



M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
Természettudományi Kar

TDK DOLGOZAT

# GPU alapú brachyterápiás Monte Carlo szoftver továbbfejlesztése

Klausz Milán

Témavezető: Dr. Légrády Dávid  
egyetemi docens  
BME Nukleáris Technikai Intézet,  
Nukleáris Technika Tanszék

BME

2015

# Önállósági nyilatkozat

Alulírott, Klausz Milán, a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem fizikus MSc szakos hallgatója kijelentem, hogy ezt a dolgozatot meg nem engedett segédeszközök nélkül, önállóan, a témavezető irányításával készítettem, és csak a megadott forrásokat használtam fel. Minden olyan részt, melyet szó szerint, vagy azonos értelemben, de átfogalmazva más forrásból vettem, a forrás megadásával jelöltem.

Budapest, 2015. október 26.

.....  
Klausz Milán

# Tartalomjegyzék

Bevezetés	1
<b>1. A program története és leírása</b>	<b>2</b>
1.1. A program működése . . . . .	3
1.2. A felhasználói felület . . . . .	4
<b>2. A program fejlesztése</b>	<b>5</b>
2.1. Szabad úthossz sorsolás . . . . .	6
2.2. Szóráscsökkentő eljárások . . . . .	9
2.3. A kód optimalizálása . . . . .	13
<b>3. A módszerek összehasonlítása</b>	<b>15</b>
3.1. A pályahossz-becslő eredményei . . . . .	16
3.2. A Siccki módszer eredményei . . . . .	26
<b>4. Forrásmodell fejlesztése</b>	<b>29</b>
<b>5. CT-képek beolvasása</b>	<b>33</b>
<b>Összefoglalás és kitekintés</b>	<b>36</b>

# Bevezetés

A rosszindulatú tumoros megbetegedések második leggyakrabban alkalmazott kezelési eljárása a sugárterápia. Ennek egyik módja a közel-besugárzás, más néven brachyterápia, amelynél a sugárforrást közvetlenül a daganatba vagy annak környezetébe helyezik el. A kezelés elengedhetetlen része a besugárzás számítógépes tervezése. A jelenleg használatban lévő tervezőprogramok a TG-43 formalizmust alapul véve vízfantomban mért és szimulált adatok szuperpozíciójával határozzák meg a dózisteret [1][2]. Ez egyben azt is jelenti, hogy nem veszik figyelembe a testüregekben lévő levegőt vagy éppen a csontokat. A pontosabb modellezés eszköze lehetne egy Monte Carlo alapú szimulációs program, hosszú futási ideje viszont ellehetetleníti az orvosi célú felhasználást [3]. A számítástechnika – és azon belül a grafikuskártyák – fejlődésével azonban mára már ez a probléma is kiküszöbölhetővé vált. A modern grafikuskártyák (GPU-k) hatalmas számítási teljesítménye, kiegészülve ezek újszerű általános célú programozásával, lehetőséget nyújt a megfelelő gyorsaságú programok írására [4][5].

A céлом tehát egy olyan grafikuskártyán futó Monte Carlo szimulációs program létrehozása, amely elegendően pontos és gyors ahhoz, hogy brachyterápiás tervezésre alkalmas legyen. Tudományos diákköri munkám során a BSc-s szakdolgozatom és a 2014-es TDK dolgozatom keretén belül lefektetett alapok továbbfejlesztésén dolgoztam. A hangsúlyt a futási idő csökkentésére és új szóráscsökkentő algoritmusok implementálására helyeztem, de mindemellett a realisztikus szimulációs elrendezések elérésében is fontos előrelépést tettem a valóság-hű forrásgeometria használatával és a CT-képek beolvasásának lehetőségével.

# 1. fejezet

## A program története és leírása

A szakdolgozati munkám során létrehoztam egy kezdetleges brachyterápiás tervezésre alkalmas szoftvert, a hozzá tartozó kezelőfelülettel, és validáltam a működését pont- és kiterjedt forrásokra. A program a Monte Carlo Simulator for Brachytherapy Exposure (M-CSIBE) nevet kapta. Az eredmények nagyon biztatóak lettek, de a futási idők túl nagyok voltak ahhoz, hogy a programot ténylegesen használni lehessen a klinikai gyakorlatban. Ennek legfőbb oka az volt, hogy a program alapját egy PANNI névre hallgató, pozitronemissziós tomográfia Monte Carlo módszerrel történő modellezésére alkalmas, grafikuskarttyára implementált szoftver adta [6]. Ebből kifolyólag a program olyan Monte Carlo módszereket használt, melyek PET szimulációhoz optimálisak, a brachyterápiás tervezéshez nem.

A 2014-es TDK munkám keretén belül implementáltam egy új szabad úthossz sorsoló eljárást, mellyel a brachyterápiás szempontból releváns elrendezésekben jelentősen jobb eredményeket sikerült elérnem. Emellett a kód optimalizálásával mintegy 40%-kal csökkentettem a program futási idejét, majd ismét validáltam működését immáron az új szabad úthossz sorsoló eljárás használatával.

Az azóta eltelt időben új szóráscsökkentő eljárásokat implementáltam, melyekkel akár hatodára csökkenhet az eredmények szórása, a kód további optimalizálásával harmadára csökkentettem a futási időt, létrehoztam egy realiztikus forrásmodellt és egy DICOM-feldolgozó kóddal lehetővé tettem a CT-képek beolvasását, és az ezeknek megfelelő anyageloszlásban történő szimulációkat.

