monoton növekvő függvény, ezért minden esetben  $k'' > 0$ . Ez másképpen fogalmazva azt jelenti, hogy a kezdetben transzformációkorlátozott impulzus kiszélesedik a terjedés során, és pillanatnyi frekvenciája időben növekszik. Ezt nevezzük pozitív fázismodulációnak. Példaként tekintsünk egy

kezdetben 4 fs félértékszélességű, 800 nm központi hullámhosszú gaussi burkolójú transzformációkorlátozott impulzust, ahogyan a 5.(a) ábrán is látható.



5. ábra. (a) Egy 4 fs rövidségű, 800 nm központi hullámhosszú impulzus kezdeti alakja. (b) Az impulzus 200  $\mu\text{m}$  kvarcüvegen való áthaladás utáni alakja.

Ez az impulzus 200  $\mu\text{m}$  kvarcüvegen való áthaladás során a diszperzió következtében körülbelül 6,2 fs hosszúságúra szélesedik ki és pillanatnyi frekvenciája is változik az impulzus időtartamán belül. A terjedés utáni alakot és a diszperzió hatásait a 5.(b) ábra szemlélteti. Az  $n_p$  fázistörésmutató (16) analógiájára az  $n_g$  csoporttörésmutatót is hasonlóan, a

$$n_g = \frac{c}{v_g} \quad (17)$$

módon definiáljuk. Ennek kiszámításához vegyük figyelembe, hogy az optikai gyakorlatban  $n_p(\omega_0)$  helyett  $n_p(\lambda_0)$  használatos, ahol  $\lambda_0$  jelöli a vákuumbeli hullámhosszat. Ekkor a (9) egyenletből kiindulva:

$$v_g(\lambda_0) = \left( \frac{d\omega}{d\lambda} \cdot \frac{d\lambda}{d\omega} \right) \Big|_{\lambda_0} = \frac{c}{n_p(\lambda_0) - \lambda_0 (dn_p/d\lambda) \Big|_{\lambda_0}} \quad (18)$$

ahonnan kapjuk, hogy

$$n_g(\lambda_0) = n_p(\lambda_0) - \lambda_0 \cdot \frac{dn_p(\lambda)}{d\lambda} \Big|_{\lambda_0} \quad (19)$$

### 2.3. Titán-zafír oszcillátorokról

Az elmúlt évek egyik áttörést jelentő fizikai alapkutatói iránya a kísérleti atófizika [10], [11]. Ez az alkalmazás vivő-burkoló-fázisstabilizált lézerekre épül [6], [7], melyeknél nemcsak a kibocsátott impulzusok burkolóját, hanem magát az optikai hullámformát is kézben lehet tartani. A szélessávú, ezért ultrarövid impulzusok keltésére alkalmas szilárdtestlézerek esetén a titán-zafír ( $\text{Ti}:\text{Al}_2\text{O}_3$ ) a legelterjedtebb, legfontosabb felhasználása a femtoszekundumos hosszúságú lézerimpulzusok előállítására. Az aktív közeg tipikusan 0,1-0,5 tömegszázalék koncentrációban  $\text{Ti}_2\text{O}_3$ -al szennyezett  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -kristályból áll, amelyben a  $\text{Ti}^{3+}$  ionok foglalják el az  $\text{Al}^{3+}$  ionok rácshelyeinek egy részét. A fázisstabilizálásra különösen is alkalmas a titán-zafír kristályon alapuló lézeroszillátor, amely 800 nm közelében levő központi frekvenciával működik, akár 200 nm-t is meghaladó spektrális sáv szélesség mellett. A titán-zafír kristály pumpálása például frekvenciakétszerezett Nd:YAG vagy Nd:YLF lézerekkel történhet, ugyanakkor folytonos üzemmód is beállítható. E kristály emissziós sáv szélessége rendkívül széles, megfelelő beállítások esetében a spektrum félértékszélessége meghaladhatja a 200 nm-t [12]. Ennek következtében akár 5 fs impulzushossz is előállítható. Ez 200 mW-os átlagteljesítmény és 80 MHz-es ismétlési frekvencia esetén 500 kW-os impulzus-csúcsteljesítmény jelent, amely fókuszálva nemlineáris optikai folyamatokat indíthat be.

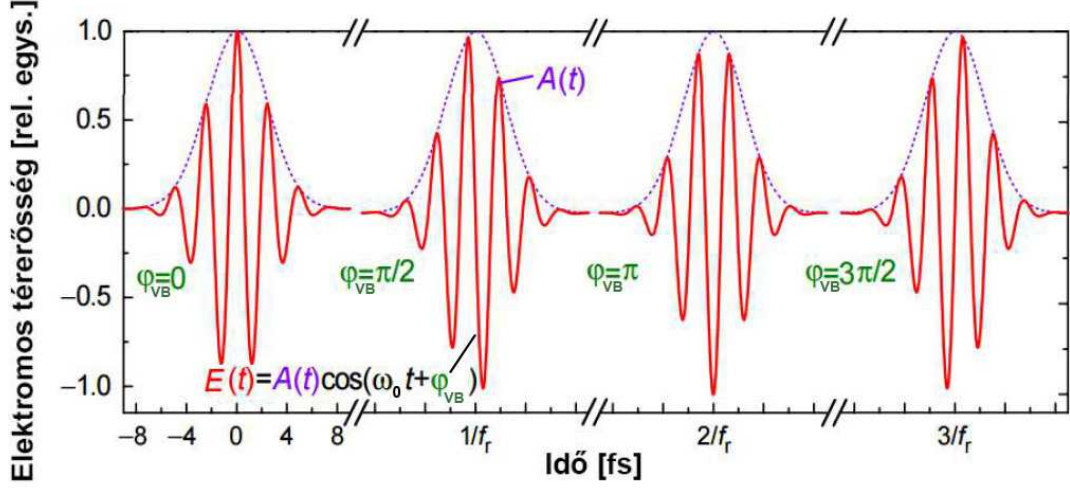
### 2.4. Vivő-burkoló fázisstabilizálás

A kilencvenes években már elérhető volt olyan technika, mellyel lézerimpulzusok burkolójának majdnem tetszőleges formálása végrehajthatóvá vált (pl. 4f-elrendezés amplitúdó- és fázismodulálással). Ennek ellenére a teljes elektromágneses hullámforma leírásához nem elég csak a burkolóval foglalkozni, hanem be kell vezetni a vivő-burkoló fázis fogalmát (*carrier-envelope phase*, a továbbiakban V-B fázis). Ennek definíciójához válasszuk a

$$E(t) = A(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_{VB}) \quad (20)$$

elektromos térrel adott, lineárisan polarizált, transzformáció korlátozott lézerimpulzust, ahol  $A(t)$  az impulzus burkolójának időbeli függését megadó függvény és  $\omega_0$  a központi lézerfrekvencia. Ilyen definíció mellett a  $\varphi_{VB}$  konstans tekinthetjük a vivő-burkoló fázisnak. Ezáltal lehetőség nyílik, hogy transzformációkorlátozott impulzusok esetében a  $\varphi_{VB}$ -vel, vagyis egyetlen paraméterrel jellemezzük az egyes optikai hullámformákat (ld. 6. ábra).

Ennek megfelelően beszélhetünk például koszinusz- ( $\varphi_{VB} = 0$ , ld. 6. ábra első hullámformája), vagy szinuszipulzusról ( $\varphi_{VB} = \pi/2$ , ld. 6. ábra második hullám-



6. ábra. Forrás: [8]. Lézerimpulzusok hullámformájának néhány megjelenési formája, 4 fs-os, 750 nm-es központi hullámhosszú, gaussi burkolójú, transzformációkorlátozott impulzusok esetén.

Az ábra egy fázisstabilizált, módusszinkronizált lézer kimentét is szemlélteti, ahol a V-B fázis impulzusról impulzusra  $\pi/2$ -vel csúszik el, vagyis  $f_{ceo} = f_r/4f$  (ld. (22) formula) ahol  $f_r$  az ismétlési frekvencia.

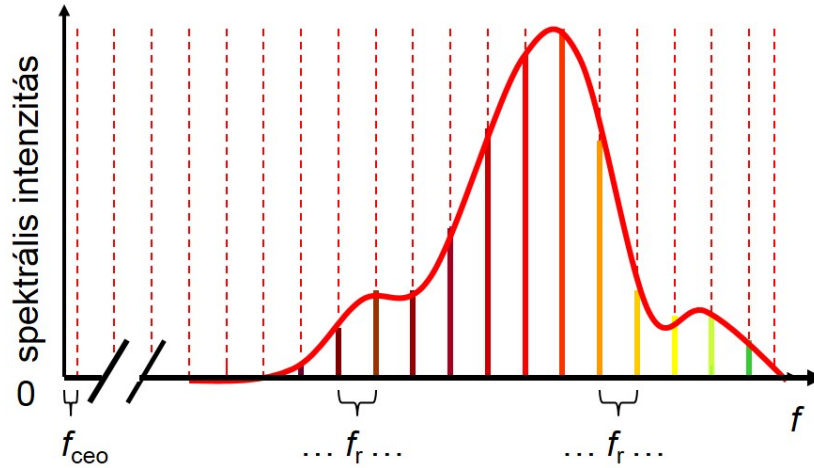
formája).

Tekintsünk most egy módusszinkronizált oszcillátor által kibocsátott impulzusvonalatot, ahol a rezonátor végtükrein körüljárásonként egyszer kicsatolt impulzusok az  $f_r$ -el jelölt ismétlési frekvenciával követik egymást. Ez a frekvencia titán-zafír lézerek esetén tipikusan a 70-100 MHz tartományba esik. A különböző instabilitások (környezeti paraméterek, pumpálólézer teljesítmény ingadozása stb.) azonban zajként jelenhetnek meg az ismétlési frekvenciában, vagy az impulzusenergiában. Mivel, mint általában is, a rezonátoron belül sem azonos a  $v_p$  fázis- és  $v_g$  csoportsebesség, ezért a fázissebességgel terjedő vivőhullám „elcsúszik” a csoportsebességgel terjedő burkoló alatt (az 6. ábra ezt is szemlélteti). A fáziscsúszásnak a körüljárásonkénti mértéke nem feltétlenül  $2\pi$  egész számú többszöröse. Ez azt eredményezi, hogy a rezonátoron kívül megjelenő impulzusok különböző V-B fázisúak. Viszont ha az oszcillátor megfelelően stabilizált, akkor a vonulatban a V-B fázis impulzusról impulzusra mindig ugyanannyit ( $\Delta\varphi_{VB}$ ) változik és ezt a megváltozást a következő összefüggés adja meg:

$$\Delta\varphi_{VB} = (v_p^{-1} - v_g^{-1}) \omega_0 l_c \text{ mod } 2\pi \quad (21)$$

ahol  $v_p$  és  $v_g$  a rezonátorbeli fázis- illetve csoportsebesség,  $l_c$  pedig a rezonátorhossz. Egy ultrarövid impulzusokat tartalmazó vonulat frekvenciatartománybeli képe egy ún. frekvenciafésű. Ennek legfontosabb jellemzőit az impulzus burkolójának Fourier-





