



TDK DOLGOZAT

Toroidális plazmákban terjedő hullámok kétdimenziós módusszám analízise

Borsi Márton
Fizikus BSc II. évfolyam
Természettudományi kar

Konzulensek: **Dr. Pokol Gergő**
egyetemi docens
BME Nukleáris Technikai Intézet

Pölöskei Péter Zsolt
demonstrátor
BME Nukleáris Technikai Intézet

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
2016

Kivonat

A napjainkban egyre növekvő energiaigény problémájára szolgálhatna megoldásul a csillagokban zajló fúziós energiatermelés földi megvalósítása. Ennek során könnyebb atommagok állnak össze nehezebb magokká, miközben a kémiai kötések erősségét nagyságrendekkel felülmúló kötési energia szabadul fel. Ahhoz, hogy ilyen átalakulásokkal energiatermelés legyen megvalósítható igen magas hőmérséklet szükséges, melyen az anyag plazma állapotba kerül, ionok és szabad elektronok keverékévé válik, melynek összetartása erős, külső mágneses mező létrehozásával lehetséges. Ezt a tárolási módszert valósítja meg a tokamak típusú fúziós berendezés, melyben a plazma tórusz alakú térben lebeg. A napjainkban még csak kísérleti szinten működő berendezések fejlesztése érdekében elengedhetetlen a plazmán belüli hullámok térbeli szerkezetének vizsgálata, amellyel én is foglalkoztam a munkám során.

A plazmában különböző típusú hullámok terjedhetnek, amelyek kellően nagy hullámhossza esetén az egész tokamakban jelenlévő módusok alakulhatnak ki. A hullám fázisa a tóruszhoz idomuló koordináta-rendszer két koordinátájának függvénye, melyeket toroidális, illetve poloidális szögnek nevezünk. A berendezés mérőszondái lehetőséget adnak a plazma vizsgálatára és a mérési eredmények alapján a hullám fázisa különböző pontokban meghatározható.

Munkám során a BME Nukleáris Technikai Intézetének Wavelet Tools programcsomagján végeztem fejlesztéseket, képessé téve azt a szondáknál számított fázisok, illetve a szondapozíciók ismeretében a vizsgált plazmahullám toroidális és poloidális módusszámának egyidejű meghatározására. A program korábbi verziója csupán az egyik kiszámítására volt alkalmas olyan szondagyűrűk vizsgálatával, ahol valamelyik koordináta megegyezett, ekkor ugyanis a mért fázisok különbségei lineárisan függtek a pozíció különbségtől és az arányossági tényező adta a módusszámot. Az általam kifejlesztett kétdimenziós módusszám-meghatározás az előbbi egydimenziós egyenesillesztés helyett egy síkillesztést hajt végre, egyidejűleg határozva meg mindkét módusszámot. Munkám részeként a németországi ASDEX Upgrade tokamakon végzett kísérletek mérési adatait dolgoztam fel.

A kétdimenziós módszer egyértelmű előnye hogy a kísérletben felhasználható szondák nem korlátozódnak azokra, melyeknek egyik koordinátája megegyező. Mivel a kiértékelés e módon több mérési eredmény felhasználásával készülhet el a kapott eredmény pontosabbá vált.

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	5
1.1. Plazmahullámok a tokamakban	6
1.2. Mágneses diagnosztika	7
1.3. Egydimenziós módusszám analízis	8
2. Kétdimenziós módusszám analízis	11
2.1. A kétdimenziós módszer elvi menete	11
2.2. A kétdimenziós módszer implementációja	12
2.3. Grafikus megjelenítés	13
3. Tesztelés szimulált adatokon	14
3.1. Hullámok szimulálása	14
3.2. Szimulált adatok feldolgozása	14
3.3. Tesztelési eredmények	15
3.4. Kutatási lehetőségek a szimulációs programmal	22
4. Tesztelés valós adatokon	23
4.1. Módusszámok a idő-frekvencia síkon	23
4.2. Idő-frekvencia pontok részletes vizsgálata	25
5. Összefoglalás	31

1. fejezet

Bevezetés

A 21. század egyre növekvő energiaigényeinek közepette állandó kérdést jelent, hogy miként állítható elő hosszú távon az emberiség szükségleteit kielégítő mennyiségű energia. A fosszilis energiahordozók amellet, hogy nem tartanak ki hosszú távon, a környezetre is negatív hatást gyakorolnak, a megújuló energiaforrások pedig nem képesek megbízhatóan és kellő mértékben hozzájárulni az energiatermeléshez.

A fent felsoroltaknál ígéretesebbnek látszik az atommagok belső átalakulása során keletkező energia felhasználása (nukleáris energiatermelés), mivel ez nagyságrendekkel több, mint ami kémiai kötések felbontásával nyerhető. A világon mára elterjedt és nagy számban üzemelő atomerőművekben használják ki ezt a lehetőséget, ahol főként az ^{235}U izotóp hasadása, azaz alacsonyabb rendszámú elemekké való átalakulása során felszabaduló energiát alakítják elektromos árammá. Az energiatermelés ezen módja határozottan kevesebb káros hatást gyakorol a környezetre, viszont problémákat vet fel a reakcióban keletkező neutronok által felaktivált radioaktív hulladékok eltárolása, a Földön fellelhető urán korlátozott mennyisége, illetve az üzemanyagként használt dúsított urán előállítás.

Az atommagok átalakulását és ily módon a kötési energiák felszabadulását előidéző másik folyamat a magfúzió, melynek során könnyebb atommagok állnak össze nehezebbekké. Ennek, a csillagok belsejében is létrejövő folyamatnak [1] a földi megvalósítása jelenthetné az energiatermelés jövőjét. A módszer előnye lenne, hogy a lehetséges üzemanyagot jelentő alacsony rendszámú elemek izotópjai nagy mennyiségben hozzáférhetőek Földünkön, valamint, hogy a reakció végtermékének túlnyomó részét képező He nem jelent veszélyt a környezetre.

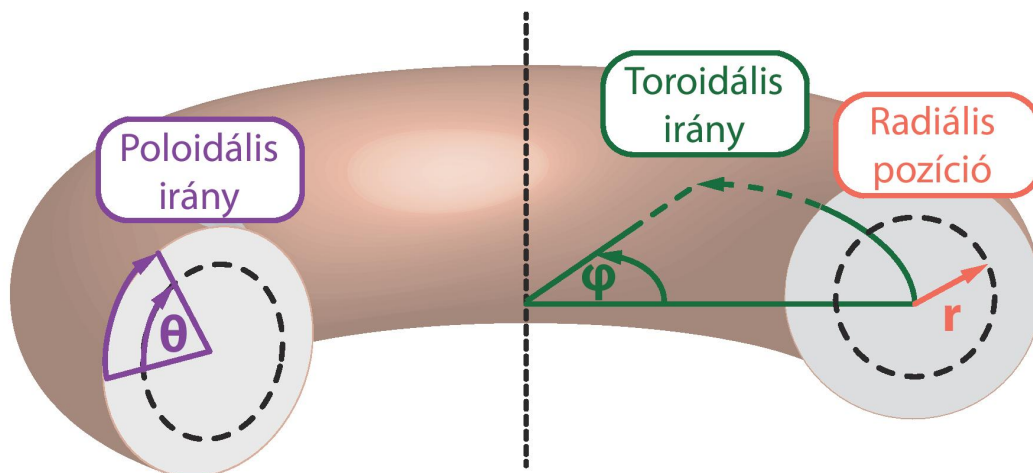
A fúziós energiatermelés megvalósításának nehézségeit az okozza, hogy gazdaságos folyamat létrejötte igen magas hőmérsékletet igényel, melyen az anyag plazma halmazállapotba kerül, azaz ionok és szabad elektronok keve-

rékévé válik. A forró plazma tárolása komoly nehézségeket jelent, melyre az egyik lehetséges megoldás, ha erős mágneses mező segítségével tartjuk össze, miközben egy önmagába záródó csőben kering. Ilyen tárolást valósít meg a tokamak [2] típusú berendezés, melyben a helikálisan tekeredő erővonalakat a külső mágneses tekercsek és a plazmában hajtott áram együttesen hozzák létre.

A fúziós berendezések napjainkban egyelőre csak kutatási céllal üzemelnek, melyekre jó példa a jelenlegi legnagyobb tokamak, az Egyesült Királyságban üzemelő JET, a németországi ASDEX Upgrade tokamak, vagy az újonnan nemzetközi összefogásból épülő ITER Franciaországban. A napjainkban zajló fúziós kutatások elengedhetetlenek ahhoz, hogy a jövőben energiatermelést valósítsunk meg a magfúzió segítségével.

1.1. Plazmahullámok a tokamakban

A tokamak típusú fúziós berendezés geometriai felépítését tekintve egy tórusz, ennek megfelelően érdemes bevezetni egy, a rendszer geometriájához idomuló sajátos koordináta-rendszert, melyet az 1.1 ábra szemléltet.



1.1. ábra. Tóruszhoz idomuló koordinátarendszer.

A tórusz egy tetszőleges belső pontját meghatározhatjuk a toroidális szöggel (φ), mely a teljes tórusz egy középponti szöge, a poloidális szöggel (θ), mely egy függőleges keresztmetszet középponti szöge, valamint a függőleges keresztmetszeten belüli radiális pozícióval (r).