A véghezvitt fejlesztések könnyebb megértéséhez a következőkben röviden ismertetem a program működését és a kezelésére alkalmas felületet, melyekről részletesebben a szakdolgozatomban és a 2014-es TDK dolgozatomban lehet olvasni [7][8].

## 1.1. A program működése

A létrehozandó brachyterápiás tervezőprogramnak alkalmasnak kell lennie arra, hogy orvosi képalkotóeszközökből nyert szöveti eloszlásinformációk és a forrásgeometriák ismerete alapján dózisteret számoljon. A programnak tehát első lépésben be kell tudnia olvasni a vizsgálni kívánt anyageloszlást, és a felhasználó igényének megfelelően kell kialakítania benne a forráseloszlást. Ezután a forrásanyagok és a szövetek paramétereit, hatáskeresztmetszeteit felhasználva a fotontranszport Monte Carlo szimulációjával kell becsülnie a dóziseloszlást. Az eredményeket megfelelő pontossággal, a lehető legrövidebb idő alatt kell megkapnia, majd azokat a felhasználó számára értelmezhető módon megjelenítenie. Ennek megfelelően a program működéséhez alapvetően négyféle fájlra van szükség: az anyag- és forráseloszlást megadó fájlokra, a felhasznált anyagok hatáskeresztmetszeteit tartalmazó fájlokra, illetve a program futtatásához elengedhetetlen paraméterek megadását szolgáló úgynevezett konfigurációs fájlra.

A szimulálható geometriai elrendezések azonos méretű elemi téglatesteből, úgynevezett voxelekből épülnek fel. Az anyag- és forráseloszlások definiálása voxelenként történik, az erre szolgáló fájlokban. A felhasznált anyagok határkeresztmetszeteit tartalmazó fájlok az XCOM programmal készülnek [9]. Ezeket és az eloszlásokat leíró fájlok elérési útvonalait kell megadni többek között a konfigurációs fájlban. Itt kell megadni továbbá az anyagok sűrűségét, a vizsgálandó geometria adatait és az eredményfájlok kiírási helyét is.

A program a beolvasott fájlok alapján az indítandó fotonokat listákba rendezi a párhuzamos futtatás érdekében, elvégzi a fotontranszportot, és az eredményeket kiírja az erre létrehozott fájlba.

A fotonok indítása történhet egy adott voxel teljes térfogatából egyenletes eloszlással, vagy egy kiválasztott pontból is. Az irányorsolás egy háromdimenziós egységvektor sorsolásával történik, a GPU architektúra figyelembevételével rejekeációs módszer nélkül, mivel ez a párhuzamosan futó szálak divergálásához vezetne [10]. A szabad úthossz sorsolása Woodcock módszerrel, vagy sugárléptetéssel (ray marching) történik, melyekről részletesebben a következő fejezetben lesz szó. A transzport során implicit befogást (implicit capture) használ a kód, így minden kölcsönhatás során történik fotoeffektus és Compton-szórás is. Előbbi során a fotonhoz rendelt statisztikai súly, utóbbinál a foton energiája csökken, illetve szóródásnál a haladási irány is változhat. Az új irány meghatározása táblázatos módszerrel történik, a Klein-Nishina formula felhasználásával.

## 1.2. A felhasználói felület

Mivel a program végső célja az orvosi célú felhasználás, mindenképpen szükség van egy olyan kezelőfelületre, amellyel az könnyen irányítható, a programkód beható ismerete nélkül is. Ennek létrehozására a MATLAB környezetet választottam [11]. Egy olyan függvényt fejlesztettem ki, amely képes a bemenő fájlok létrehozására, a program elindítására és eredményeinek beolvasására, illetve azok feldolgozására és mentésére is.

Az elérhető beállítások a geometria határai milliméterben megadva és az ezekre vonatkozó felosztások, azaz a voxelek számai. Az anyageloszlás megadásához ki kell választani a felhasználni kívánt anyagok típusát és a forrás méreteit. Ezekből a függvény elkészíti a geometria közepére illesztett forrást leíró anyageloszlás fájlt. Ezek után már csak annyit kell megadni, hogy összesen hány fotont indítson a program a forrásanyagot tartalmazó voxelekből, és a MATLAB rutin létrehozza a forráseloszlás fájlját, elindítja a programot és beolvassa a szimuláció eredményeit.

Ezek feldolgozása két lépésben zajlik. Először a MATLAB függvény egy statisztikát készít, hogy számszerű értékeket tudjon szolgáltatni, majd különböző módokon ábrázolja az adatokat, hogy a felhasználó vizuális információkat is nyerjen a futtatás eredményeiről.

A statisztikában szerepelnek többek közt a vizsgált geometriát leíró mennyiségek, a kiszökött fotonok száma és összenergiája, valamint a program futási ideje is.

Az eredmények ábrázolása kétféleképpen zajlik: két, illetve három dimenzióban. A kétdimenziós ábrákon kiválasztott egyenesek mentén mért nyers, vagy különféleképpen normált adatok láthatóak, illetve a dózistér izodózis görbéekkel ellátott metszetei. A háromdimenziós ábrázolást egy `plot3c` nevű függvény végzi, mely különböző színek segítségével jeleníti meg az értékeket. Egy energia-színskálát is elhelyez az ábra oldalán, így egy forgatható, nagyítható és egyéb módokon is manipulálható háromdimenziós képet ad az eredmények térbeli eloszlásáról [12].