7. ábra. Forrás: [19]. Módusszinkronizált  $f_r$  ismétlési frekvenciájú impulzusvonalat frekvenciatartománybeli képe (Miután a burkoló itt a szemléletesség kedvéért már nem gaussi, ezért ez az 6. ábrán levőtől egy kissé különböző impulzusvonalat frekvenciatartománybeli képe)

transzformáltja, az  $f_r$  ismétlési frekvencia (a „fésűfogak” távolságát határozza meg), illetve a  $\Delta\varphi_{VB}$  paraméter határozzák meg. A  $\Delta\varphi_{VB}$  paraméter a frekvenciafésű nulla frekvenciától való eltéréssel (offsetjével) kapcsolatos, és a 7. ábrán a  $f_{ceo}$ -val jelölt mennyiséget adja meg a

$$f_{ceo} = \Delta\varphi_{VB}f_r/2\pi \quad (22)$$

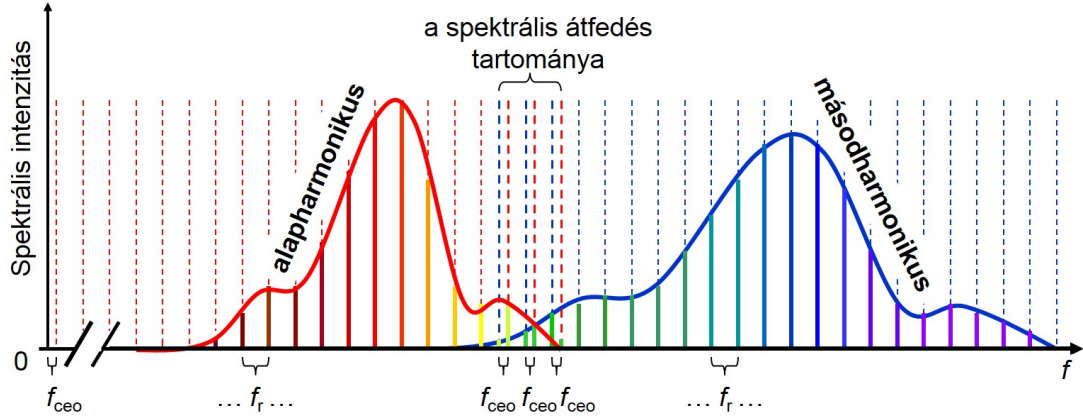
összefüggés alapján. Az  $f_{ceo}$  frekvenciát vivő-burkoló offszetfrekvenciának (*carrier envelope offset frequency*) nevezzük. Az instabilitások a (21) és (22) összefüggések következtében azt eredményezik, hogy egy átlagos lézerezőben  $f_{ceo}$ -ra is nagy zajkomponens rakódik rá. Emiatt az időtartományban az egymást követő impulzusok V-B fázisai majdnem korrelálatlanok. Ahhoz tehát, hogy kontrollált hullámformájú impulzusokat hozzunk létre, az oszcillátor stabilizálását biztosítani kell. Ez a feltétel a  $f_{ceo}$  ismeretét követeli meg, de bármilyen széles is az ultrarövid impulzusok spektruma, nulla frekvencia közelében nincs jel, ezért  $f_{ceo}$ -t közvetlenül nem lehet megmérni.

Erre a problémára 1999-ben született megoldási javaslat, majd nem sokkal később a gyakorlati megvalósítás is megszületett [18]. A módszer lényege a következő: feltéve, hogy az eredeti spektrum legalább oktáv szélességű, akkor ha a frekvenciafésűt hagyományos nemlineáris optikai úton frekvenciakétszerezünk, az alap és másodharmonikus spektrális átlapolódásának segítségével közvetlenül mérni tudjuk az  $f_{ceo}$  frekvenciát (ld. 8. ábra). Ez a következőképpen látható be: az  $n$ -edik fésűfog helyzetét az alapharmonikus frekvenciafésűben az  $f_n = nf_r + f_{ceo}$  egyenlet adja, s oktávészélességű spektrum esetén létezik olyan  $n_0$ , hogy  $f_{n_0}$ -nál is van jel (az alapharmonikuson belül). A frekvenciakétszerezés után előálló fogak nyilvánvalóan

$f_{2n}$ -nél vannak. Ennek eredményeként a

$$2(n_0 f_r + f_{ceo}) - (2n_0 f_r + f_{ceo}) = f_{ceo} \quad (23)$$

összefüggésből adódóan a spektrális átfedés tartományában a két frekvenciafésű fogai valóban  $f_{ceo}$  távolságra vannak egymásból.

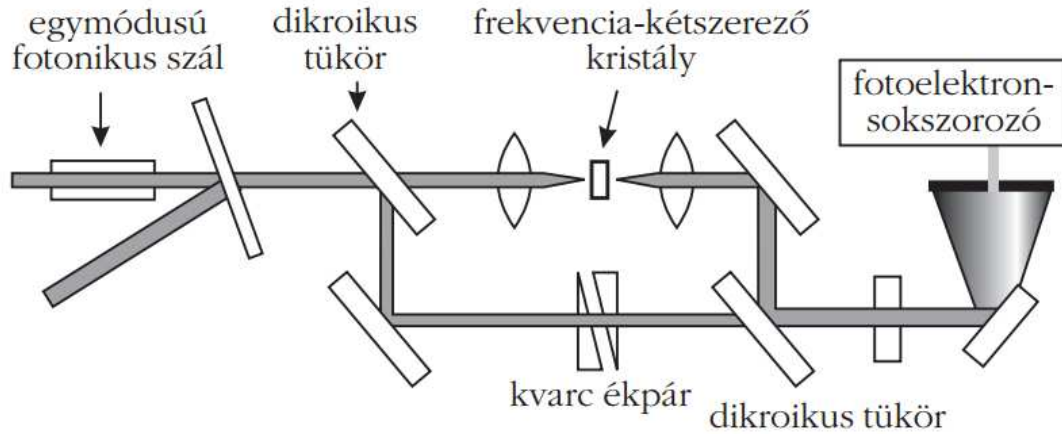


8. ábra. Forrás: [19]. Az  $f$ - $2f$  interferometria elve a módusszinkronizált oszcillátor oktáv szélességű alap- és másodharmonikus frekvenciafésűivel.

Mivel ez a frekvencia 0 és  $f_r$  közé esik, ezért ez elektronikus eszközökkel feldolgozható és a lézeroszcillátorba visszacsatolható egy olyan hibajel, mellyel az oszcillátor ezen kontrollálatlan paramétere is szabályozhatóvá válik.

A visszacsatolás megvalósítása az oszcillátorarchitektúrától függően többféle lehet. Az  $f$ - $2f$  interferometria ilyen módon vázolt elvét illusztrálja a 9. ábra. Prizmapárral diszperziókompenzált lézereknel a felbontott spektrumot reflektáló végtükör csekély forgatásával lehet állítani a rezonátorbeli  $v_p/v_g$  arányon. A csak fáziskorrigáló tükröket tartalmazó oszcillátoroknál a pumpáló lézer teljesítményének szabályozása is hasonló hatást eredményez.

Fontos megjegyezni, hogy a bemutatott  $f$ - $2f$  interferometriának is nevezett technika nem alkalmazható a V-B fázis közvetlen mérésére. Ahogy a (22) egyenletből látható, csak annak impulzusról impulzusra történő megváltozására érzékeny.

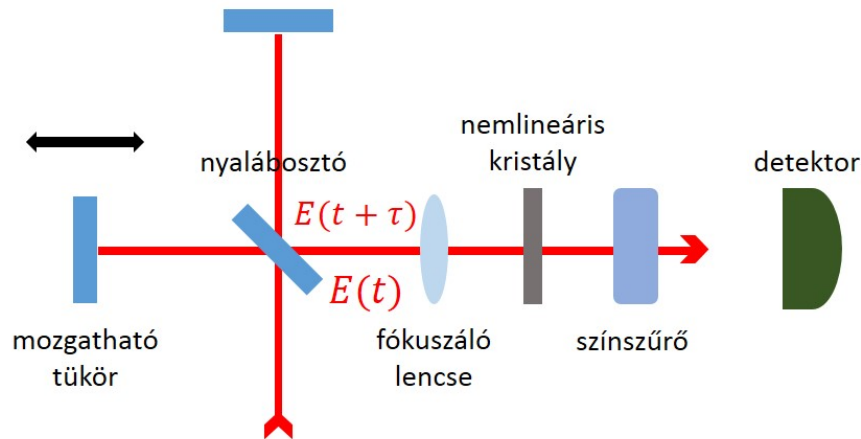


9. ábra. Forrás: [20]. Az  $f$ - $2f$  interferometria egy megvalósítási sémája.

## 2.5. Autokorreláció

A már az első fejezetben leírtak alapján, ha egy dielektrikum megvilágítását végezzük egy megfelelő, ultrarövid lézerimpulzussal, akkor az impulzus időtartama alatt a dielektrikum vezetővé válhat, és a rákapcsolt elektródák között mérhető áram jelenik meg. Ez az áram függ az impulzus V-B fázisától, de feltétel még az is, hogy az impulzus megfelelő rövidségű legyen, ellenkező esetben nem keltődik áram a megvilágított anyagban, hanem a felület roncsolása következik be. Az oszcillátorból kijövő fázisstabilizált impulzussorozat V-B fázisa hangolható például egy kvarc ékpár segítségével. Az ékpár által hozzáadott többlet anyagmennyiség függvényében az V-B fázis és emiatt a mért áram is periodikusan változik bizonyos anyagmennyiség elérésig. Annál több anyag esetében a diszperzió kiszélesíti az impulzust, ez megakadályozva az áramkeltés lehetőségét, ugyanis ilyenkor az optikai ciklusszám megnövekedése a térerősség kiátlagolódására vezet. Ez a jelenség lehetőséget ad arra, hogy ha megmérjük a keltett áram nagyságát, akkor ebből meghatározzuk az impulzus V-B fázisát is.

Felmerül a kérdés azonban, hogy van-e a V-B fázis meghatározásának egyszerűbb módja is, pl. elképzelhető-e, hogy az impulzusdiagnosztikára széles körben használt autokorrelációs függvény bizonyos paramétertartományban érzékeny a vivő-burkoló fázisra. A kérdés megválaszolásának érdekében megvizsgáltam különböző szélességű transzformáció-limitált gaussi spektrumú impulzusok másodrendű- ill. negyedrendű autokorrelációs függvényeit.



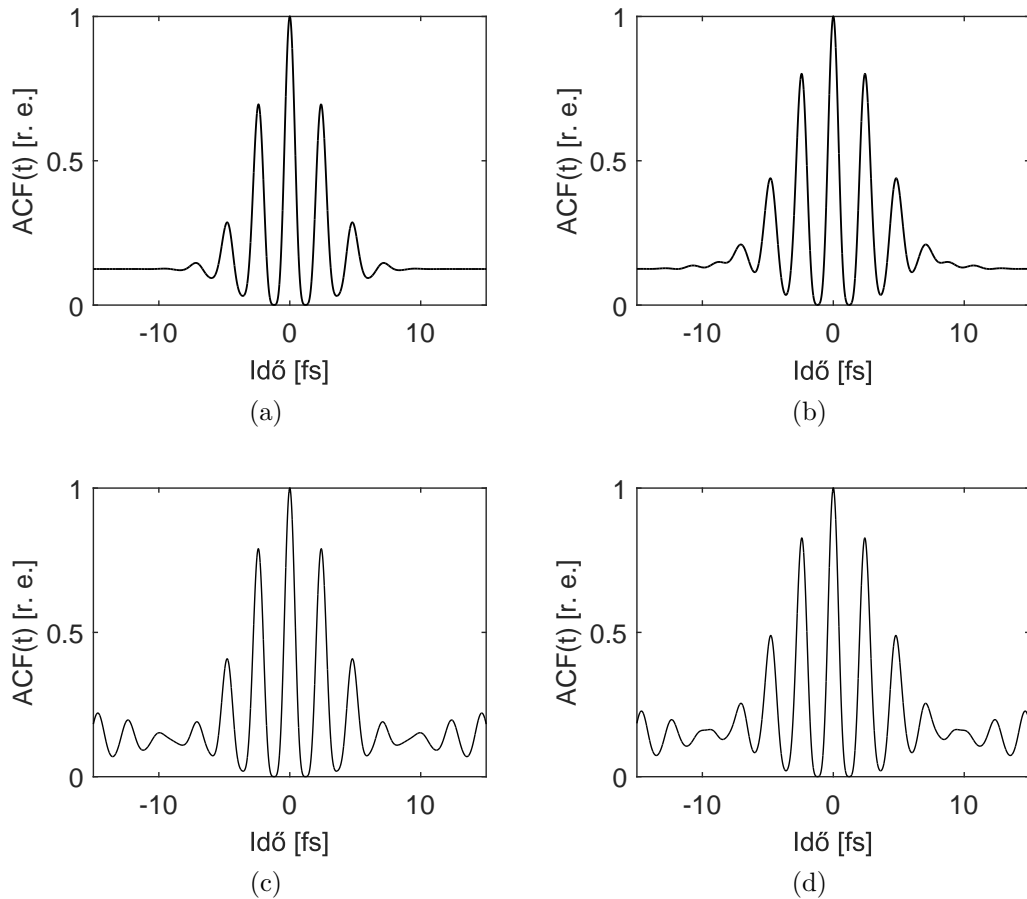
10. ábra. interferometrikus autokorrelátor mérési elrendezésének sematikus rajza.

