Hányféleképpen ítéljük meg a deduktív érveléseket?

TUDOMÁNYOS DIÁKKÖRI DOLGOZAT

Molnár Barnabás

Számítógépes és kognitív idegtudomány MSc

2021

témavezető:
Dr. Molnár Zoltán Gábor

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Kivonat

Rips (2001) az emberi argumentációkat vizsgálva olyan kérdőívet szerkesztett, amiben következtetéseket sorolt fel, majd az egyik csoporttól azt kérdezte, hogy szükségszerű-e a konklúzió, a másiktól, hogy plauzibilis-e. A sejtés, hogy az előbbi (a deduktív) és az utóbbi (az induktív) érvelés emberi értékelése egyetlen értékelési skála két végpontja. Lee (2008) a sejtés jobb eldöntésére hierarchikus generatív modellt dolgozott ki, amivel ezt a szignáldetekciós problémát Bayes-féle adatelemzéssel tudta kiértékelni. Ebben a dolgozatban csak a deduktív érvelésre szorítkozunk. Logikailag egyetlen skálán mérhető az úgy nevezett intuicionista (vagy konstruktív) érvelés és a klasszikus érvelés érvényessége is. Amellett, hogy megismételjük a korábbi kísérletet ebben a környezetben, különös figyelemmel fordulunk az érvelések komputációs bonyolultságá felé és hogy egy esetleges előfeszítés melyik típusú érvelési eljárást indítja be. DeWall et al. (2008) szerint az érveléses feladatmegoldást nagyban befolyásolja, hogy előtte milyen kognitív tevékenységeket végzett az alany. Vizsgálatunk célja az is, hogy kiderítsük különböző előfeszítésekkel mennyire vagyunk képesek előhívni a kétféle stratégiát. Az adatelemzéshez gráfmodellt használunk, amelyet egy erre alkalmas probabilisztikus programnyelvben implementáltunk.

Abstract

In order to classify the types of human reasoning, Rips (2001) proposed a measurement in which he listed formal arguments. While on the one hand he asked whether it was necessary to draw a conclusion, on the other he asked whether the consequence was plausible. The conjecture was that the human evaluation of the former (the deductive) and the latter (the inductive) argument is two endpoints of a single evaluation scale. Lee (2008) proposed a hierarchical generative model within the framework of Bayesian data analysis to evaluate this task as a signal detection problem. In this work, we apply the methods in such a way that we focus only on the deductive reasoning. Logically, the validity of the so-called intuitionistic (or constructive) deduction and the classical deduction can be measured also on a single scale. In addition, after we repeating the previous attempt on the mentioned two deductive systems, we pay particular attention at the computational complexity of reasoning and what type of reasoning procedure a possible priming initiates. DeWall et al. (2008) suggest that argumentative problem processing is heavily influenced by what cognitive activities the subject has previously performed. The aim of our study is also to determine what extent we are able to evoke them after different primings. For the data analysis, we have used a graphical model, that we implemented in a suitable probabilistic programming language.

1. Irodalmi áttekintés

Egy hallott vagy olvasott állítás igazságértékéről minden ember véleményt tud formálni. Ám, a mai napig nincs egyetértés abban, hogy ez a következtetés mégis milyen folyamatok eredményeképpen jön létre. Ha csak a mondatok logikai szerkezetét vizsgáljuk, akkor is csak sejtéseink vannak arról, hogy az elme milyen kiértékelési eljárásokat követ, ha pedig azt is figyelembe vesszük, hogy mi a tagmondatok tartalma, akkor ezzel kacsolatban könyvtárnyi megközelítéssel és eredménnyel találkozunk egységes elmélet létezésének minden reménye nélkül.

A XX. század elejéig a logika tankönyvi szabályait a helyes gondolkodás törvényeinek tekintették. Erről az előíró elképzelésről a matematika a modern logika megjelenésével nagyon gyorsan letett és ezt a megközelítést az eléggé negatív, „pszichologizmus" elnevezéssel illette. Ám, a pszichológiának, már csak a történeti örökség miatt is, számot kell adnia arról, hogy az érveléseket hogyan működtetjük. A pszichológiai szakirodalomban vizsgált logikai kifejezések között központi szerepük van a

$$\text{ha } A\text{, akkor } B$$

alakú feltételes mondatoknak (*kondicionálisoknak*). A kutatások döntő többsége ezekből kiindulva tesz állításokat a következtetések emberi feldolgozásáról. Jelentőségüket az adja, hogy csak nagyon szélsőséges deduktív szabályrendszerben nem érvényes a kondicionálisok (a „ha ..., akkor..." mondtatok) és a levezetés (vagyis a „tehát" szó használata) közötti következő kapcsolat.

$$\frac{[\text{Feltéve, hogy } A\text{,}]\ B.}{\text{Tehát, ha } A\text{, akkor } B.}$$

a [ ] zárójel azt jelzi, hogy a B állítás helyessége függ A-tól. Ezt dedukciótételnek (DT) nevezzük és láthatóan lényegében (a modus ponens-szel kiegészítve) azonosítja a feltételes állítások jelentését a kondicionálisok jelentésével. Egy konkrét példával illusztrálva,

$$\frac{[\text{Feltéve, hogy befér,}]\ \text{Micimackó bemegy Nyuszihoz.}}{\text{Tehát, ha befér, akkor Micimackó bemegy Nyuszihoz.}}$$

Ez nem az a megközelítés, ahogy a feltételes állításokat az iskolában tanuljuk, legalábbis az informatika órán és a logika témájú matematika órán. Természetesen rejtett módon sok tantárgyban használhattuk ezt a szabályszerűséget, hiszen a rendszeres gondolkodást alkalmazó tudományok mind ezt használják. A DT párja már sokkal ismertebb, ez a modus ponens:

$$\begin{array}{l}\text{Ha } A\text{, akkor } B.\\ \text{De } A.\\ \hline \text{Tehát } B.\end{array}$$

A kondicionálisok viselkedésének klasszikus leírása az i.e. III. században élt (Megarai) Philóntól származik. Ezt tanuljuk középiskolában, mint a logika explicit szemantikai keretét. Mi *Boole-féle* vagy *boole-iánus* vagy *klasszikus logikának* fogjuk nevezni. Eszerint a kondicionális mondat (tartalomfüggetlen) jelentése kifejezhető egy tagadással és egy alternációval:

„Ha A, akkor B", pontosan akkor, ha „nem A, vagy B."

Már C. I. Lewis, a modern modális logika megteremtője is kritizálta a kondicionálisok igazságértékkel definiált jelentésének helyességét. Később számos filozófus vetette fel, hogy a klasszikus logika következtetési sémái túl merészek vagy hogy a mindennapi vagy tudományterületi gyakorlatban nem a klasszikus logika szerint gondolkodunk. Túl merésznek például L. E. J. Brouwer tartotta ezért később az ő nevét is fantázianévként fogjuk használni egyes modellekre.

1.1. Néhány elmélet a következetések pszichológiai modellezésére

Szabályalapú elméletek. A naiv szabályalapú elméletek szerint a következtetéseket olyan logikai keretben végezzük, amelyet a logikusok felállítottak számunkra, azaz a logika valamiképpen hűen tükrözi a gondolkodásunkat. A pszichológiában sokak mellett már Johnson-Laird and Tagart (1969) rámutatott arra, hogy az emberek az $A \to B \Longleftrightarrow \neg A \vee B$ átfogalmazást egyáltalán nem tekintik a kondicionális jelentésének. A klasszikus logika (amelyben ez érvényes) tehát nem tekinthető annak a szabályrendszernek, amiben az emberek gondolkodnak. Gyanúra adnak okot a $A \Longrightarrow (B \to A)$ vagy az $A \to \neg A \Longrightarrow B$ következtetések is, amik még a korábban említett brouweriánus logikát is diszkvalifikálni tudnák.

Mindazonáltal megvan a szabályalapú modelleknek is a haszna. Brouwer és követői a logikai következtetések igazolását úgy tekintette mint egy olyan folyamatot, amelyben az ember a matematizáló képességével egy bizonyítást konstruál. Példa erre a következő, láncszabálynak nevezett követkzetetés:

Ha A, akkor B.
Ha B, akkor C.

Tehát, ha A, akkor C.

Világos, hogy ennek igazolásához feltesszük A-t, majd a ebből B-re következtetünk, ahonnan C-re tudunk és eljutottunk oda, hogy ha A, akkor C.

Mint később Gentzen munkássága nyomán kiderült, az intuicionista szellemben kivitelezett kijelentéslogika (a Boole-féléhez hasonlóan) algoritmikusan eldönthető. Ez azt jelenti, hogy megvan az a komputációs eljárás, ami ellenőrizni tudja, hogy egy formális következtetés érvényes-e. Ez eleve alapot ad arra, hogy a logikai műveletközpontot algoritmikusként írjuk le, feltéve, hogy a kognitív tudomány komputációs elméletét valljuk, azaz, hogy legalább az alapvető szinteken algoritmikus műveleteket végez az agy. Persze nem csak determinisztikus döntési eljárások játszhatnak itt szerepet.

Modellelmélet. A következtetések pszichológiai modellelmélete szerint az agy lehetséges modelleket teremt, lehetőség szerint kevés, akár egyetlen modellt és ezt értékeli ki. Először mindig egy iniciális modellt választ, majd ha ezzel nem jut eredményre, akkor tovább folytatja a vizsgálatot több modellel. (Johnson-Laird et al., 1992) Nézzük!

Ha van egy kör, akkor van egy háromszög is.
Van kör.

Tehát, van háromszög is.

A ha-akkor iniciális modellje így néz ki:

[○] △

…

A zárójel és a pontok azt jelentik, hogy lehetnek még más esetek is, de kezdetben ez a modell. Az egymásmellé írás azt jelenti, hogy itt konjunkcióról van szó. Ha most már tudjuk, hogy van kör, akkor persze azt is tudjuk, hogy van háromszög. Ennél nehezebb a *modus tollens* kiértékelése, ahogy ezt a mérések igazolták is.

Ha van egy kör, akkor van egy háromszög is.
De nincs háromszög.

Tehát kör sincs.

Ekkor iniciális modell még mindig ez:

$$[\bigcirc] \quad \triangle$$
$$\ldots$$

Ám, a második premisszával együtt ez már lehetetlen:

$$[\bigcirc] \quad \triangle \quad \neg\triangle$$
$$\ldots$$

azaz új lehetőségekhez kell nyúlni. Ezt a modellelmélet úgy teszi, hogy az igazságfeltételes szemantikához nyúl és az igazságtáblázat soraiból nyeri a további modelleket.

$$\begin{array}{rr} \bigcirc & \triangle \\ \neg\bigcirc & \triangle \\ \neg\bigcirc & \neg\triangle \end{array}$$

Ezek közül csak a harmadik konzisztens a második feltétellel, azaz ez az eset. A modellelmélet lényeges feltevése, hogy minél több modellt kell kezelnie a memóriának, annál leterheltebb és annál rosszabbul dönt. Ezért nehezebben felismerhető a modus tollens.

A modellelmélet sokmindenre választ ad, pl. mint láttuk, hogy a modus ponens miért nehezebben eldönthető. Hátránya, hogy végletesen kötődik a klasszikus logikához, amiről éppen a kitalálója mutatta ki 1969-ben, hogy messze van a hétköznapi logikától. A mi kísérletünkben is látni fogjuk, hogy a kizárt harmadik elve messze elutasított, bizonyos helyzetekben pedig messze elfogadott függetlenül a modellelmélet jósolta bonyolultságtól. További hátránya, hogy nem tudja kezelni konkrét esetekben a premissza és a konklúzió közötti ok-okozati vagy téridőbeli kapcsolat miatti sokszor gyökeres igazságértékbeli változásokat. Ezt az elmélet kiötlői számos elv megkövetelésével próbálták orvosolni, amik azonban nem elég erősek a problémák megmagyarázásához. (Evans et al., 2005)

Szuppozicionális elméletek. A modellelmélet a naiv szabályalapú elméletek alternatívájaként jött létre. A modellelmélet alternatívájaként pedig a szuppozicionális elméletek, amelyek első megalapozása az Evans et al. (2005) munkában található. Egyetlen mondatban összefoglalható az elmélet alapfeltevése. Amikor az ágens kondicionálist lát, a feltétellel kiegészíti a belső meggyőződéseit és ezzel következtet tovább. Erre, mint

Ramsey-elv hivatkoznak. A második, kissé konkrétabb feltevés már sokkal erősebben kritizálható. Eszerint a kondicionális ágens által feltételezett valószínűsége a feltételes valószínűséggel azonos:

$$P(A \to B) = P(B \mid A).$$

Ezzel nem is lenne baj, de ha a szuppozicionális elmélet komolyan veszi, hogy ezekkel a valószínűségekkel az agy kompozicionálisan dolgozik, akkor az olyan ingoványos területre vezeti az elméletet, ahol például a *Linda-paradoxon* tanyázik. A Linda-paradoxon szerint ugyanis az emberi elme belső valószínűségelmélete még az olyan egyszerű szabályoknak sem felel meg, amit a sztochasztikusok így fogalmazak meg: $P(A \wedge B) \leq P(A \vee B)$. Márpedig a szuppozicionális elméletek gyakran hivatkoznak arra, hogy $P(\neg A \vee B) \neq P(A \mid B)$. A kérdés, azonban hogy az itt írt $\vee$ diszjunkciónak van-e bármi köze a következtetésekben használt logikai diszjunkcióhoz.