## 2. fejezet

# A program fejlesztése

Egy Monte Carlo kódot nem lehet egyszerűen csak annak futási idejével jellemezni, hiszen a cél mindig az, hogy a lehető legpontosabb eredményt megfelelő precizitással kapjuk meg. Két azonos eredményt adó kód közül a jobbik kiválasztásához tehát nem csak a futási időket, hanem az eredmények szórását is figyelembe kell venni. Éppen ezért alkalmas a Monte Carlo szimulációk hatékonyságának összehasonlítására az úgynevezett Figure of Merit (FoM), melyet a (2.1) és (2.2) egyenletek segítségével lehet kiszámolni [13].

$$FoM = \frac{1}{r^2 \cdot T}, \quad (2.1)$$

ahol  $T$  a szimuláció időtartama másodpercben mérve,  $r^2$  pedig a tapasztalati szórásnégyzet, melyet a (2.2) összefüggés ad meg.

$$r^2 = \frac{\sum_{i=0}^N (w_i \cdot D_i)^2}{\left(\sum_{i=0}^N (w_i \cdot D_i)\right)^2} - \frac{1}{N}, \quad (2.2)$$

ahol  $w$  a részecskesúly,  $D$  a detektorfüggvény,  $N$  pedig az indított fotonok száma.

Az M-CSIBE a fotonok által az egyes voxelekben leadott energiák, illetve ezek négyzetösszegét számolja, így minden voxelre meghatározható egy FoM érték. A  $w_i \cdot D_i$  leadott energia az implicit befogás miatt fotoeffektusnál a foton statisztikai súlyának megváltozása megszorozva az energiájával, Compton-szórásnál pedig a foton energiájának megváltozása megszorozva a statisztika súlyával.

A képletekből egyértelműen látszik, hogy egy hatékonyabb kód nagyobb FoM értéket eredményez, viszont a konkrét számérték erősen függ a szimuláció paramétereitől, és a



futtatási környezettől, így csak relatív mérőszámként használható. Mivel a szórásnégyzet jellemzően fordítottan arányos a szimulált fotonok számával, a futási idő pedig egyenesen arányos azzal, így a FoM  $N$  növelésével egy konstans értékhez tart. A grafikuskártyák szálszervezése és egyedi működése miatt azonban a lineáris fotonszám–idő összefüggés globálisan nem teljesül. Szerencsére a FoM ennek ellenére használható marad, mivel kisebb tartományon is megállapítható, hogy állandósult-e már az értéke, és minden futtatást azonos fotonszámmal elvégezve az eredmények összehasonlíthatóak maradnak.

A program hatékonyságát tehát alapvetően kétféleképpen lehet növelni: a futási idő vagy a szóráscsökkentésével. Előbbit a kód optimalizálásával, utóbbit két új szóráscsökkentő módszer alkalmazásával sikerült elérnem, ezekről lesz szó ebben a fejezetben.

## 2.1. Szabad úthossz sorsolás

A szabad úthossz sorsoló algoritmus helyes megválasztása egy adott problémához nagyságrendileg befolyásolhatja a program futási idejét. Már a szakdolgozatom készítése közben kiderült, hogy a PANNI-ban használt Woodcock módszer az akkori formájában nem alkalmas brachyterápiás célokra. Ennek az az oka, hogy rendkívül érzékeny a felhasznált anyagokra, pontosabban ezek hatáskeresztmetszetére. Egy példát felhozva  $10^9$  darab 380 keV-os foton szimulációja  $20 \times 20 \times 20$  cm<sup>3</sup>-es homogén vízfantomban milliméteres felbontás mellett körülbelül 15 másodpercig tart, míg ha akármilyen kis mennyiségű irídium is található a rendszerben, akkor ez 1758 másodpercet vesz igénybe.

Ennek a módszernek a felváltására 2014-es TDK munkám keretén belül megvalósítottam a sugárléptetést mint szabad úthossz sorsoló eljárást, majd ennek használatával validáltam is a program működését.

A dolgozat további részében taglalt szóráscsökkentő eljárások megértéséhez és ezek eredményeinek kiértékeléséhez alapvető fontosságú ennek a két eljárásnak az ismerete, így ezeket fogom most részletesen tárgyalni.

### A Woodcock módszer

A Woodcock módszer során a program meghatározza adott energián az összes anyag teljes hatáskeresztmetszetei közül a legnagyobbat, ez lesz a majoráns hatáskeresztmetszet. Ezután elindul egy ciklus, amely először a foton helye és energiája alapján meghatározza a fotont tartalmazó voxel anyagának hatáskeresztmetszetét. A következő lépésben szabad úthosszt sorsol a (2.3) egyenlet alapján, a majoráns hatáskeresztmetszetet használva,

majd a (2.4) összefüggés alapján dönti el, hogy újraindul-e a ciklus. Ha az egyenlőtlenség teljesül, akkor újraindul, ha nem, akkor véget ér a szabad úthossz sorsolás. Az említett egyenletek a következők:

$$\Lambda = -\frac{\ln(\text{rand}(0, 1))}{\Sigma_{maj}}, \quad (2.3)$$

ahol  $\Lambda$  a szabad úthossz,  $\Sigma_{maj}$  a majoráns hatáskeresztmetszet,  $\text{rand}(0, 1)$  pedig egy 0 és 1 közötti, egyenletes valószínűséggel sorsolt véletlen szám.

$$\text{rand}(0, 1) \geq \frac{\Sigma_t}{\Sigma_{maj}}, \quad (2.4)$$

ahol  $\Sigma_t$  az előző lépésben a fotont tartalmazó voxel anyagának teljes hatáskeresztmetszete.