Egy impulzus  $n$ -ed rendű interferometrikus autokorrelációs függvénye a következőképpen definiált:

$$ACF(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} |E(t) + E(t - \tau)|^n dt \quad (24)$$

Ez nem más, mint az impulzus összehasonlítása saját magával („self-referencing”), ezért az autokorrelációs függvény mindig szimmetrikus és  $\tau=0$ -ban maximális értékű, hiszen ekkor az integrálban a két komponens éppen megegyezik. Az autokorrelációs függvény azonban meg is mérhető egy a 10 ábrán látható kísérleti elrendezéssel, melynek alapja egy Michelson interferométer. A beeső nyalábot kettéosztjuk, majd az interferométer egyik ágában a tükrök mozgásával a nyalábot időben késleltetjük, és a két nyalábot egy nemlineáris(másodharmonikuseltő) kristályra fókuszáljuk. A kristályból kilépő alapharmonikus jelet leválasztjuk egy színszűrővel és a keletkezett másodharmónikus jelet egy fotodiódával detektáljuk. Ekkor a detektált jel intenzitásának nagysága arányos a két ágból jövő impulzus időbeli átfedésével és a jel értékét a (24) egyenlet adja  $n=4$  hatványkitevővel (interferometrikus autokorreláció). A nemlineáris kölcsönhatást nemcsak kristályban hanem pl. négyfotonos, fémfelületi fotoemisszióval is biztosítani tudjuk [13], ekkor az impulzus negyedrendű autokorrelációs függvényét mérhetjük  $n=8$  kitevővel.

A 11. ábrán egy 730 nm központi hullámhosszú gaussi spektrumú és az 5,2 fs-os valós impulzus negyedrendű autokorrelációs függvényei láthatók terjedés nélkül valamint négyszeres fázisváltáshossznyi terjedés után. Az autokorrelációs függvény kiszélesedése mindkét esetben megfigyelhető.



11. ábra. Egy 730 nm központi hullámhosszú, 4 fs hosszúságú gaussi impulzus negyedrendű autokorrelációs függvényei: (a) terjedés előtt, (b) négyszeres fázisváltáshossznyi (240  $\mu\text{m}$ ) terjedés után. A 730 nm központi hullámhosszú, 5,2 fs hosszúságú valós impulzus negyedrendű autokorrelációs függvényei: (c) terjedés előtt, (d) négyszeres fázisváltáshossznyi (204  $\mu\text{m}$ ) terjedés után.

Ahogy a fenti ábrák is mutatják a diszperzió kiszélesíti az autokorrelációs függvényeket, egyre több csúcs jelenik meg ha a terjedési hossz nő illetve a már meglévő csúcsok maximumai is növekednek. Megjelenik továbbá egy nemkoherens "váll" is az autokorreláció szélein.

### 3. A vizsgált probléma bemutatása

Ha egy impulzus diszperzív közegben terjed, akkor az eddig elhangzottak alapján az elsődleges effektus az, hogy a  $v_g$  csoportsebesség és a  $v_p$  fázissebesség különbözősége miatt a vivő-burkoló fázis változik, vagy más szóval a vivőhullám „elcsúszik” a burkoló alatt. Egy kezdetben koszinuszimpulzus a terjedés során pl. mínuszkoszinusz-impulzussá, majd további terjedés folyamán ismét koszinuszimpulzussá válik. Az ehhez a váltáshoz tartozó karakterisztikus hosszát fázisváltáshossznak (*dephasing length*) is nevezik. Ennek az értékét a törésmutató által meghatározott

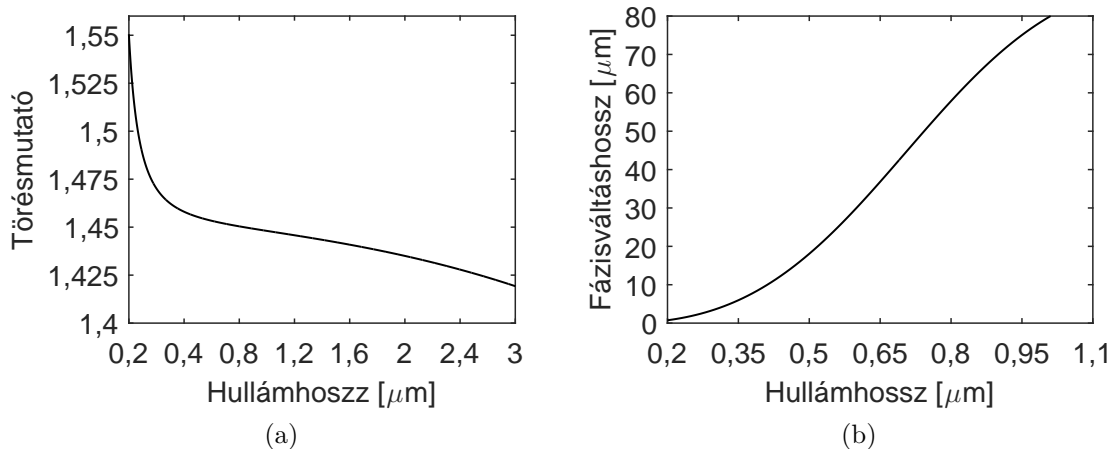
$$L_{deph} = \left( \frac{\partial n(\lambda)}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda_0} \right)^{-1} \quad (25)$$

egyenlet adja meg, amely a  $v_g$  és  $v_p$  kifejezéseiből is származtatható. Ez a hossz a legtöbb dielektrikumban néhány tucat  $\mu\text{m}$ , pl.  $19 \mu\text{m}$  zafírban,  $58 \mu\text{m}$  kvarcüvegben ( ld. 12.(b) ábra).

Munkám során kvarcüveget választottam diszperzív közegként, mivel számos optikai gyakorlatban használt eszköz készül ebből az anyagból és olyan kísérleti elrendezésben, melyben titán-zafír lézeroszcillátort használnak, sok esetben kvarc ékpár segítségével lehet változtatni a vivő-burkoló fázis csúszását [14]. Az erre az anyagra érvényes fázisváltáshossz meghatározásához ismernünk kell a kvarcüveg törésmutatóját (ld. 12.(a) ábra), amelyet kiszámíthatunk az Sellmeier-egyenlet segítségével:

$$n^2(\lambda) = 1 + \frac{B_1\lambda^2}{\lambda^2 - C_1} + \frac{B_2\lambda^2}{\lambda^2 - C_2} + \frac{B_3\lambda^2}{\lambda^2 - C_3} \quad (26)$$

ahol a  $B_1, B_2, B_3, C_1, C_2, C_3$  konstansok anyagi jellemzők.



12. ábra. Kvarcüveg törésmutatója és a benne terjedő lézerimpulzus fázisváltáshossza a központi hullámhossz függvényében

Tehát ahogyan az 12.(b) ábra is szemlélteti, egy adott központi hullámhossz esetén

az (25) összefüggést felhasználva kiszámíthatjuk, hogy mekkora mennyiségű anyag fogja a V-B fázist  $2\pi$ -vel, vagy más kívánt értékkel eltolni. Ennek tudatában egy, oszcillátoron kívüli ékpárt, tudunk pontosan annyit mozdítani, hogy a kívánt hatást elérjük. Mivel azonban a kommerciális lézerrendszerek által nyújtott 5-6 fs hosszúságú lézerimpulzusok esetében a terjedés során fellépő magasabb rendű optikai effektusok is megjelennek, ezért a sejtés szerint ezek már viszonylag rövidebb úthosszak esetén is a fázisváltáshosszra vonatkozó egyenletet közelítéssé teszik. Ez a jelenség abban gyökerezik, hogy akár már fázisváltáshossznyi terjedés során torzul az ilyen rövid impulzusok burkolója, amely befolyásolja a V-B fázist is.

A vizsgálataim során arra voltam kíváncsi, hogy a fázisváltáshosszt leíró egyenlet milyen hosszúságú impulzusok esetén, és mekkora mennyiségű anyagban való terjedés során marad érvényben. Ehhez megvizsgáltam, hogy a különböző hosszúságú impulzusok hullámformája miként változik a terjedés során, illetve, hogy az akár többszörös fázisváltáshossznyi anyagmennyiség mekkora mértékben torzítja ezen impulzusok burkolóját.

A fent bemutatott probléma vizsgálatához használt paramétereket a kutatócsoportnál található fázisstabilizált Venteon gyártmányú oszcillátorhoz igazítottam. Ez az oszcillátor egy 80 MHz ismétlési frekvenciájú, 200 mW átlagteljesítményű titánzafír oszcillátor, mely kevés optikai ciklusú 5,2 fs-os impulzusokat képes előállítani. A laborban végzett kísérletekhez úgy van beállítva a rendszer, hogy a vivő-burkoló offszetfrekvencia 0 Hz legyen, ami azt eredményezi, minden, az oszcillátorból jövő impulzus V-B fázisa azonos (azonban ismeretlen értékű). Bár nem állapítható meg pusztán méréssel az abszolút V-B fázis, de az ékvastagság változtatásával és a keltett áram méréssel ez elvileg visszaszámolható [4].

## 4. Vizsgálati módszerek

A felmerülő probléma vizsgálatának céljából egy szimulációs programot készítettem Matlab programrendszerben. Ebben tetszőleges hosszúságú és központi hullámhosszú, transzformációkorlátozott impulzusok gaussi spektrumait készítettem el, valamint beolvastam különböző kísérleti módszerekkel karakterizált laboratóriumi impulzusokat is.

Mivel a vivő-burkoló fázist gyakorlatilag az oszcillátoron belül levő, kvarcból készült ékpárok mozgatásával lehet beállítani, ezért a szimuláció során kvarcüveget választottam diszperzív elemként. Kiszámoltam ennek az anyagnak a törésmutatóját (ld. (26) képlet és 12.(a) ábra), majd ennek ismeretében meghatároztam, hogy az egyes frekvenciakomponensek mekkora fázistolást szenvednek el a kvarcban való terjedés során (ld. (6) képlet). A kívánt anyagvastagság beállítása után elvégezhetők a lineáris terjedés részben leírt műveletek. A lézerimpulzus kezdeti spektrumához hozzáadva az anyag által okozott fázistolást, egy inverz Fourier transzformáció adja meg a terjedés utáni impulzusalakot. Ezt elvégezve megkaptam, hogy a kezdetben gaussi spektrumú, transzformációkorlátozott és ebből kifolyólag gaussi burkolójú, továbbá nulla vivő-burkoló fázisú impulzuson a terjedés során milyen változások mennek végbe. Kiszámolva az impulzus terjedést utáni alakjait az új impulzus minden paramétere (V-B fázis, impulzushossz stb.) ismert a változások vizsgálatához. A program ezen részével minden lineáris terjedéshez és annak hatásához tartozó vizsgálatok elvégezhetők.

Az impulzusok másodrendű és negyedrendű autokorrálációs függvényeinek előállítására a (24) segítségével történik  $n=2$  illetve  $n=4$  hatványkitevőkkel. Ez a feladat a Matlab környezetben 24-nek megfelelő numerikus integrálás elvégzését jelenti. Ehhez a térerősségek és időbeli eltoltjainak összegeit képeztem, amelyeknek abszolút értékeit az adott hatványra emelve majd a  $dt$ -nek megfelelő időléptékkal szorozva és felösszegezve a keresett autokorrálációs függvényeket megkaptam. Ennek segítségével a valós laborimpulzusok és tetszőleges hosszúságú, gaussi spektrumú impulzusok autokorrálációs függvényei előállíthatók tetszőleges V-B fázissal, amellyel a szükséges vizsgálatok szintén elvégezhetők.