Egy másik probléma, hogy a

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \wedge B)}{P(A)}$$

feltételes valószínűség nincs értelmezve olyan esetekre, amikor a feltétel ellentmondó, hiszen ekkor a hányados $\frac{0}{0}$ alakú. Igaz ugyan, hogy ezt a szuppozicionális elmélet hívei diadalmasan üdvözlik, mondván, hogy megszabadultak attól a klasszikus logikai paradoxontól, hogy a hamisból minden következik. Azt azonban még az ellentmondó feltételekkel szemben nagyon kritikus releváns logika se mondja, hogy a hamisból semmi se következik, csak annyit, hogy az ellentmondó állításból csak a témájához relevánssan kapcsolódó állítások következnek. Ezt orvosolandó a Ramsey-elvet egy módosítással kellett megpatkolni, miszerint ha ellentmondó a feltétel, akkor annak a valószínűségét kicsinek kell venni és nem nullának.

1.2. Nem kompozicionális megközelítés

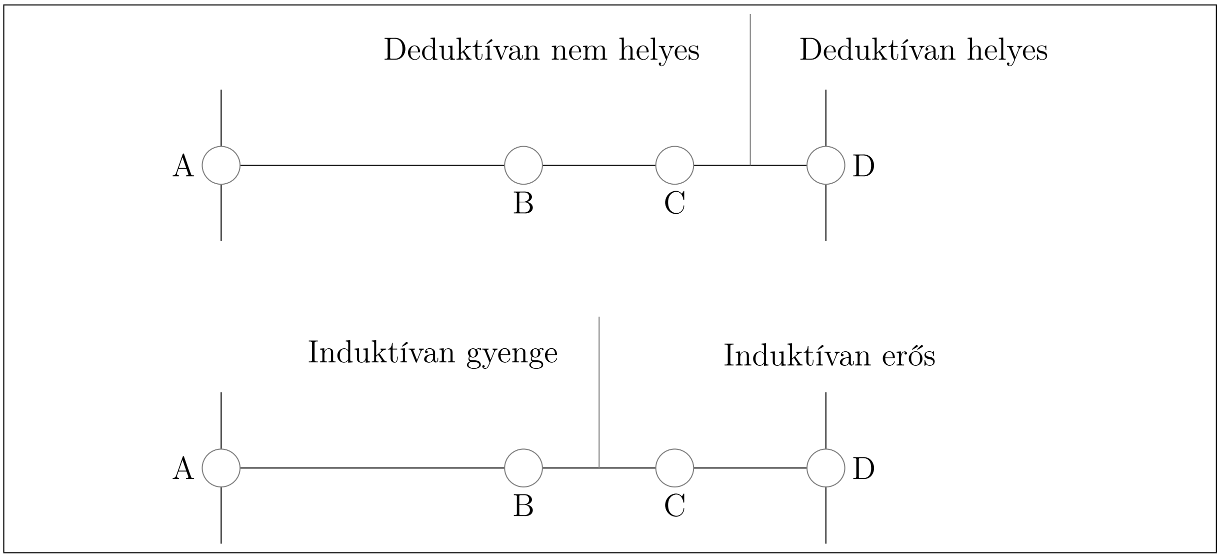
Ebben a dolgozatban nem ajánlunk fel se szabályalapú, se modellekkel dolgozó, se szuppozicionális elméletet. Nem látszik ugyanis túl eredményesnek az a megközelítés, hogy olyan elméleteket adunk, amelyek az állítások egyedi tartalmát vagy ezek valószínűségét adják meg és ebből következtetnek az összetettebb következtetésre. Már csak azért sem, mert tanultunk a modellelméletből és láttuk, hogy az olyan magasabb kognitív funkciók, mint a szemantikai vagy pragmatikai hatások olyan súlyosan befolyásolják az elméletet, hogy csak kiegészítő elvekkel lehet őket tovább alkalmazni. Ugyanígy a szuppozicionális elmélet sem jut túl azon, hogy az egyedi mondatok valószínűségét külön-külön magyarázza meg a kontextusból vagy egyéb feltételekből.

A mi feltevésünk a kutatás választott módszertanából következik. Egyfelől sztochasztikus szempontokat érvényesít, másfelől azt feltételezzük, hogy az ágesek minden egyes következtetéshez, mint egyetlen jelhez viszonyulnak és így ismerik fel helyesként vagy helytelenként azt. Nem bontjuk tehát mondatokra a következtetéseket, hanem egyetlen mintázatként gondolunk rájuk. Természetesen feltesszük, hogy az agy érzékeli ezen összetett jeleken belül a mintázatot, de ez a mintázat nem egyetlen mechanizmust indít be, hanem beleszólást enged a döntésbe sok-sok kognitív feldolgozó folyamat számára, legyen az elemi logikai, kontextust is figyelembe vevő vagy felnőtt korban tanult szabály.

A másik lényeges elem, hogy nem egyedi mondatokat vizsgálunk, hanem következtetési sémákat. Azt feltételezzük, hogy létezik egy olyan, akár magas szintű döntési mechanizmus, ami felismeri és feldolgozza az absztrakt következtetési formákat is, amelyek nem kötődnek konkrét tartalmakhoz. A vizsgálatunkban tehát Heit and Rotello (2005) kutatásaihoz kapcsolódunk, akik szintén sémákat vizsgáltak és ehhez gráfmodellezési eszközöket alkalmazunk, amelyet Lee (2008) útmutatásai szerint végzünk. Mindenek előtt azoban vissza kell nyúlnunk a paradigmatikus kísérlethez, amit Rips (2001) végezett.

1.3. A szűkebb szakirodalom

Rips (2001) vizsgálatában azt feltételezte, hogy az érvek erőssége egy folytonos skálán helyezkednek el, ahol a skála egyik végpontjához az érvénytelen következtetések tartoznak (ezek reprezentálják a minimumot, 1. ábra A pontja), a másik végponthoz pedig a biztosan helyes érvek (ezek rendelkeznek a legmagasabb skálaértékkel, 1. ábra D pontja). Ha minden érvet el tudjuk helyezni ezen a skálán, akkor összevethetőek lesznek a deduktív és induktív érvelések erősségei. Az elmélet szerint a maximumhoz közel helyezkednek el azon érvek, amelyek *deduktívan* helyesek és ezeknél kisebb erősséggel rendelkeznek a csakis *induktívan* helyes következtetések. Rips szerint a skála pontjai megfeleltethetők a következtetések érvényességének $P(\text{következtetés} \mid \text{premisszák})$ feltételes valószínűségeivel. Meg is említi, hogy ez az elsőre meggyőzőnek tűnő meghatározás problémát vet fel abban az esetben, amikor a feltételes valószínűség értéke 1, de a következtetés deduktívan nem helyes. Rips példája az, hogy ha valaki gondol egy valós számra három és négy



1. ábra. Egydimenziós argumentum kiértékelés

között, abból deduktívan nem következik, hogy nem gondolt a π-re, mégis a feltételes valószínűség értéke 1, mivel végtelen sok valós szám létezik három és négy között. Ez az ellenérv is azt támogatja, hogy az érvek kiértékelésének talán több metódusa is létezik. Goel et al. (1997) és Osherson et al. (1998) vizsgálatai arra mutatnak rá, hogy a deduktív és induktív érvelési feladatok megoldása során más agyi területek aktiválódnak.

Rips annak eldöntésére, hogy az érvek erőssége tényleg egy skálán helyezkednek-e el egy olyan kísérletet tervezett, amelyben a résztvevők következtetéseket értékeltek. A kísérleti személyeket két csoportba osztották. Mindkét csoportnak három alcsoportja volt aszerint, hogy miképp tették fel a kérdést a kiértékeléssel kapcsolatban. A deduktív csoportban azt kérdezék, hogy szükségszerű-e a következtetés, vagy biztosak lehetünk-e a következtetésben, illetve a mondatok formáját figyelembe véve (eltekintve a tartalomtól), ez a forma biztosítja-e a konklúziót. Az induktív csoportban azt kérdezték, hogy mennyire valószínű, vagy mennyire meggyőző a következtetés, illetve okozhatja-e a konklúziót a premissza. Az adatok elemzésében kiderült, hogy a kérdések megfogalmazásából nem keletkeztek csoporton belüli különbségek. Mindkét csoport ugyanazokat a következtetéseket értékelte. A következtetéseket négy kategóriába lehetett sorolni (2. ábra), deduktívan helyes és induktívan érvényes, deduktívan helyes és induktívan érvénytelen, deduktívan nem helyes és induktívan érvényes, illetve deduktívan nem helyes és induktívan érvénytelen. Ezen felsorolás sorrendje megfelel a várt csökkenő erősségek sorrendjével. Mivel az eredmények azt mutatták, hogy a két kondícióban adott válaszok nem követik egymást monoton módon, ezért ez a tanulmány inkább a többféle kiértékelés elméletét támogatja.

A)

Ha Micimackó beszorul, akkor se ki, se be.
Micimackó beszorult.

Tehát se ki, se be.

B)

Ha Micimackó beszorul, akkor tovább megy.
Micimackó beszorult.

Tehát tovább megy.

C)

Micimackó beszorult.

Tehát se ki, se be.

D)

Micimackó beszorult.

Tehát tovább megy.

2. ábra. A) deduktívan helyes és induktívan erős, B) deduktívan helyes és induktívan gyenge, C) deduktívan nem helyes és induktívan erős, illetve D) deduktívan nem helyes és induktívan nem erős argumentumok.

Ez az eredmény Heit és Rotello (Heit and Rotello (2005)) szerint még nem elég bizonyíték arra, hogy elvessük az egydimenziós elméletet, amit ők kritérium-eltolódásnak (criterion-shift) neveznek. Meglátásuk szerint a Rips által elvégzett kísérletben azon személyek, akik az induktív csoportba tartoztak felhasználták háttértudásuk az érvelések értékelése során. Például az az állítás, hogy valaki az esőben áll az kelthetett az induktív csoportba tartozókban egy olyan feltevést, hogy az a valaki el is ázott, mindezt pusztán a tudásukra alapozva, nem pedig a premisszákra. Ennek következtében lehetséges az, hogy a két csoportban ugyanazon a skála mentén döntötték el az állítás erősségét, de különböző információra hagyatkoztak. Ezt a problémát Heit és Rotello úgy kerülte ki, hogy a „Béla esőben áll" alakú állításokat lecserélték „Béla X cselekedetet hajt végre" alakú kijelentésekre. Emellett elvégeztek egy olyan kísérletet is, ahol a deduktív és induktív következtetésekben is felhasználható egy kategorizációs tudás. Az utóbbi kísérletben szintén négy kategóriába lehetett sorolni az argumentumokat: helyes tipikus, helyes atipikus, nem helyes tipikus, illetve nem helyes atipikus (3. ábra). Mindkét kísérletben a résztvevőknek egytől hétig meg kellett adniuk a bizonyos feladatokra adott válaszuk biztosságát.

A két kísérlet adatait egyrészt variancia analízissel vizsgálták. Szignifikánsan több pozitív választ adtak az indukciós csoportban, valamint a második kísérletben szignifikáns hatása volt a tipikusságnak is. Annak mérésére, hogy a két kondícióban mennyire tudták megülönböztetni a helyes és nem helyes válaszokat szignáldetekciós elméletet használtak. Minden kísérleti személyre kiszámoltak egy d' érzékenységi értéket (discrimi-

Minden madár rendelkezik B tulajdonsággal.
A vörösbegy rendelkezik B tulajdonsággal.