A plazmában különböző típusú hullámok terjedhetnek, amelyek kellően

nagy (berendezéssel összemérhető) hullámhossza esetén a periodikus peremfeltétel következtében az egész tokamakban megjelenő módusok alakulhatnak ki. Egy, a plazmában terjedő harmonikus hullámot a következő formális egyenlettel írhatunk le:

$$\Psi(r, \theta^*, \varphi, t) = \xi_{m,n}(r, \theta^*) e^{i(m\theta^* + n\varphi - \omega t)} \quad (1.1)$$

Az összefüggésben megjelenő r , θ^* és φ változók megfeleltethetőek az előzőleg definiált tóruszbeli koordinátáknak, $\xi_{m,n}$ a hullám radiális sajátfüggvénye, t az idő, ω a hullám körfrekvenciája a térbeli periodicitást jellemző m és n együtthatókat pedig rendre poloidális, illetve toroidális módusszámnak nevezünk, melyek a periodikus határfeltétel következtében egész számértékek lehetnek, az előjelük pedig a hullám terjedési irányát határozza meg. A hullám $\Delta\phi$ fáziskülönbsége egy adott időpillanatban két különböző pozíció között a következőképpen írható fel:

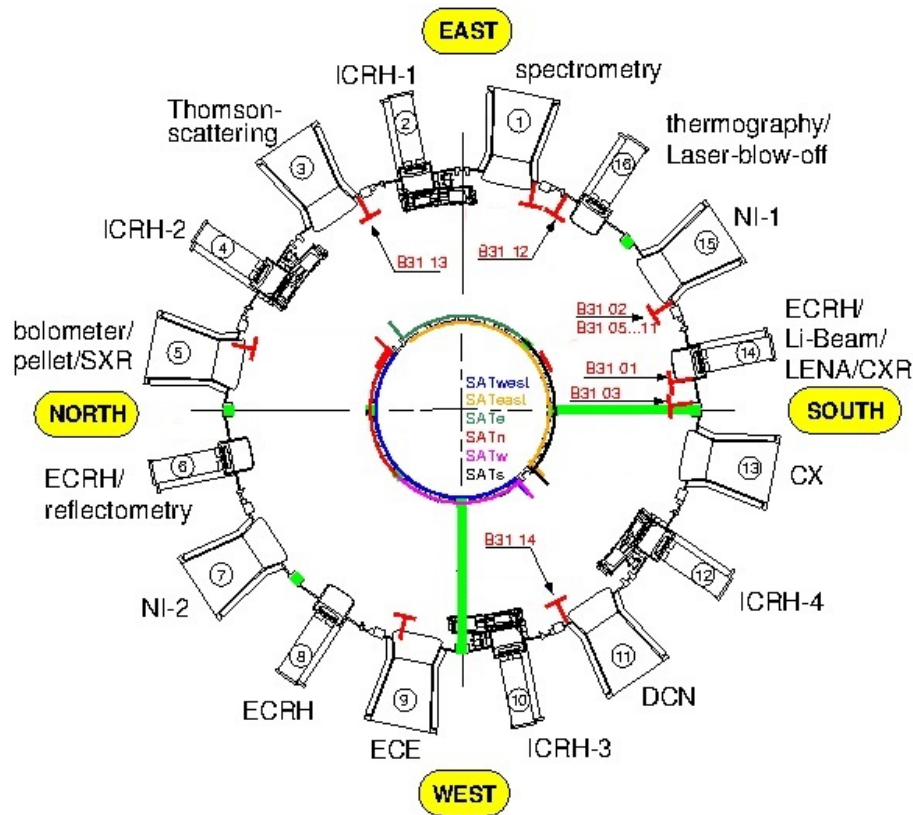
$$\Delta\phi = m\Delta\theta^* + n\Delta\varphi \quad (1.2)$$

A fáziskülönbség tehát adott pozíciókülönbségek esetén a módusszámok függvénye. Mivel a plazmahullámok térbeli szerkezete a módusszámoktól függ, a fúziós kutatások során kulcsfontosságú, hogy képesek legyünk módusszámot meghatározni, melynek itt tárgyalt módszerére a fenti összefüggés szolgál alapul.

1.2. Mágneses diagnosztika

Ahhoz, hogy az (1.2) egyenlet segítségével tudjunk módusszámot meghatározni először szükségünk van a hullámfüggvény két különböző térbeli pozíció közötti fáziskülönbségére. A fúziós berendezésekben jelenlévő mágneses tér vizsgálatára elterjedt módszer, hogy a falra szerelt tekercsekkel, az indukciós törvény alapján mérik a tér radiális komponensének megváltozását. Az általam kifejlesztett kétdimenziós módusszám-meghatározási módszer tesztelése a németországi ASDEX Upgrade tokamak ilyen jellegű mérőszondáinak mérési eredményeit felhasználva történt.

A méréshez használt ballooning szondák toroidális elhelyezkedését az 1.2 ábra, a poloidális elhelyezkedést pedig az 1.3 ábra szemlélteti. Ezen szondák, a szisztematikus hibáik korábban történt kiküszöbölésének [3] köszönhetően, pontos, megbízható eredményt szolgáltatnak.

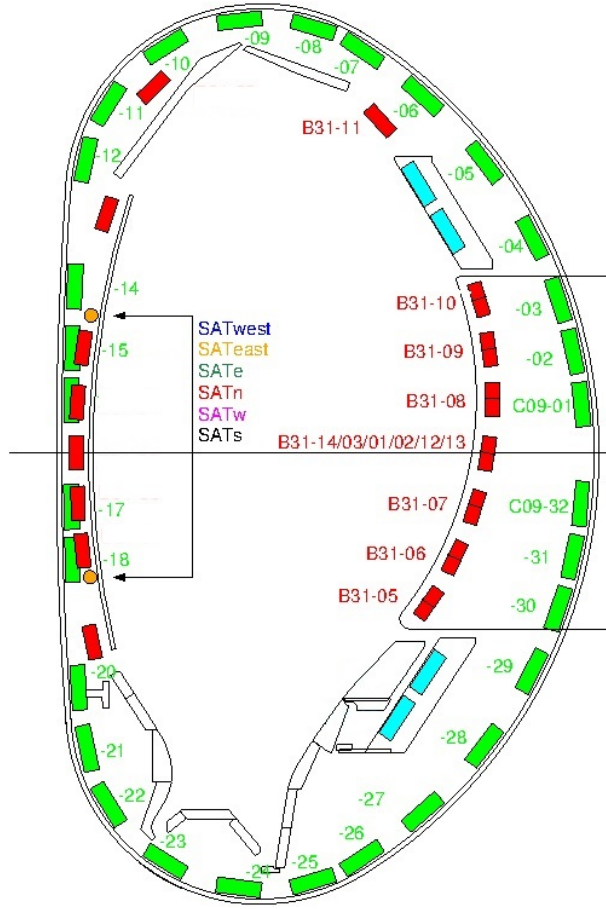


1.2. ábra. Az ASDEX Upgrade tokamak felülnézeti képe, melyen az általam felhasznált adatokat összegyűjtő szondák vannak jelölve.

1.3. Egydimenziós módusszám analízis

A BME Nukleáris Technikai Intézetének Wavelet Tools programcsomagja képes a mérőszondák által mért adatok feldolgozására. Ennek során rövid idejű Fourier-transzformációt végez azokon, amely egy idő-frekvencia felbontást szolgáltat végeredményképpen, majd ennek alapján kereszttranszformáció segítségével képes kiszámítani a fáziskülönbséget minden idő-frekvencia pontban, bármely szondapárra. Az így kapott eredmények felhasználásával a módusszámok elviekben már meghatározhatók.

A programcsomag korábban úgy volt képes módusszámot meghatározni [4], hogy azonos poloidális, vagy toroidális helyzetű szondagyűrűk által mért adatokat dolgozott fel. Ez esetben, mivel a szondák egy koordinátája megegyezik, a közös helyzettől függően az (1.2) egyenlet az alábbi formulák egyikére egyszerűsödik:

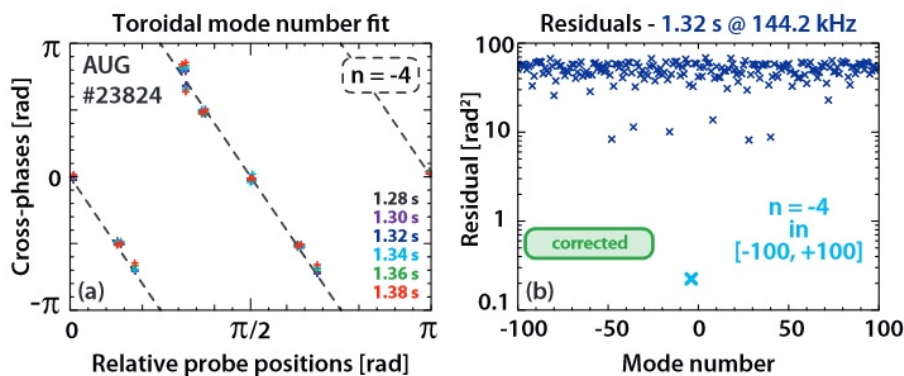


1.3. ábra. Az ASDEX Upgrade tokamak egy poloidális metszete, melyen az általam felhasznált adatokat összegyűjtő szondák vannak jelölve.

$$\begin{aligned}\Delta\phi(\Delta\theta^*) &= m\Delta\theta^* \\ \Delta\phi(\Delta\varphi) &= n\Delta\varphi\end{aligned}\tag{1.3}$$

Látható, hogy adott szondapár esetén a számított fáziskülönbség lineárisan függ a pozíció-különbségtől, az arányossági tényezőt pedig éppen a megfelelő módusszám adja. Ily módon a problémát egydimenzióssá, a fáziskülönbséget pedig egy egyváltozós függvényvé sikerült redukálnunk. A módusszám-meghatározás így egy egyenesillesztési feladattal ekvivalens: a fáziskülönbségeket a pozíció-különbségek függvényében ábrázolva a legjobban illeszkedő egész meredekségű egyenes meredeksége jelenti a módusszámot. Az NTI Wavelet Tools ezen az egyszerű megfontoláson alapuló módszerrel volt képes módusszámot meghatározni ezidáig.

Egy ilyen illesztés eredménye látható az 1.4 ábrán [5]. Ebben az esetben azonos poloidális helyzetű szondák felhasználásával toroidális módusszám-meghatározás történt.



1.4. ábra. Egydimenziós módszerrel készült illesztés toroidális módusszám-meghatározás céljából. A baloldalon a fáziskülöbség pontok és az azokra illesztett sík látható, a jobb oldalon pedig az egyes módusszámokhoz tartozó hibatagok. A megtalált módusszám a -4.

A fenti eljárás elvégzéséhez a korábban említett feltétel teljesülése szükséges: a méréshez felhasznált szondák olyan szondagyűrűt kell hogy alkotson, melyben az egyik koordináta megegyezik. Bár az ASDEX Upgrade tokamakban találhatóak ilyen szondagyűrűk, de a kritérium így is leszűkíti a felhasználható szondák számát. A kevesebb mérési adat pedig egyértelműen kevésbé megbízható és esetlegesen kevésbé pontos végeredményhez vezet. Az egydimenziós módszer további hátránya, hogy egyidejűleg csak az egyik módusszám meghatározását teszi lehetővé. Amennyiben teljesebb képet szeretnénk kapni a terjedő hullámról, annak mindkét módusszámának ismeretével, a fenti eljárást kétszer kell elvégeznünk, egyszer toroidális, egyszer pedig poloidális szondagyűrűket felhasználva.

A fenti okok következtében vált szükségessé egy olyan módszer kidolgozása, amely egyidejűleg képes meghatározni mind a toroidális és a poloidális módusszámot és tetszőleges elhelyezkedésű mérőszondák adatainak feldolgozását teszi lehetővé. Erre a célra dolgoztam ki a kétdimenziós módusszám-meghatározás módszerét.