## 5. Eredmények bemutatása

### 5.1. Lineáris terjedés hatása gaussi spektrumú impulzusok alakjára

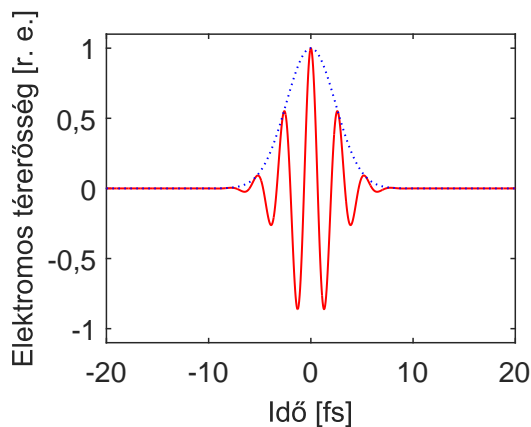
Ha transzformációkorlátozott impulzusok diszperzív közegben terjednek, akkor az elhangzottak alapján, a terjedés után kiszélesednek és pillanatnyi frekvenciájuk is változó lesz az időben, vagyis fázismoduláltak lesznek. Ezek a hatások annál szembeűnőbbek, minél hosszabb diszperzív közegen haladt át az impulzus.

A jelenség bővebb illusztrálásához a diszperzió hatását megvizsgáltam 800 nm és 730 nm központi hullámhosszú gaussi impulzusokra. A következő ábrák 800 nm központi hullámhosszú impulzusok kezdeti alakjait és különböző hosszúságú közegen való áthaladás után megváltozott alakjait mutatják be (a 730 nm központi hullámhosszú impulzusokra az ábrák nagyon hasonlóak). Az ábraleírásokban  $\tau_0$  az időbeli félértékszélességet,  $\nu_0$  a központi hullámhosszat,  $z$  az anyagvastagságot jelöli.

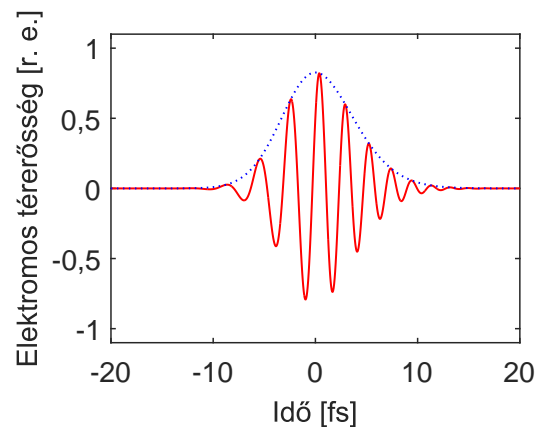
Az ábrákon jól nyomon követhető a diszperzió eredménye, az impulzusok kiszélesednek, fázismodulációt szenvednek el. Az itt vizsgált legrövidebb 4 fs hosszú és 5 fs hosszú impulzusok esetében már kevés anyag is szembeűnő változásokat eredményez.

Háromszoros fázisváltáshossznyi terjedés után már a burkoló torzulása is jól látható. A fázisváltáshossz hatszorosa után, viszont az impulzus már annyira kiszélesedik, hogy a további terjedés már nem torzítja nagy mértékben a burkolót.

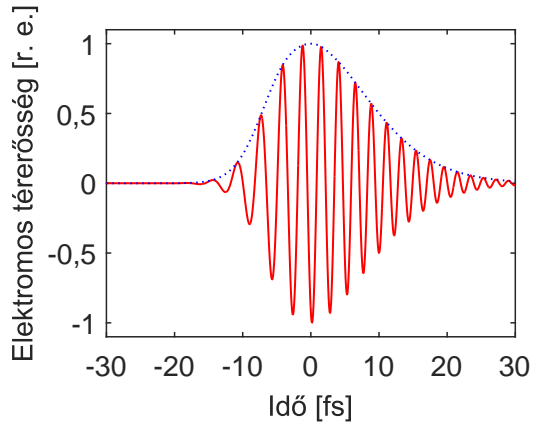
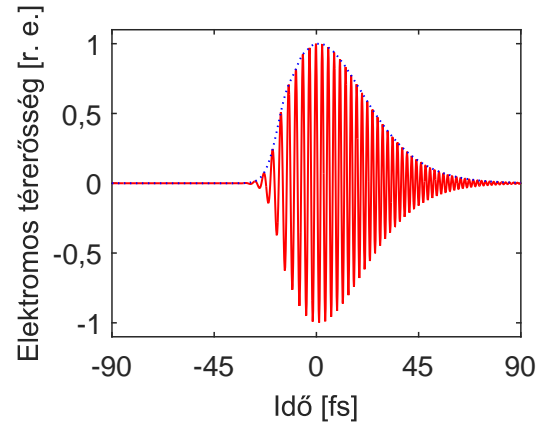
A 10 és 20 fs hosszú impulzusok esetében a burkoló torzulása, a fázismoduláció és a kiszélesedés is sokkal kisebb mértékben megy végbe. Mindennek az a magyarázata, hogy a rövidebb impulzusok spektruma szélesebb, mint a hosszabb impulzusoké, ezért a diszperzív közeg általi fázistolások az egyes frekvenciakomponensekre végűl a rövidebb impulzusokra nagyobb hatást eredményeznek ugyanannyi terjedés során.



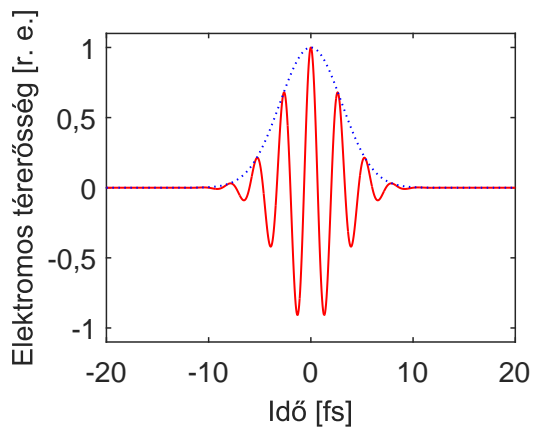
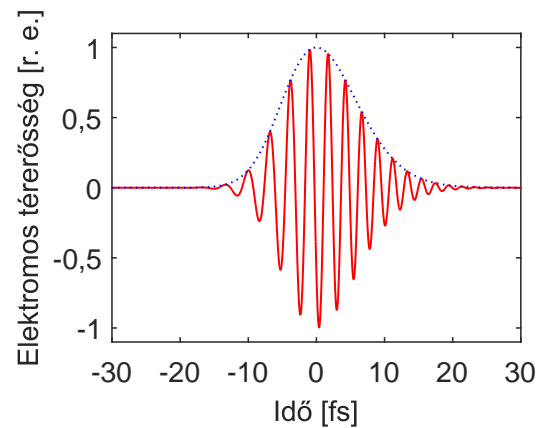
(a)  $\tau_0 = 4 \text{ fs}$ ,  $\nu_0 = 800 \text{ nm}$ ,  $z = 0$



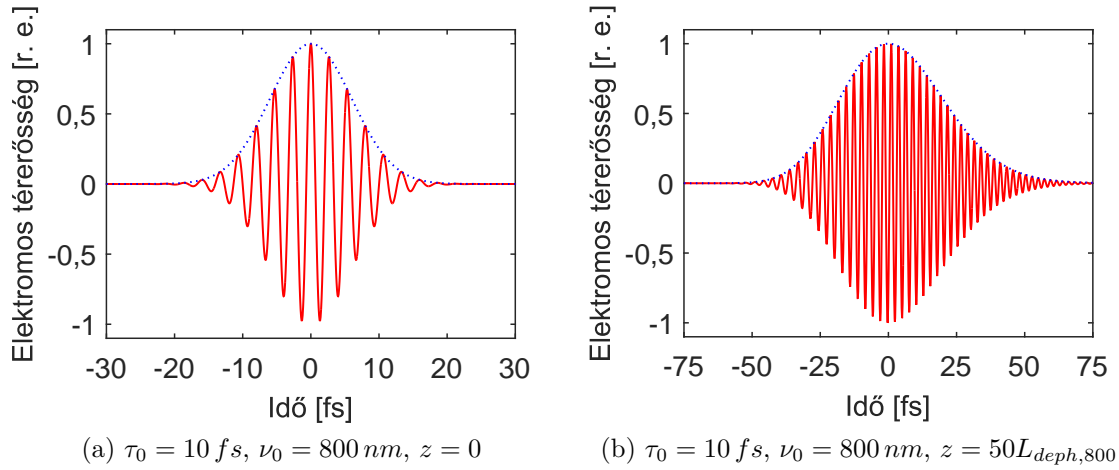
(b)  $\tau_0 = 4 \text{ fs}$ ,  $\nu_0 = 800 \text{ nm}$ ,  $z = 3L_{dep,800}$

(c)  $\tau_0 = 4 \text{ fs}$ ,  $\nu_0 = 800 \text{ nm}$ ,  $z = 8L_{dep,800}$ (d)  $\tau_0 = 4 \text{ fs}$ ,  $\nu_0 = 800 \text{ nm}$ ,  $z = 20L_{dep,800}$ 

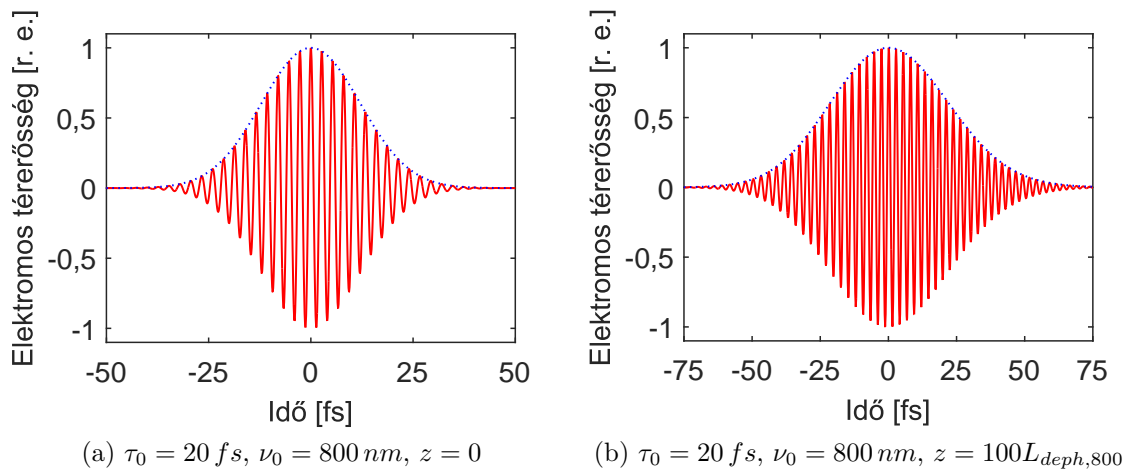
12. ábra. 4 fs hosszúságú, 800 nm központi hullámhosszú gaussi spektrumú impulzus és terjedés utáni alakjai. A fázisváltáshossz szimulációból kapott értéke (vagyis nem az 25( egyenlet szerinti)  $L_{dep,800} = 60 \mu\text{m}$ .

(a)  $\tau_0 = 5 \text{ fs}$ ,  $\nu_0 = 800 \text{ nm}$ ,  $z = 0$ (b)  $\tau_0 = 5 \text{ fs}$ ,  $\nu_0 = 800 \text{ nm}$ ,  $z = 8L_{dep,800}$ 

13. ábra. 5 fs hosszúságú, 800 nm központi hullámhosszú gaussi spektrumú impulzus és terjedés utáni alakjai. A fázisváltáshossz szimulációból kapott értéke  $L_{dep,800} = 60 \mu\text{m}$ .



