

# Toroidális módusszám meghatározása közben jelentkező szisztematikus hibák vizsgálata az ASDEX Upgrade tokamakon

TDK dolgozat

**Pölöskei Péter Zsolt**

Fizika BSc II. évfolyam, BME TTK

Témavezetők:

**Dr. Pokol Gergő** egyetemi docens

BME Nukleáris Technikai Intézet

**Horváth László** Fizikus MSc hallgató,

BME TTK

2013



## Kivonat

Jövők egyik ígéretes energiaforrása a magenergia felszabadításán alapuló fúziós energiatermelés, aminek egyik megvalósítási lehetősége az, amikor mesterségesen kialakított erős mágneses tér segítségével tartjuk össze a plazmát. Ez esetben a több százmillió kelvin hőmérsékletű, ionizált részecskék a mágneses erővonalak mentén kezdenek mozogni, így azokat egy tórusz alakú készülékben, esetünkben egy tokamakba, jól elszigetelve tarthatjuk a határoló elemektől.

Amennyiben egy plazmahullám hullámhossza összemérhető a berendezés méretével, a toroidális illetve poloidális szimmetria miatt a plazmában különböző globális módusok jöhetnek létre, melyek térbeli szerkezetét poloidális és toroidális módusszámokkal, illetve radiális sajátfüggvénnyel jellemezhetjük. A módusszámok meghatározása a plazma instabilitás azonosításának első lépése [1].

A toroidális módusszámok meghatározásának egyik lehetősége, hogy ábrázoljuk a mágneses szonda jeleinek relatív fázisát a relatív szondapozíció függvényében, és a kapott ponthalmazra egyeneseket illesztünk, aminek a meredeksége fogja meghatározni a módusszámot. Először kiegészítettem az NTI Wavelet Tools diagnosztikai programcsomag módusszám-meghatározó rutinját egy modullal, ami képes figyelembe venni a keresztfázisok mérési bizonytalanságait [2], így megfelelő súlyozással tudja számítani a  $Q_{min}$  illeszkedési próbát. Mindemellett implementáltam egy  $\chi^2$  próbát számító részt is, így kritériumot kaptunk arra nézve, hogy mikor fogadhatunk el egy módusszámot.

A kiegészítés során végzett vizsgálatok azt mutatták, hogy a legjobban illeszkedő módusok esetén is a keresztfázisok szignifikánsan eltértek az illesztő egyenesektől, ami motivált arra, hogy tovább vizsgáljam a keresztfázisok ideálistól való eltérését a módusok időfejlődése közben. Ennek során különböző lövésekhez tartozó mágneses szondák jeleit az NTI Wavelet Tools-zal feldolgoztam, és az így kapott spektrogramokon egy gerinckövető algoritmus segítségével követtem le a különböző módusokat. A kapott gerinceken végig haladva meghatároztam minden egyes mért időpillanatban a mért és a várt fázisok közötti különbséget. Ez a különbség egy nemnulla várható értékű valószínűségi változó lett, amiből arra következtethettünk, hogy a rendszerünk szisztematikus hibával terhelt, amit a szondapozíciók, illetve a keresztfázis hibájának korrekciójával lehet figyelembe venni. A továbbfejlesztett adatfeldolgozási eljárással az ASDEX Upgrade tokamak különböző plazmahullámait vizsgáltam.



# Tartalomjegyzék

<b>1. Bevezetés</b>	<b>5</b>
1.1. Fúzióról általában . . . . .	5
1.2. Plazmadiagnosztikai eszközök, mágneses szondák . . . . .	6
<b>2. Toroidális módusszám meghatározása és problémái</b>	<b>9</b>
2.1. Lineáris idő-frekvencia transzformációk, kereszt spektrum . . . . .	9
2.2. Módusszám meghatározásának elméleti háttere . . . . .	11
2.3. Módusszám meghatározásának gyakorlati megvalósítása . . . . .	12
Fázisdiagramok előállítása . . . . .	12
<b>3. Módusszám-meghatározó rutin fejlesztése</b>	<b>14</b>
3.1. Módusszám vizsgálata a becsült hibák figyelembe vételével . . . . .	15
$\chi^2$ illeszkedési próba . . . . .	17
3.2. Módusok időbeli fejlődésének vizsgálata . . . . .	18
<b>4. Korrekció alkalmazása</b>	<b>22</b>
<b>5. Összefoglalás és kitekintés</b>	<b>24</b>
<b>Irodalomjegyzék</b>	<b>27</b>



# 1. fejezet

## Bevezetés

### 1.1. Fúzióról általában

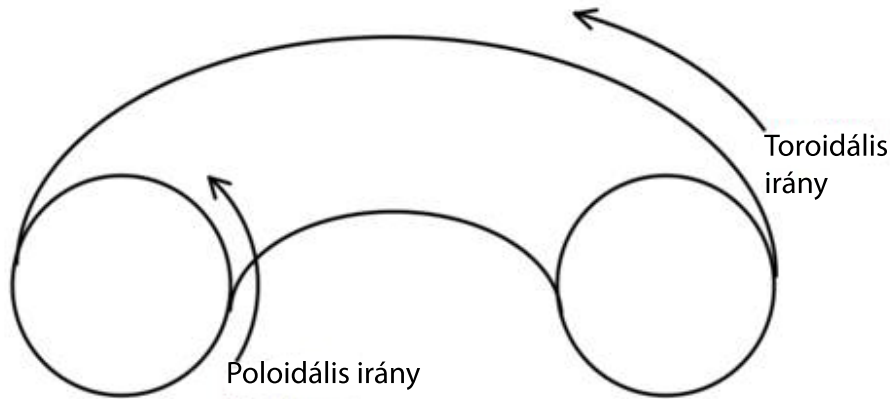
A 21. században elképzelhetetlen lenne életünk elektromos áram, energia nélkül. De a technológia fejlődésével párhuzamosan energiaigényünk is növekszik, aminek a fedezésére alternatívát kell találnunk, mégpedig olyat, ami káros környezeti hatásoktól mentes, és minden régió számára elérhető alapanyagból gazdálkodik.

Ennek egyik lehetősége a fúziós energiatermelés, melynek során könnyű atommagok egyesítésével nyerhetünk energiát [3]. A korai vizsgálatok azt mutatták ki, hogy a deutérium tríciummal való egyesítése rendelkezik a legkedvezőbb paraméterekkel így a kutatások ez irányba folytatódtak.

A további vizsgálatok rámutattak, hogy pozitív energiamérleggel rendelkező fúziót csak olyan körülmények között tudnak létrehozni, ahol az atomok átlagos energiája eléri a magok egyesülésének küszöbenergiáját. Ez több százmillió kelvin hőmérsékletnek felel meg. Ilyen körülmények között az atommagok már erősen ionizált állapotban vannak, így felmerül a kérdés, hogy hogyan lehetne kellően hosszú ideig összetartani ezt a kvázisemleges rendszert.