2. fejezet

Kétdimenziós módusszám analízis

Az egydimenziós módszer hiányosságainak pótlására született meg a kétdimenziós módusszám-meghatározás.

2.1. A kétdimenziós módszer elvi menete

Az eljárás, amit az általam írt program valósít meg az egydimenziós módszerrel analóg, viszont meghagyja a problémát kétdimenziósnak. Ekkor az (1.2) egyenlet alapján a fáziskülönbség kétváltozós függvénye a toroidális, illetve poloidális pozíció-különbségeknek és mindkettőtől lineárisan függ, az összefüggés tehát lényegében egy sík egyenletét határozza meg. Ha a fáziskülönbségeket a két pozíció-különbség függvényében ábrázoljuk a háromdimenziós térben, akkor a kapott pontokra legjobban illeszkedő sík egyenletében szereplő együtthatók adják a módusszámokat a következő egyenletnek megfelelően:

$$\Delta\phi(\Delta\theta, \Delta\varphi) = m\Delta\theta + n\Delta\varphi \quad (2.1)$$

A síkillesztési eljárást egyszerűsíti, hogy a módusszámok csak egész értékeket vehetnek fel, illetve, hogy vizsgálatunk során a nagy hullámhosszú, azaz alacsony módusszámú hullámok érdekesek számunkra. Ennek figyelembevételével a lehetséges módusszám értékeket véges sok esetre szűkíthetjük le.

A síkillesztés így a következő algoritmus szerint zajlik: vesszük az összes lehetséges toroidális-poloidális módusszám párost és kiszámítjuk, hogy két ismert pozíciójú szonda esetén mekkora lenne elméletileg a fáziskülönbség. Kiszámítjuk az így kapott érték eltérését a ténylegesen mért adatoktól és ezt

az eljárást elvégezzük az össze szondapárra. Az optimális együtthatók a sík egyenletében, azaz a keresett módusszámok, azok az értékek lesznek, melyek esetén az elméleti és a ténylegesen mért fáziskülönbségek a legkevésbé különböznek egymástól. Ez matematikailag a következő, szondapárokra összegzett hibatagok minimumának megkeresését jelenti:

$$Q(m,n) = \sqrt{\sum_{k,l} \left(\Delta\phi_{k,l}^{\text{mért}} - \Delta\phi_{k,l}^{\text{elméleti}}(m,n) \right)^2} \quad (2.2)$$

A fázisok periodikussága miatt két fáziskülönbség eltérése mindig kisebb, mint π , így a fenti kifejezésben megjelenő fáziskülönbség differencia alatt egy $[0,\pi[$ intervallumbeli számot értünk. A gyakorlatban ez azt jelenti, hogy ha a mért és az elméleti fáziskülönbségek kivonásával kapott δ érték nagyobb, mint π , akkor helyette $(2\pi - \delta)$ értékkel számolunk tovább.

Amely m , n értékeknél a fenti kifejezés minimális, azok adják rendre a poloidális, illetve a toroidális módusszámokat.

A fenti módszer segítségével mindkét módusszám egyidejűleg határozható meg, és tetszőleges helyzetű mérőszondák mérési adatainak figyelembevételével végezhetjük el a kiértékelést.

2.2. A kétdimenziós módszer implementációja

Munkám során a kétdimenziós módusszám-meghatározást megvalósító programot dolgoztam ki Python programozási nyelven és készítettem elő a BME NTI Wavelet Tools programcsomagjába történő beillesztésre.

Az algoritmus a fent leírtaknak megfelelően jár el. A beállított módusszám tartományon végigfut az összes toroidális-poloidális módusszám páron és minden esetben kiszámolja az összes szondapár esetén, hogy a pozíciókülönbségük alapján mekkora fáziskülönbséget kellene mérnünk elméletileg. Ezt összehasonlítja a ténylegesen mért értékekkel és veszi a kettő előző fejezetben definiált különbségét, mely négyzetét az összes szondapárra összegezz, majd a kapott érték négyzetgyökét tárolja el, mint hibatagot. Miután az eljárás minden módusszám párra megtörtént, egy minimum keresés következik, ahol megállapítjuk, hogy melyik esetben volt legkisebb a hibatag.

Az algoritmusnak tehát a szondák koordinátáira, illetve a szondáknál mért fázisokra, vagy szondapárok fáziskülönbségeire van szüksége és végeredményben két módusszámot, valamint az egyes módusszám párokhoz tartozó hibákat adja vissza.

Az eljárás változtatható paraméterei a módusszám-tartományok, melyeken vizsgálódunk, illetve a lépésköz, mellyel végighaladunk azon.

2.3. Grafikus megjelenítés

A végeredmény szemléletessé tétele céljából készült egy grafikus megjelenítő program, mely a poloidális és toroidális pozíció-különbségek függvényében felvett fáziskülönbség pontokat, illetve az ezekre illesztett síkot ábrázolja a háromdimenziós térben. Ezzel vizuálisan is megfigyelhetővé vált, hogy a számított módusszámok alapján meghatározott sík valóban jól illeszkedik-e a pontokra. Mivel mind a pozíció-különbségeket, mind a fáziskülönbségeket a $[0, 2\pi[$ intervallumon értelmezzük mindhárom tengelyen e két érték között történik az ábrázolás. Ennek következménye, hogy a megjelenített sík is a fenti intervallumba lesz betördelve.

Ábrázolható továbbá, az algoritmus által megvizsgált módusszám párokhoz tartozó hibatagmátrix is, szemléltetve ezzel, hogy a megtalált optimális értékpár mennyire egyértelműen határozható meg.

3. fejezet

Tesztelés szimulált adatokon

Az általam kidolgozott kétdimenziós módszer tesztelése érdekében készítettem el szintén Python nyelven egy szimulációs programot, mely egy, az (1.2) egyenlet szerint változó fázisú hullámot generál és adott virtuális szondapozíciókban képes visszaadni a hullám fázisát.

A szimulált fáziskülönbségek és a virtuális szondapozíciók alapján a kétdimenziós módusszám-meghatározó algoritmusom képes kiszámítani a módusszámokat, amelyeket ezután összevethetünk a szimulált hullám ismert paramétereivel. E módon az algoritmus működésének helyessége ellenőrizhető és különböző szimulációs vizsgálatokat végezhetünk.

3.1. Hullámok szimulálása

Az algoritmus adott, vagy meghatározott intervallumból véletlenszerűen választott módusszám-pár alapján előre beállított virtuális szondapozíciókban határozza meg a szimulált hullám fázisát.

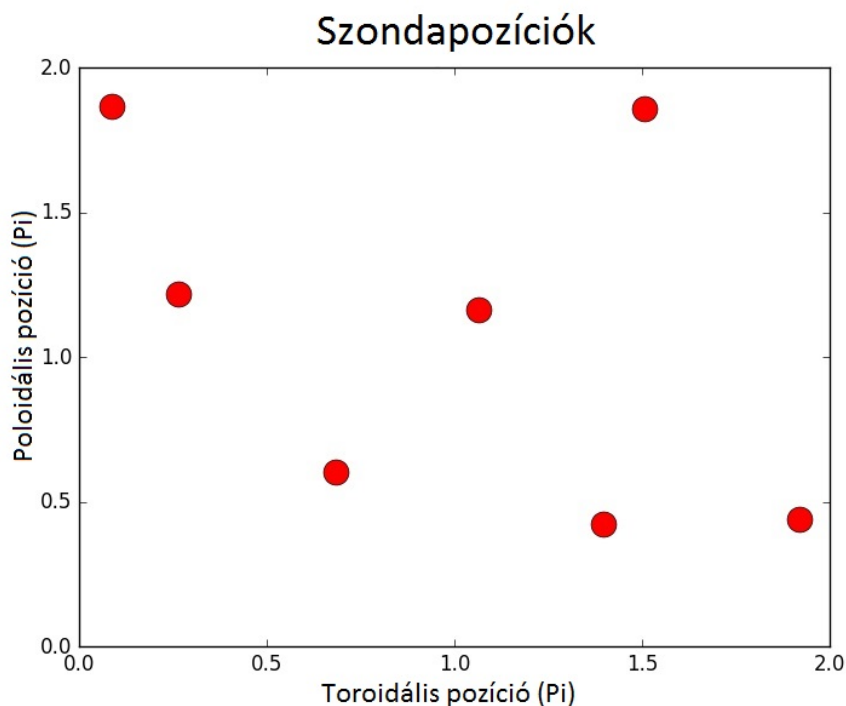
A valódi mérések esetében fellépő mérési zaj és esetleges mérési pontatlanság szimulálásának érdekében az algoritmus által számított fáziskülönbségek értékét adott maximális eltéréssel, véletlenszerű mértékben torzítottam. Ez a gyakorlatban úgy történik, hogy az algoritmus által generált, $[0,1]$ intervallumbeli, egyenletes eloszlású véletlen számmal szorozza meg a megadott maximális hibát.

3.2. Szimulált adatok feldolgozása

A szondák helyzetének és a fázisok különbségének ismeretében az algoritmus a korábban ismertetett kétdimenziós módusszám analízis módszerével

határozza meg a módusszám párt. A kapott eredményeket a grafikus megjelenítő programmal szemléltetem.

A megvizsgált és a valódi módusszámok is minden esetben a $[-5,5]$ intervallum elemei, a vizsgálódás pedig 1-es lépésközzel történik.



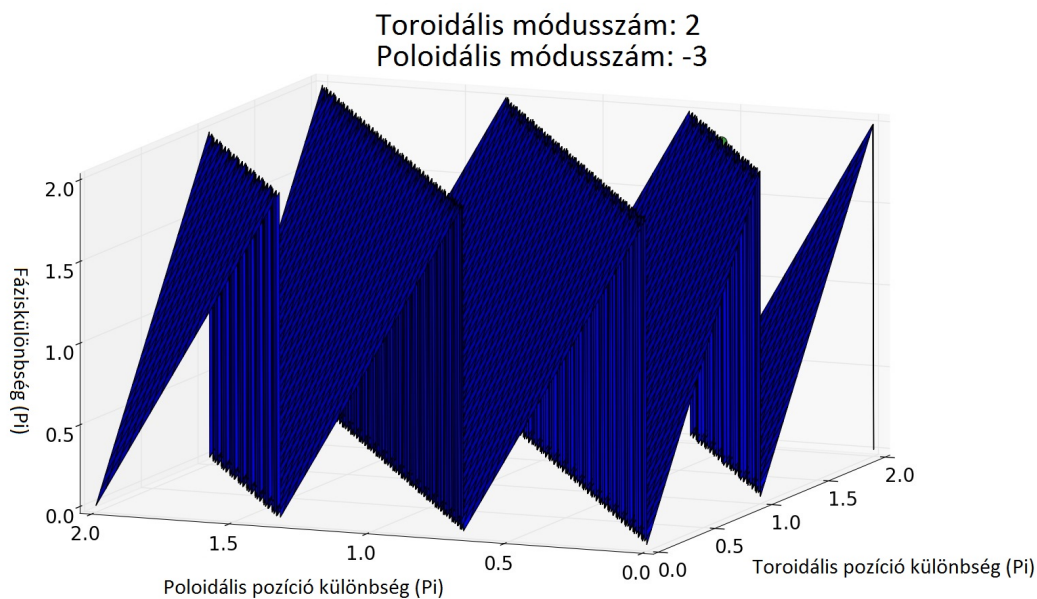
3.1. ábra. A virtuális mérőszondák helyzete a tóruszhoz idomuló koordináta-rendszerben.