Ez a módszer rendkívül gyorsan működik olyan rendszereknél, ahol nincsen kiugróan magas hatáskeresztmetszetű anyag, hiszen a programnak nem kell meghatározni a foton metszéspontjait az útjába eső voxelek falaival [14, 32–33. oldal]. Nem véletlen, hogy a PANNI ezt a módszert alkalmazza, hiszen PET szimuláció során a fotonok a testben lévő különböző szöveteken haladnak keresztül, melyek között nincsen nagy hatáskeresztmetszet különbség. Brachyterápia során viszont fémtokban lévő sugárforrást juttatnak a szervezetbe, melynek a hatáskeresztmetszete többszöröse a vízének, és ettől rendkívül lecsökken a módszer hatékonysága. Ilyenkor ugyanis a majoráns hatáskeresztmetszet nagy lesz, és olyan közegen is nagyon kis lépésekkel halad keresztül a foton, ahol az anyag ezt egyáltalán nem indokolná. Előnyös tulajdonsága viszont, hogy a geometria felosztása elméletileg nem befolyásolja a szimuláció időtartamát, így nagy felbontás is könnyen elérhető.

## A sugárléptetés

Itt jegyezném meg, hogy az angol irodalomban használt 'ray marching' kifejezésre nem találtam elterjedt magyar megfelelőt, csupán néhány helyen említették mint 'sugár masírozás', viszont véleményem szerint a sugárléptetés sokkal jobban kifejezi a módszer lényegét, így dolgozatomban ezt az elnevezést használtam.

Az algoritmus első lépéseként a program egy mértékegység nélküli szabad úthosszt sorsol a (2.5) egyenlet szerint, majd egy cikluson belül addig lépteti a fotont a voxelek falain keresztül, amíg teljesül a (2.6) egyenlőtlenség. Amikor ez az egyenlőtlenség már nem

áll fenn, akkor az utolsó lépés hosszát a (2.7) egyenlet adja meg. Az említett egyenletek a következők:

$$\Lambda = -\ln(\text{rand}(0, 1)), \quad (2.5)$$

ahol  $\Lambda$  a szabad úthossz,  $\text{rand}(0, 1)$  pedig egy 0 és 1 közötti, egyenletes valószínűséggel sorsolt véletlen szám.

$$\sum_{i=1}^x (\Sigma_{t_i} \cdot l_i) < \Lambda, \quad (2.6)$$

ahol  $\Sigma_{t_i}$  a teljes hatáskeresztmetszete annak az anyagnak, melyben a foton az  $i$ -edik lépésben halad, és  $l_i$  az a távolság, amennyit megtesz az adott voxelen belül a következő faláig.

$$d = \frac{\Lambda - \sum_{i=1}^{n-1} (\Sigma_{t_i} \cdot l_i)}{\Sigma_{t_n}}, \quad (2.7)$$

ahol  $d$  az utolsó lépésben megtett úthossz,  $\Sigma_{t_n}$  pedig annak az anyagnak a teljes hatáskeresztmetszete, melyben a foton végül kölcsönhatásba lép.

A program minden lépésben meghatározza a foton helyzete és haladási iránya alapján, hogy melyik falhoz ér el legközelebb. Ehhez praktikusán csak a haladási irányának megfelelő 3 fal síkját vizsgálja meg.

A program sebességét némiképp növeli, hogyha valamelyik sebességkomponens 0, hiszen akkor csak a többi irányban keresi a következő metszéspontot.

Ennek a módszernek az a nagy előnye a Woodcockkal szemben, hogy a felhasznált anyagok elvileg nem befolyásolják nagy mértékben a szimuláció időtartamát. Hátránya viszont, hogy a geometria nagyobb felbontásával megnő a számítási igény a transzport során, és ezzel együtt a futási idő is.

A 2014-es TDK dolgozatom a Woodcock módszer és a sugárléptetés összevetéséről szólt, melynek az lett az eredménye, hogy a brachyterápiás szempontból fontos elrendezésekben egyértelműen az utóbbi módszer teljesít jobban. A Woodcock módszert viszont tagadhatatlan előnyei miatt nem szeretném teljesen elvetni, és a későbbiekben tervezem egy hibrid módszer megvalósítását, mely a forráson belül sugárléptetést, azon kívül Woodcock módszert használna, kiaknázva mindkét eljárás erősségeit. Ebből kifolyólag

a következőkben tárgyalásra kerülő új szóráscsökkentő eljárásokat mindkét módszerhez megvalósítottam, ezek elemzése és összehasonlítása mind részét képezik a dolgozatnak.