Minden madár rendelkezik C tulajdonsággal.
A pingvin rendelkezik C tulajdonsággal.

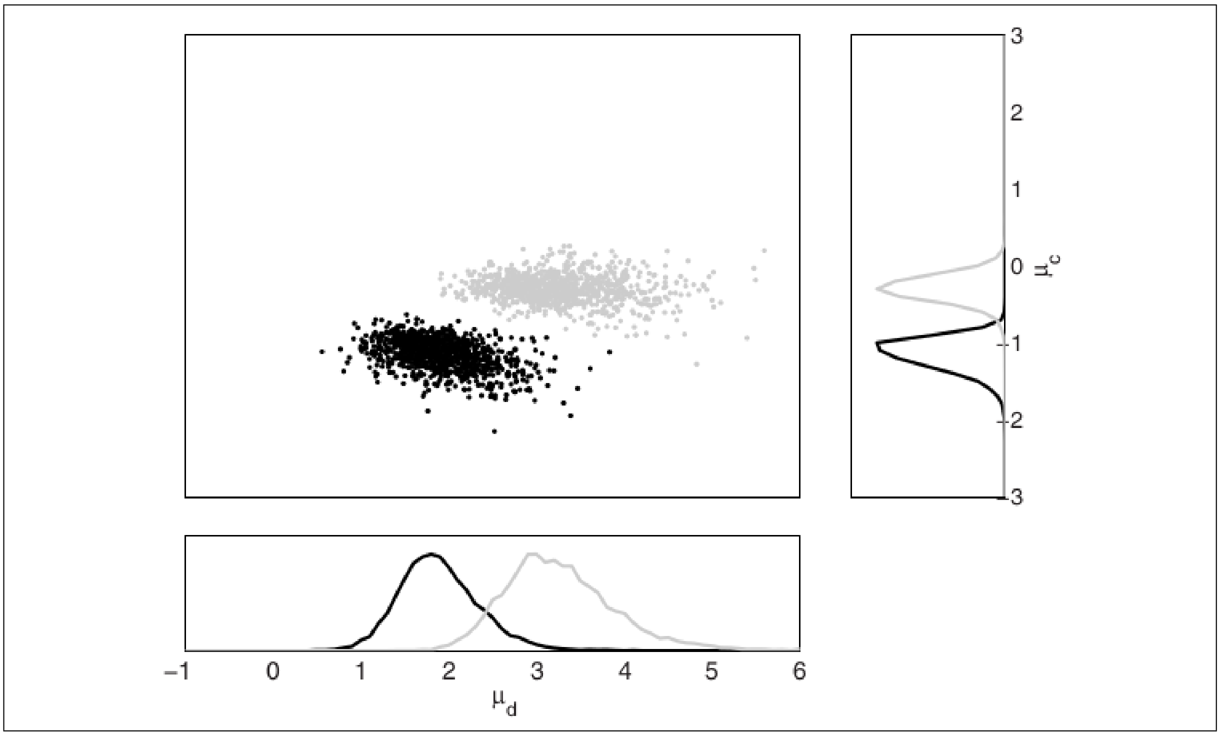
Minden vörösbegy rendelkezik E tulajdonsággal.
Minden madár rendelkezik E tulajdonsággal.

Minden pingvin rendelkezik F tulajdonsággal.
Minden madár rendelkezik F tulajdonsággal.

3. ábra. Helyes tipikus, helyes atipikus, nem helyes tipikus, illetve nem helyes atipikus argumentumok.

nability), majd öszehasonlították a két csoport átlagát. Mindkét kísérletben a deduktív csoport érzékenyéségének átlaga szignifikánsan nagyobb volt, mint az iduktív csoport átlaga. Az elemzéshez tartozott még a zROC görbék ábrázolása. Ebben az esetben a görbék az érvényes és nem érvényes állításokra adott válaszok valószínűségét mutatja az y és x tengelyeken. Mindkét esetben meredekebb volt a dedukcióhoz tartozó görbe ami arra utal, hogy szűkebb tartományba estek azon argumentumok melyeket ez a csoprt helyesnek talált. A két kísérletben a dedukcióhoz tartozó görbék origótól mért távolsága nagyobb, mint az induktív csoporté, ez is azt mutatja, hogy a deduktív csoportban nagyobb volt az érzékenység. Ezen eredmények nem magyarázhatóak a kritérium-eltolódás elmélettel, tehát Heit és Rotello megerősítette Rips észrevételét, miszerint az egydimenziós érvkiértékelés nem egyezik meg az emberi gondolkodás módszerével.

Michael D. Lee (2008) által írt cikkben több esetet is olvashatunk arról, hogy a bayesiánus statisztikának milyen előnyei lehetnek. Lee megemlíti, hogy az olyan statisztikai elemzésben, mint amit Heit és Rotello is alkalmazott implicit módon olyan feltevések szerepelnek, amiket bayesiánus megközelítéssel könnyen kezelni tudunk. Az előző eredményben az érzékenység vagy megkülönböztethetőség (discriminability) egy pontként volt reprezentálva, ami figyelmen kívül hagyja ennek az értéknek a bizonytalanságát. Lee másik észrevétele szerint az előbb említett elemzésben implicit módon feltételezzük, hogy nincs különbség az egy kondíciós csoportba tartozó emberek között. Olyan kognitív feladatok elvégzése során mint a logikai következtetések minden bizonnyal léteznek egyéni különbségek, ezért jobb lenne olyan számítást végezni, ami ezt figyelembe veszi. A javasolt módszer a szignáldetekciós elmélet egy hierarchikus gráf modellen használt változata, ami ténylegesen lehetővé teszi az egyéni diszkriminációs készség és elfogultság



4. ábra. Lee az elfogultság és a megkülönböztetőképesség átlagait (rendre μ_c és μ_d), mint kétváltozós valószínűségi eloszlást ábrázolta. A grafikonon az ebből Monte Carlo Markov Chain módszerrel vett mintái látszanak. A halvány a dedukcióra, a sötétebb az indukcióra jellemző eloszlás. (Lee and Wagenmakers, 2014, p. 163.)

(bias) mérését. Ennek alkalmazásával Lee számításai is azt erősítik, hogy a deduktív és induktív következtetéseket leíró mértékek különböző mintázatot illusztrál.

2. Módszerek és eszközök

2.1. Szignáldetekciós elmélet (Signal Detection Theory, SDT)

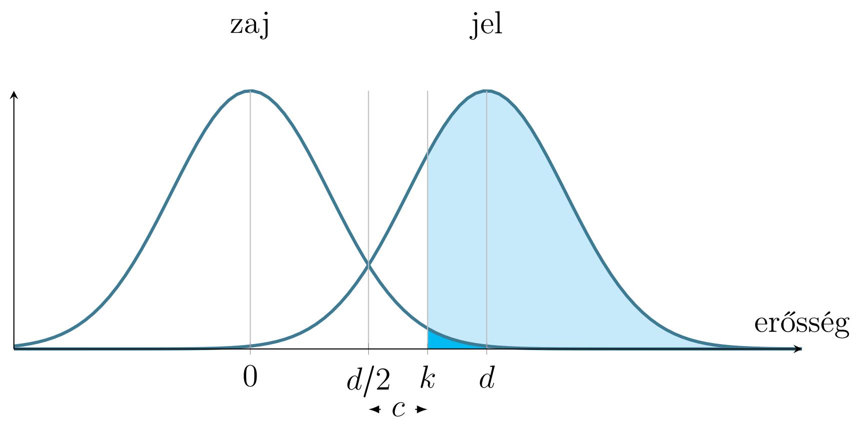
A szignáldetekciós elmélet felhasználható olyan adatok elemzésésre, ahol a résztvevőnek két opció közül kell egyet választania. Azon stimulusokat, amelyekre igen a helyes válasz jeleknek nevezzük, amelyekre pedig a nem válasz a helyes, azokat zajnak. Jelre adott igen választ találatnak, jelre adott nemleges választ mulasztásnak, zajra adott igen választ hamis riasztásnak, zajra adott nemleges választ helyes elutasításnak nevezzük (5. ábra).

Ha tudjuk a találatok és a hamis riasztások számát, valamint az összes jel és zaj

	jel	zaj
igen válasz	találat (Hit)	hamis riasztás (False alarm)
nem válasz	mulasztás (Miss)	helyes elutasítás (Correct rejection)

5. ábra. Szignáldetekciós terminológia.

darabszámát, akkor teljes leírást adhatunk az adatokról. Ebből adódóan általában csak a találatok és hamis riasztások számát tartják számon az elemzések során. Az SDT alapvető feltétele szerint a jel és zaj erőssége egy egydimenziós skálán helyezkedik el. Mindkét stimulus erőssége normális eloszlást követ. Az SDT egyik feltétele az, hogy a jel átlagos erőssége nagyobb, ezért a hozzá tartozó eloszlás nagyobb átlaggal rendelkezik. Az elmélet szerint a döntést aszerint hozzuk meg, hogy a stimulus milyen erősséggel rendelkezik és milyen rögzített kritériummal rendelkezünk. Ha az erősség meghaladja a kritériumot, akkor igennel válaszolunk, ellenkező esetben pedig nemmel.



6. ábra. Egyenlő varianciájú SDT. A jel ill. zaj erőssége a független változó, a függő változó pedig a Gauss-eloszlás sűrűsége. A jel és zaj megkülönböztethetőségének (diszkriminabilitásának) mértéke a két egyenlő varianciájú Gauss-eloszlás távolsága (d), az objektív kritériumérték $d/2$, a valóságos (személyfüggő) kritériumérték k, a (személyfüggő) elfogultság (bias) a $c = k - d/2$ érték.

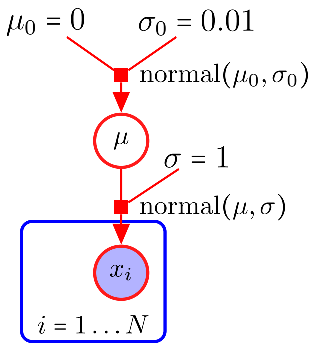
A 6. ábra szemlélteti az egyenlő szórással rendelkező erősségeket. Mivel az erősség nem rendelkezik előre meghatározott egységekkel, ezért az eloszlások szórását tekinthetjük egynek a zaj átlagát pedig nullának. A jel átlaga d, ez jelzi a zaj és jel megkülönböztethetőségét (discriminabilty). A $d/2$ erősség jelzi azt az optimális kritériumot, ami optimalizálja a helyes választ akkor, amikor a zaj és jel valószínűsége megegyezik. Tehát ha $d/2$ lenne a kritérium, akkor elfogulatlan döntéseket hoznánk. A tényleges kritérium értékét k jelöli és a k és $d/2$ előjeles távolsága határozza meg az elfogultság (bias) mértékét, ezt c jelöli. Pozitív c esetén többször mondunk nemet, ezzel növeljük a helyes elutasítások számát a mulasztások kárára. Negatív c esetén többször válaszolunk igennel, ami a találatok és a hamis riasztások számát is növeli. Mivel az ábrán sűrűségfüggvénnyek láthatók, ezért világos, hogy a találatok (θ^h) és hamis riasztások (θ^f) arányát a kritériumtól kezdve mért normál eloszlások alatti *területek* határozzáj meg. A 6. ábrán a sötétebb rész jelzi a θ^f nagyságát, a világosabb rész pedig a θ^h érték nagyságát mutatja.