3.3. Tesztelési eredmények

A következőkben bemutatásra kerülő példákban a beállított 7 virtuális szondát használunk, melyek általam véletlenszerűen megválasztott helyzetét a 3.1 ábra mutatja be.

Egy, az eddig ismertetett szimulációs program generálta hullámhoz tartozó illesztett sík látható a 3.2 ábrán. A szimulált hullám toroidális módusszáma 2, a poloidális módusszáma -3. Megfigyelhető, hogy az előjeleknek megfelelően a fáziskülönbség a toroidális tengely irányában nő, míg a poloidális tengely irányában csökken.

Bármely illesztés esetén létezik olyan nézet, amikor síkot oldalirányból, mint betördelt egyenest látjuk. Ekkor a valódi fáziskülönbség pontokat is ábrázolva megfigyelhető, hogy a kapott sík mennyire illeszkedik azokra. A 3.2

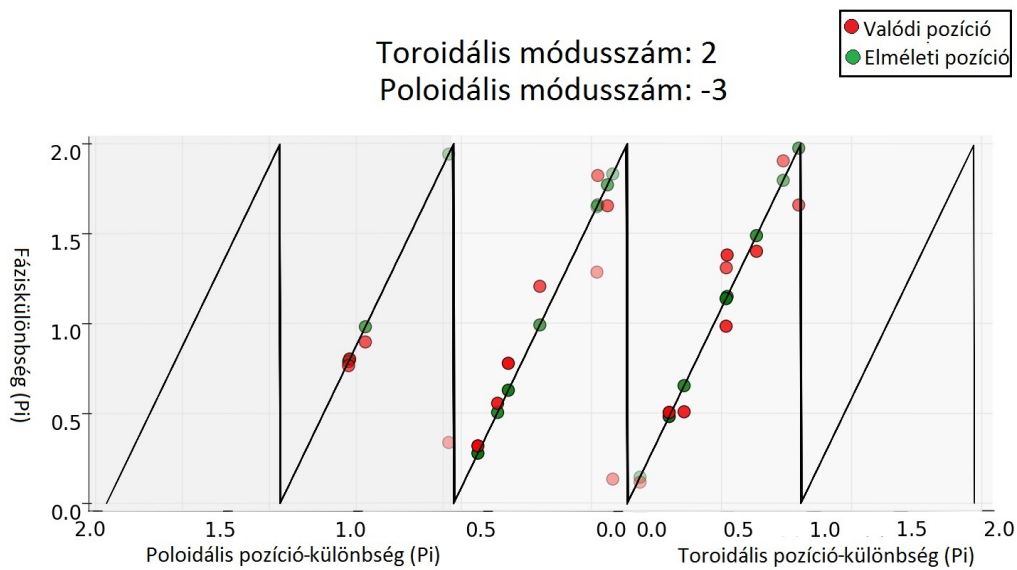


3.2. ábra. Az illesztett sík fáziskülönbség - pozíció-különbség koordináta-rendszerben.

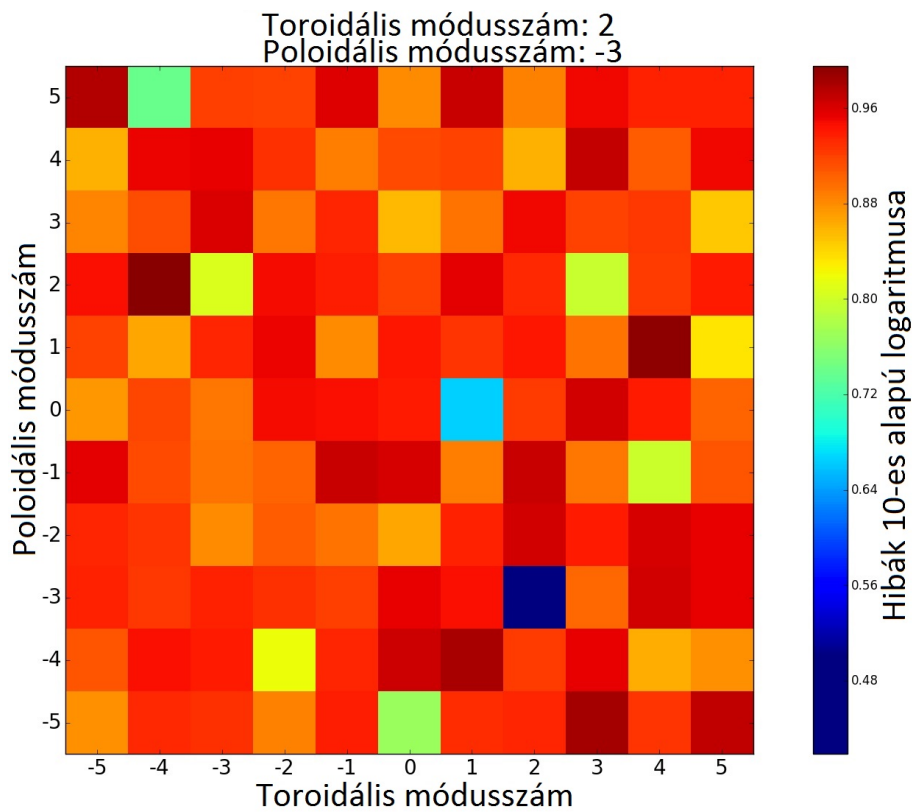
ábrán bemutatott sík oldalirányú nézete a 3.3 ábrán látható. Az elméleti és valódi fáziskülönbségeket jelölő pontok telítettsége az ábrán nem látható harmadik dimenziót fejezik ki: a távolabbi pontok halványabbak.

A hibával terhelt fáziskülönbségek itt a valós értéktől maximálisan 25%-al térnek el. Megfigyelhető az ábrán, hogy ilyen hibával a pirossal jelölt valódi fáziskülönbség pontok nagyrészt az illesztett sík közelében helyezkednek el, csak egy-egy esetben esnek távol attól.

Ugyanezen illesztés esetén ábrázoltam az egyes megvizsgált módusszám párokhoz tartozó hibatagokat is, melyeket a (2.2) egyenlet definiál. Az eredmény a 3.4 ábrán látható. A színekkel kódolt mátrix a hibatagok 10-es alapú logaritmusát jeleníti meg, így még jobban kiemelve a különböző értékek közti eltérést. Látszik, hogy a sötétkék színnel megjelölt 2-es toroidális és -3-as poloidális módusszámú esetben kapott hibatag jelentősen kisebb a többi lehetőséghez tartozó hibatagokhoz képest, így egyértelműen ez adja az optimális módusszám párost.

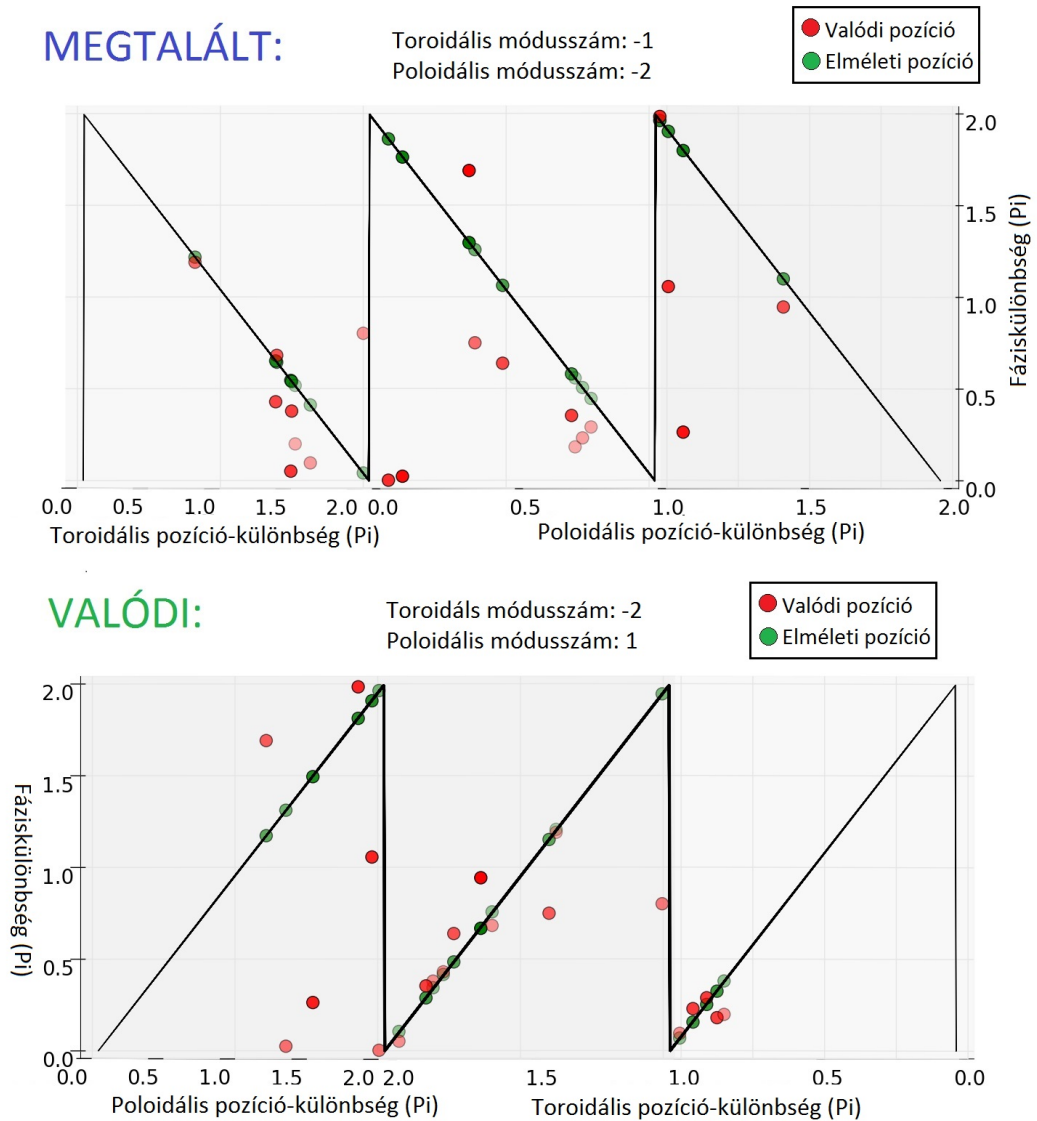


3.3. ábra. Az ábrázolt sík illeszkedése a valódi fáziskülönbség pontokra. A fáziskülönbségek 25%-os maximális hibája esetén az illeszkedés meglehetősen pontos.