Ennek egyik lehetősége, ha egy tórusz alakú készülékben erős (toroidális irányú) mágneses teret hozunk létre, mert ekkor a töltött részecskék a rájuk ható mágneses tér hatására az erővonalak mentén kezdenek mozogni, így jól meghatározott helyen, a berendezés belsejében lokalizálódnak. Egy ilyen konstrukció az orosz eredetű tokamak, amivel már a fúziós kutatások kezdeti időszakban is kiváló eredményeket értek el. A készülék előnyei között említhető még, hogy a nagyfokú szimmetria miatt, sok jelenség kétdimenziós rendszerben vizsgálható. Így bevezethetjük a toroidális irányt, ami a tóruszt egy vízszintes síkkal metszve jelöli ki a körüljárási irányt, valamint a poloidális irányt, ami egy függőleges síkmetszet esetén adja a körüljárási irányt,

ezt szemlélteti a 1.1 ábra.



1.1. ábra. Tórusz kitüntetett irányai

Amennyiben a plazmában jelenlevő hullámok hullámhossza összemérhető a készülék méreteivel, globális hullámok, úgynevezett módusok jöhetnek létre. Ezeknek a leírását toroidális illetve poloidális módusszámmal  $(n,m)$ , illetve radiális sajátfüggvénnyel  $(\xi(r, \Theta^*))$  tehetjük meg [4] :

$$\xi(r, \Theta^*, \Phi, t) = \xi(r, \Theta^*) \exp[i(m\Theta^* - n\Phi - \omega t)] \quad (1.1)$$

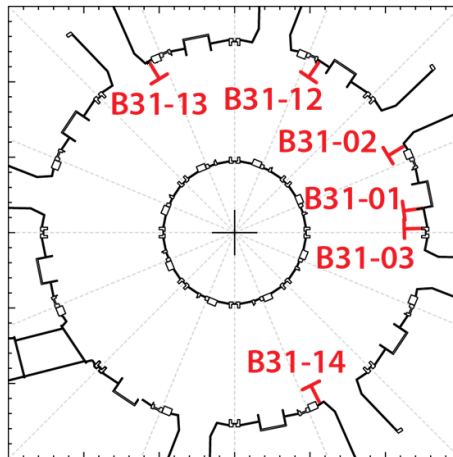
ahol  $\omega$  a hullám körfrekvenciája,  $r$ ,  $\Theta^*$  és  $\Phi$  pedig a tórusz úgynevezett egyenes B koordinátái. Ebben a koordinátarendszerben a mágneses erővonalak egyenesek, így egy tényleges fúziós készülékben fellépő mágneses tér torzulást egy megfelelő koordinátarendszer transzformáció írja le [5].

Mivel a plazmainstabilitások azonosításának egyik lehetősége a módusszámok ismeretén alapszik [6], így természetes igénynek tűnik ezeknek pontos ismerete. A módusszám meghatározásának egyik lehetősége a tokamak falára elhelyezett mágneses szondák jeleinek feldolgozásával történhet.

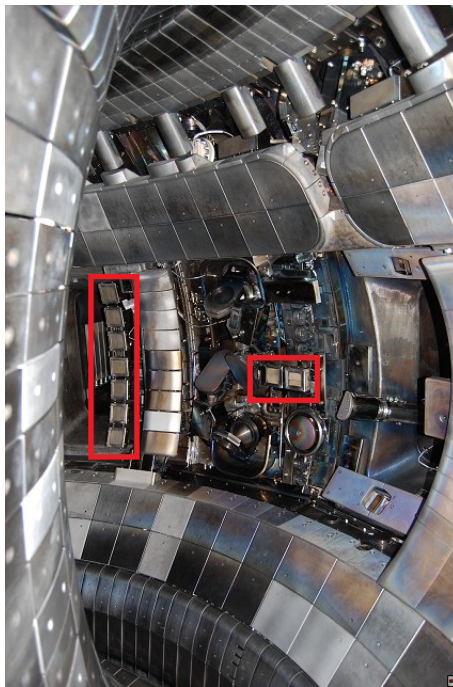
## 1.2. Plazmadiagnosztikai eszközök, mágneses szondák

Fúziós kutatásokban a mágneses tér mérésére leggyakrabban használt eszközök a mágneses szondák. Ezeknek működése a Faraday-féle indukciós törvényen alapszik, így ha a szonda helyén a mágneses tér szerkezet változik, akkor a változás nagyságával arányos feszültség indukálódik bennük, így közvetetten a tér változását mérhetjük. A 1.2 és 1.3 képeken a jelfeldolgozás során használt eszközök elhelyezkedése, és tényleges megjelenésük látható.





**1.2. ábra.** *ASDEX toroidális mágneses szondáinak elhelyezkedése felülnézetben*

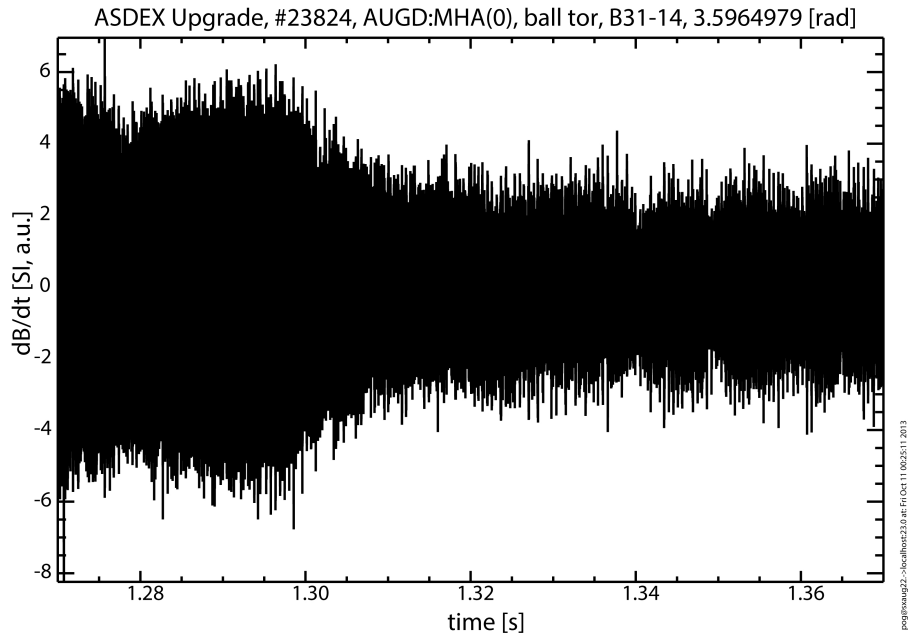


**1.3. ábra.** *ASDEX B31-03 és B31-01 jelzésű mágneses szondák, illetve egy poloidális szondasor)*

Az így mért jeleknek (1.4) a legfőbb problémája, hogy a plazma eredő mágneses terének hatását reprezentálják, így nem tudjuk, hogy az adott mérési adat milyen térbeli pozícióhoz köthető. Mivel a módusszámok meghatározásának kritikus lépése a szondapozíciók meghatározása így fontos tudni, hogy ez a hatás mennyire torzíthatja a mérési adatainkat, okozhat -e szisz-

tematikus hibát a mérések során.

Dolgozatom célja ezen vagy más okból származó szisztematikus hibák felismerése, és lehetőség szerinti korrigálása a mérések kiértékelése során.



**1.4. ábra.** *ASDEX Upgrade Tokamak # 23824-es kíséréshez tartozó MHA- B31-14 mágneses szonda jele*

## 2. fejezet

# Toroidális módusszám meghatározása és problémái

Toroidális módusszám meghatározásához szükséges a mért jelek idő-frekvencia térbeli spektrális felbontására, mert jeleink időben változnak, azaz tranziens jellegűek. A nyers jelek feldolgozásának ez egy standard módszere, aminek megvalósítása a jelünk lineáris idő-frekvencia transzformációjával történik. A továbbiakban ennek alapjait ismertetem.