2.2. Bayes-tétel és grafikus modellek

A matematikában trivialitások közé sorolható Bayes-tétel egy hatékony módszert biztosít kognitív tudományi kísérletek elemzéseiben a tudás adatokra támaszkodó frissítésének modellezésében. Tegyük fel, hogy egy ágens egy jelenség h paraméteréhez $p(h)$ valószínűségként rendel (prior). Annak a valószínűsége, hogy valamely megfigyelt változóra a d (adat) értéket kapjuk a h paraméterérték mellett, $p(d \mid h)$. Ezt az értéket nevezzük likelihoodnak. A megfigyelések ismeretében az ágens frissíti tudását és új bizonyosságot rendel a h rejtett paraméterértékekre vonatkozóan: $p(h \mid d)$. A Bayes-tétel alapján az új (poszterior) valószínűség egyenesen arányos az előzetes (prior) bizonyosság és az adatot magyarázó kifejezés (likelihood) szorzatával (1).

$$P(h \mid d) = \frac{P(d \mid h)P(h)}{P(d)} \tag{1}$$

A bayesiánus következtetés használatával nem csak egyetlen látens paraméterről és megfigyelt változóról tudunk beszélni. Többváltozós komplex rendszerek együttes eloszlására is alkalmazható az előbbi eljárás. A változók számával a modell átláthatósága csökken, ezért a könnyeb értelmezés és intuitívabb keretrendszer miatt gráfmodelleket alkalmazunk. A gráf pontjai reprezentálják a valószínűségi változókat, két pont pedig akkor van összekötve, ha egyik változó függ a másiktól (amelyik változóból következtetünk abból indul az irányított él). A megfigyelt változókat a csúcsok kiszínezésével jelezzük és amikor több adathalmaz változóit azonos szerkezetű gráffal ábrázolunk, akkor a megegyező változókat bekeretezzük és jelöljük az adathalmaz mennyiségét. Egy normáleloszlás adatokkal való frissítését ill. az átlagára vonatkozó Bayes-következtetést így ábrázoljuk:



draw $\mu \sim \text{normal}(\mu_0, \sigma_0)$
for $i = 1 \ldots N$ **do**
    draw $x_i \sim \text{normal}(\mu, \sigma)$
end for

$$p(\mu, \mathbf{x}) = p(\mu) \cdot p(\mathbf{x}|\mu) =$$

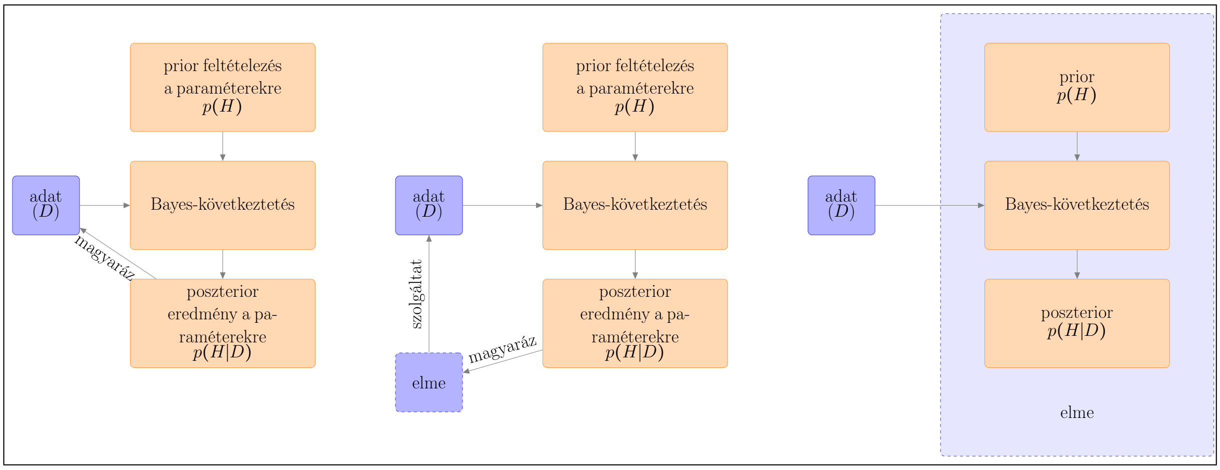
$$= p(\mu) \cdot \prod_{i=1}^{N} p(x_i|\mu)$$

7. ábra. Normáleloszlás közepének probalilisztikus programmal való Bayes-következtetéses becslése. A bal oldalon a gráf látható, a jobb oldalon a következtetést leíró program pszeudokódja, alul pedig a valószínűségi változók függési viszonyat kifejező egyelőség.

Az ábrán az x megfigyelt változó N darab x_i adatát ismerjük. Az x változó egy μ közepű és konstans, 1 varianciájú normál eloszlásból származik. A μ látens paraméterre a feltételezésünk (a prior), hogy $\mathcal{N}(0, 0.01)$ paraméterű normáleloszlásból származik. A Bayes-következtetés, az adatok alapján ezt az eloszlást frissíti és ki fog derülni, hogy milyen $p(\mu|\{x_i\}_{i=1}^{N})$ eloszlásból származik.

Érdemes megjegyezni, hogy a kognitív tudományban a Bayes-módszer legalább három teljesen különálló megközelítést jelent. Egyfelől van, amikor pusztán az adatok elemzésében, statisztikai kiértékelésében, mondjuk egy egyszerű regressziós feladat megoldásánál használjuk. Ezt *Bayes-féle adatelemzésnek* nevezzük. Például nem csak a hagyományos módszerrel lehet t próbát végezni, hanem Bayes-féle megközelítésben is.

A másik szélsőség, amikor az a feltételezésünk, hogy maga az emberi agy működik úgy, hogy hitei vagy előzetes modellje van a valóságról és ezt a belső modellt vizuális, audio



8. ábra. Balról jobbra: Bayes-féle adatelemzés, Bayes-féle pszichometrikus elemzés, bayesiánus agymodellezés. Forrás: Bayesian models of mind, psychometric models, and data analytic models. J. Kruschke *Doing Bayesian Data Analysis* című blogja.

vagy más ingerek alapján frissíti és például ennek eredménye szerint dönt egy feladat elvégzésében. Ezt *az agy bayesiánus modellezésének* nevezzük. Ekkor azt gondoljuk, hogy az agy valóban elvégzi a Bayes-frissítést, saját hatáskörben, bár tovább vizsgálandó algoritmikus és biológiai implementációs környezetben.

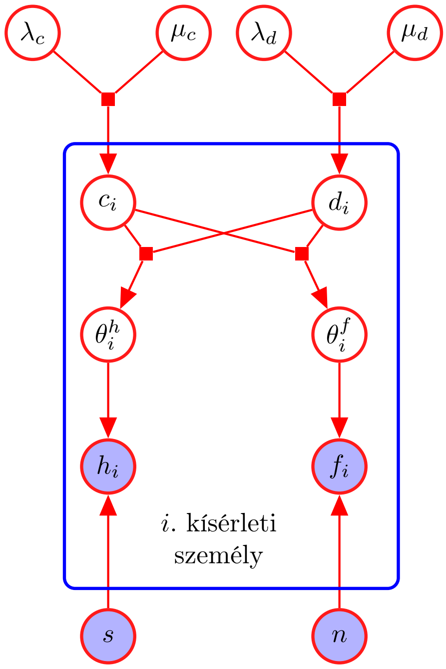
A harmadik megközelítés, amit mi fogunk követni, hogy adatokat nyerünk ágensektől és amiket arra használunk, hogy bizonyos agyi folyamatok paramétereiről információt nyerjünk. Ezekkel az adatokkal aztán frissítjük a modellt és új, jobb becslést teszünk a vizsgált folyamatok (mondjuk döntési mechanizmusok) paramétereit illetően. Ezt *bayesiánus pszichometrikus adatelemzésnek* nevezzük.

Mindezek az észrevételek és a megvilágító erejű kategorizáció megtalálható John Kruschke blogjának itt található bejegyzésében.

2.3. Az SDT hierarchikus gráfmodellje

Lee and Wagenmakers (2014) a következő hierarchikus gráfmodellt javasolta a Heit és Rotello-féle adatok elemzésére:

Az i-edik kísérleti személyről tudjuk hány találata (h_i) és hamis riasztása (f_i) volt. A találatok száma binomiális eloszlást követ (likelihood), amelynek aránya (θ_i^h), a kísérletben szereplő jelek száma pedig s. Hasonló módon a hamis riasztások száma a hamis riasztások arányával és a zajok számával konstruált binomiális eloszlást követi. A két arány



draw $\mu_c, \mu_d \sim \text{normal}(0, 0.001)$
draw $\lambda_c, \lambda_d \sim \text{gamma}(0.001, 0.001)$
for $i = 1 \ldots N$ **do**
  draw $d_i \sim \text{normal}(\mu_d, \lambda_d)$
  draw $c_i \sim \text{normal}(\mu_c, \lambda_c)$
  let $\theta_i^h = \Phi(\frac{1}{2}d_i - c_i)$
  let $\theta_i^f = \Phi(-\frac{1}{2}d_i - c_i)$
  draw $h_i \sim \text{binomial}(\theta_i^h, s)$
  draw $f_i \sim \text{binomial}(\theta_i^f, n)$
end for

9. ábra. Az SDT hierarchikus gráfmodellje

a 6. ábrán látható területek nagysága, amelyeket a kumulatív Gauss-eloszlásfüggvénnyel (Φ) a találatok esetében a

$$\Phi\left(\frac{1}{2}d_i - c_i\right)$$

és a hamis riasztások esetében a

$$\Phi\left(-\frac{1}{2}d_i - c_i\right)$$

képlettel kaphatunk meg (Neil A. Macmillan, 2004, p. 28.). A modellben leírt emberi következtetés két fő változója, μ_c és μ_d azért mondható normál eloszlásból vett értékeknek, mivel magasabb szintű kognitív funkciók, mint például az intelligencia is hajlamos normális eloszlást követni. Minden személy elfogultsága (c_i) és differenciáló képessége (d_i) egy a személyt jól jellemző csoport Gauss-eloszlásából vett minta, aminek pontossága (precision) és átlaga rendre: $\lambda_c, \lambda_d, \mu_c, \mu_d$ (9. ábra). Mivel a hyperpriorokhoz alacsony pontosság lett választva, ezért ezek az eloszlások non-informatívak.

2.4. Algoritmikus logikai modell

A számtalan modell után nem szándékozunk külön logikai modellt alkotni arra, hogy az agy hogyan dolgozza fel a következtetéseket. Már csak azért sem, mert nyilvánvaló, hogy minden mechanikus modell mellé tenni kell olyan kiegészítéseket, amik megengedik, hogy a mechanikus eljárásokat felül tudják írni magasabb kognitív funkciók, amelyek az igen sok rendhagyó esetért felelnek. Azt a modellt választottuk, amit sokak, főleg filozófusok javasoltak, mint az agy saját logikája, éspedig ez a természtes levezetés rendszere. Maga Rips is ezt a rendszert említi, mint az egyik legjobb levezetési keretelmélet. Csak a propozicionális logikára szorítkozunk, azaz az összetett mondatok csak

$$A \wedge B, \quad A \vee B, \quad A \rightarrow B, \quad \perp$$

alakúak, ahol $\wedge$ az és (konjunkció), $\vee$ a vagy (alternáció) és $\rightarrow$ a ha, akkor (kondicionális) és $\perp$ a lehetetlenség (abszurditás) szimbolikus reprezentációja.

A szokásos jelölésrendszer a következő:

$$\{A_1, A_2, \ldots, A_n\} \vdash B$$

jelentése: az $A_1, A_2, \ldots, A_n$ feltételekből követlezik a B kijelentés. A feltételhalmazt nem mindig írjuk ki, de ha kiírjuk, akkor Γ-val jelöljük. A $\vdash$ jelet „...-ból levezethető ...”-ként mondjuk ki. Ezzel a szerkezettel már korábban találkoztunk, amikor a dedukciótételről volt szó és [...] közé tettük a feltételeket. Ezek most a Γ elemei.

$$\frac{\text{[Feltéve, hogy a purr kerge,] a nyüsztő bejápik.}}{\text{Tehát, ha a purr kerge, a nyüsztő bejápik.}}$$

$$\frac{\{\text{a purr kerge}\} \vdash \text{a nyüsztő bejápik}}{\vdash \text{ha a purr kerge, a nyüsztő bejápik}}$$

Ennek a rendszerenek a (számunkra szükséges) szabályai a következők:

$$\frac{}{\Gamma, A \vdash A}\ \textbf{(HI)} \qquad \frac{\Gamma \vdash \bot}{\Gamma \vdash A}\ \textbf{(AE)}$$

$$\frac{\Gamma, A \vdash B}{\Gamma \vdash A \to B}\ \textbf{(DT)} \qquad \frac{\Gamma \vdash A \to B \qquad \Gamma \vdash A}{\Gamma \vdash B}\ \textbf{(MP)}$$

$$\frac{\Gamma \vdash A \quad \Gamma \vdash B}{\Gamma \vdash A \wedge B}\ \textbf{(CI)} \qquad \frac{\Gamma \vdash A_1 \wedge A_2}{\Gamma \vdash A_i}\ \textbf{(CE)}$$

$$\frac{\Gamma \vdash A_i}{\Gamma \vdash A_1 \vee A_2}\ \textbf{(DI)} \qquad \frac{\Gamma \vdash A \vee B \quad \Gamma, A \vdash C \quad \Gamma, B \vdash C}{\Gamma \vdash C}\ \textbf{(DE)}$$