3.4. ábra. Az egyes módusszám párokhoz tartozó hibatagok. A helyes számpárost egyértelműen a (2,-3) eset adja.

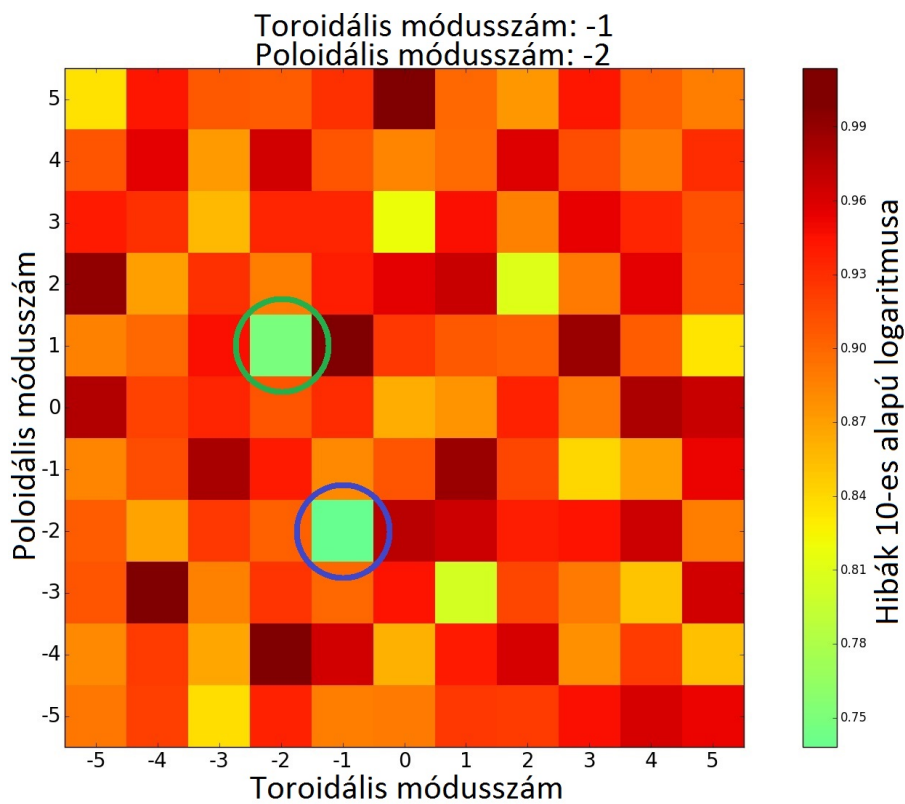
A fáziskülönbségeket terhelő hiba növelésével egyre kisebb biztonsággal jelenthetjük ki, hogy a kapott végeredmény a hullám valódi paramétereit adja vissza. Erre mutat példát a következő szimuláció eredménye, ahol a fáziskülönbségek maximális hibáját 60%-ra állítottam.



3.5. ábra. A fáziskülönbségek magasabb hibája esetén a megtalált $(-1,-2)$, és a valódi $(-2,1)$ módusszám párok által meghatározott síkok nem egyeznek meg. Az ábrázolt pontok eltérő helyének oka, hogy más módusszámok esetén a sík más nézetből fog pontosan oldalirányból látszani. Emiatt nem oldható meg a két sík együttes ábrázolása átlátható módon.

Így az algoritmus által megtalált módusszám páros már nem egyezik az-
 zal, amivel a hullámot szimuláltam. A hiba nagyságának következtében nem
 a valódi módusszámok által meghatározott sík illeszkedik legjobban a fázis-
 különbség pontokra. A megtalált és tényleges módusszámok meghatározta
 síkok a 3.5 ábrán láthatóak.

Megállapítható, hogy mindkét grafikon esetében megnőtt a fáziskülönbség
 pontok eltérése az előző kisebb hibájú esethez képest. Több pont is igen távol
 helyezkedik el az ábrázolt síkoktól. Érdekes megvizsgálni a 3.6 ábrán látható
 hibamátrixot.



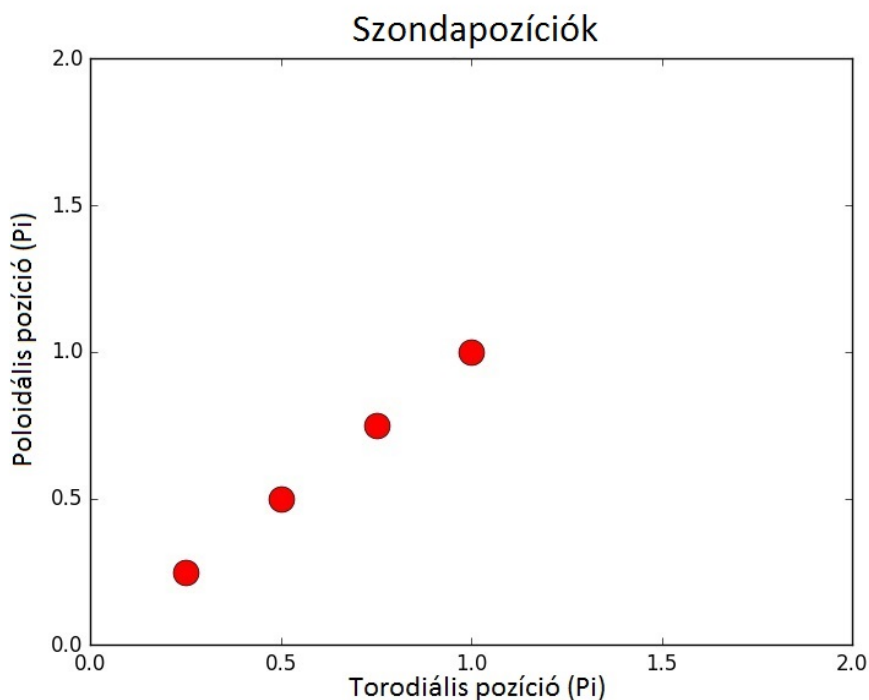
3.6. ábra. Az algoritmus a késsel jelölt módusszám párost találja meg a valódi zölddel jelölt helyett.

Mivel a színkódolás megegyezik a 3.4 ábrán használttal, azonnal meg-
 állapítható, hogy ezúttal a legalacsonyabb hiba is jelentősen magasabb és
 nem találunk egy mindegyik másikonál szemmel láthatólag jobb módusszám
 párost. A hibatagok pontos értékét megvizsgálva kiderül, hogy a (-1,-2) pá-
 rosnál lesz minimális, a valódi (-2,1) kombinációhoz tartozó érték ennél kissé
 magasabb.

Megjegyzendő, hogy egy ilyen esetben kapott eredmény is rendkívül hasznos információt jelent, hiszen nagy mértékben le tudjuk szűkíteni a lehetséges módusszám párok számát. Ekkor, ha valamely egyéb módon képesek vagyunk kizárni további eseteket, eljuthatunk a megoldáshoz.

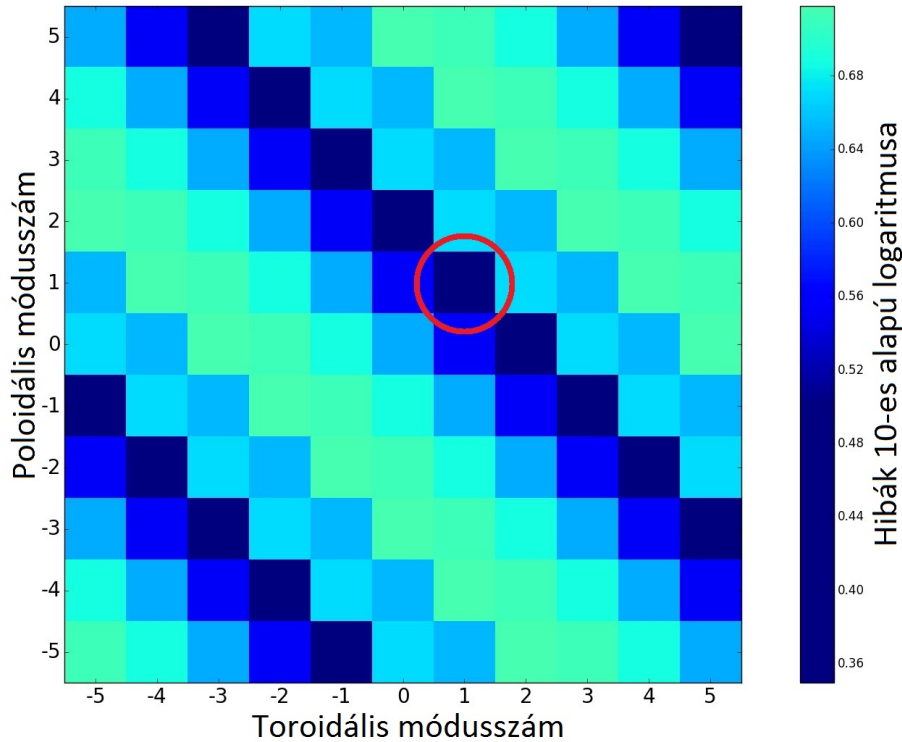
A fáziskülönbségeket terhelő hiba változtatásával további kísérleteket lehet végezni a helyes módusszám páros megtalálási valószínűségének meghatározására.

Érdeemes megvizsgálni, mi történik, ha a szondák helyzetét úgy választjuk meg, hogy a koordinátáik hányadosai alacsony egész számok hányadosaiként felírható racionális számokat adnak. Szélsőséges esetként a felhasznált négy darab szonda mindkét pozícióját $\pi/4$ többszöröseire állítottam, ahogyan a 3.7 ábrán látható.



3.7. ábra. A mérőszondák helyzetét $\pi/4$ többszöröseire állítottam be.

A szimulálandó hullám toroidális és poloidális módusszámait is 1-re állítottam be. Az így kapott hibamátrixot a 3.8 ábra szemlélteti.