### 2.1. Lineáris idő-frekvencia transzformációk, keresztspektrum

A fejezetben szereplő definíciók Stephane Mallat könyvének leírását követik [7]. Egyféle lineáris idő-frekvencia transzformáció az STFT (Short Time Fourier Transform - rövid idejű Fourier-transzformáció), aminek során a jelünket olyan idő-frekvencia bázison fejtük ki, ahol az atomokat idő- és frekvencia eltolással állítjuk elő. Ez esetben használt atomok:

$$g_{u,\xi} = e^{i\xi t} g(t - u) \quad (2.1)$$

Esetünkben  $g_{u,\xi}$  az úgynevezett Gábor-atom (2.2), mely egy időben és frekvenciába eltolt Gauss-függvény. Az atomok olyan normált ( $\|g_{u,\xi}\| = 1$ ) komplex függvények melyek időben és frekvenciában jól lokalizáltak.

$$g_{u,\xi}(t) = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}\sigma_t}} \cdot \exp\{i\xi t\} \exp\left\{-\frac{(t-u)^2}{2\sigma_t^2}\right\}. \quad (2.2)$$

Ennek segítségével a transzformáltat a következő módon számíthatjuk:

$$Sf(u, \xi) = \langle f, g_{u, \xi} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\xi t} g(t - u) dt . \quad (2.3)$$

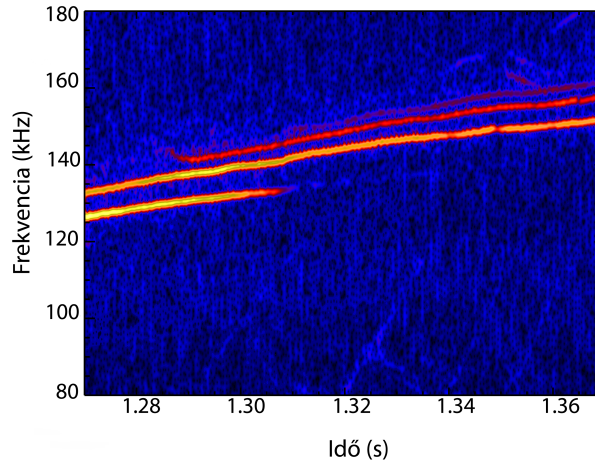
Az így előállított idő-frekvencia transzformált négyzete értelmezhető, mint a jel energia eloszlása. Ezt spektrogramnak nevezzük:

$$P_s f(u, \xi) = |Sf(u, \xi)|^2 . \quad (2.4)$$

Amennyiben vesszük két jelnek az STFT-jét (  $Sf_1(u, \xi)$ ,  $Sf_2(u, \xi)$  ) és képezzük az alábbi szorzatot:

$$C_{12}(u, \xi) = (Sf_1(u, \xi))(Sf_2(u, \xi))^* \quad (2.5)$$

ahol, \* komplex konjugálást jelöl, akkor az így kapott kifejezést ( $C_{12}(u, \xi)$ ) a két jel kereszt-spektrogramjának nevezzük. A rövid idejű Fourier-transzformáció során képzett függvények komplex értékűek, így az (2.5) egyenlettel definiált komplex értékű függvény amplitúdója a két jel amplitúdójának szorzata, míg fázisa, a komplex konjugálás miatt, a két transzformált fázisának különbsége. Érdeemes megjegyezni, hogy a kereszt-spektrogram, a spektrogrammal ellentétben komplex értékű függvényt ad eredményül, mely fázisának (röviden keresztfázis) értelmezése szükséges a módusszámok meghatározásához.



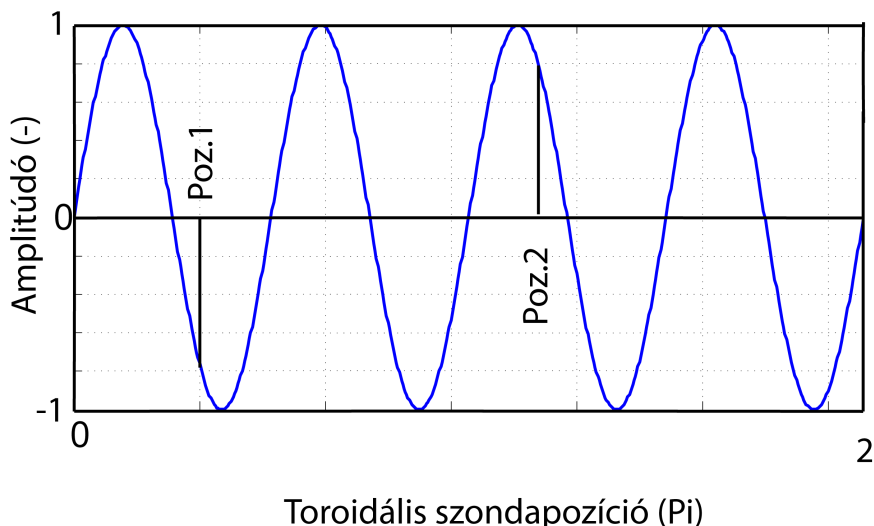
**2.1. ábra.** *ASDEX Upgrade - # 23824 Kereszt-spektrogram abszolút értéke*

A 2.1 ábrán megfigyelhető három egymástól jól elkülönülő módus, amik időben és frekvenciában is jól meghatározott helyhez köthetőek.

## 2.2. Módusszám meghatározásának elméleti háttere

Ahogy az előző fejezetben láttuk, a kereszt-spektrogramok komplex értékű függvények, melynek mind fázisának, mind amplitúdójának fizikai jelentése fontos számunkra. Amennyiben egy adott frekvencián a kereszt-spektrogram abszolút értéke magasabb a környezetéhez képest, és ehhez egy állandó fázisösszefüggés is tartozik, akkor ez arra utalhat, hogy az adott frekvencia mindkét jelben dominánsan szerepet tölthet be [8].

Vizsgáljuk meg azt az esetet, amikor egy toroidális, szabályos térbeli szerkezetű módus módusszámát szeretnénk meghatározni. Ezt a közelítést alkalmazhatjuk a tokamakokon a toroidális szimmetria miatt.



**2.2. ábra.** 4-es módusszámú szabályos térszerkezetű módus  $A(\varphi) = A_0 \sin(n\varphi)$

Jelölje  $n$  a hullám módusszámát. Ekkor a hullám fázisa ( $\Theta$ ) a következő alakban írható a szondapozíció ( $\varphi$ ) függvényében:

$$\Theta_i = n\varphi_i \quad (2.6)$$

A (2.6) egyenlet alapján, hogyha a két szonda ugyan azt a jelet méri, csak más térbeli pozícióban, tehát a két jel egymásnak időbeli eltoltja, akkor a keresztfázis a köztük levő távolság függvényében lineárisan változik. Az egyenes meredekségét az adott frekvenciához tartozó módusszáma határozza meg. Így formálisan az alábbi kifejezést írhatjuk fel a módusszám meghatározására:

$$\Delta\Theta_{12}(\xi) = \text{Arg}(C_{12}(u, \xi)) \quad (2.7)$$

$$\Delta\Theta_{12}(\xi) = n(\xi)\Delta\varphi_{12} \quad (2.8)$$

ahol  $\Delta\Theta_{12}$  a keresztfázis,  $n$  a módusszám,  $\Delta\varphi_{12}$  pedig a relatív szondapozíció radiánban. Így módszert kapunk arra, hogyan határozhatunk meg módusszámot a szondák pozícióinak, illetve kereszt-spektrumainak ismeretében. A kereszt-spektrogramokból a (2.7) képlettel kiszámítjuk adott időpontban a keresztfázisokat, és ezeket ábrázoljuk a relatív szondapozíciók függvényében. A kapott ponthalmazra egy origón átmenő egyenest illesztünk, aminek a meredeksége fogja meghatározni a toroidális módusszámot.