Ezek a szabályok alkotják az úgy nevezett *intuicionista* vagy *konstruktvista* logikát. A tagadás kezeléséhez a következő definíciót tekintjük:

$$\neg A = A \to \bot$$

A *klasszikus kétértékű logika* akkor keletkezik ebből, ha hozzávesszük az egyetlen és egyszerű szabályt, a *kettős tagadás törvényét:*

$$\boxed{\frac{\Gamma \vdash \neg\neg A}{\Gamma \vdash A}}$$

Ezzel a szabállyal teljessé válik az elmélet az igazságtáblázatos logikára nézve. Ennek hiányában azonban nincs igazságtáblázatos jellemzés. Azt már a rendeszer első kiötlője, Gerhard Gentzen is észervette, hogy a természetes levezethetőség algoritmikusan eldönthető. Azt, hogy az igazságtáblázattal minden klasszikus logikai következtetés is eldönthető szintén ismert. A két rendszer esetén a levezethetőség problémája jelenlegi ismereteink szerint (az NP≠P sejtést feltéve) legalább exponenciális bonyolultságú. Az intuicionista esetén úgy nevezett PSPACE, a klasszikus esetén úgy nevezett CoNPTIME. (Lásd ezekről a komplexitási állatkertet itt.) A *traktabilis kogníció téziséhez* tartva magunkat, ami szerint csak polinomiális időbonyolultságú problémákat tud megoldani az agy, a levezethetőség eldöntése az agy számára általában megoldhatatlan (van Rooij, 2008). Vannak azonban esetek, amikor ez viszonylag gyorsan megy. Egyfelől akkor, ha nagy az inputméret, másfelől mert speciális esetekben a levezethetőség akár polinomiális időben is eldől. Mints (1992) szerint komputációs logikailag három osztály egészen jól elkülönül, a lineárisan eldőlő Horn-formulák, a polinomiálisak és többi.

	alak	időbonyolultság
Horn-formulák	$p, p \to q, p \to (r \to q)$	o(n)
Polinomiális	$p, p \to q, p \to (r \to q), (p \to r) \to q$	$o(n^2)$
Exponenciális	pl.: $(p \to r) \to (q \to s)$, $p \vee q$	$o(2^n)$

1. táblázat. Vizsgált bonyolultsági osztályok Mints (1992) szerint. A p, q, r, s formulák mindenhol mondatváltozók, már tovább nem bontható mondatok.

Lássunk néhány példát! Az adatokból ki fog derülni, de hihető is, hogy az alábbi, úgy nevezett lánc szabályt és a modus ponenst nagyon hatékonyan dönti el az agy. A 10. ábra alsó két sora maga a modus ponens, de a láncszabály se okoz gondot a kísérleti személyeknek.

$$
\begin{array}{rll}
\{A\to B, B\to C\}\vdash & A\to C & \boxed{+A}\\
\{A\to B, B\to C, \boxed{A}\}\vdash & & \\
\hline
\{A\to B, B\to C, A\}\vdash & C & \boxed{?\to C}\\
\{A\to B, \boxed{B\to C}, A\}\vdash & & \\
\hline
\{A\to B, B\to C, A\}\vdash & B & \boxed{?\to B}\\
\{\boxed{A\to B}, B\to C, A\}\vdash & & \\
\hline
\{A\to B, B\to C, \boxed{A}\}\vdash & A &
\end{array}
$$

10. ábra. A láncszabály levezethetőségének eldöntése. Az előtag feltételek közé való beemelését és elégséges feltétel keresésének lépéseit ismételgetjük, amíg minden kívánt elégséges feltétel levezethető lesz a feltételek közül.

A problémás esetek azok, amelyek vagy többszörösen egymásba ágyazott premisszát $((p \to q) \to r)$ vagy alternációt $(p \vee q)$ tartalmaznak. Feltehetően azért mert ekkor egyszerre több új összetett feltételt kell fejbentartani, szemben a Horn-formulákkal, amelykben csak atomi formulák a feltételek és nincsen nekik mélyebb struktúrájuk. A modellből feltételezhető tehát, hogy azok a következtetések, amit alternációt tartalmaznak nehezebben kezelhetőek az agy által, mert a kiértékelésükhöz eseteket kell vizsgálni. Ilyen a De Morgan szabályok levezethetősége:

$$\neg A \vee \neg B \vdash \neg(A \wedge B)$$

vagy az úgy nevezett Peirce-szabály, ami az intuicionista logikában nem is levezethető:

$$((A \to B) \to A) \to A$$

A következtetéseket aszerint soroltuk be a bonyolultsági osztályokba, hogy melyik a legegyszerűbb ismert eljárás komplexitása, amivel az intuicionista levezethetőségűk eldönthető.

2.5. Szemantikus problémák a logikai kifejezések értékelésénél

Világos, hogy a konkrét mondatok logikai jelentésébe beleszól a mondat tartalma is. Példa erre, amikor a „ha” és az „akkor” közé ok-okozati kapcsolatot feltételező állításokat teszünk. Az alábbi következtetés

Ha leállunk, fékezek.
Fékezek.

Tehát leállunk.

teljesen hihető, miközben logikailag nem helyes. Feltehetőleg a fékezés és a leállás közötti ok-okozati kapcsolat felismerése miatt van ez így. Ám,

Ha a purr kerge, a nyüsztő bejápik.
A nyüsztő bejápik.

Tehát a purr kerge.

egyáltalán nem vonzóan helyes következtetés. Szemben ezzel:

Ha a purr kerge, a nyüsztő bejápik.
A purr kerge.

Tehát a nyüsztő bejápik.

Hogy a szemantika felülírja a formális logikát akkor is jelentkezik, ha nincs konkrét tartalom a mondatban:

Ha a purr kerge, a nyüsztő bejápik, vagy ha a purr nem kerge, a nyüsztő bejápik.
De a purr vagy kerge vagy nem kerge.

Tehát a nyüsztő bejápik.

Ezt király-ász paradoxonnak hívják (az irodalmi példa végett helyettesítsünk „király van a kézben”-t, és „ász van a kézben”-t a tagmondatok helyére) és ez egy nem érvényes következtetés. (Sun, 2008, p. 137)

Az általános szemantikai problémákon túl azt is figyelembe fogjuk venni, hogy az egyetemi tanulmányok során sokan – részben vagy egészben – már elsajátították az akadémiai életben szokásos következtetési formákat. Gyanítható például, hogy az olyan sémák, mint

nem A vagy A

vagy a

Ha A, akkor B. Tehát, nem A vagy B

ha nem is a logikai algoritmikus alkalmazása szintjén, de legalább mintázat szinten ismertek leszenk és átírják a kevésbé akadémiai életben mozgó következtetőkre jellemző szemantikai struktúrákat.

2.6. Kísérlet és adatfeldolgozás

A végrehajtott kísérletben a résztvevőknek egy online kérdőívben kellett 12 következtetésről megállapítani, hogy azok érvényesek-e vagy sem. A kísérleti személyeknek három csoportja volt. A *klasszikus logika* (CL) csoportban 22 villamos- ill. közlekedésmérnök hallgató szerepelt. Ez a csoport az értékelések megkezdése előtt egy rövid bevezetőt olvasott a klasszikus logikában szereplő következtetések helyességéről, majd érvényes és érvénytelen példát is tanulmányozhattak. Az *intuicionista csoportban* (IL) szintén villamos- és közlekedésmérnök hallgatók voltak, mindösszesen 23 fő. Ebben a kondícióban a kitöltés előtt a helyes konstruktív logikai következtetésről olvashattak, majd ez a csoport is kapott példát helyes és helytelen intuicionista következtetésre. Az IL csoport előfeszítéséért felelős szövegben nem szerepeltek az igaz és hamis kifejezés, hogy ne idézzék fel magukban az igazságtáblázat segítségével történő megoldást, ami jól ismert módon klasszikus logikai megközelítés lett volna. A harmadik csoportban (iMSc) 20, az integrált BSc-MSc programban résztvevő villamosmérnök hallgató szerepelt. Ahhoz, hogy valaki ebben a programban részt vehessen komoly tanulmányi kritériumoknak kell megfelelnie, ezért feltételezhető volt, hogy itt az akadémiai életben felhasznált logikai ismeretek sokkal erősebben beépültek a hallgatók feladatmegoldó készletébe. Ez utóbbi csoport nem volt előfeszítve egyik gondolkodásmenetre sem, csak egy rövid leírás volt arról, hogy a feladat a helyes következtetések kiválasztása.

A kérdőív klasszikus logika szerint 9, konstruktív logikai értelmezésben 3 érvényes következtetést tartalmazott. A kérdések között öt lineáris, három polinomiális és négy exponenciális bonyolultságú következtetés szerepelt.

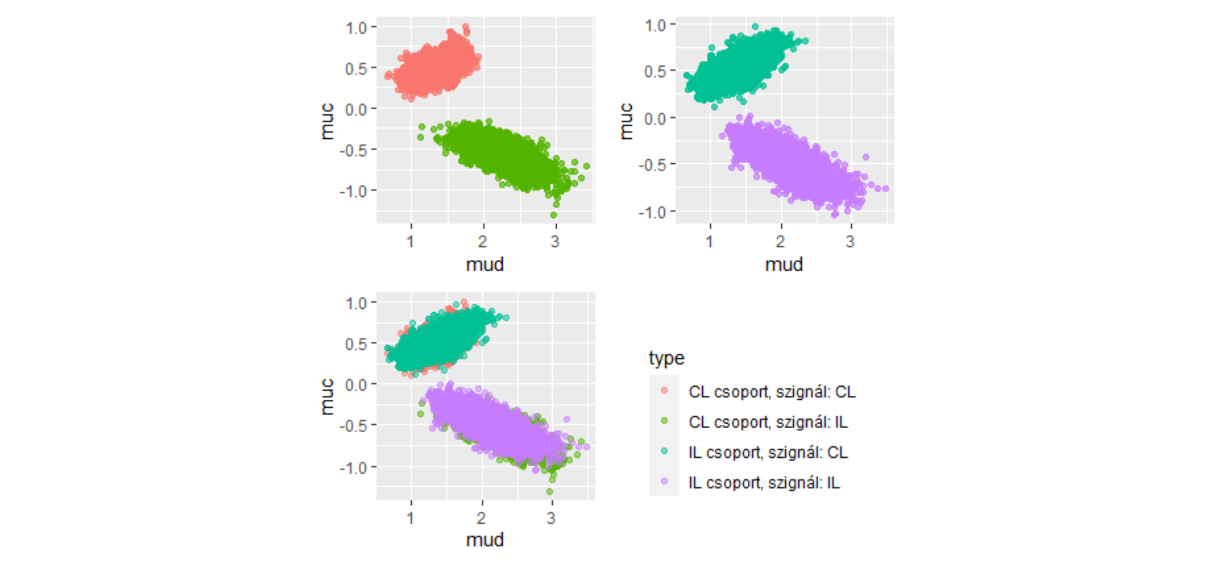
Az adatokat az R programozási nyelvben R Studio szoftverrel, a `coda`, `rjags` és `LaplacesDemon` csomag segítségével dolgoztuk fel, a Lee által bemutatott hierarchikus gráfmodellt (9. ábra), ami JAGS-be könnyen lefordítható az `rjags` segítségével. Mivel az SDT szerint az átlagos elfogultság és a diszkriminációs képesség írja le a következtetés karakterisztikáját, ezért az összehasonlítások során a μ_d és μ_c változókat inferáltuk. A (μ_d, μ_c) többváltozós eloszlások poszteriorjainak közelítő eloszlását a Monte Carlo Markov Chain módszert használó `coda` R-csomag segítségével számoltuk. Végül pragmatikai okokból a predikciók alapjául szolgáló gráfmodellek programjait webppl nyelven írtuk meg és értékeltük ki, majd a modellek jóságát mutató Kullback–Leibler-divergenciát `LaplacesDemon` csomaggal számoltuk ki R-ben.

3. Eredmények

Céljaink tehát a következők voltak. Megvizsgálni, hogy a kétféle előfeszítés előhozza-e a kétféle logikai gondolkodásmódot. Választ találni arra, hogy a szemantikai hatások felülírják-e a hagyományos következtetési sémákat. Ezekre prediktív modellt alkotni a komplexitás és a szemantikai mintázatok valamelyikének szerepeltetésével.