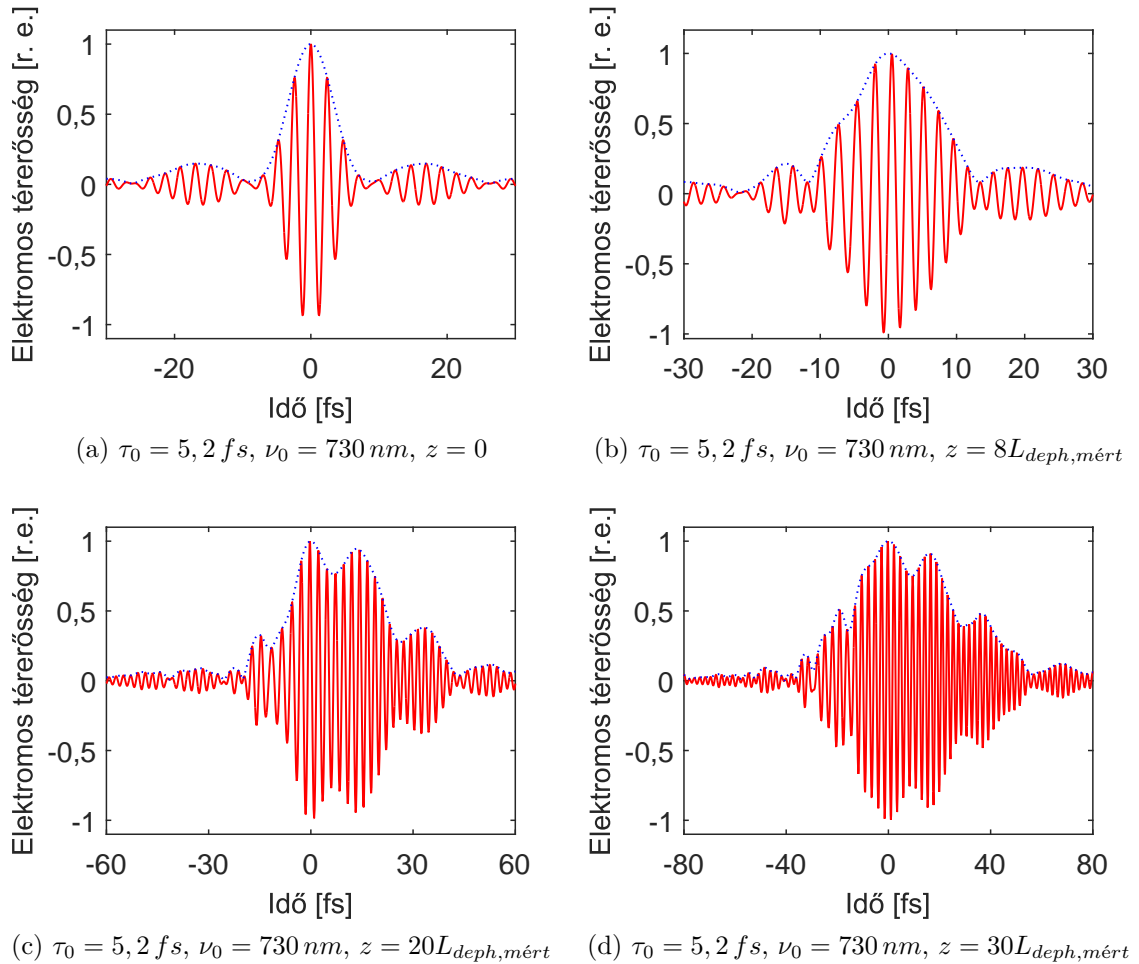
14. ábra. 10 fs hosszúságú, 800 nm központi hullámhosszú gaussi spektrumú impulzus és terjedés utáni alakjai. A fázisváltáshossz szimulációból kapott értéke  $L_{deph,800} = 60 \mu\text{m}$ .



15. ábra. 20 fs hosszúságú, 800 nm központi hullámhosszú gaussi spektrumú impulzus és terjedés utáni alakjai. A fázisváltáshossz szimulációból kapott értéke  $L_{deph,800} = 60 \mu\text{m}$ .

## 5.2. Lineáris terjedés hatása valós impulzusok alakjára

Az általam mért valós, laboratóriumi impulzus intenzitáspektruma a 3.(c) ábrán látható. Központi hullámhossza 730 nm és a hozzá tartozó transzformációkorlátozott impulzus 5,2 fs hosszúságú. Ahogyan a 3.(c) ábra is mutatja a spektrum két nagyobb csúcsot tartalmaz, de a belőle kapott időbeli impulzusalak nem különbözik túl nagy mértékben egy hasonló hosszúságú gaussi impulzustól. A diszperzió eredménye itt is az, hogy az impulzus kiszélesedik, torzul a burkoló alakja és megjelenik a fázismoduláció. Nyolcszoros fázisváltáshossznyi terjedés után már láthatóan változott a burkoló alakja, de hússzoros valamint harmincszoros fázisváltáshossznyi terjedés után a burkoló már teljesen torzult.



16. ábra. 5,2 fs hosszúságú, 730 nm központi hullámhosszú valódi impulzus és terjedés utáni alakjai. A fázisváltáshossz szimulációból kapott értéke  $L_{deph,mért} = 51 \mu\text{m}$  míg az analitikus (25) szerint ez az érték 48,16  $\mu\text{m}$

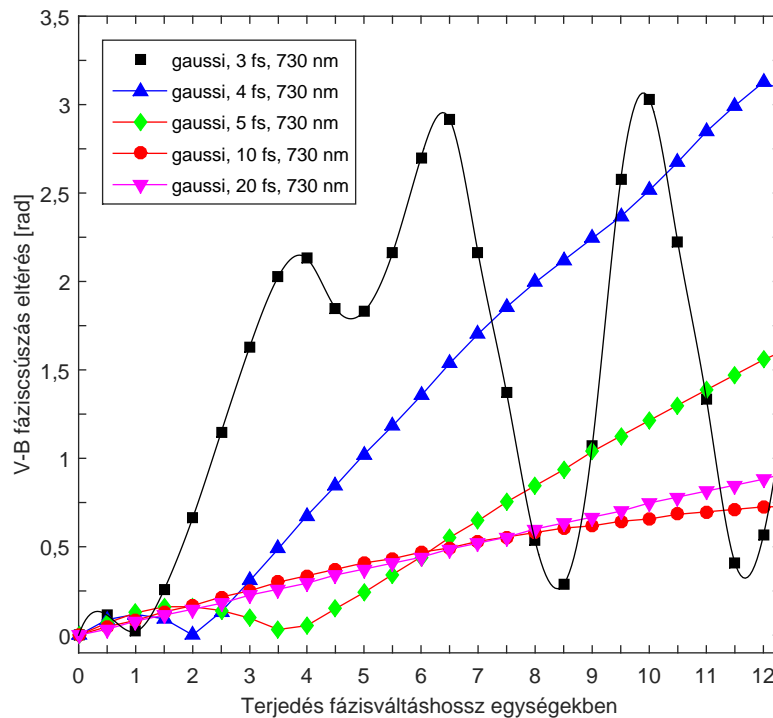
### 5.3. Vivő-burkoló fázis anomális viselkedése

A fázisváltáshosszra vonatkozó (25) formula megadja, hogy egy adott központi hullámhosszú, kezdetben koszinuszimpulzus, ha diszperzióval rendelkező közegben terjed, mekkora út megtétele után lesz újra koszinuszimpulzus, azaz a V-B fázisa mekkora út megtétele után változik meg  $2\pi$  rad-nal. A formula szerint továbbá, a fázisváltáshossz egész számú többszöröseinek megtétele után, ha az impulzus a közegbe való belépés előtt koszinuszimpulzus volt, a közegből kilépve szintén koszinuszimpulzus lesz. Ez azt jelenti, hogy a fázisváltáshossz állandó a terjedés során. A (25) formula közelítéssé válik azonban, ha ultrarövid, kevés optikai ciklusú impulzusok terjedéséről van szó, mert a diszperzió hatásaként fellépő effektusokat (főleg az impulzus burkolójának megváltozását) nem veszi figyelembe. A jelenségnek a vizsgálatához a kísérletileg mért spektrumból nyert transzformációkorlátozott impulzust (5,2 fs), a szintén valós, ismert spektrális fázissal rendelkező impulzust (3,8 fs) valamint különböző hosszúságú gaussi spektrumú transzformációkorlátozott impulzusokat használtam.

#### 5.3.1. Gaussi spektrumú impulzusok

Az gaussi spektrumú impulzus központi hullámhossza 730 nm volt. A fázisváltáshosszra a szimuláció segítségével 51  $\mu\text{m}$ -t kaptam, azaz  $L_{deph,730} = 51 \mu\text{m}$ . A kvarcüveg vastagságát nullától fél fázisváltáshosszannként növeltem tizenötszörös  $L_{deph,730}$  vastagságig. Minden ilyen pontban kiszámoltam az elméleti V-B fázis csúszását és a terjedés utáni impulzus V-B fázisának különbségét (ezt V-B fáziscsúszás eltérésnek nevezve), majd ezeket a fáziskülönbségeket ábrázoltam az kvarcüveg vastagságok, azaz a terjedés nagyságának függvényében a 17. ábrán.

Ha a fázisváltáshossz állandó lenne a terjedés során akkor minden impulzus esetén, bármekkora közegvastagságra a V-B fáziscsúszás eltérés nulla lenne. Mivel azonban ez nem teljesül, és az egyes impulzusok a terjedés során egyre jobban torzulnak, a V-B fáziscsúszás eltérés is növekszik a közeg vastagságával. A 17. ábrán az is látszik, hogy a 3 fs és 4 fs hosszúságú impulzusok esetében a legnagyobb ez az hatás, ugyanis ezek kevés optikai ciklusból állnak, spektrumaik szélesek, ezért a diszperzió nagyobb hatást gyakorol a hullámformáikra, mint a 10 fs és 20 fs hosszú impulzusok esetében például. Az utóbbi kettő már a terjedés előtt is elég széles burkolóval rendelkezik, aminek következtében még nyolcszoros  $L_{deph,730}$  üvegvastagság után is csak akkora a V-B fáziscsúszás eltérés, mint a 3 fs hosszú impulzus esetében kétszeres  $L_{deph,730}$  üvegvastagság esetén.



17. ábra. Az (25) szerinti elméleti vivő-burkoló fázisértékek eltérése a szimulációk során kapott eredményektől. A gaussi spektrumú impulzusok mind az öt esetben 730 nm központi hullámhosszúak. A legnagyobb eltérést itt is a kevés optikai ciklusú impulzusok okozzák.