## 2.3. Módusszám meghatározásának gyakorlati megvalósítása

A BME Nukleáris Technika Intézete által fejlesztett, IDL (Interactive Data Language) [9] programozási nyelven implementált NTI Wavelet Tools egy olyan jeldiagnosztikai programcsomag, ami képes nyers jelek idő-frekvencia analízisére, mindemellett koherencia és módusszám számításokat is tud végezni [10]. Vizsgálataimat ezzel végeztem, majd az ehhez tartozó módusszám számító rutin fejlesztését hajtottam végre.

### Fázisdiagramok előállítása

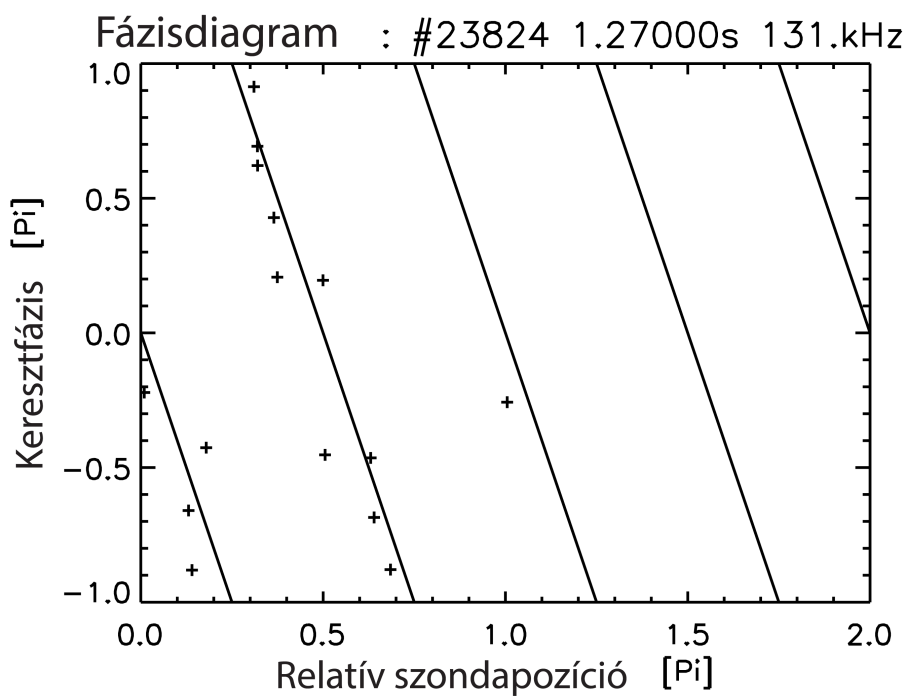
A rutinnak bemenete a kereszt-spektrogramokból nyerhető keresztfázisok, az egyes szondapozíciók, és a vizsgálandó idő-frekvencia pont. Mindemellett megadhatóak még opcionális bemenetek, amik a rutin főbb számításaiban irrelevánsak, csak a grafikus megjelenítésben játszanak szerepet.

A rutin először meghatározza az összes lehetséges relatív szondapozíciót és a hozzájuk tartozó keresztfázist. Mivel mindkét érték  $2\pi$  periodikus, belátható, hogy a  $[0, 2\pi]$  és a  $[-\pi, \pi]$  tartományba transzformálhatóak véges számú  $2\pi$  eltolással. A transzformáció hatással van az illesztendő egyenesre is, így az az eredetileg illesztendőnek mod  $2\pi$  mellett vett értéke lesz.

Mivel tudjuk, hogy a mágneses szondák által detektálható módusok kis abszolút értékű egész számok, így elegendő azt vizsgálni, hogy melyik egész meredekségű illesztő egyenes esetén lesz a legkisebb a mért adatok eltérése ettől.

$$Q(n) = \sum_{i=1}^l w_i (n\Delta\varphi_i - \Delta\Theta_i)^2 \quad (2.9)$$

A fenti egyenletben az összes lehetséges szondapárra történik az összegzés.



2.3. ábra. ASDEX # 23824, -4-es toroidális módus

Ez esetben nem vesszük figyelembe azt, hogy a relatív fázis, mint minden valószínűségi változó rendelkezik szórással, így a súlytényezőket ( $w_i$ ) konstans egynek tekintjük. Ekkor egyszerűen a mért értékekből következtünk a módusszámra. Ezzel a módszerrel készített ábrákat nevezzük fázisdiagramoknak, amik jól szemléltetik a módus struktúráját adott idő- frekvencia pontban.

## 3. fejezet

# Módusszám-meghatározó rutin fejlesztése

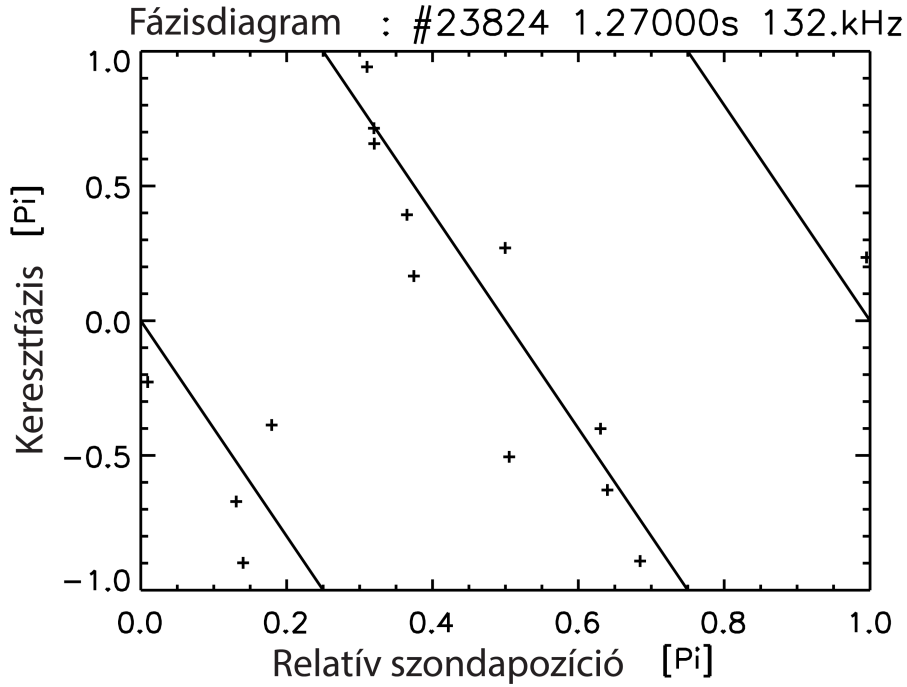
Az ábrázolással kapcsolatban elsőként felmerülő kérdés az volt, hogy szükséges-e a relatív szondapozíciókat a  $[0, 2\pi]$  intervallumon ábrázolni. A toroidális szimmetria miatt elégnek kellene lennie a  $[0, \pi]$  intervallumnak is, így ha egy relatív szondapozíció ( $\Delta\varphi$ ) nagyobb, mint  $\pi$ , akkor ehelyett vehetjük  $2\pi - \Delta\varphi$  szöveget, ami már kisebb mint  $\pi$ . Ez egy  $\Delta\varphi = \pi$  egyenesre való tükrözésnek felel meg. A tükrözés során a szondapár között mérhető keresztfázis előjelet vált, így az eredeti értéket mínusz egyszeresére kell változtatni. A transzformációt az alábbi módon végezhetjük:

$$\Delta\varphi \mapsto 2\pi - \Delta\varphi \quad (3.1)$$

$$\Delta\Theta \mapsto -\Delta\Theta \quad (3.2)$$

Az eljárást implementáltam a módusszám-meghatározó rutinba, így megszüntettem annak eshetőségét, hogy ugyanazt az adatot különböző módon kiértékelve más-más ábrát kapjunk.





3.1. ábra. ASDEX # 23824, -4-es toroidális módus

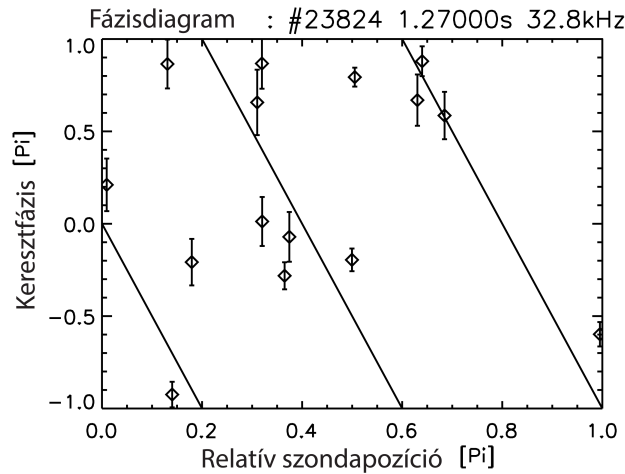
### 3.1. Módusszám vizsgálata a becsült hibák figyelembe vételével

Az alábbi tanulmány [11] egy módszert ad arra, hogy a mért jelünk bizonytalanságának ismeretében hogyan tudjuk a rövid idejű Fourier-transzformált keresztspektrumok hibáit becsülni. Így lehetőségünk nyílik arra, hogy ezt figyelembe véve számíthassuk az illeszkedési próbákat. Ennek első lépése a súlytényezők meghatározása, aminek lényege, hogy a nagyobb hibával mért adatok kisebb szerepet kapjanak az illeszkedés vizsgálatánál, míg a kisebb hibával rendelkező pontjainkat nagyobb súlytényezőt kapjanak. Ezeknek a meghatározását a következő módon végezhetjük [12]:

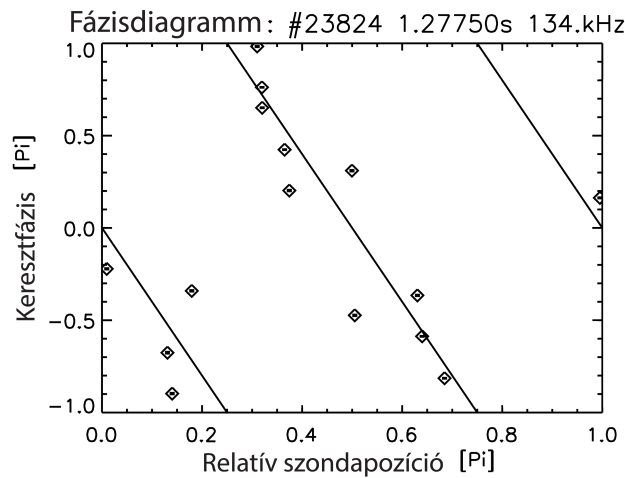
$$w_j = \frac{1}{l} \frac{1}{\sum_{i=1}^l \sigma_i^2} \frac{1}{\sigma_j^2} \quad (3.3)$$

Az összegzés az egyes mérési pontokra történik, és  $\sigma_i$  az  $i$ -dik kiértékelendő adat szórása. Ezután a szórások ismeretében a (2.9) egyenletet már a súlytényezőkkel is számíthatjuk. Az eljárást beépítettem a már meglévő rutinba,

így korrekt módon, a becsült hibákat figyelembe véve tudtuk az illesztést vizsgálni. Emellett kiegészítettem a grafikus ábrázoló részét a programnak, hogy a szórások is láthatóak legyenek az ábrákon.



(a) Alacsony frekvenciás zaj



(b) -4-es módus szerkezete az 1.2775s-134kHz pontban

### 3.2. ábra. ASDEX #23824 Fázisdiagramok

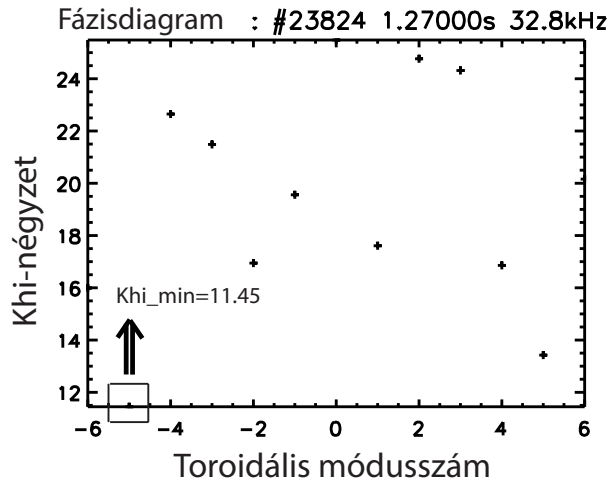
A 3.2(b) ábrán megfigyelhető, hogy erős módusok esetén az illesztő egyenes a szórásokon kívül esik a pontok jelentős többségénél, így felmerül a kérdés, hogy mennyire is jó az illesztésünk.

## $\chi^2$ illeszkedési próba

A  $\chi^2$  próba egy statisztikai hipotézispróba, ami számszerű értékkel szolgál arról, hogy egy illesztést mikor fogadhatunk el. A  $\chi^2$  eloszlás nulla várható értékű és egy szórású valószínűségi változók összegeként áll elő. Ez esetünkben a következő formális kifejezést jelöli:

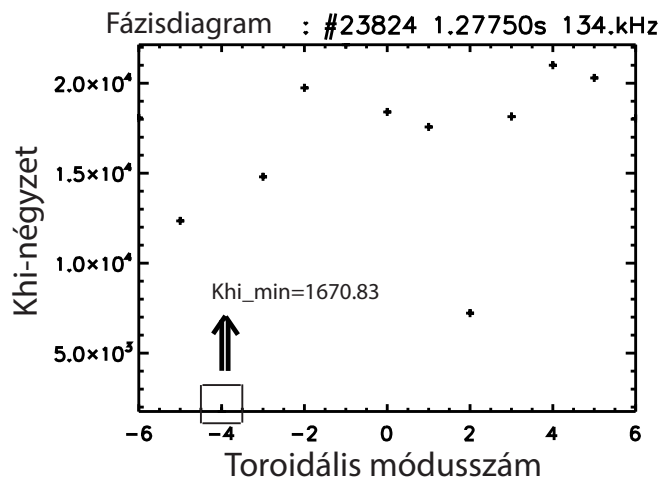
$$\sum_{i=1}^l \frac{(x_{\text{vart},i} - x_{\text{mert},i})^2}{\sigma_i^2} = \sum_{i=1}^l \frac{(n\Delta\varphi_i - \Delta\Phi_i)^2}{\sigma_i^2} \quad (3.4)$$

Amennyiben az így képzett összeg értéke kisebb, mint az adott konfidencia szinthez meghatározott kvantilis, akkor elfogadjuk a nullhipotézisünket, az illesztést helyesnek tekintjük.