Az irodalmi deduktív-induktív jelenséget bemutató 4. és az mi eredményekinket megjelenítő 11. ábrák összvetésével azt láthatjuk, hogy formálisan az első célt elértük: a Boole-féle és a Brouwer-féle következtetési rendszerek elkülönülnek. Vegyük észre azonban, hogy a résztvevők válaszait két módon értékelhetjük. Egyrészt elemezhetjük úgy, hogy az SDT értelmében azon következtetések voltak szignálok, amik a klasszikus logika alapján érvényesek, másrészt értelmezhetjük úgy, hogy a konstruktív logika alapján érvényes következtetések voltak a szignálok. Ha változik a kiértékelés, akkor változik a találatok ill. hamis riasztások száma is. Emiatt nem meglepő, hogy azonos adathalmaz más minősítéssel más ponthalmazt generál. A 11. ábrán látható, hogy amikor a CL és IL csoportok válaszait mindkét módon elemezzük, akkor az azonos elemzési módhoz hasonló pontfelhők tartoznak.

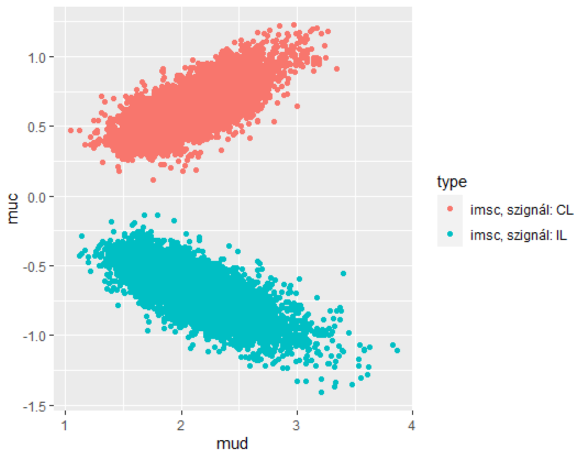
Mivel a két adathalmaz az SDT szempontjából nem különbözik, ezért az mondha-



11. ábra. CL és IL csoport összehasonlítása.

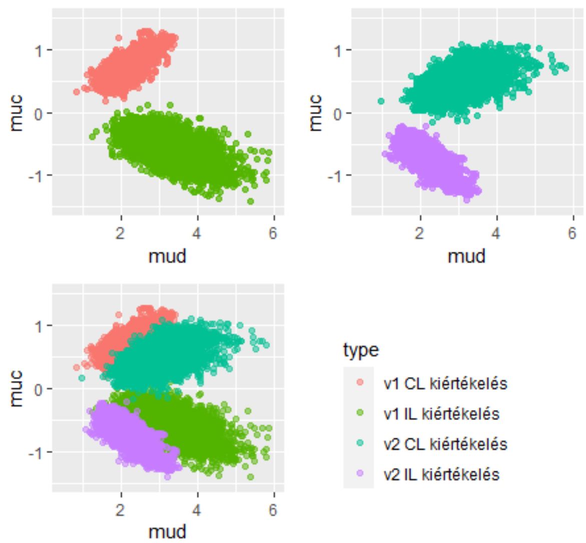
tó, hogy az előfeszítés különbözőségének nem volt hatása. Mivel az intuicionista logika szerinti elemzés nagyobb μ_d értéket eredményezett, azaz ebben az esetben jobban meg tudták különböztetni az érvényes és nem érvényes érveket, ezért *feltételezhető, hogy az emberi következtetés inkább hasonlít a konstruktív logikai következtetésre, mint a klasszikus logikai érvelésre.* Ha ehhez még azt is hozzávesszük, hogy a válaszadók többsége konzekvensen mindig az intuicionista választ adta és így természetesen a klasszikus logikai értékelés kvésbé korrelál a válaszok móduszával, akkor még az is kérdésessé válik, hogy létezik-e az a mechanizmus, ami az érvényes klasszikus következtetéseket választja ki.

Az iMSc csoportnál nem volt előfeszítés, ezért arra voltunk kíváncsiak, hogy melyik logika esetén tudják jobban megkülönböztetni az érvényes és nem érvényes következtetéseket és hogy érzékelhetőek-e szemantikus hatások. Az eredményeket kirajzoltatva az vehető észre, hogy a két kiértékelés μ_d értékei között kisebb különbség van, mint az előző két csoportnál. Az egyes következtetésekre adott válaszokból és az előbbi észrevételből arra következtettünk, hogy ez a csoport priming nélkül képes volt felismerni olyan klasszikus logikailag érvényes, de intuicionista értelemben nem érvényes következtetéseket, amikkel feltehetően a korábbi tanulmányaik során találkoztak. Az ebből következő feltételezésünk, hogy amikor pedig kevésbé ismert, de klasszikusan érvényes logikai következtetések érvényességét kellett felismerni, mint például a *Peirce-szabályét* vagy a *kontrapozíció elvéét,*



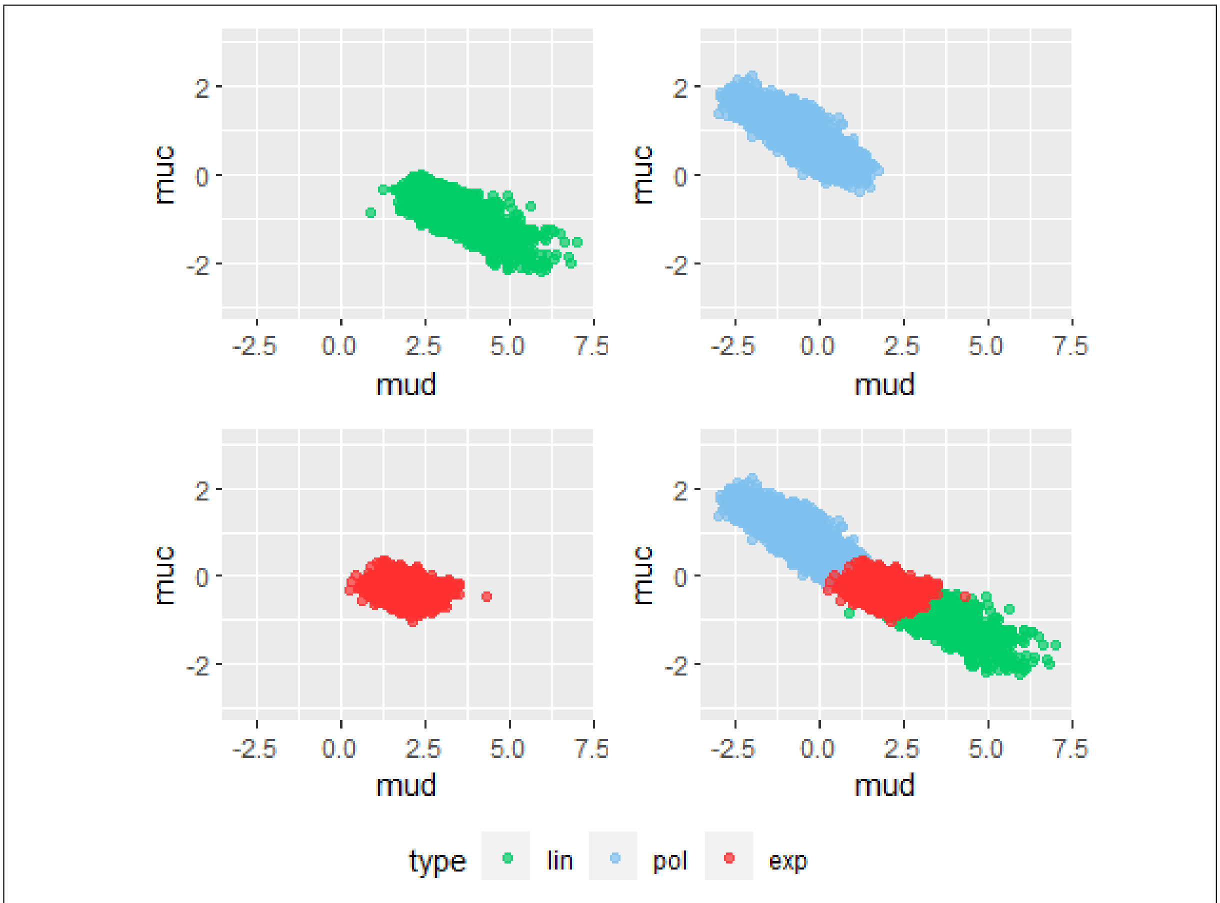
12. ábra. Az iMSc csoport adatainak elemzése két módon és a két verzió összehasonlítása.

akkor nem ugrott be a klasszikus mintázat és maradt az intuicionista logika alapján való döntés.



13. ábra. Az iMSc csoport adatainak elemzése két módon és a két verzió összehasonlítása. imsc v_1 és v_2 összehasonlítása

Az elképzelés ellenőrzésére megismételtük az iMSc csoport elemzését. A v_1 verzióban kivettük azokat a klasszikus logikailag érvényes következtetéseket, amelyeket feltehetően *felismertek,* úgy mint a „ha A, akkor B” klasszikus ekvivalensét (5. és 9. feladat), és a kizárt harmadik elvét tartalmazót („nem A vagy A”, 10. feladat). A v_2 elemzésben pedig a feltehetőleg fel nem ismert Peirce-szabályt és a kontrapozíció elvét vettük ki. A teszt a v_1 formájában mentesült a felismert klasszikus esetektől ezért jobban kell, hogy hasonlítson a nem iMSc-s csoport eloszlására. És valóban, ezt mutatja az ábra is. A v_2 verzióban kiértékelt adatokat a 12. ábra jobb felső diagramja mutatja. Látható, hogy tényleg a várt különbség van a diszkriminabilitások között, a d dimenzióban a két adatfelhő szinte megcserélődött. *Tehát a szemantikus mintázatfelismerésnek van hatása.* Lehetséges, hogy a mintázatok felismerése szolgál jelként és a felismert szemantikai tartalom szerint értékeljük az argumentumot. Ez megmagyarázná azt, hogy az iMSc csoportban miért váltogattak következetesen klasszikus és konstruktív logikai megközelítés között. Másképpen fogalmazva úgy tűnik az iMSc csoportban a hallgatók (előfeszítés hiányában) felismernek bármilyen általuk ismert érvényes logikai következtetéseket, függetlenül attól, hogy az a klasszikus vagy az intuicionista logika alapján érvényes-e.



14. ábra. A komplexitás hatásának elemzése.

Mivel az IL csoportban voltak a legtöbben, ezért a *komplexitás* hatását vizsgáló elemzést ezen a csoporton vizsgáltuk. Ha nő a következtetés algoritmikus bonyolultsága, akkor feltételezve, hogy a résztvevők gondolatmentét valamilyen algoritmus vezérli csökkenni fog az érvényes és nem érvényes argumentumok elkülönítésének képessége. Tehát azt várjuk, hogy a lineáris bonyolultságú feladatokon végzett elemzéshez fog tartozni a legnagyobb μ_d, ennél kisebb értékkel rendelkezik majd a polinomiális és legkisebb értékkel az exponenciális. A 14. ábrán látható, hogy tényleg a lineáris bonyolultságú feladatokra adott válaszok rendelkeznek a legnagyobb μ_d értékkel, de a másik két bonyolultsági kategória nem várt eredményt hozott.

A szakirodalom ismeretében eredetileg is feltevésünk volt, hogy bizonyos alternációval kapcsolatos mondatoknál más szemantikus hatások is megjelennek. Az IL és CL csoportok konkrét adataiból az is kiderül, hogy egyes esetekben extrém módon felülírja a komplexitást a király-ász paradoxon. A

Lehetetlen, hogy Péter A vagy B legyen.

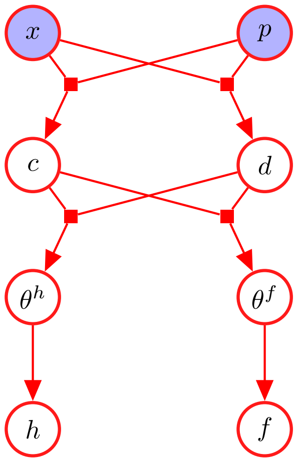
konklúziójú 7. feladat különösen nem illik bele a logikai modell által mutatott képbe, miszerint az alternáció megbonyolítja a feldolgozást. Nagyon hasonlít ez a feladat a Zimmermann (2000) által elemzett esetre, amikor a „vagy” jelentése néha felsorolásszerűen „és”. Ez adott lehetőséget arra, hogy ezt a szemantikai hatást is vizsgálni tudjuk, amely elemzési szempontot a prediktálásban használtunk is.