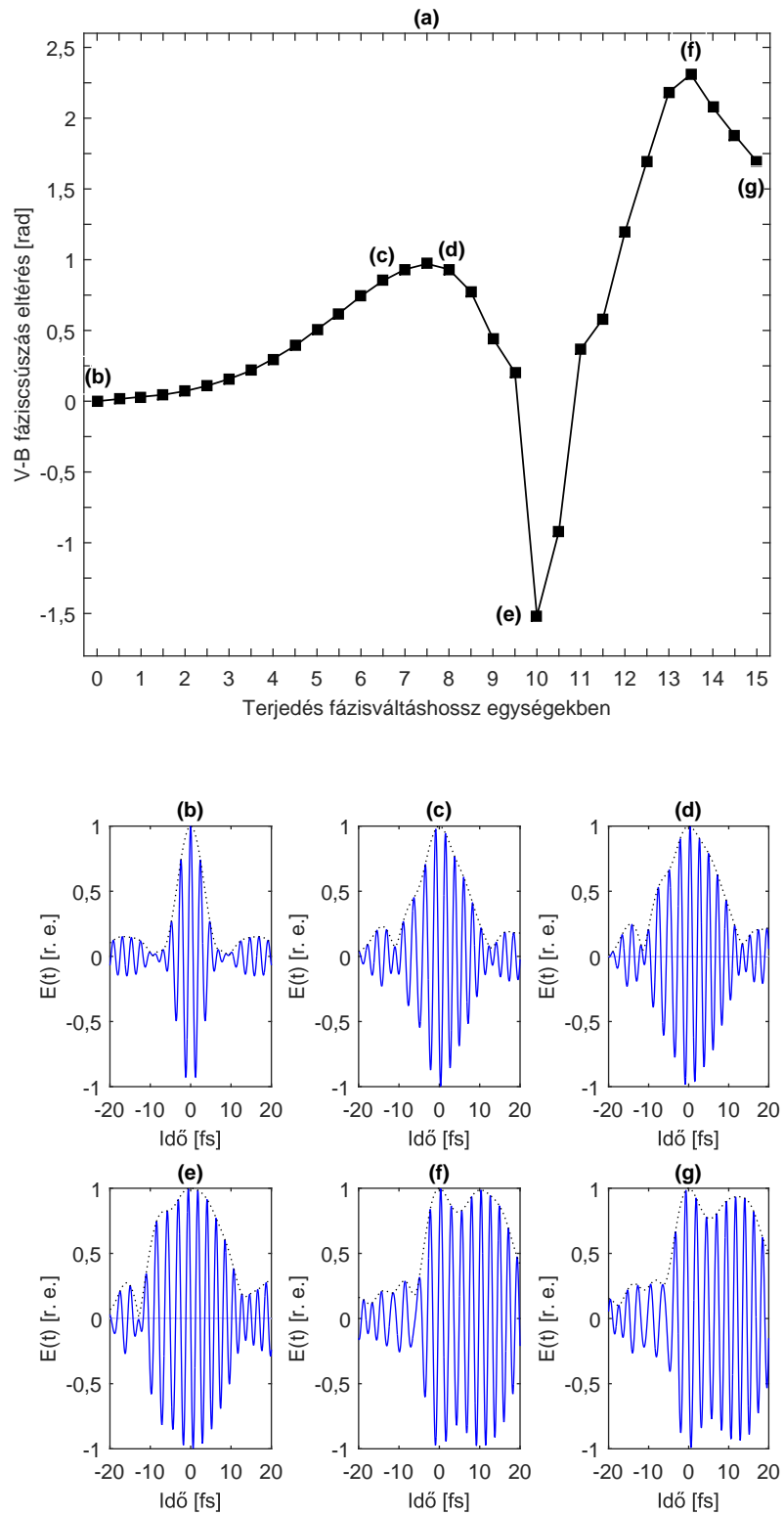
A 3 fs és 4 fs hosszúságú impulzusok esetében még egy anomális viselkedés is megfigyelhető a V-B fáziscsúszás eltéréseiben. A 4 fs-os impulzus esetében ez az eltérés körülbelül 12 fázisváltáshosszig növekszik, utána csökkenni kezd. A 3 fs-os impulzus esetében azonban még több ugrás figyelhető meg az említett eltérésben.

### 5.3.2. Valós impulzusok

Az 5,2 fs hosszúságú laborimpulzus spektruma és a belőle kapott transzformáció limitált impulzus időalakja a 3(c). és 18(b) ábrán láthatóak. Ebben az esetben az előzőekhez hasonló vizsgálatot elvégezve a V-B fázis változásában szintén anomális viselkedés jelenik meg. A 18.(a) ábra a V-B fáziscsúszás eltérést ábrázolja, valamint az (b)-(g)-vel jelölt pontokban kialakuló időalakokat a 18.(b)-(g) alábrák mutatják. Látható, hogy a V-B fáziscsúszás eltérés először növekszik a (d) pontbeli tartományig majd a terjedés hátralevő részében anomálisan változik. Ez a viselkedés azzal magyarázható, hogy bizonyos terjedés után ((d) pontnak megfelelően ez körülbelül nyolcszoros fázisváltáshossz) az impulzus burkolója már annyira torzul, hogy a bal oldalán egy újabb csúcs kialakulása veszi kezdetét a burkolóban (egy új lokális maximum jelenik meg), ugyanakkor a régi csúcs torzulása is folytatódik. Ebből kifolyólag a V-B fáziscsúszás eltérése ettől a ponttól már nem olyan mértékben megy végbe a

terjedés során, mint a terjedés elején. Az 18.(f) ábrán látható, hogy az (f) pontban a bal oldalon kialakuló mellécsúcs a burkolóban már azonos magasságú, mint az eredeti csúcs, a (g) pontban azonban már nagyobbá válik nála. A burkolónak ez a fajta torzulása eredményezi a V-B fázis anomális viselkedését, ugyanis jól érzékelhető, hogy egy adott hosszúságú terjedésnek nem ugyan az a hatása az impulzusalakra, ha előtte nem terjed még az impulzus, vagy ha már terjedt valamennyit.

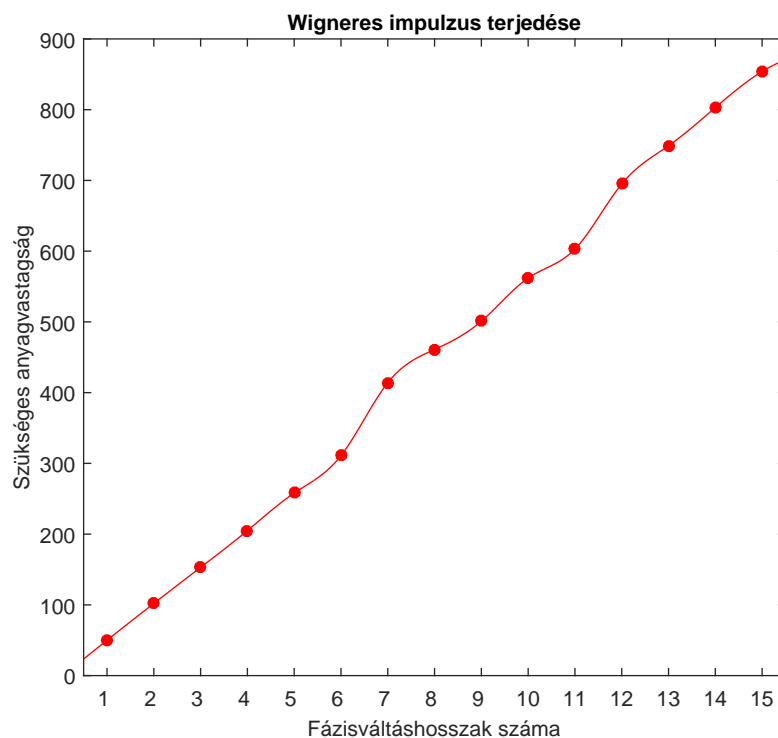
A 18.(e)-18.(g) ábrákon mind az impulzus hossza mind annak alakja miatt nem sok értelme van V-B fázisról beszélni, azonban 7-8 fázisváltáshosszig az észlelt anomália gyakorlati jelentőségű és [3], [4] cikkekben illetve a motivációs részben ismertetett jelenség vizsgálatát is jelentősen befolyásolja.



18. ábra. (a) Vivő-burkoló fázis anomális viselkedése a 5,2 fs hosszúságú valós lézerezimpulzus esetében. (b)-(g) A megjelölt pontokban kialakuló impulzusok időbeli alakjai.

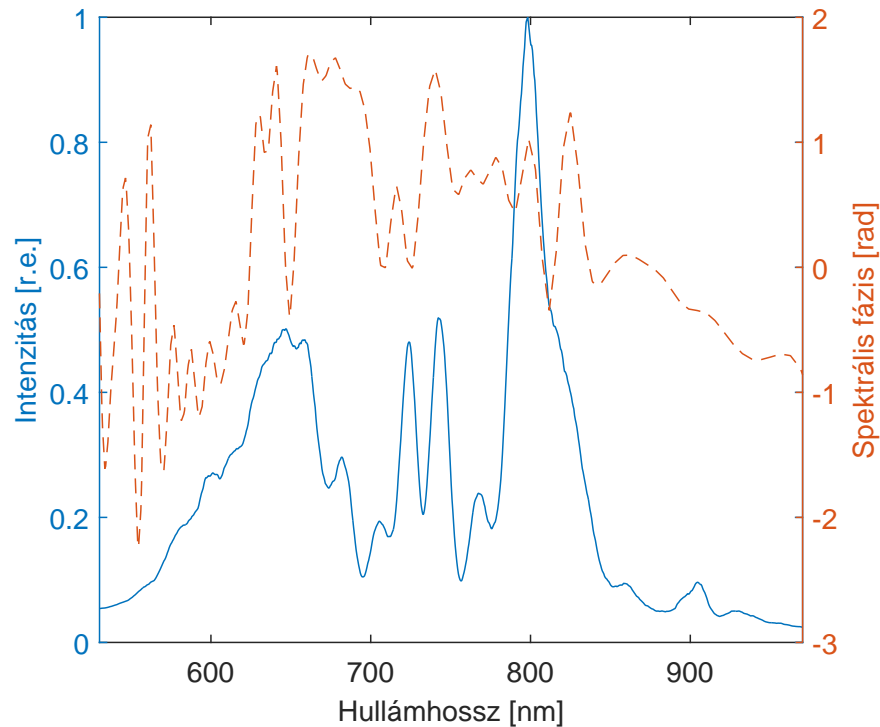


Mivel a fázisváltáshossz nem állandó a terjedés során és a vivő-burkoló fázis anomálisan változik az anyagmennyiséggel, ezért amíg az első fázisváltáshosszhoz  $51 \mu\text{m}$  anyag szükséges addig a további fázisváltáshosszaknak ettől eltérően egyre több anyagmennyiség a feltétele. A 19. ábra ezt mutatja az 5,2 fs hosszú impulzus esetében. Már az első pár fázisváltáshossz esetében is látszódik a különbség, a második fázisváltáshossz a  $102 \mu\text{m}$  anyag helyett  $104,8 \mu\text{m}$  anyagnál következik be. Például a 12. fázisváltáshossz az elméletnek megfelelően  $600 \mu\text{m}$  anyagvastagság után menne végbe, azonban ezzel ellentétben, ahogy az ábráról leolvasható ehhez gyakorlatilag már  $700 \mu\text{m}$  anyag szükséges.