## 2.2. Szóráscsökkentő eljárások

Megfelelő szóráscsökkentő eljárások alkalmazásával elérhető, hogy kevesebb foton simulációjával is ugyanolyan pontos és precíz eredményeket kapjunk, amivel nagyban csökkenthet a program futási ideje.

Az M-CSIBE kódban két új módszert teszteltem, melyek elérő módon hivatottak csökkenteni az eredmények szórását. Az első a pályahossz-becselő eljárás (Track-length estimator), mellyel a fotonok minden voxelben adnak járulékot amelyen keresztül haladnak útjuk során. A második pedig a Siccki módszer, mellyel felülmintavételezzük a forrásból kölcsönhatás nélkül kilépő fotonokat, melyek túlnyomó részét adják a teljes szövetekben elnyelt dózisanak. Utóbbi eljárást Marsiczki Roland fejlesztette ki, aki részletesen ír erről 2015-ös BSc. szakdolgozatában [15].

### Pályahossz-becselő (Track-length estimator)

A fotonok útjuk során több voxelen is áthaladhatnak úgy, hogy nem adnak járulékot ezekbe, sőt akár az is előfordulhat, hogy a vizsgált rendszerből kölcsönhatás nélkül távoznak, így pedig rengeteg számítási kapacitást pazarlunk el. Figyelmen kívül hagyjuk, hogy minden voxelen való áthaladáskor – vagy virtuális ütközéskor – megvan a valószínűsége annak, hogy a foton kölcsönhatásba lép az adott anyaggal és ezt az értéket ismerjük is. Ennek az erőforrás-pazarlásnak a kiküszöbölésére és egyben a szórás csökkentésére alkalmas a pályahossz-becselő alkalmazása [16].

Az eljárás némiképp eltér a sugárléptetéssel és a Woodcock módszerrel történő szabad úthossz sorsolás esetén. Utóbbi módszer esetén a virtuális ütközésenként leadott energiajárulékot a (2.8) kifejezés adja meg.

$$\left( \frac{\Sigma_t}{\Sigma_{maj}} \right) \cdot \left( \frac{\Sigma_p}{\Sigma_t} \right) \cdot w \cdot E, \quad (2.8)$$

ahol  $\Sigma_t$  az adott voxel kitöltő anyag teljes hatáskeresztmetszete az  $E$  energiájú fotonokkal szemben,  $\Sigma_{maj}$  a majoráns hatáskeresztmetszet,  $\Sigma_p$  a fotoeffektus hatáskeresztmetszete,  $w$  pedig a foton statisztikai súlya. Az első zárójelben szereplő hányados annak a valószínűsége, hogy egy adott lépésben valós ütközés történik, a másik pedig annak, hogy ha

kölcsönhatásba lép a foton az anyaggal, akkor azt fotoeffektus formájában teszi.

Sugárléptetés esetén a voxelenként leadott energiajárulékot egy rövid megdondolás után kapjuk meg. Legyen  $n(\underline{r}, E, \underline{\Omega}, t)$  a fotonok sűrűsége, és  $v$  az  $E$  energiájú fotonok sebessége. Ezek  $dt$  idő alatt  $ds = v \cdot dt$  utat tesznek meg. Tehát annak a valószínűsége, hogy  $dt$  idő alatt fotoeffektusban vesznek részt  $\Sigma_p \cdot ds$ . Egy fázistérfogatba eső fotonok miatt létrejövő fotoeffektusok száma tehát:

$$\Sigma_p \cdot v \cdot n(\underline{r}, E, \underline{\Omega}, t) \cdot dV \cdot dE \cdot dt = \Sigma_p \cdot ds \cdot n(\underline{r}, E, \underline{\Omega}, t) \cdot dV \cdot dE. \quad (2.9)$$

Ebből látszik, hogy egy olyan foton által leadott energiajárulékot, mely a  $V$  térfogatú voxelben  $l_i$  távolságot tesz meg a (2.10) kifejezéssel kaphatunk meg.

$$\frac{l_i \cdot \Sigma_p}{V} \cdot w \cdot E. \quad (2.10)$$

Azért is kézenfekvő ez a módszer, mert a sugárléptetés algoritmus során a voxelekben megtett  $l_i$  távolságokat mindig meghatározza az M-CSIBE kód.

Fontos megjegyezni, hogy egy foton útja során egy bizonyos voxelben akár több részletben is leadhat energiát, a program viszont ezek összegét és az összeg négyzetét kell eltárolja, hogy a tapasztalati szórás számolása korrekt legyen.

## A Siccki eljárás [15]

A Marsiczki Roland által megvalósított eljárást 'Siccki' módszernek neveztem el. Az itt következő leírás részben megegyezik az ő szakdolgozatában olvashatóval.

A transzport-modellezésben felhasznált bármely függvénynek (szabad úthossz, szóródási szög, kiindulási hely stb.) mintavételezése helyett mintavételezhetünk más függvényeket is, ha megfelelő súlyokkal úgy korrigálunk, hogy a várható érték ne változzon. Ilyen eljárásokkal sokszor jelentős javulást érhetünk el egy Monte Carlo algoritmus hatékonyságában. A következőkben ilyen torzított Monte Carlo mintavételezések néhány egyszerű esetben történő korrekciójának meghatározásáról lesz szó.