**3.3. ábra.** Sztochasztikus zajra (3.2(a)) számított  $\chi^2$  próba

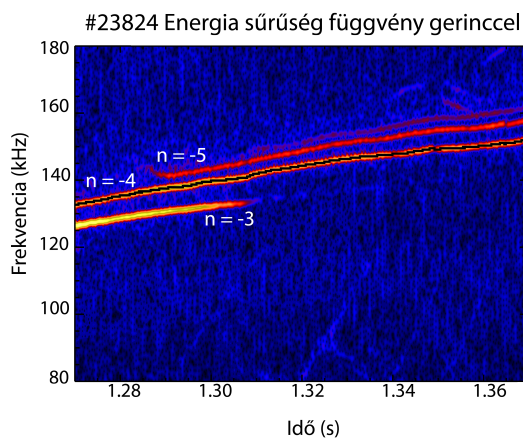
A 3.3 és 3.4 ábrákat összevetve jól látszik, hogy a sztochasztikus zajra számított toroidális módusszám elfogadhatóbb, mint a tényleges módusnál, így ott kellene elfogadnunk a meghatározott módusszámot, ahol nincs is tényleges módusunk. Ennek ismeretében kezdtem vizsgálni a módusok időbeli fejlődését.



3.4. ábra. Valós módusra (3.2(b)) számított  $\chi^2$  próba

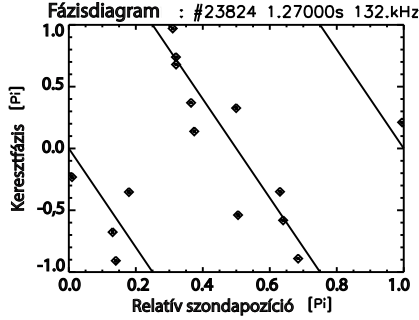
## 3.2. Módusok időbeli fejlődésének vizsgálata

A munka további részében a módusok időbeli alakulását vizsgáltam. A spektrogram analízisen alapuló eljárások szerint, amelyek frekvencia tartományon egy módus domináns szereppel rendelkeznek, ott a spektrogram energiatartalmának maximuma van [7], így első lépésként a spektrogramokból meghatároztam az adott módushoz tartozó idő-frekvencia gerinceket.

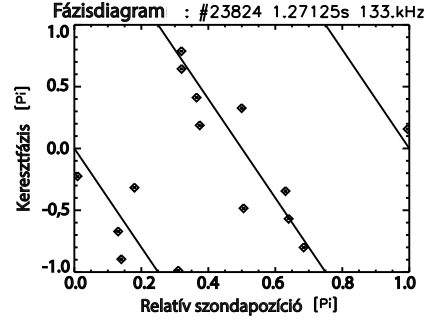


3.5. ábra. ASDEX- #23824 -4-es módushoz tartozó gerinc feketével kiemelve

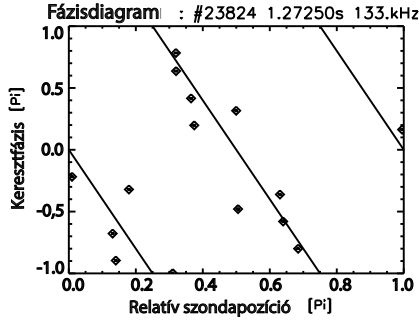
Az így kapott pontokban vizsgálva a fázisdiagramokat azt tapasztaltuk, hogy a mérési pontjaink nem a legkisebb négyzetek módszerével meghatározott illesztő egyenes körül szórtak, hanem egy bizonyos karakterisztikus távolságba. Ezt a jelenséget a 3.6 ábra szemlélteti.



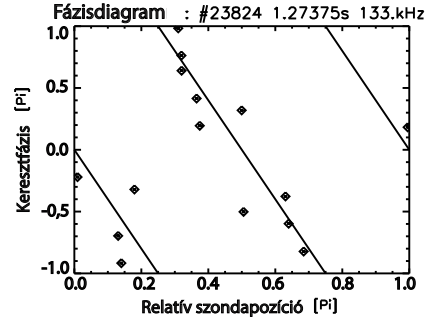
(a)  $t = 1.27000$  s



(b)  $t = 1.27125$  s



(c)  $t = 1.27250$  s



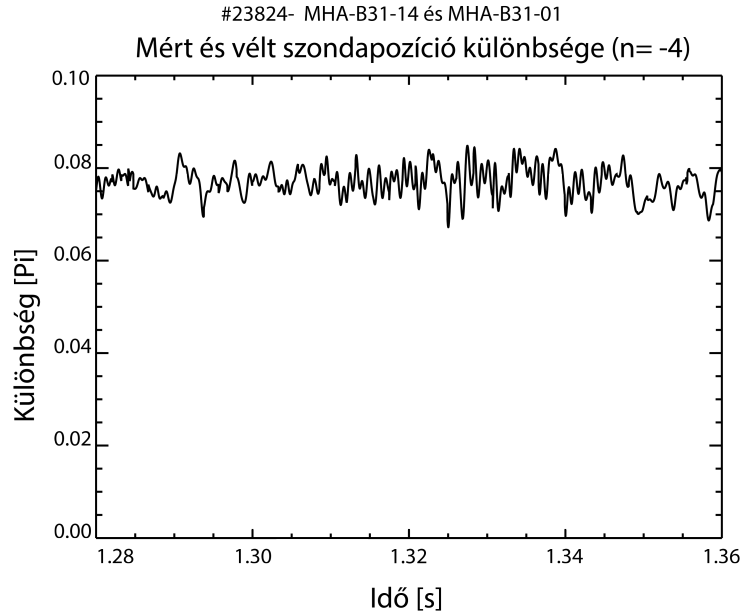
(d)  $t = 1.27375$  s

**3.6. ábra.** ASDEX #23824-es lövés -4-es módusának fázisdiagramja 4 különböző időpillanatban

Így arra következtethettünk, hogy a rendszerünkben szisztematikus hibák léptek fel a mérés során. Ennek meghatározására készítettem egy rutint, amit a már meglévő NTI Wavelet Tools programcsomagba illeszttem. A program minden egyes mintavételezett időpillanatban meghatározza az összes szondapárra az elméletileg legjobban illeszkedő egyenestől való eltéréseket szondapozícióban, és ezt grafikusán szemlélteti minden egyes szondapárra.

$$D_i(t) = \frac{n\Delta\varphi_i - \Delta\Theta_i(t)}{n} \quad (3.5)$$

ahol  $D_i$  az  $i$ -dik szondapárra számított eltérés adott  $t$  időpillanatban.