3.8. ábra. A szimulált hullám pirossal megjelölt valódi paramétereit nem határozhatók meg pontosan, mivel több módusszám pároshoz is ugyanolyan hiba tartozik.

Látható, hogy egy rendszer jelenik meg az egyes módusszám párokhoz tartozó hibatagok nagyságában. A hibák pontos értékét megvizsgálva pedig kiderül, hogy az ábrán ránézésre ugyanolyannak látszó esetekben a számított hibák nagysága valóban közel azonos. Ez azt jelenti, hogy az adott esetben a módusszámok meghatározása igen bonyolulttá vált, hiszen több esethez is ugyanolyan alacsony hiba tartozik. Az ábrán megjelölt (1,1) eset, mely a szimulált hullám tényleges paramétereit jelenti, csak egy a sok optimális módusszám páros közül.

Valódi adatokon természetesen nem ennyire erős a jelenség, de megnehezítheti a módusszámok meghatározását. Az effektus ismerete tehát fontos a valódi fúziós berendezések mérőszondáinak elhelyezésekor, amennyiben globális plazmahullámok térbeli periodicitását szeretnénk meghatározni.

3.4. Kutatási lehetőségek a szimulációs programmal

A fentiekben ismertetett példákkal szemléltettem a kétdimenziós módusszám-meghatározás és a szimulációs program jövőbeli lehetőségeit, korlátait.

Láttuk hogy a fáziskülönbséget terhelő hiba növekedésével az algoritmus már nem képes egyértelmű módusszámokat megtalálni. További vizsgálatokat jelenthet annak megállapítása, hogy milyen maximális hiba esetén mekkora valószínűséggel találjuk meg a helyes módusszámokat. Ennek ismeretében, ha tudjuk a feldolgozandó adatok hibáját, képesek lehetünk megbecsülni az algoritmus által számított eredmények megbízhatóságát.

A szimulációs programmal lehetőség nyílik optimális szondapozíciók megtalálására is. Egy adott elrendezéssel számítógépes kísérleteket végezhetünk különböző toroidális és poloidális módusszámokkal rendelkező hullámok esetén, vagy fordítva: megnézhetjük, hogy adott módusszámokkal rendelkező hullámot milyen szondaelrendezés esetén sikerül a legkisebb hibával megtalálni. Az ilyen szimulációs kísérletek eredményei alapul szolgálhatnak, mikor valódi mérőszondák elhelyezéséről kell dönten.

4. fejezet

Tesztelés valós adatokon

Munkám részeként az ASDEX Upgrade tokamakon 2015. nyarán végzett kísérletsorozat során mért adatokon teszteltem az algoritmusomat. A kísérletek során a plazmába kívülről befecskendezett argon hatására a plazma gyorsan hűlt le és diszrupciók, valamint elfutó elektronok [6] keletkeztek. Az #32007-es kisülés során egy diszrupció előtt kialakuló módusokat vizsgáltam.

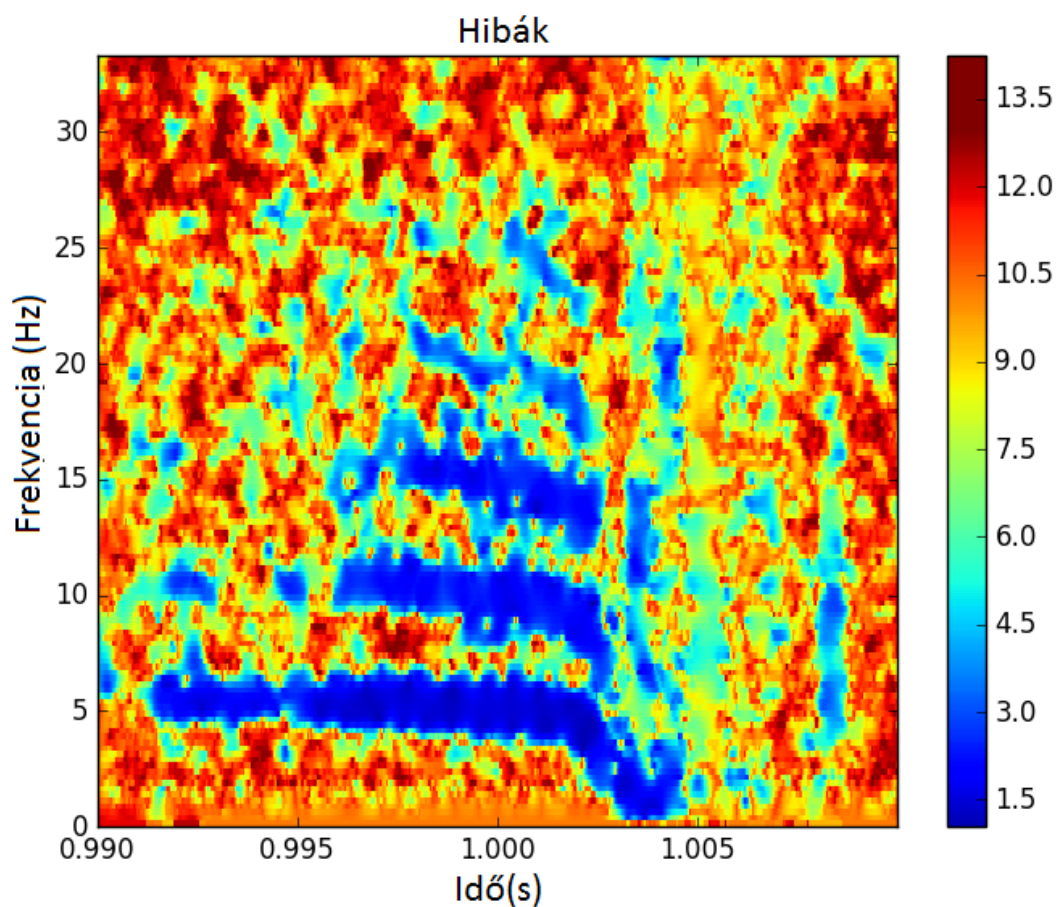
A mért adatokat a BME NTI Wavelet Tools programcsomag dolgozta fel, adott szondák közötti fáziskülönbség értékeket szolgáltatva az algoritmusomnak minden idő-frekvencia pontban. Az általam írt program így egy idő-frekvencia mátrix minden pontjában számított módusszámokat, valamint elmentette az optimális módusszám-párhoz tartozó, a (2.2) képlet szerint definiált hibát is.

Az (1.1) egyenletben megjelenő θ^* -ot a valódi θ koordináta transzformálásával kapjuk, melyre azért van szükség, hogy a tórusz geometriában szabályos módus-szerkezetet kapjunk. A kiválasztott próbaesetre azonban nem álltak rendelkezésre a transzformációhoz szükséges egyensúlyi számítások, így a bemutatott ábrák a transzformálás nélküli θ pozíciókkal történő számítások eredményei.

4.1. Módusszámok a idő-frekvencia síkon

A vizsgált módusszámok a $[-10,10]$ intervallum egész elemei voltak. A kapott toroidális módusszám-mátrix a 4.2 ábrán, a poloidális módusszám-mátrix a 4.3 ábrán, az egyes módusszám-párokhöz tartozó hibamátrix pedig a 4.1 ábrán látható.

A 4.1 ábrán látható hibamátrixon 1 s előtt látható kiemelkedően ala-

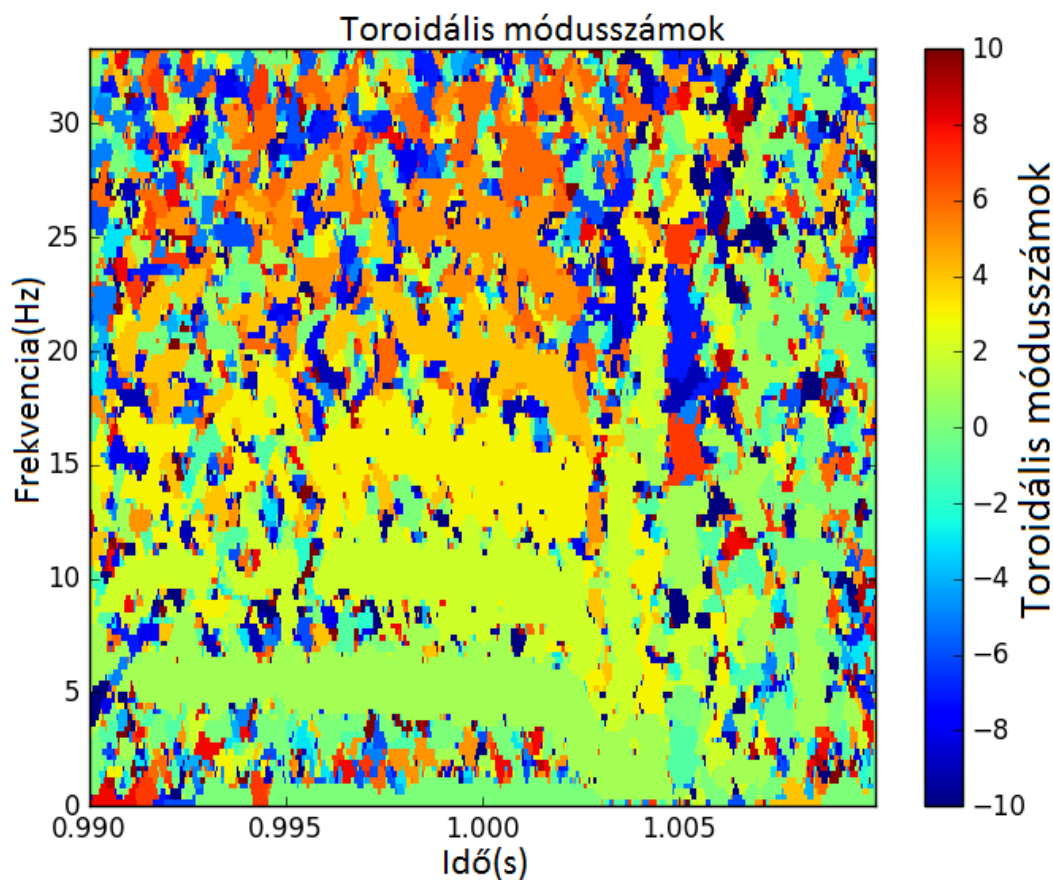


4.1. ábra. A számított módusszám-párhoz tartozó hibák 10-es alapú logaritmusa az egyes idő-frekvencia pontokban.

cseny hibájú sötétkék sávok jelzik a helyeket, ahol érdemben vizsgálhatunk módusszámokat. Ezekben a helyeken mind toroidális, mind poloidális esetben valóban meg is jelenik alacsony frekvenciákon egy tisztán kivehető módus, a frekvencia növekedtével pedig további magasabb módusok, melyek azonban egyre kevésbé különülnek el és végül teljesen összefolynak.