Az alábbi levezetésekben, amennyiben azt külön nem jelzem az integrálok a teljes fázistérre vonatkoznak. Legyen  $f(x)$  egy tetszőleges mennyiséget jellemző egyváltozós függvény és  $D(x)$  egy tetszőleges detektorfüggvény, melynek várható értéke legyen

$$I = \int f(x)D(x)dx. \quad (2.11)$$

Definiáljunk az  $f(x)$  függvényhez a  $w = \int f(x)dx$  súlyt és egy

$$P(x) = \frac{f(x)}{\int f(x)dx} = \frac{f(x)}{w} \quad (2.12)$$

valószínűségi sűrűségi függvényt, majd vegyünk mintákat  $P(x)$ -ből. Ekkor

$$I \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N wD(x_i), \quad (2.13)$$

melynek bizonyításához vizsgáljuk meg a fenti mintavételezéssel kapott kifejezés várható értékét.

$$\mathbf{E} \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N wD(x_i) \right) = w \int_{-\infty}^{\infty} P(x)D(x)dx = \int f(x)D(x)dx = I. \quad (2.14)$$

Beláttuk tehát, hogy a fent definiált  $P(x)$ -ből véve mintákat a definiált  $w$  súllyal korrigálva  $I$ -vel megegyező várható értéket kapunk.

Mintavételezzünk most úgy, hogy az  $f(x)$  függvény értelmezési tartományát felosztjuk  $(-\infty, a)$  és  $[a, \infty)$  részekre. Ekkor két súlyfüggvényünk lesz:  $w_1 = \int_{-\infty}^a f(x)dx$  és  $w_2 = \int_a^{\infty} f(x)dx$ . Könnyen belátható, hogy ha  $\frac{w_1}{w_1+w_2}$  arányában egy véletlenszámmal döntenénk el, hogy a  $P_1(x) = \frac{f(x)}{w_1}$  vagy  $P_2(x) = \frac{f(x)}{w_2}$  valószínűségi sűrűségi függvényből vennénk mintát, melyek elemeit jelöljük  $x_i^1$ -vel és  $x_i^2$ -vel, akkor  $w_1$  és  $w_2$  súlyozással ismét visszakapnánk az  $I$  várható értéket.

Bonyolítsuk tovább az eljárást azzal, hogy  $\frac{w_1}{w_1+w_2}$  helyett egy  $p \in [0,1)$  számot használjunk fel a mintavételezéshez, azaz vegyünk mintát  $p$  arányban  $x$ -nek  $(-\infty, a)$  részhalmazából és  $(1-p)$  arányban az  $[a, \infty)$  részhalmazából.  $N$  mintavételből ilyenkor várhatóan  $N_1 = pN$ -et veszünk  $P_1$ -ből és  $N_2 = (1-p)N$ -et veszünk  $P_2$ -ből, így a két ágból vett mintákat  $\frac{1}{p}$ -vel illetve  $\frac{1}{(1-p)}$ -vel súlyoznunk kell. Vizsgáljuk meg a várhatóértéket ebben az esetben.

$$\begin{aligned}
\mathbf{E} \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{w_1}{p} D(x_i^1) + \frac{w_2}{1-p} D(x_i^2) \right\} \right) &= \\
&= \mathbf{E} \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N_1} \left\{ \frac{w_1}{p} D(x_i^1) \right\} + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N_2} \left\{ \frac{w_2}{1-p} D(x_i^2) \right\} \right) = \\
&= \frac{1}{N} N p \frac{w_1}{p} \int_{-\infty}^a P_1(x) D(x) dx + \frac{1}{N} N (1-p) \frac{w_2}{1-p} \int_a^{\infty} P_2(x) D(x) dx = \\
&= \int_{-\infty}^a f(x) D(x) dx + \int_a^{\infty} f(x) D(x) dx = \int f(x) D(x) dx = I \quad (2.15)
\end{aligned}$$

Az  $I$  becslése tehát ilyen mintavételezéssel is torzítatlan. Megjegyzendő, hogy ez az állítás  $p = 0$  és  $p = 1$  esetén nem igaz, ekkor ugyanis az egyik eseményágból egyáltalán nem veszünk mintát, ami nyilvánvalóan torzítja a várható értéket.

Alkalmazzuk ezt a mintavételezést a szabad úthossz sorsolására. Legyen  $x \in [0, \infty)$  egy foton szabad úthossza, mint valószínűségi változó. Osszuk fel a tartományt most  $[0, a]$  és  $(a, \infty)$  résztartományokra. Legyen  $f(x)$  a (2.16) egyenlettel megadott szabad úthossz eloszlásfüggvénye (Beer-Lambert).

$$f(x) = 1 - \exp \left( - \int_0^x \Sigma(x) dx \right). \quad (2.16)$$

Ekkor a  $[0, a)$  tartományon belül maradás valószínűsége:

$$w_1 = 1 - \exp \left( - \int_0^a \Sigma(x) dx \right), \quad (2.17)$$

míg annak valószínűsége, hogy a szabad úthossz nagyobb  $a$ -nál:

$$w_2 = \exp \left( - \int_0^x \Sigma(x) dx \right) = 1 - w_1. \quad (2.18)$$

Mintavételezzük a fotonok szabad úthosszát aszimmetrikusan, azaz  $p$  arányban a foton tartományon belül maradását,  $(1-p)$  arányban pedig a tartományból egy szabad úthosszal kiszóródást. Ha tehát  $p$  arányban a

$$P'_1 = p \cdot \frac{f(x)}{w_1} \quad (2.19)$$

és  $(1-p)$  arányban a

$$P'_2 = (1-p) \cdot \frac{f(x)}{w_2} \quad (2.20)$$

függvényeket mintavételezzük, akkor a fentiek értelmében ez egy torzítatlan becslést ad a szabad úthosszra.