**3.7. ábra.** *ASDEX - #23824 keresztfázisból a legjobban illeszkedő módus alapján meghatározott relatív szondapozíció és a tényleges különbsége az idő függvényében*

Az 3.7 ábráról látszik, hogy  $D(t)$  a mért időszakon jó közelítéssel állandónak tekinthető, így természetesnek tűnhet korrekcióra ennek időátlagának a választása.

Mivel a nyers jelek feldolgozását úgy végeztük, hogy nem átlagoltunk sem időben, sem pedig frekvenciába, így elkerültük annak lehetőségét, hogy a sztochasztikus háttérzaj miatt korreláltak legyenek a kapott adataink, így a rutinnal nyert additív effektív szondapozíció korrekció értékek, öt jól kiválasztott szondapár esetén függetlenek egymástól, így belőlük a többi tíz is előállítható. Így egy relatív szondapozíció korrekció formálisan az alábbi módon fejezhető ki másik két korrekció segítségével:

$$D\varphi_{ij} = D\varphi_{ik} + D\varphi_{kj} \quad (3.6)$$

Különböző lövésekre és módusszámokra meghatároztam az egyes szondapárokhoz tartozó effektív szondapozíció korrekciós tényezőt, és a tapasztalati szórásukat. A kapott eredményeket a B31-14-es szondához viszonyítva a 3.8 ábra tartalmazza.

Lövészszám # szonda		23824 módus -3		23824 módus -4		23824 módus -5	
1	2	átlag	szórás	átlag	szórás	átlag	szórás
MHA-B31-14	MHA-B31-03	0,0168	0,0029	0,0363	0,0045	0,0353	0,0059
MHA-B31-14	MHA-B31-01	0,0726	0,003	0,0768	0,003	0,0689	0,0053
MHA-B31-14	MHA-B31-02	0,1421	0,0026	0,1138	0,0025	0,0875	0,006
MHA-B31-14	MHA-B31-12	-0,0179	0,0023	0,0212	0,0034	0,0317	0,0085
MHA-B31-14	MHA-B31-13	0,0388	0,0034	0,0401	0,0042	0,03644	0,0082
Lövészszám # szonda		23824 módus -4, 1. int		21083 módus -5, 1.int		21083 módus -6, 1.int	
1	2	átlag	szórás	átlag	szórás	átlag	szórás
MHA-B31-14	MHA-B31-03	0,0461	0,0031	0,0449	0,0031	0,0362	0,0041
MHA-B31-14	MHA-B31-01	0,0457	0,0029	0,052	0,0038	0,0433	0,0044
MHA-B31-14	MHA-B31-02	0,0703	0,0043	0,0529	0,0043	0,0358	0,0051
MHA-B31-14	MHA-B31-12	0,0077	0,0049	0,0431	0,0031	0,0379	0,0039
MHA-B31-14	MHA-B31-13	0,0441	0,0033	0,0334	0,0027	0,0254	0,0033
Lövészszám # szonda		21083 módus -4, 2.int		21083 módus -5, 2.int		21083 módus -6, 2.int	
1	2	átlag	szórás	átlag	szórás	átlag	szórás
MHA-B31-14	MHA-B31-03	0,0353	0,0098	0,0479	0,0026	0,0406	0,0031
MHA-B31-14	MHA-B31-01	0,0494	0,0138	0,0623	0,0039	0,0532	0,0035
MHA-B31-14	MHA-B31-02	0,0842	0,0051	0,0693	0,005	0,051	0,0054
MHA-B31-14	MHA-B31-12	0,0033	0,0138	0,0428	0,0042	0,0398	0,0039
MHA-B31-14	MHA-B31-13	0,0476	0,0038	0,0389	0,0031	0,031	0,0037

### 3.8. ábra

Az összes többi korrekciós tényező az additivitás miatt ezekből előállítható. Modellünk helyességét a rutin által meghatározott többi korrekciós tényezővel vizsgáltuk, és sikerült igazolni ennek helyességét.

## 4. fejezet

# Korrekción alkalmazása

A 3.2. fejezetben bemutatott 3.8 értékek ismeretében megbecsültem az egyes szondapárok relatív szondapozíció korrekcióit ( $D_{\varphi_{ij}}$ ) és tapasztalati szórásait ( $\sigma_{\varphi_{ij}}$ ). Majd ezekkel az értékekkel elvégeztem a relatív szondapozíció, és annak bizonytalanságának korrekcióját, egy már korábban vizsgált lövésre. Ennek során az ASDEX #23824-es lövésének -4-es módusát vizsgáltam. Amennyiben feltesszük, hogy ismerjük a módusszámot, akkor relatív szondapozíció tapasztalati szórását megfeleltethetjük egy keresztfázis szórásnak:

$$\sigma_{\Theta_{ij}} = n\sigma_{\varphi_{ij}} \quad (4.1)$$

Így az alábbiak szerint korigáltam a mérés kiértékelését:

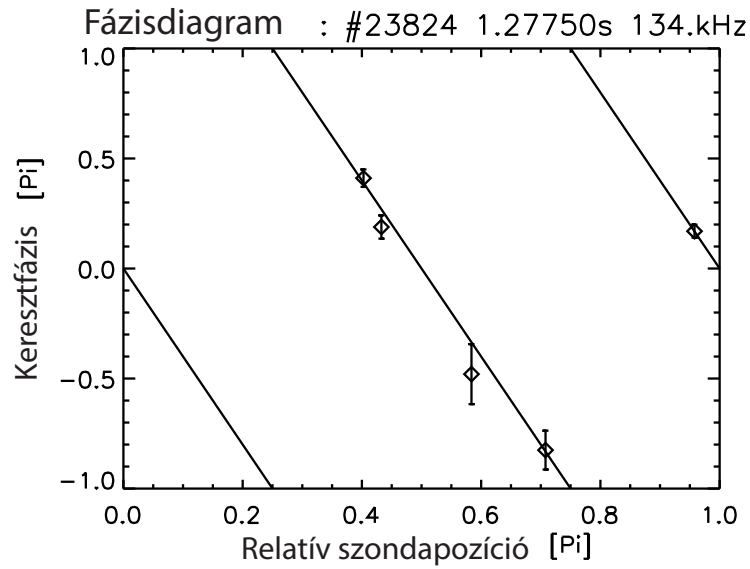
$$\tilde{\varphi}_{ij} = \varphi_{ij} + C_{\varphi_{ij}} \quad (4.2)$$

$$\tilde{\sigma}_{\Theta_{ij}}^2 = \sigma_{\Theta_{ij}}^2 + (n\sigma_{\varphi_{ij}})^2 \quad (4.3)$$

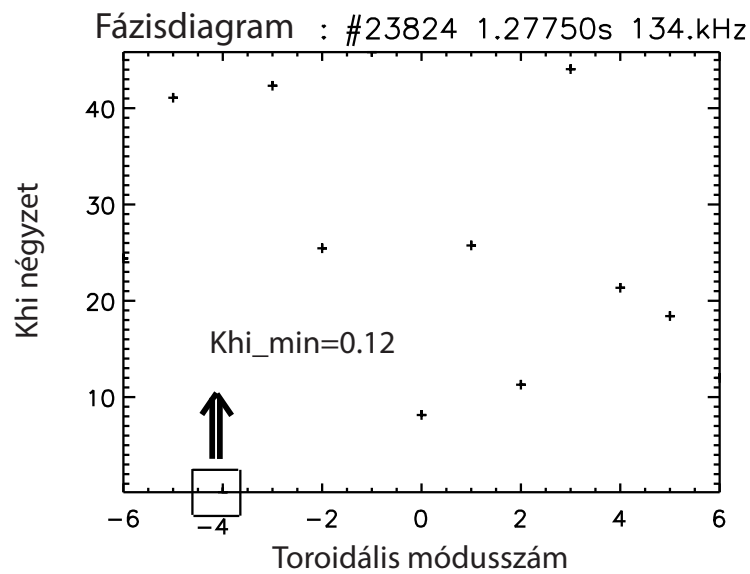
ahol,  $\tilde{\cdot}$ -vel a korigált értékeket jelöltem.