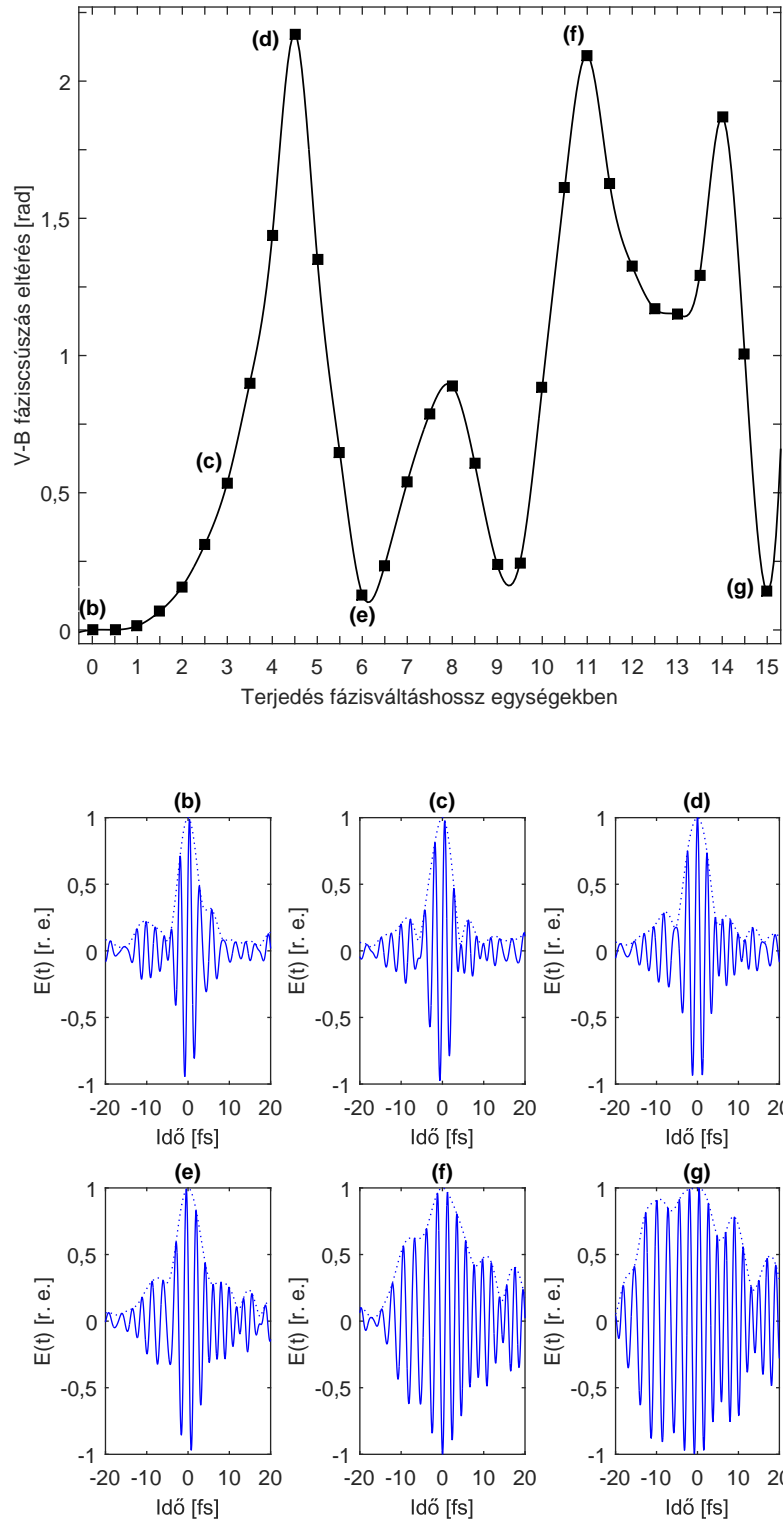
19. ábra. Az 5,2 fs-os impulzus fázisváltáshossza a szimulációnak megfelelően  $51 \mu\text{m}$ . A diszperzió és impulzusterzulás következtében ez az érték nem marad állandó a terjedés során, minél több anyagon haladt át az impulzus, annál nagyobb lesz az értéke. Például a nyolcszoros fázisváltáshossz a (25) szerinti  $408 \mu\text{m}$  helyett  $463 \mu\text{m}$  anyagmennyiség esetén következik be.

A második, szintén valós laborimpulzus spektruma és spektrális fázisa, az alábbi 20. ábrán látható, ez egy titán-zafír oszcillátor egymódusú optikai szálban kiszélesített spektrumát ábrázolja [15]. Az ebből előállított impulzus időbeli alakja a 21. ábrán látható, amely 3,8 fs hosszúságú.



20. ábra. Valós laborimpulzus spektrális intenzitása és spektrális fázisa, amelyhez egy 3,8 fs-os impulzus tartozik (forrás: [15]).

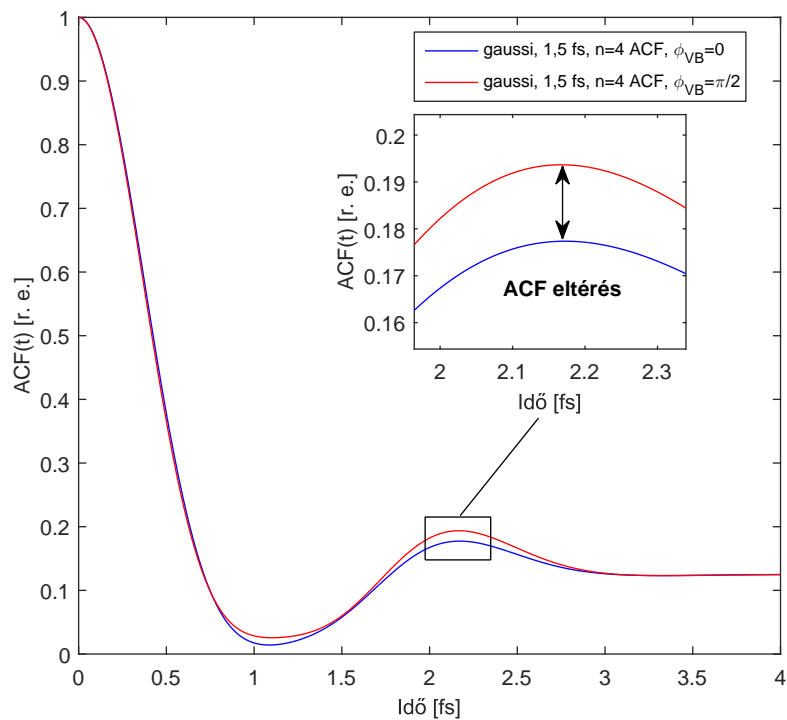
Mivel ebben az esetben nem nulla a spektrális fázis, mint a 5,2 fs-os valós impulzus esetében, ezért az ebből a spektrumból kapott impulzus, alapesetben már nem koszinuszimpulzus, és a burkoló alakja sem szimmetrikus. A szimuláció során ennek az impulzusnak a fázisváltáshossza  $42 \mu\text{m}$  értékűnek adódott és hasonlóan az előzőekhez ez esetben is tizenötszörös fázisváltáshosszig vizsgáltam a terjedés hatását a V-B fázisra. Az eredmény az 21.(a) ábrán szerepel. A V-B fázis anomális viselkedése itt is ugyan úgy fellelhető, mint az előző esetekben. A előző valós impulzushoz képest, itt a görbe sokkal meredekebben indul, mivel ez az impulzus 1,6 fs-al rövidebb és a már leírtaknak megfelelően ezért nagyobb a diszperzió rá gyakorolt hatása (ld. a 17. ábrán is). Az első növekedési szakasz a V-B fáziscsúszás eltérésben a (d) pontig, azaz 4,5 fázisváltáshosszig tart. Itt az elméletileg mínusz koszinuszimpulzussal ellentétben a kialakuló impulzus közel koszinuszimpulzus, ami a legnagyobb eltérést eredményezi (közel  $\pi$  rad különbség a V-B fázisban). Ezt követően az eltérésben csökkenés, majd újra növekvő és csökkenő részek követik egymást. A magyarázat hasonló az előzőekhez, az anomális viselkedés oka a burkoló torzulása. A 21.(g) ábrán már három csúcs is jelen van a burkolóban, még több terjedés még nagyobb mértékű torzulást és ebből adódóan még inkább anomális viselkedést eredményez.



21. ábra. (a) Vivő-burkoló fázis anomális viselkedése a 3,8 fs hosszúságú valós lézerpulzus esetében. (b)-(g) A megjelölt pontokban kialakuló impulzusok időbeli alakjai.

## 5.4. Autokorrelációs függvények vivő-burkoló fázisérzékenysége

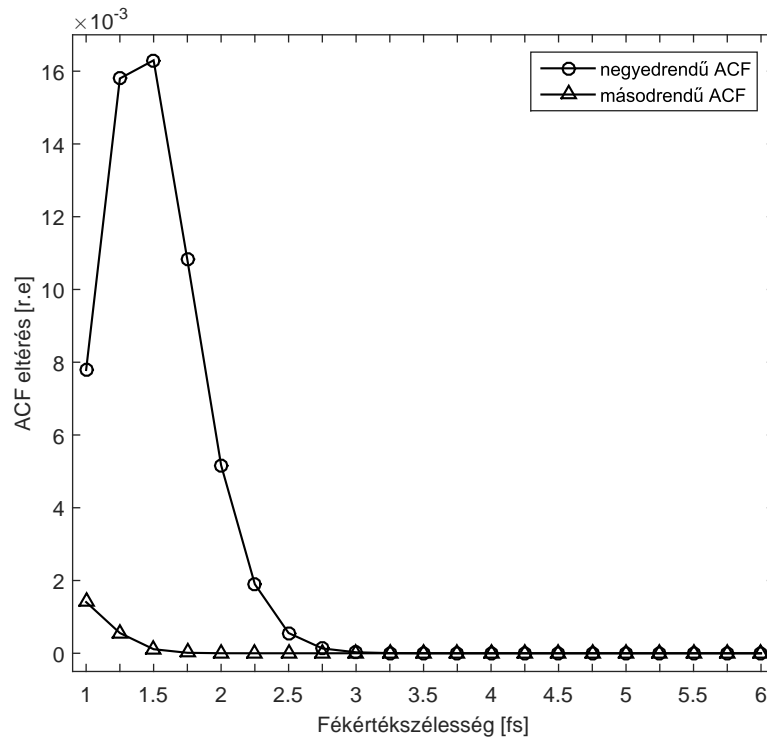
Ultrarövid impulzusok esetén feltevődik a kérdés, hogy a széles körben impulzusdiagnosztikára használt autokorrelációs függvény függ-e az impulzus V-B fázisától. A kérdés különös aktualitását az adja, hogy nemrég sikerült 1 fs körüli időtartammal UV-infravörös spektrális tartományba eső impulzusokat 4 spektrális csatorna szintézisével előállítani [16], ami az impulzuskaracterizálás szempontjából is egy teljesen új paramétertartományt jelent. Ennek érdekében 1 fs-6 fs hosszúságú gaussi impulzusokra kiszámítottam azok másodrendű és negyedrendű autokorrelációs függvényeit nulla (koszinuszimpulzus) és  $\pi/2$  rad (szinuszipulzus) V-B fázis értékekkel. A másodrendű autokorrelációt a szokásos elrendezés indokolja, amikor másodharmonikus kristályban keltett jelt mérünk a késleltetés függvényében (ld. 10), a negyedrendűt pedig a fotoemisszióval mérhető autokorreláció [13], ahol a nemlinearitás fémfelületi négyfotonos fotoemisszió és az így keltett fotoáram detektálása szolgáltatja.



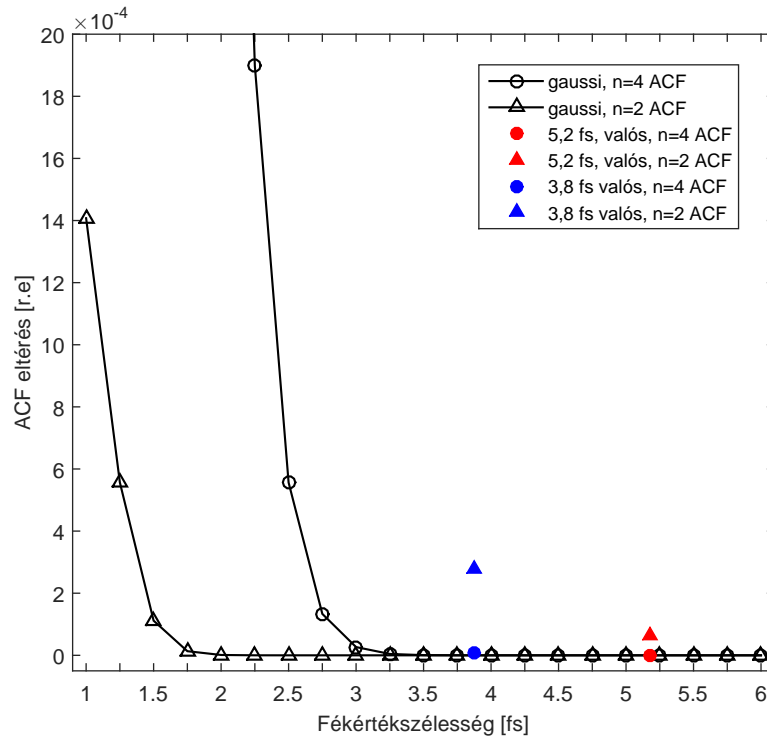
22. ábra. Gaussi spektrumú, 1,5 fs-os impulzusok negyedrendű autokorrelációs függvényének második csúcsának eltérése különböző értékű V-B fázisok esetén.

Az eltérést a V-B fázis függvényében a második csúcsok közötti különbséggel azonosítottam. Az 22 ábra ezen eltérést mutatja egy 1,5 fs hosszú gaussi impulzusra negyedrendű autokorrelációs függvényekre, nulla és  $\pi/2$  V-B fázisok esetén.