4. Predikciós modell

A mért adatok alapján és az előzetes feltételezések szerint elkészíthető a feladatokra adott válaszok átlagos viselkedését előrejelző modell (pontosabban a (h, f) Hit-False alarm kétváltozós eloszlás előrejelzése). A bemenő adatokból hármat tudunk érdemben felhasználni, hiszen az előfeszítésnek nem volt hatása. Nem tudunk továbbá három fokozatú komplexitási skálát felállítani, mert a két bonyolultabb osztályba tartozó kérdéscsoport átlagos viselkedése inkoherens volt. Így maradtak a következő metaváltozók:

$\boxed{e: \text{ képzési program}}$ $\boxed{x: \text{ bonyolultság}}$ $\boxed{p: \text{ szemantikai mintázat}}$

rendre a következő értékellel: e = IL(CL)/iMSc, x = High/Low, p = Some/None. Képzési programtól függően más szemantikai mintázatra irányítjuk a figyelmünket. Az iMSc csoportban, feltehetően az előzetesen megtanult komolyabb logika miatt több helyen vették észre a hallgatók a klasszikus mintázatot, míg az IL(CL) csoportokban alapvetően az ismert irodalmi logika-pszichológiai jelenségek fedezhetők fel. Ezekre adunk magyarázó modellt.



draw $x \sim$ categorical((Low,0.5),(High,0.5))

draw $p \sim$ categorical((Some,0.5),(None,0.5))

draw $d \sim$

x	p: Some	p: None
Low	$\mathcal{N}(\mu^{\mathrm{IL}}_{d\mathrm{Low}}, \sigma^{\mathrm{IL}}_{d\mathrm{Low}})$	
High	$\mathcal{N}(\mu^{\mathrm{IL}}_{d\mathrm{Low}}, \sigma^{\mathrm{IL}}_{d\mathrm{Low}})$	$\mathcal{N}(\mu^{\mathrm{IL}}_{d\mathrm{High}}, \sigma^{\mathrm{IL}}_{d\mathrm{High}})$

draw $c \sim$

x	p: Some	p: None
Low	$\mathcal{N}(\mu^{\mathrm{IL}}_{c\mathrm{Low}}, \sigma^{\mathrm{IL}}_{c\mathrm{Low}})$	
High	$\mathcal{N}(\mu^{\mathrm{IL}}_{c\mathrm{Low}}, \sigma^{\mathrm{IL}}_{c\mathrm{Low}})$	$\mathcal{N}(\mu^{\mathrm{IL}}_{c\mathrm{High}}, \sigma^{\mathrm{IL}}_{c\mathrm{High}})$

let $\theta^h = \Phi(\frac{1}{2}d - c)$

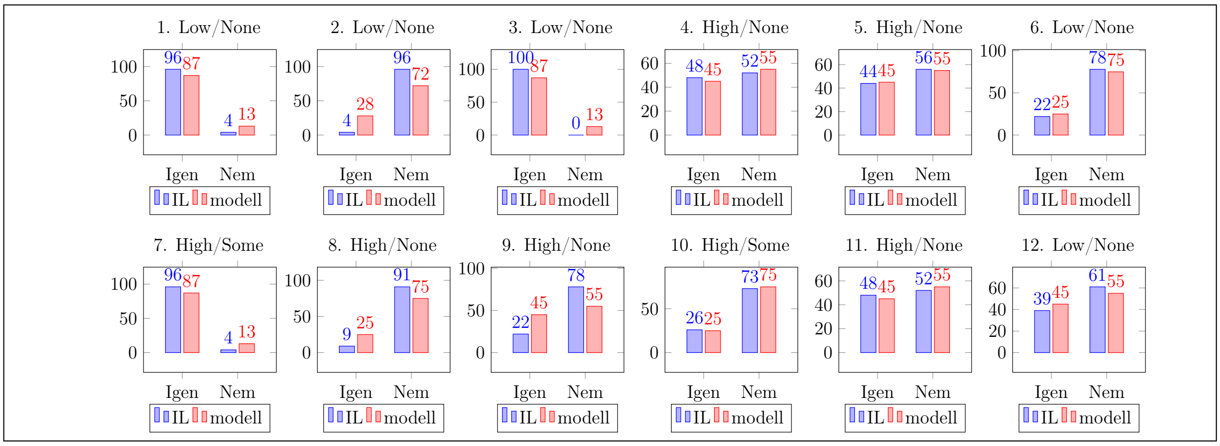
let $\theta^f = \Phi(-\frac{1}{2}d - c)$

draw $h \sim$ bernoulli(θ^h)

draw $f \sim$ bernoulli(θ^f)

15. ábra. A bonyolultság és a szemantikai mintázat, mint bemenő adatokkal a modell a Hit (h) és False alarm (f) változók eloszlását képes prediktálni. A gráfmodell a korábbi kísérleti paradigma, előfeltételezések és a megfigyelt adatok alapján adódik. A prediktív modell tehát hibrid, és nem tisztán belső modell.

Akár az iMSc csoport, akár az IL(CL) csoport esetén ugyanazt feltételeztük a pedikciós modell felállításánál: a bias és a diszkriminalitás objektív értékei függeni fognak a kompexitás és a szemantikus mintázat nevű paraméterektől, mégpedig úgy, hogy a szemantikai hatásokat keltő minták csökkenteni fogják a komplexitás hatásának mértékét. Az adatok azt mutatják, hogy az következtetések intuicionista eldönthetősége (érvényes/nem érvényes) és a kérdésenként adott válaszok módusza tökéletes korrelációt mutat. Mind az IL, mind a CL csoportnál a válaszok módusza akkor és csak akkor „érvényes" értékű, amikor az adott következtetés tényleg levezethető az intuicionista logikában. Ez azt jelenti, hogy minden válasznál meg tudjuk mondani, hogy mi a módusz és ezek mindegyike Hit vagy Correct rejection lesz. A kérdés most már csak, hogy mi a válaszok



16. ábra. Az IL csoport eredményeit közelítő modell. Az elv, hogy a szemantikai mintázat felülírja a bonyolultságot és leviszi azt az alsó szintre.

gyakorisága. A modellel nem csak válasz tekintetében, de a válaszok gyakorisága tekintetében is magyaráza az adatokat. A változók függéseit újból gráfmodellel adjuk meg. A hierarchikus SDT gráf annyiban módosul, hogy a kimenő változók Bernoulli-eloszlást követnek, hiszen rögzített kérdésre adott igen/nem választ szándékozunk prediktálni. A bemenő változók komplexitás (x) és a mintázat (p) lesz, a kimenet pedig a Hit (h) és False alarm (f) változók.

Az IL(CL) csoport esetén a szemantikai mintázat megjelenésére a feltételezésünk az volt, hogy akkor ugrik be a király-ász hatás, ha a „vagy” a következtetésben *egyedüli* kétváltozós relációként jelenik meg. Amennyiben akár „és”, akár „ha-akkor” szerepel a következtetésben, a felsorolásszerű működést nem tudnánk érdemben indokolni. Szemantikai hatást tehát a 7. és a 10. feladatnál feltételeztünk. A generatív modellt 10000-szer lefuttatva, az MCMC módszerrel a h és f paraméterek közelítő eloszlását képesek vagyunk megadni. Az intuicionista logika és az IL és CL csoportok válaszai móduszának tökéletes korrelációja miatt azonban azt is meg tudjuk mondani, hogy mi lesz a *válaszok* eloszlása, ahogy az alábbi ábrán ez látható is. Figyeljünk fel arra, hogy a 8. és 9. feladatban a modell nem túl jól muzsikál, tehát lehet itt még olyan hatás, amit nem ismerünk. A modell információvesztését a Hit paraméter eloszlásának adatbeli és modellbeli Kullback–Leibler-divergenciájával gondoljuk jellemezni, ez az egyenletes eloszlással összehasonítva:

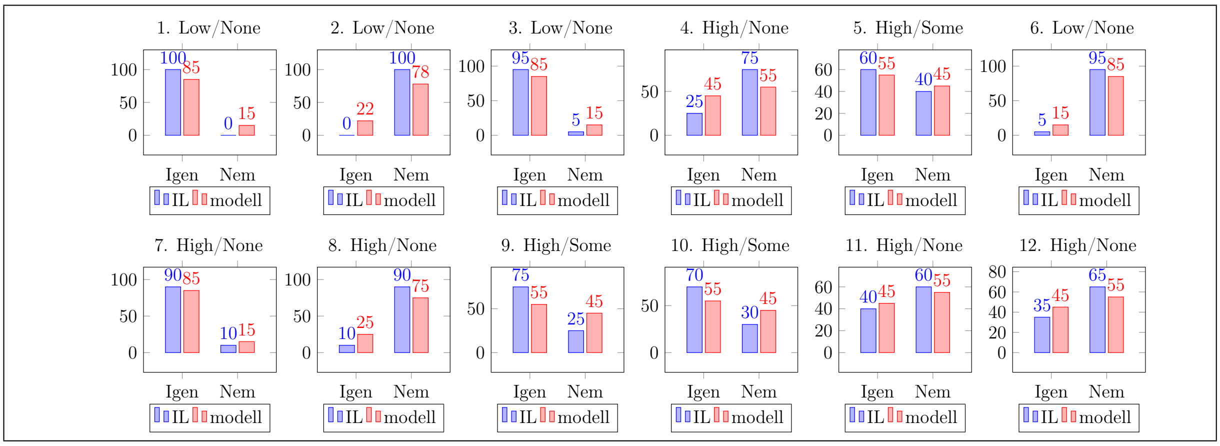
$$D_{\mathrm{KL}}(\mathrm{IL}\|\mathrm{modell}) = 0.0636 \qquad D_{KL}(\mathrm{IL}\|\mathrm{uniform}) = 0.4240$$

Azaz láthatóan az egyenletes eloszlású modellhez képest a javasolt modell információ-vesztése egy nagyságrenddel kisebb.

Az iMSc csoport prediktív modelljében a szemantikai hatást előhívó mintázatként a csoport által feltehetően ismert klasszikus logikai kapcsolatokat tekintettük. (Ezek az 5. 9. és 10. feladatok voltak, azaz a ha-akkor klasszikus jellemzése és a kizárt harmadik elve.) Feltételeztük, hogy az iMSc-sek esetén kisebb az olyan szemantikai hatás, amikor a vagy-ot és-ként értelmeznék (nincs király-ász hatás). (Ez persze nem feltételnül igaz, lehetséges lenne, hogy mindkét hatás egyszerre legyen jelen.) Úgy építettük be a modellbe a hatást, hogy a Boole-mintázat nem pusztán csökkenti, de át is helyezi a v_2 stratégiába a feladatmegoldást. A v_2 mintázat esetén ugyanis a Boole-kiértékelés és az intuicionista kiértékelés szerinti diszkriminabilitás átlaga megcserélődik a v_1-hez képest. Az adatokból az derült ki, hogy a kontrapozíció elvét

$$A \to B \vdash \neg B \to \neg A$$

nem ismerték. Valójában nem is kellett volna ismerniük, mert az már tényleg a matematikus hallgatók kompetenciája. A modell predikciói a következők lettek: A modell



17. ábra. Az iMSc csoport eredményeit magyarázó modell. Az elv, hogy az ismert klasszikus mintázat felülírja a bonyolultságot és átviszi a v_1 elemzés alapján kapott szintre.

információvesztését a Hit (h) paraméter eloszlásának adatbeli és modellbeli Kullbach–Leibler-divergenciájával gondoltuk jellemzni, ez a modell és az egyenletes eloszlás esetén:

$$D_{\mathrm{KL}}(\mathrm{iMSc}\|\mathrm{modell}) = 0.0767 \qquad D_{KL}(\mathrm{iMSc}\|\mathrm{uniform}) = 0.2713$$

azaz láthatóan az egyenletes eloszlású modellhez képest a javasolt modell információvesztése nagyságrendileg kisebb.