A 4.1 ábrán csak 5 egymástól független szondapárt vizsgáltam, és a 4.2 ábrával összevetve jól látszik, hogy nagyságrendekkel jobb illeszkedést lehet elérni korrekció alkalmazásával, ami 95%-os konfidencia szint mellett kisebb, mint az adott kvantilis értéke, így elfogadható az illesztésünk. Így arra a következtetésre jutottunk, hogy fontos az adott szonda érzékeny tartományának helyzetére vonatkozó korrekciók ismerete.





4.1. ábra. ASDEX #23824 korrigált fázisdiagramm (vö. 3.2(b))



4.2. ábra. ASDEX #23824 korrigált  $\chi^2$  próba a 4.1 fázisdiagramhoz (vö. 3.4)

## 5. fejezet

# Összefoglalás és kitekintés

Munkám során továbbfejlesztettem az NTI Wavelet Tools módusszám -meghatározó rutinját, először egyértelműsítettem a fázisdiagramok ábrázolását a relatív szondapozíció  $[0, \pi]$  intervallumra való szűkítésével, majd ezután a becsült keresztfázis-hibákhoz tartozó számításokat végeztem. Beépítettem a hibákból meghatározható súlytényezőket az illesztésvizsgálathoz, és kiegészítettem a rutint egy  $\chi^2$  próbát számító egységgel. Így számszerű kritériumot kaptunk arra nézve, hogy mikor fogadhatunk el egy módust.

A kezdeti vizsgálatok rámutattak, hogy az elméletileg feltételezett toroidális módusok meghatározásánál a  $\chi^2$  próba negatív eredményt ad, míg egy tetszőleges sztochasztikus zajra alkalmazva jobban elfogadhatónak tartja annak módusszámát. Ennek során merült fel annak a kérdése, hogy mit is mértünk igazán a mágneses szondáinkkal.

A dolgozat második felében a mért jeleink szisztematikus hibáit kerestem a módusok időbeli fejlődésének vizsgálatával. Ennek során az egyes módusokhoz tartozó idő-frekvencia gerinceken meghatároztam minden egyes szondapárra az elméletileg feltételezett keresztfázis és mért keresztfázis különbségeket. Mivel a különbség a vártakkal ellentétben nem egy nulla várható értékű valószínűségi változó volt, hanem egy bizonyos karakterisztikus érték körül szórt, így ebből következtettünk az adott keresztfázisra vonatkozó korrekcióra. Ezután a legkisebb négyzetek módszerével meghatározott módusszám ismeretében ebből relatív szondapozíció eltéréseket határoztam meg. Időben átlagolva ezeket az értékeket különböző lövésekre és módusszámokra megbecsültem minden egyes szondapárra egy relatív szondapozíció korrekciós értéket, és egy tapasztalati szórást.

Ezeknek az ismeretében egy már korábban vizsgált lövésre alkalmaztam a korrekciókat, az így kiértékelt adatok nagyságrendekkel jobb illeszkedést mutattak, mint az eddigiek.

A továbbiakban tervezzük, hogy számos másik lövést és módust megvizs-

gálva elkészítünk egy statisztikát, ami pontosabb korrekció értékekkel szolgálhat. Emellett megvizsgáljuk azt, hogy a szisztematikus hibáink milyen paramétereiktől függhetnek (például módusszám, frekvencia), valamint elméleti modellt alkotni arra, hogy a mágneses szondák különböző átviteli függvényei hogyan torzítják a relatív szisztematikus hibáinkat, ami az effektív szondapozíció-eltéréseknek egy alternatívája lehet a megfigyelt szisztematikus hibák magyarázatában.

# Köszönetnyilvánítás

Köszönettel tartozom témavezetőimnek, Pokol Gergőnek és Horváth Lászlónak akik nélkül a dolgozat nem jöhetett volna létre, és minden olyan embernek, akik építőjelleű kritikáikkal formálták végső alakjára ezen dolgozatot.



# Irodalomjegyzék

- [1] T. Szepesi, S. Kalvin, G. Kocsis, K. Lackner, P.T. Lang, M. Maraschek, G. Pokol, and G. Por. Investigation of pellet-driven magnetic perturbations in different tokamak scenarios. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 2009.
- [2] G.I. Pokol, N. Lazányi, G. Papp, G. Pór, V. Igochine, and ASDEX Upgrade Team. Continuous linear time-frequency transforms in the analysis of fusion plasma transients. In *Proceedings of the 40th EPS Conference on Plasma Physics, Espoo, 2013*, Europhysics Conference Abstracts, pages P-5.116, 2013. <http://ocs.ciemat.es/EPS2013PAP/pdf/P5.116.pdf>.
- [3] John Wesson. *Tokamaks*. Clarendon Press, Oxford, third edition, 2004.
- [4] John Wesson. *Tokamaks*. Clarendon Press, Oxford, third edition, 2004. <http://www.oup.com/us/catalog/general/subject/Physics/NuclearParticleAstrophysics/?view=usa&ci=0198509227>.
- [5] W.D. D’haeseleer, W.N.G. Hitchon, J.D. Callen, and J.L. Shohet. *Flux coordinates and magnetic field structure*. Springer-Verlag, Berlin, 1991.
- [6] M. Sertoli, L. Horváth, G.I. Pokol, V. Igochine, and L. Barrera. Characterization of saturated MHD instabilities through 2d electron temperature profile reconstruction from 1d ece measurements. *Nuclear Fusion*, 53(5):053015, 2013.
- [7] Stephane Mallat. *A Wavelet Tour of Signal Processing, Third Edition: The Sparse Way*. Academic Press, 3rd edition, 2008.
- [8] G. Pór. *Műszaki Diagnosztika*. Egyetemi jegyzet (előkészületben), 2005.
- [9] Interactive Data Language hivatalos honlapja. <http://www.exelisvis.com/ProductsServices/IDL.aspx>.

- [10] NTI Wavelet Tools. *Publikus fejlesztői oldal*, 2011. <http://deep.reak.bme.hu:3000/projects/wavelet/wiki>.
- [11] L. Horváth, G.I. Pokol, and G. Papp. Short time fourier transform in nti wavelet tools. *Tanulmány BME-NTI-593/2012*, 2012.
- [12] Zoltan Szatmary. *Mérések kiértékelése. Egyetemi jegyzet*. 2010.