A levezetett eljárás konkrét alkalmazása az M-CSIBE programban a következő. A fotonok  $p$  hányadát automatikusan kijuttatjuk a forrás felszínére ( $1 - p$ ) hányadát pedig rákényszerítjük, hogy még a forráson belül vegyen részt kölcsönhatásban. Előbbi eljárás a Monte Carlo módszerek között a következő esemény-becslők közé (Next Event Estimator) tartozik, utóbbi pedig egy kényszerített ütközés (Forced Collision, vagy Interaction Forcing) [14, 32. oldal].

A felszínre való kijuttatás úgy történik, hogy a sorsolt kezdeti helynek és irányvektornak megfelelően megkeresi a program, hogy az adott foton hol lépne ki a forrásból, illetve a hatáskeresztmetszetek alapján meghatározza ennek a  $w_1$  valószínűségét. A foton ezután kihelyezi a forrás felszínére, és a statisztika súlyát megszorozza a kijutás valószínűségével. Mivel – véletlenszámok segítségével – a fotonok  $p$  hányadát juttatjuk ki a forrásból, ezért ezek statisztika súlyát meg kell szorozni  $\frac{1}{p}$ -vel.

A kényszerített ütközéshez szintén szükség van a kölcsönhatás nélküli kijutás valószínűségére ( $w_1$ ), mivel a hagyományos szabad úthossz sorsoláshoz használt (2.5) képletbe  $w_1$  és 1 közötti véletlenszámot behelyettesítve biztosan forráson belüli kölcsönhatási helyet kapunk. Az ütközésre kényszerített fotonok statisztika súlyát a ki nem jutás valószínűségével ( $1 - w_1$ ) és  $\frac{1}{1-p}$ -vel megszorozva a korábbi levezetés értelmében torzítatlan becslést kapunk.

A módszer szórás csökkentő hatását az adja, hogy a Marsiczki Roland által vizsgált  $^{192}\text{Ir}$  anyagú forrásvoxelből induló 380 keV-os fotonok által leadott energia 90–93%-át a forrásból kölcsönhatás nélkül kijutó foton adják, így ezeket felülmintavételezve csökkent az eredmények szórása. Az általa vizsgált elrendezésben a szórásnégyzet átlagosan 1,2-szeres javulása mellett a futási idő 5,6-részére csökkent, így összességében majdnem 7-szeres FoM növekedés sikerült elérnie a brachyterápiás szempontból fontos távolságokon belül.

### 2.3. A kód optimalizálása

A 2014-es TDK-m óta több helyen is sikerült olyan átalakításokat végezni, amitől mérhetően felgyorsult a program.



A legfontosabb ezek közül, hogy megemeltem azt a levágási energiát (cutoff), amely alatt a program nem folytatja egy foton szimulációját, hanem fotoeffektust feltételezve helyben leadja az összes energiáját. A TG-43-as ajánlás szerint kis energiás brachyterápiás források esetén 5 keV-nál kisebb energiájú fotonok nem adnak jelentős járulékot 0,1 cm-nél nagyobb távolságokban, így ez ideális érték levágási energiának [2]. Mivel az M-CSIBE implicit befogást alkalmaz, praktikus nem csak az energiáját hanem a statisztikai súlyát is figyelembe venni, hiszen ha ez utóbbi nagyon lecsökken, akkor sem képes jelentős járulékot leadni a foton. Ennek megfelelően a program korábbi verziójában egy foton szimulációja akkor ért véget, ha energiájának és statisztikai súlyának szorzata  $10^{-5}$  keV alá csökkent, vagy kijutott a vizsgált geometriából. A levágási szint próbálgatásával kiderült, hogy ha ezt az értéket 0,5 keV-ra állítom be, akkor az eredmények szóráson belül megegyeznek, a futási idő viszont elrendezéstől függően kevesebb mint felére csökken. A levágási szintet lehetne tovább emelni úgy, hogy az ne rontsa el az eredményeket, viszont ez nem járna a futási idő jelentős csökkenésével, így 0,5 keV lett a végleges levágási energia.

Egy másik egyszerű átalakítás abból az észrevételéből származott, hogy brachyterápiás szempontból érdektelen, hogy mekkora dózist nyel el maga a sugárforrás. Az M-CSIBE végső céljainak megfelelően tehát a forráshoz tartozó voxelekben leadott energiaértékeket nem tárolja el. Ez azért járhat jelentős gyorsulással, mert a fotonok nagy többsége ad valamekkora járulékot a forrásvoxelekben, és a versenyhelyzet (race condition) elkerülése érdekében a párhuzamosan futó szálak az ezeknek megfelelő memóriacímekre úgy tudnak írni, hogy sorban állnak és megvárják amíg az előttük lévő szál befejezi a memóriaműveletet. Ez azzal jár, hogy a szálak jelentős időt töltenek egymásra várakozással, ami főleg a pályakövető eljárás használatakor jelentett problémát – hiszen ilyenkor minden egyes foton adott járulékot a forrásvoxelekben – és a kis energiás fotonok esetén, melyek nagy valószínűséggel veszítettek energiát a forrásban. Az energiátárolás megszüntetésével egyes esetekben 20–100-szoros gyorsulást sikerült elérni.