Az impulzushosszak függvényében ábrázolva ezen eltéréseket ahogyan azt a 23. ábra mutatja, nyilvánvalóvá válik, hogy negyedrendű autokorrelációnál már a 2,5 fs-os és az annál rövidebb impulzus esetén, másodrendű autokorrelációnál az 1,5 fs-os és az annál rövidebb impulzusokra elvileg kísérletileg is mérhető, az ezrelékes szintet meghaladó eltérést okoz a V-B fázis különbsége.



23. ábra. Gaussi spektrumú impulzusok negyed- ill. másodrendű autokorrelációs függvényeinek második csúcsának eltérése nulla és  $\pi/2$  rad értékű V-B fázisok esetén.

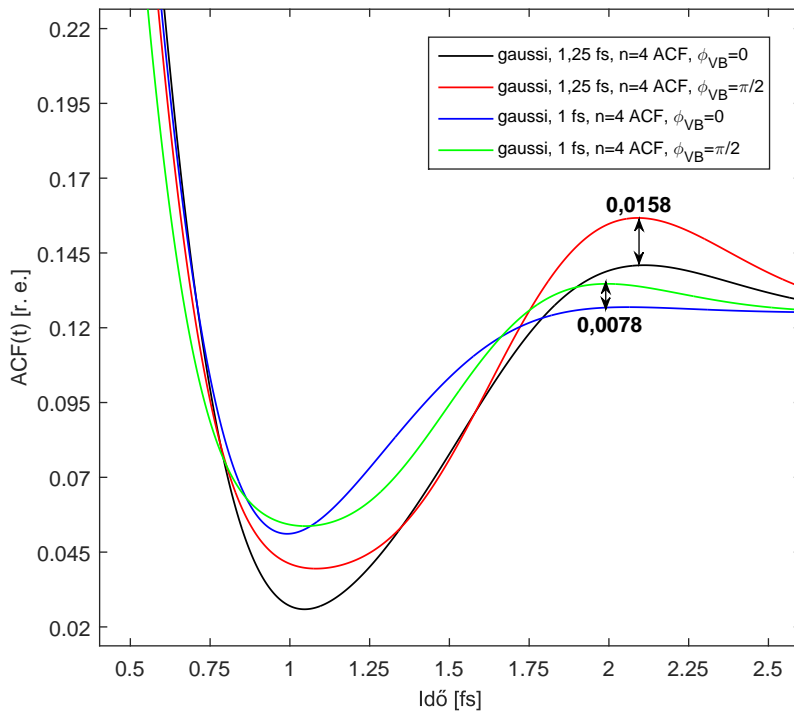


24. ábra. Gaussi spektrumú és valós impulzusok negyed- ill. másodrendű autokorrelációs függvényeinek második csúcsának eltérése nulla és  $\pi/2$  rad értékű V-B fázisok esetén. Ugyan az az ábra nagyítva, mint a 23. de a valós impulzusokra számolt értéket is ábrázolja.

Ugyanezen vizsgálatokat elvégezve az 5,2 fs és 3,8 fs hosszú valós impulzusokra szintén eltérés tapasztalható az autokorrelációs függvényekben (24. ábra). Míg a hosszabb, impulzus esetében az eltérések közel azonosak az ugyan olyan hosszú gaussi impulzusokra kapott értékekkel, addig a rövidebb impulzusra a negyedrendű autokorreláció esetében jelentősebb az eltérés a gaussi esettől.

A 22. ábra annak a lehetőségét is megmutatja, hogy komplex spektrális amplitúdóval és fázisfüggvénnyel rendelkező impulzusok esetén jóval nagyobb esély van a V-B fázis autokorrelációs módszerrel történő mérésére. Ugyan a módszer ennél hosszabb impulzusoknál nem lehet praktikus, de pl. nagy intenzitások és az ezzel elérhető még magasabb rendű (pl. nemesgázatomok fotoionizációján alapuló [17]) autokorrelációs mérések esetén reális lehet a fázismérés 4-5 fs esetén is. Az 23. ábrán szereplő negyedrendű autokorrelációs függvénybeli eltérések az 1 fs, 1,25 fs és 1,5fs hosszú impulzusok esetében olyanok, hogy a hosszabb impulzushoz nagyobb eltérés tartozik, mint a rövidebb impulzushoz, ezért ez három pont eltér a görbe további jellegétől. Ennek magyarázatát adja a 25. ábra.

A 25. ábra az 1 fs és 1,25 fs ponthoz tartozó autokorrelációs függvényeket ábrázolja mindkét esetben nulla valamint  $\pi/2$  V-B fázis értékekre. Látható, hogy az 1



25. ábra

fs-os esetben az autokorrelációs függvény második csúcsa még nem jelenik meg szignifikánsan, főleg a nulla V-B fázis esetében. Az 1,25 fs-os impulzusra már mindkét V-B fázis értékre kezdetét veszi a második csúcsok növekedése, ez a folyamat túlkompenzálja a V-B fázisbeli különbségeket ezért nagyobb eltérést eredményez, bár az impulzus 0,25 fs-al hosszabb ebben az esetben. Az 1,5 fs-os hossza még szintén nagyobb az eltérés, mint az 1,25 fs-os hossza, azonban az ennél hosszabb impulzusokra már minden esetben csökken az eltérés az impulzushossz növekedésével, mert ezekben az esetekben már kellően nagyok a második csúcsok.

A fenti ábrák azt bizonyítják, hogy főleg az interferometrikus autokorreláció érzékeny az impulzus V-B fázisára ha az impulzus hossza nagyon rövid ( $< 3,5$  fs). Ez lehetőséget ad arra, hogy adott hosszúságú impulzusra tudva a V-B fázis eltéréséhez tartozó autokorrelációs függvénybeli különbséget, utóbbit megmérve következtetni tudjunk, az impulzus V-B fázisának változására.

## 6. Összefoglalás

Munkám során gaussi spektrumú és valós lézerimpulzusok terjedését szimulálva megvizsgálta, hogy milyen hatást gyakorol a diszperzív közeg az impulzusokra és hogyan változtatja meg a V-B fázisukat. Megmutattam, hogy kevés optikai ciklusú impulzusok esetében a (25) formula csak közelítéssé válik és a terjedés során sem marad állandó az értéke. Ebből kifolyólag a nagyon rövid impulzushossz következményeként a V-B fázis anomálishan viselkedik a terjedés alatt, amiért legfőképpen a burkoló nagymértékű torzulása a felelős. Ezen ismeretek segítségével fontos információkhoz juthatunk, melyeket a bevezetőben említett áramkeltéses kísérletben is felhasználhatunk.

Megvizsgáltam, hogy a széles körben impulzusdiagnosztikára használt autokorrelációs függvény lehetőséget nyújthat-e a V-B fázis meghatározására. A felmerülő sejtés igazolásához - miszerint az autokorrelációs függvények érzékenyek az impulzusok V-B fázisára ha ultrarövid impulzusokról beszélünk - megvizsgáltam különböző hosszúságú transzformációkorlátozott gaussi spektrumú és valós laborimpulzusok másodrendű és negyedrendű autokorrelációs függvényeit különböző V-B fázis értékekre. Másodrendű esetben 1,5 fs hosszúság alatt már ezrelékes eltérés figyelhető meg ha a V-B fázisban  $\pi/2$  eltérés van, negyedrendű esetben viszont már 2,5 fs hosszúság alatt jelentkezik az eltérés amely százalékos nagyságrendig is felnő az impulzushossz csökkenésével. Ugyanezen jelenség a valós laborimpulzusok esetén is megjelenik, és azt mutatja, hogy a komplex amplitúdóval és fázissal rendelkező impulzusok esetén nagyobb esély van a V-B fázis autokorrelációs méréssel történő mérésére kevés fs-os impulzusok esetén.



---

## Hivatkozások

- [1] Lenzner, M. *et al.* Femtosecond Optical Breakdown in Dielectrics. *Phys. Rev. Lett.* **80**, 4076 (1998)
- [2] Schultze, M. *et al.* Controlling dielectrics with the electric field of light. *Nature* **493**, 75 (2013).
- [3] Schiffrin, A. *et al.* Optical-field-induced current in dielectrics. *Nature* **493**, 70 (2013).
- [4] Paasch-Colberg, T. *et al.* Solid-state light-phase detector. *Nat Photon* **8**, 214 (2014)
- [5] Krausz, F., Stockman, M. I. Attosecond metrology: from electron capture to future signal processing. *Nat Photon* **8**, 205 (2014)
- [6] Apolonski, A. *et al.* Controlling the Phase Evolution of Few-Cycle Light Pulses. *Phys. Rev. Lett.* **85**, 740 (2000)
- [7] S. T. Cundiff, Phase stabilization of ultrashort optical pulses. *J. Phys. D* **35**, 8 (2002)
- [8] Dombi, P. *et al.* Direct measurement and analysis of the carrier-envelope phase in light pulses approaching the single-cycle regime. *New J. Phys.* **6**, 39 (2004)
- [9] Osvay, K. Ultrarövid impulzusok lineáris terjedése, összenyomása és fókuszálása. Heiner Zs., Osvay K. *A kvantumoptika és -elektronika legújabb eredményei* (2006)
- [10] Krausz, F., Ivanov, M. Attosecond physics. *Rev. Mod. Phys* **81**, 163 (2009)
- [11] Brabec, T., Krausz, F., Intense few-cycle laser fields: Frontiers of nonlinear optics. *Rev. Mod. Phys* **72**, 545 (2000)
- [12] Ell, R., *et al.* Quasi-synchronous pumping of modelocked few-cycle Titanium Sapphire lasers. *Opt. Express* **13**, 9292 (2005)

- 
- [13] Dombi, P., Krausz F., Farkas G., Ultrafast dynamics and carrier-envelope phase sensitivity of multiphoton photoemission from metals. *J. Mod. Opt.* **53**, 163 (2006)
- [14] Poppe, A. *et al.* Few-cycle optical waveform synthesis *Appl. Phys. B* **72**, 1373 (2001)
- [15] Yakovlev, V.S., *et al.* Phase-stabilized 4-fs pulses at the full oscillator repetition rate for a photoemission experiment *Appl. Phys. B* **76**, 329 (2003)
- [16] Hassan, M. Th., *et al.* Optical attosecond pulses and tracking the nonlinear response of bound electrons *Nature* **530**, 66 (2016)
- [17] Agostini, P. *et al.* Free-Free Transitions Following Six-Photon Ionization of Xenon Atoms. *Phys. Rev. Lett.* **42**, 1127 (1979)
- [18] Jones D.J. *et al.* Carrier-envelope phase control of femtosecond mode-locked lasers and direct optical frequency synthesis. *Science* **288**, 635, (2000)
- [19] Dombi, P. Optikai frekvenciametrológia, avagy mire jók a frekcencifésűk? *Fizikai Szemle* 56, 91 (2006)
- [20] Jójárt P., Börzsönyi Á., Osvay K. Lineáris optikai módszer vivő-burkoló fázis csúszásának mérésére. *Fizikai Szemle* 64, 236. (2014)
- [21] Dombi, P. Femtoszekundumos oszcillátorok fázisstabilizálása.  
Heiner Zs., Osvay K. (szerk.) *A kvantumoptika és -elektronika legújabb eredményei* (2006)

## Köszönetnyilvánítás

Köszönetet szeretnék mondani témavezetőmnek, Dr. Dombi Péternek, az Ultragyors Nanooptika kutatócsoport vezetőjének, az érdekes téma felvetésért, a rengeteg szemléletes magyarázatért, az általa nyújtott új ismeretekért, valamint a fizika ezen területének mélyebb ismertetéséért.

Köszönöm továbbá Csajbók Viktóriának a dolgozat elkészítésében nyújtott segítségét, hasznos tanácsait és az Wigner Ultragyors Nanooptika kutatócsoport többi tagjának a felmerülő kérdéseim készséges megválaszolását.

Köszönöm szüleimnek az egyetemi évek alatt nyújtott támogatást illetve évfolyamtársaimnak a tanulmányok megbeszélésében való részvételt, amely a mélyebb megértést segítette.