A toroidális esetben tisztán elkülönülő 1-es módusszám mellett, 2-es és 3-as felharmonikusok figyelhetők meg, a felettük megjelenő 4-es és 5-ös értékek már elmosódtak, hibáik is magasak.

Poloidális esetben a legalacsonyabb frekvenciás -3-as módus különül el teljesen a többitől, magasabb frekvencián -4-es, -5-ös, illetve -6-os, -7-es módusok keveredése látható.

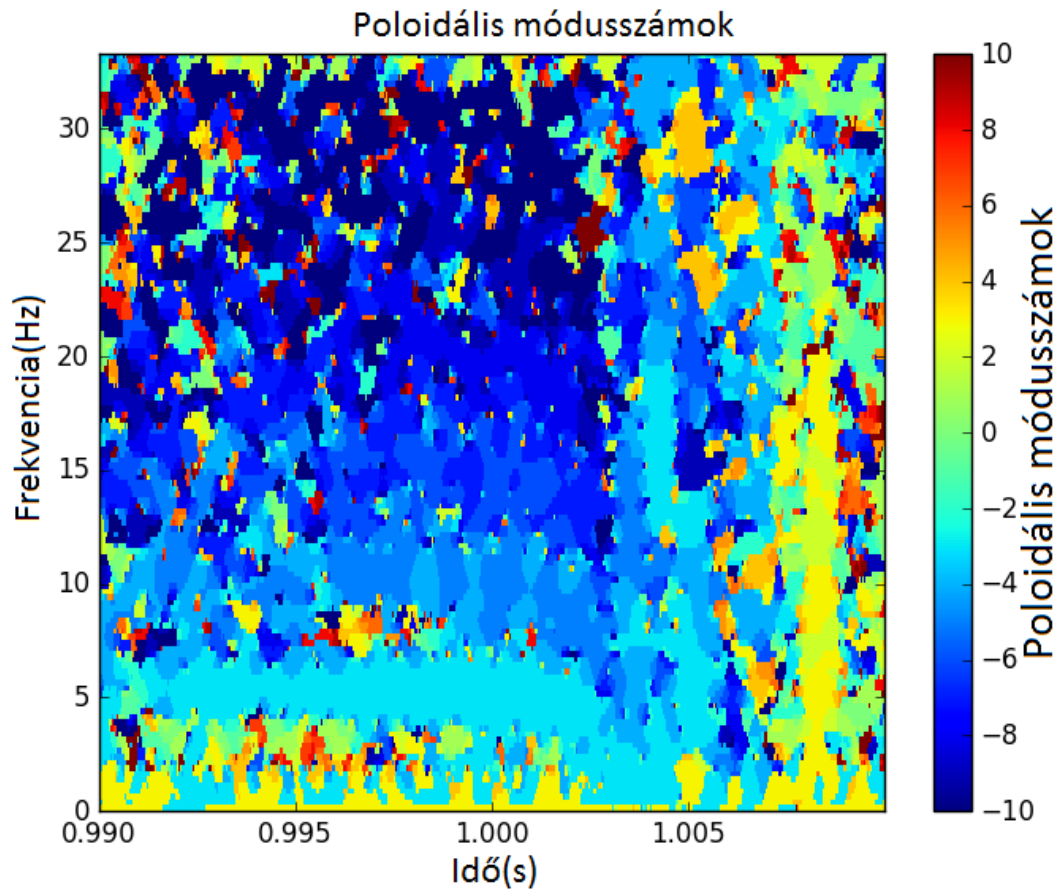


4.2. ábra. Számított toroidális módusszámok az egyes idő-frekvencia pontokban.

4.2. Idő-frekvencia pontok részletes vizsgálata

Annak megfigyelése céljából, hogy mennyire illeszkedik a szépen elkülönülő módusok idő-frekvencia pontjaiban meghatározott sík a fáziskülönbségekre, néhány pontban ábrázoltam az illesztett síkot és a lehetséges módus-szám párokhoz tartozó hibákat. Mindkét eset a 1 s időponthoz tartozik, a frekvenciák pedig 5 Hz és 15 Hz . A hibamátrixokat bemutató képek rendre a 4.5 ábra és a 4.7 ábra. Az ábrázolt síkok a két legjobban illeszkedő módus-szám párhoz tartoznak, melyek rendre a 4.5 ábrán és a 4.7 ábrán láthatók.

A korábbi 4.2 és 4.3 ábrákon látható, hogy a vizsgált pontok jól elkülönülő toroidális módusokhoz tartozik. Poloidális esetben az 5 Hz -hez tartozó módus még szépen megjelenik, de a magasabb frekvencián már nem kapunk olyan egységes képet, mint a toroidális esetben. Ezek alapján azt várnánk, hogy toroidális módusszámot nagyobb biztonsággal tudunk meghatározni,



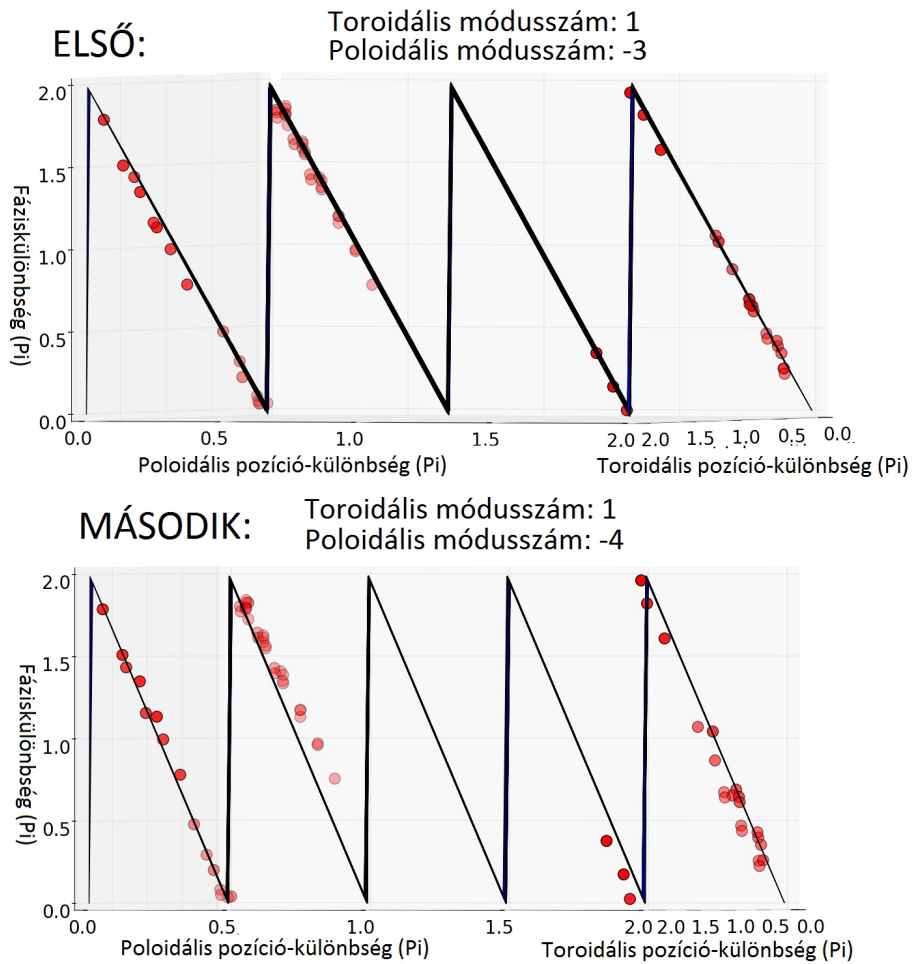
4.3. ábra. Számított poloidális módusszámok az egyes idő-frekvencia pontokban.

különösen magasabb frekvenciákon.

A hibamátrixokról leolvasható, hogy a toroidális módusszám szinte teljes biztonsággal megállapítható, akár a 15 Hz -es esetben is (az optimális toroidális módusszámhoz tartozó hiba jelentősen alacsonyabb a többinél).

Ezzel szemben a poloidális módusszám esetén az optimális érték körüli módusszámokhoz tartozó hiba is viszonylag alacsony. és a frekvencia növekedtével a kettő közti eltérés kisebb lesz. A 15 Hz -es esetben már jogosan kételkedhetnénk abban, hogy az algoritmus esetleg nem a valódi módusszámokat találta meg.

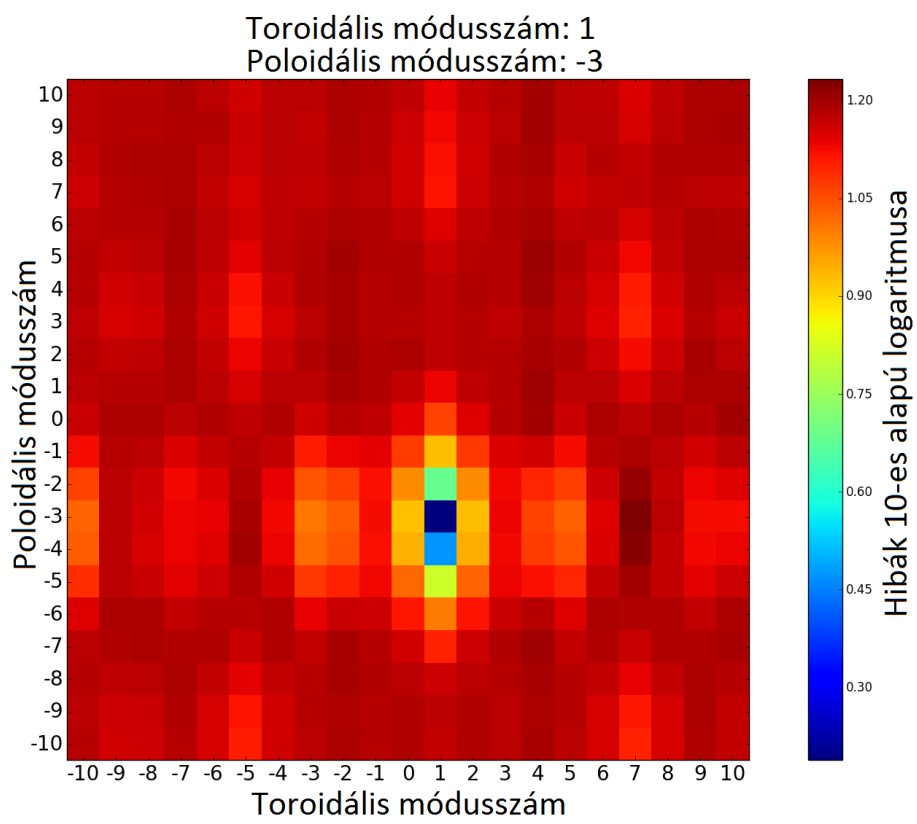
Ha a két legjobban illeszkedő síkot is szemügyre véve megállapítható, hogy még 15 Hz esetén is szemmel láthatólag jelentősen jobb illesztést jelent az algoritmus által megtalált módusszám és nem csak néhány pont nagymértékű eltérése miatt került a második helyre az adott módusszám páros.