5. Konklúzió

Rips, illetve Heit és Rotello kísérletében a két kísérleti csoport között az volt az egyetlen különbség, hogy az egyiktől azt kérdezték szükségszerű-e, a másiktól pedig azt, hogy lehetséges-e a következtetés. Mindkét esetetben ez a kis változtatás elég volt ahhoz, hogy szignifikáns különbség legyen a két csoport adatai között. Mivel a mi felmérésünkben szereplő hosszabban kifejtett előfeszítés nem volt hatással a gondolkodásra, ezért úgy gondoljuk, hogy az emberek könnyebben tudnak váltani deduktív és induktív gondolkodás között, mint klasszikus és konstruktív következtetések között. Természetesen ilyen gondolkodási módszerek közötti váltásról csak akkor beszélhetünk ha biztosak vagyunk a két feldolgozási mechanizmus létezésében. Mivel az előfeszítésen áteső két csoportnak az IL szerinti kiértékelése mutatott nagyobb diszkriminációs képességet, másrészt megfigyelhető a következetes intuicionista logika szerinti válaszadás mindkétkét csoportban, ezért az is elképzelhető, hogy klasszikus logikai következtetés alapvetően nem is szerepel az emberi gondolkodás metódusai között. Ezért az mondható, hogy az emberi gondolkodás az intuicionista logikára hasonlít. Az iMSc csoport adatai arra utalnak, hogy a szemantikus mintázatok felismerése hatással van a szignál megválasztására. Ez a csoport azt mutatja, hogy olyan mintázatot keresünk a következtetések megítélése során, ami bármiféle logikai érvényességre utaló jelet tartalmaz.

Úgy tűnik a következtetések algoritmikus megoldásának bonyolultsága is lehet befolyásoló tényező az emberi érvényesség-értékelés szempontjából, de ennek hatásmechanizmusa nem egyértelmű. Tehát amikor olyan következtetést látnuk, amiről biztosan felismerjük, hogy a klasszikus logika szerint érvényes, akkor ezt a megközelítést választjuk, egyéb esetekben pedig inkább a „természetes" logikára hagyatkozunk. DeWall et al. (2008) elképzelése ebben az esetben azt jelentené, hogy egy klasszikus logikát tanult személy esetén, a kutatásbeli priming helyett őt a logikatanulmányai során elsajátított módszerek alkalmazására felkérve, tudatos feldolgozást figyelhetnénk meg, ami abban az esetben ténylegesen a klasszikus logikát követné.

Végül sikerült egy kevert modellt konstruálnunk, ami a válaszok eloszlását a feladatok többségében jól jósolta.

A. Appendix: a kérdőív

1.

Ha Juli A, akkor Juli B is.
Juli A.

Juli B.

ValidityCL= 1

ValidityIL= 1

RecursiveCalls= 1

RecursiveDepth= 1

ComplexityBound= $n = 2$

2.

Ha Pisti A, akkor Pisti B is.
Pisti B.

Pisti A.

ValidityCL= 0

ValidityIL= 0

RecursiveCalls= 0

RecursiveDepth= 0

ComplexityBound= $n = 2$

3.

Ha Panni A, akkor Panni B.
Ha Panni B, akkor Panni C.
Panni A.

Panni C.

ValidityCL= 1

ValidityIL= 1

RecursiveCalles= 2

RecursiveDepth= 2

ComplexityBound= $n = 3$

4.

Anna A, feltéve, hogy ha Anna A, akkor Anna B is.

Anna A.

ValidityCL= 1

ValidityIL= 0

RecursiveCalls= 2

RecursiveDepth= 2

ComplexityBound= $n^2 + 2n = 8$

5.

Ha Géza A, akkor Géza B is.

Géza vagy nem A, vagy B.

ValidityCL= 1

ValidityIL= 0

RecursiveCalls= 2

RecursiveDepth= 1

ComplexityBound= $2^{m^2} = 2^{5^2}$

6.

$$\frac{\text{Petra A, feltéve, hogy B is.}}{\text{Petra A.}}$$

ValidityCL= 0

ValidityIL= 0

RecursiveCalls= 0

RecursiveDepth= 0

ComplexityBound= $n = 2$

7.

$$\frac{\text{Péter nem A.} \quad \text{Péter nem B.}}{\text{Lehetetlen, hogy Péter A vagy B legyen.}}$$

ValidityCL= 1

ValidityIL= 1

RecursiveCalls= 1

RecursiveDepth= 1

ComplexityBound= $2^{m^2} = 2^{6^2}$

8.

$$\frac{\text{Orsi A vagy Orsi B.}}{\text{Orsi A is és B is.}}$$

ValidityCL= 0

ValidityIL= 0

RecursiveCalls= 1

RecursiveDepth= 1

ComplexityBound= $n^2 + 2n = 8$

9.

$$\frac{\text{Csabi B, feltéve, hogy Csabi A.}}{\text{Csabi nem A, vagy Csabi B.}}$$

ValidityCL= 1

ValidityIL= 0

RecursiveCalls= 2

RecursiveDepth= 1

ComplexityBound= $2^{m^2} = 2^{5^2}$

10.

$$\frac{\text{Kriszti A vagy Kriszti nem B.}}{\text{Kriszti B vagy Kriszti nem B.}}$$

ValidityCL= 1

ValidityIL= 0

RecursiveCalls= 2

RecursiveDepth= 1

ComplexityBound= $2^{m^2} = 2^{5^2}$

11.

Ha Ágnes nem A, akkor Ágnes nem B.
Ágnes B.

Ágnes A.

ValidityCL= 1
ValidityIL= 0
RecursiveCalles= 0
RecursiveDepth= 0
ComplexityBound= $n = 8$

12.

Pityu C, feltéve, hogy ha Pityu C, akkor Pityu B is.

Pityu C.

ValidityCL= 1
ValidityIL= 0
RecursiveCalls= 2
RecursiveDepth= 2
ComplexityBound= $n^2 + 2n = 8$

Jelmagyarázat:

1. ValidityCL: klasszikusan érvényes vagy sem (0/1)

2. ValidityIL: konstruktívan(intuicionista módon) érvényes-e (0/1)

3. RecursiveCalls: az igazolás vagy cáfolás során hányszor kell a $\Gamma \vdash A$ kérdést feltenni.

4. RecursiveDepth: a legtöbb olyan $\Gamma \vdash A$ hívás, amit az esetszétválasztások során meg kell tenni.

5. ComplexityBound: az algoritmikus bonyolultság mértéke. Legyen a következtetés $A_1, ..., A_n/B$ alakú. $D = \{A_1, ..., A_n, B\}$ a $C(j)$ mondatosztály része, ahol j =lin, pol, exp, akkor

$$c = \begin{cases} n, & \text{ha } j = \text{Lin} \\ n^2 + 2n, & \text{ha } j = \text{Pol} \\ 2^{m^2}, & \text{ha } j = \text{Exp} \end{cases}$$

ahol n az összes mondatváltozó száma, m az összes részformula száma D-ben.

Lin.: $p, (p \to q), p \to (q \to r), p \to q \to \perp$

Pol.: $p, (p \to q), (p \to q) \to r, (p \to \perp) \to \perp$

Exp.: nem ezek.

Indoklás: a Horn-clause-ok kiértékelése lineárisan megy a Pol osztályba tartozóké polinomiálisan, az Exp, csak az általános algoritmussal. n, m az input mérete, c a futási idő mérete az input méretének függvényében. (Mints, 1992)

B. Appendix: az rjags kódok

```
hier_SDT_model <- "model{
    for (i in 1:length(H)){
    # Likelihood model
    H[i] ~ dbin(thetah[i], s[i])
    F[i] ~ dbin(thetaf[i], n[i])

    # Prior model
    thetah[i] <- phi(d[i]/2-c[i])
    thetaf[i] <- phi(-d[i]/2-c[i])
    d[i] ~ dnorm(mud, lambdad)
    c[i] ~ dnorm(muc, lambdac)
    }

    muc ~ dnorm(0, 0.001)
    mud ~ dnorm(0, 0.001)
    lambdac ~ dgamma(0.001, 0.001)
    lambdad ~ dgamma(0.001, 0.001)
    sigmad <- 1/sqrt(lambdad)
    sigmac <- 1/sqrt(lambdac)

}"
```

```
# COMPILE the model — csak egy kiertekeles
CL_CL_SDT_jags <- jags.model(textConnection(hier_SDT_model),
     data = list(H = list(4,6,4,5,5,6,5,5,7,6,7,5,5,5,4,7,4,4,4,5,3,6) ,
     F= list(1,1,0,1,0,0,0,1,2,0,0,0,1,0,1,0,1,0,0,0,0,0),
     s= list(9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9),
     n=list(3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3)),
     inits = list(.RNG.name = "base::Wichmann-Hill", .RNG.seed = 100))

# SIMULATE the posterior
CL_CL_sim_hf <- coda.samples(model = CL_CL_SDT_jags, variable.names =
c("muc","mud"), n.iter = 10000)
```

C. Appendix: a `webppl` kódok

```
var Phi = function(x)
  {
  return ((1/2) +
          (1/(Math.sqrt(2*3.14159265359)))*(Math.exp(-x*x/2))*
          (x+(x*x*x/3)+(x*x*x*x*x/15)+(x*x*x*x*x*x*x/105)))
};

var SDTnullModel = function() {
 var pattern = categorical({ps: [0.5,0.5], vs:['Brouwer', 'Boole']});
 var complexity = categorical({ps: [0.5,0.5], vs:['High', 'Low']});
// condition(pattern === 'Brouwer');
// condition(complexity === 'High');
 var discriminability = (pattern === 'Some')
                          ? gaussian(3.5,1.5)
                          : (complexity === 'Low')
                              ? gaussian(3,1)
                              : gaussian(0,2) ;
 var bias = (pattern === 'Some')
                          ? gaussian(0.5,0.3)
```

```
                                  : (complexity === 'Low')
                                      ? gaussian(-0.75,0.25)
                                      : gaussian(0.25,1.5) ;
  var p_h = Phi((1/2)*discriminability - bias);
  var p_f = Phi(-(1/2)*discriminability - bias);
  var h = binomial(p_h,1);
  var f = binomial(p_f,1);
  return {
    complexity: complexity, pattern: pattern,
    hit: h,
    false_alarm: f
  };
}
var opts = {method: 'MCMC', samples: 10000}
var output_1 = Infer(opts,SDTnullModel)
viz.marginals(output_1,10000)
```

Hivatkozások

DeWall, C. N., Baumeister, R. F., and Masicampo, E. J. (2008). Evidence that logical reasoning depends on conscious processing. *Consciousness and Cognition*, 17:628–645.

Evans, J. S. B. T., Over, D. E., and Handley, S. J. (2005). Suppositions, extensionality, and conditionals: a critique of the mental model theory of Johnson-Laird and Byrne (2002). *Psychological review*, 112 4:1040–52.

Goel, V., Gold, B., Kapur, S., and Houle, S. (1997). The seats of reason? An imaging study of deductive and inductive reasoning. *NeuroReport*, 8(5):1305–1310.

Heit, E. and Rotello, C. M. (2005). Are there two kinds of reasoning. In *Proceedings of the Twenty-Seventh Annual Conference of the Cognitive Science Society*.

Johnson-Laird, P. N., Byrne, R. M. J., and Schaeken, W. (1992). Propositional reasoning by model. *Psychological review*, 99 3:418–39.

Johnson-Laird, P. N. and Tagart, J. (1969). How implication is understood. *American Journal of Psychology*, 82:367.

Lee, M. D. (2008). Three case studies in the Bayesian analysis of cognitive models. *Psychonomic Bulletin & Review*, 15:1–15.

Lee, M. D. and Wagenmakers, E.-J. (2014). *Bayesian cognitive modeling: A practical course*. Cambridge university press.

Mints, G. (1992). Complexity of subclasses of the intuitionistic propositional calculus. *BIT Numerical Mathematics*, 32:64–69.

Neil A. Macmillan, C. D. C. (2004). *Detection theory - a user's guide*. Psychology Press, 2 edition.

Osherson, D., Perani, D., Cappa, S., Schnur, T., Grassi, F., and Fazio, F. (1998). Distinct brain loci in deductive versus probabilistic reasoning. *Neuropsychologia*, 36(4):369–376.

Rips, L. J. (2001). Two kinds of reasoning. *Psychological Science*, 12:129 – 134.

Sun, R. (2008). *The Cambridge Handbook of Computational Psychology*. Cambridge University Press.

van Rooij, I. (2008). The tractable cognition thesis. *Cogn. Sci.*, 32:939–984.

Zimmermann, T. E. (2000). Free choice disjunction and epistemic possibility. *Natural Language Semantics*, 8:255–290.