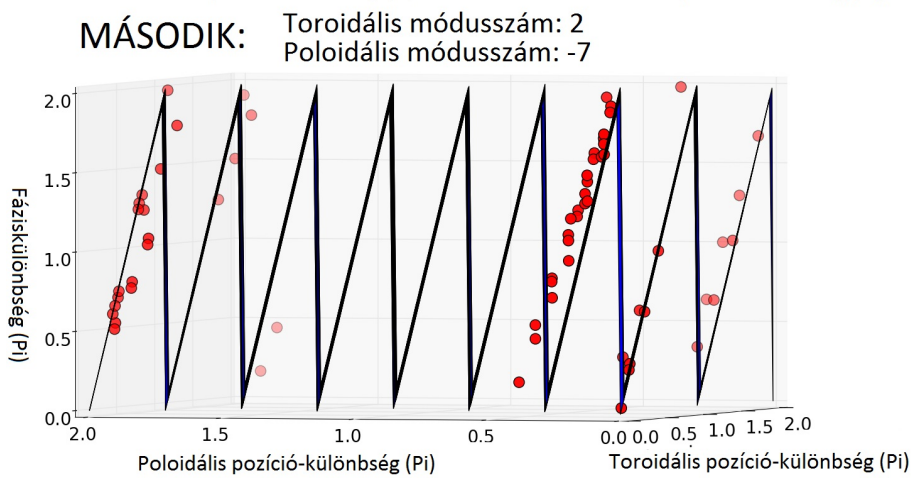
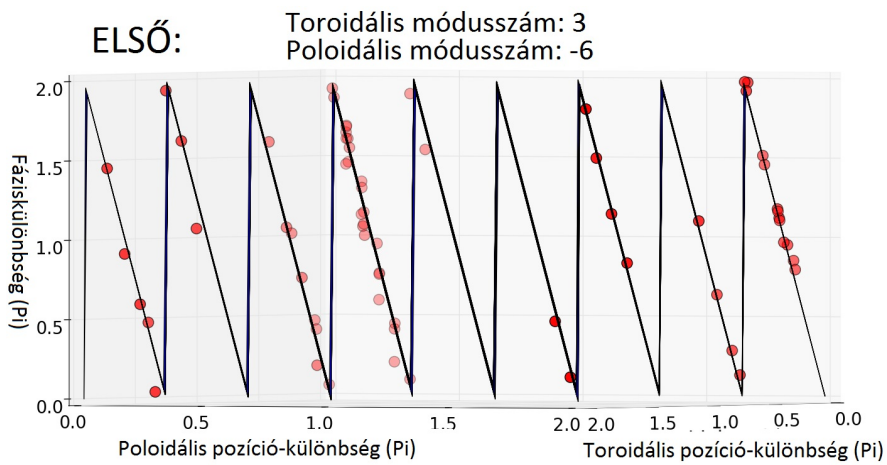
4.4. ábra. A 5 Hz-hez és 1 s-hoz tartozó két legjobban illeszkedő sík.

Az is látható, hogy azért kaptunk hasonló illesztési maradéktagot a szomszédos módusszámokra, mert csak egy limitált relatív szondapozíciójú tartományból van adatunk a poloidális irányban.

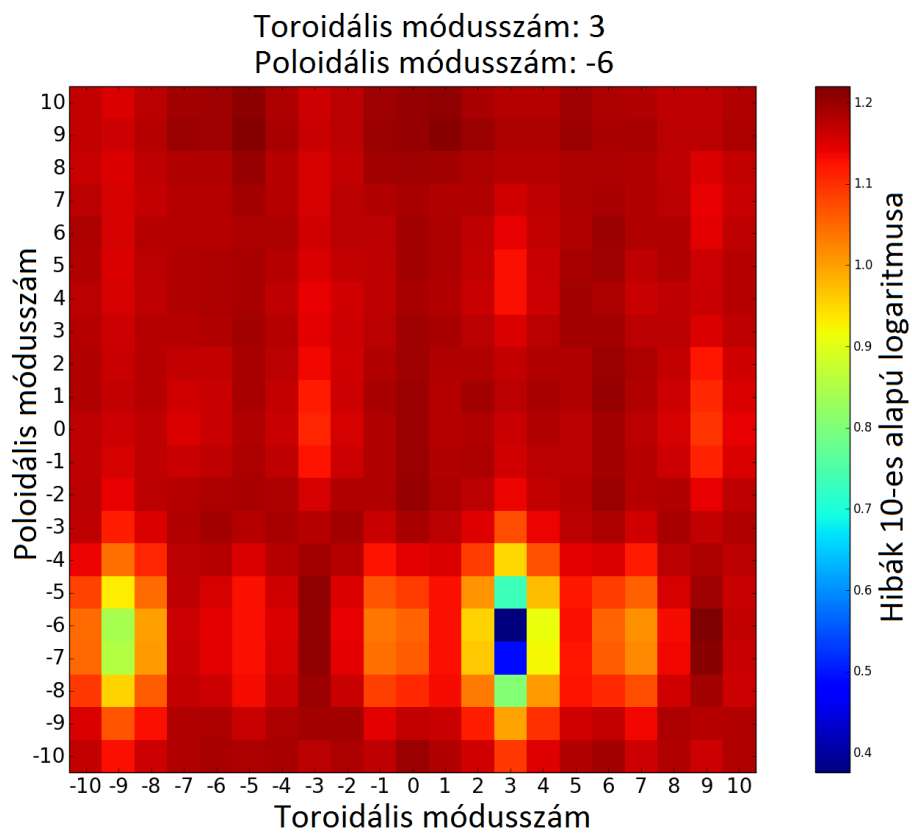
Összességében megállapítható, hogy a valós adatokon végzett tesztelés értékelhető és érdekes eredményeket adott. Meglehetősen alacsony hibával és szemmel láthatólag jó illeszkedéssel sikerült módusokat detektálni a fúziós plazmában, de a teszt rávilágított arra is, hogy poloidális módusszámokat jóval kevesebb biztonsággal tudunk meghatározni, mint toroidálisakat.



4.5. ábra. A 5 H_z -hez és 1 s -hoz tartozó hibamátrix.



4.6. ábra. A 15 Hz-hez és 1 s-hoz tartozó két legjobban illeszkedő sík.



4.7. ábra. A 15 Hz -hez és 1 s -hoz tartozó hibamátrix.

5. fejezet

Összefoglalás

Munkám során a BME Nukleáris Technikai Intézetében, plazmahullámok vizsgálatára készült Wavelet Tools programcsomagján végeztem fejlesztéseket. Az egydimenziós módusszám-meghatározást végrehajtó módszer kibővítésének céljából készítettem a kétdimenziós módusszám analízis módszerét megvalósító algoritmust. A rutint Python programozási nyelven írtam meg és előkészítettem a programcsomagba történő beillesztésre.

Az új módszer legnagyobb előnye, hogy tetszőleges pozíójú mérőszondák adatainak feldolgozására képes, így több mérési eredmény alapján számíthatunk módusszámokat. A kapott eredmény ezzel pontosabbá és megbízhatóbbá vált.

Szintén Python nyelven készítettem el egy szimulációs programot, mely a kétdimenziós módusszám-meghatározáshoz generál szimulált adatokat. Ennek segítségével történt az általam írt algoritmus tesztelése, valamint a változtatható paramétereinek jóvoltából különböző szimulációs kísérletek jövőbeli elvégzését is lehetővé teszi. Ilyen lehet a különböző szondapozíciók mellett, illetve különböző hibákkal történő kísérletezés.

Munkám részeként az általam kifejlesztett módszer valós adatokon való tesztelését is elvégeztem. Ehhez, a németországi ASDEX Upgrade tokamakon végzett kísérletek mérési adatait használtam fel. A kapott eredmények biztatóan hatnak: sikerült alacsony hibával, különböző frekvenciákon elkülönülő módusokat detektálni mind toroidális, mind poloidális esetben. Ezen módusok esetén, adott idő-frekvencia pontokban vizsgáltam a meghatározott sík illeszkedését, ami szintén megerősítésként szolgált arra nézve, hogy a megtalált módusszámok helyesek. Sikerült kimutatni továbbá, hogy toroidális módusszámot nagyobb biztonsággal tudunk meghatározni, mivel a poloidális esetben a szondák elhelyezkedése miatt nagyobb a bizonytalanság.

A jelenlegi cél a további valós adatokon történő tesztelés, illetve az így, és a korábban az egydimenziós módszerrel kapott eredmények összehasonlí-

tása. Érdekes lehet az ASDEX Upgrade tokamakban a ballooning szondák melletti másik szondatípus, a Mirnov-tekercek által mért adatok kiértékelése is, valamint annak megállapítása, hogy a különböző mérőeszközök gyűjtötte adatok használhatóak-e együtt módusszám-meghatározásra.

Irodalomjegyzék

- [1] G. Marx, *Atommagközelben*. Mozaik.
- [2] A. Vértes, *Szemelvények a nukleáris tudomány történetéből*. Akadémiai kiadó.
- [3] P. Z. Pölöskei, „Mágneses mérések kísérletileg megalapozott korrekciója az ASDEX Upgrade tokamakon,” 2014. http://deep.reak.bme.hu/~poloskei/2014_Poloskei_TDK.pdf.
- [4] P. Pölöskei, „Tranziens plazmahullámok módusszám analízise az ASDEX Upgrade tokamakon,” 2015. http://deep.reak.bme.hu/~poloskei/2015_Poloskei_TDK.pdf.
- [5] L. Horváth, P. Z. Poloskei, G. Papp, M. Maraschek, K. H. Schubeck, G. I. Pokol, the EUROfusion MST1 Team, and the ASDEX Upgrade Team, „Reducing systematic errors in time-frequency resolved mode number analysis,” *Plasma Physics and Controlled Fusion*, vol. 57, no. 12, p. 125005, 2015.
- [6] H. M. Smith, T. Fehér, T. Fülöp, K. Gál, and E. Verwichte, „Runaway electron generation in tokamak disruptions,” *Plasma Physics and Controlled Fusion*, vol. 51, no. 12, p. 124008, 2009.