Végezetül a memóriaműveletek számát sikerült tovább csökkenteni azzal, hogy nem kölcsönhatásonként tárolja el a program az energiát, hanem a voxelből való kilépéskor az addig összegyűjtöttet. Így például a pályahossz-bebecslő alkalmazásakor azokban a voxelekben, melyekben egy Compton-szórás történik három helyett (megállás előtti úton, Compton-szóródáskor, szóródás után a voxelből való kijutás során) csak egy memóriába írás történik.

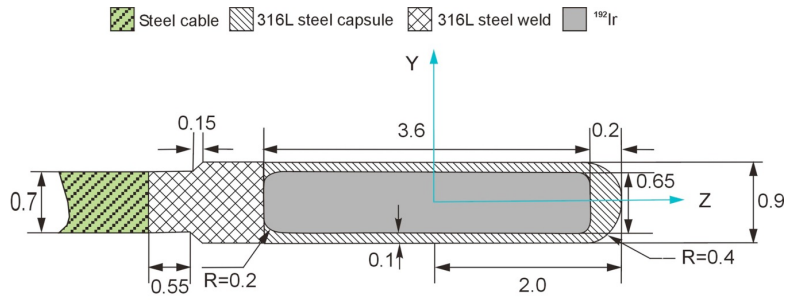
## 3. fejezet

# A módszerek összehasonlítása

A megvalósított szóráscsökkentő eljárások eredményei minden vizsgált esetben megegyeztek a program korábbi verziójával kapott értékekkel, így a kérdés már csak az, hogy milyen esetekben és mértékben képesek növelni a program hatékonyságát. A módszerek összehasonlításához használt geometria egy  $20 \times 20 \times 20$  cm<sup>3</sup>-es homogén vízfantom, melynek közepében egy darab  $1 \times 1 \times 1$  mm<sup>3</sup>-es irídium vagy ezüstvoxel (sugárforrás) található. A szimulációkat minden esetben  $10^9$  fotonnal végeztem, melyek a forráson belül egyenletes eloszlással sorsolt pontból és irányvektorral indultak.

A fejlesztések konkrét célja, hogy az Országos Onkológiai Intézetben is használt két brachyterápiás sugárforráshoz megtaláljuk a legmegfelelőbb Monte Carlo módszereket, viszont az eredmények megértése és a szóráscsökkentő módszerek tanulmányozása céljából részletesebb vizsgálatot végeztem. Bár a 3.1. ábrán látható Nucletron cég <sup>192</sup>Ir mHDR-v2 modelljének irídium magjából 380 keV-os, a 4.1. ábrán látható szintén Nucletron gyártású SelectSeed I-125 ezüstforrás magjából pedig 35,5 keV-os fotonok indulnak, mindkét forrásanyag esetén 30–450 keV között, 16 kiindulási energián végeztem szimulációkat. A brachyterápiában a forrástól sugárirányban 1 cm-re lévő pontot szokás referenciapontnak választani, így én is az ennek megfelelő voxelhez tartozó értékekkel végeztem el az összehasonlításokat.

Először a pályahossz-becslő hatását vizsgáltam meg a szórásra, a futási időre és a FoM-re az említett körülmények között, a Woodcock módszer és a sugárléptetés mellett. Majd a brachyterápiás szempontból fontos esetekben meghatároztam az optimális  $p$  paramétert, és ezeket felhasználva megnéztem, hogyan befolyásolja az említett mutatókat a Siccki módszer.



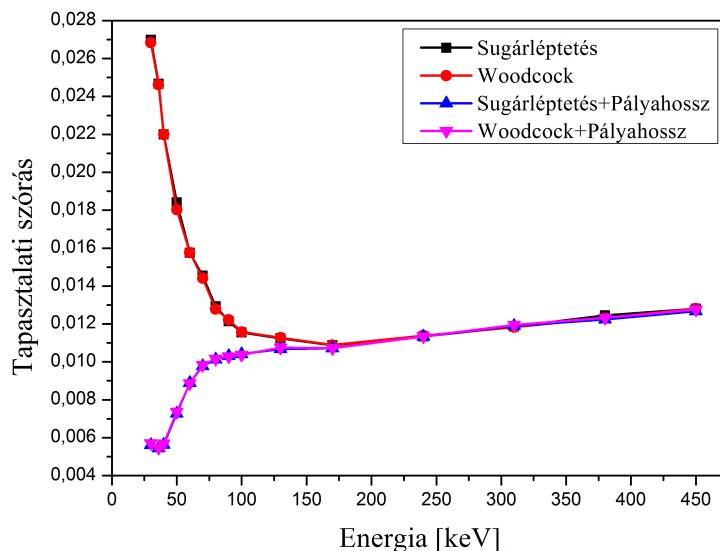
Nucletron HDR  $^{192}\text{Ir}$  model mHDR-v2 source

3.1. ábra. Nucletron mHDR-v2 forrás anyagai és méretei milliméter mértékegységben [17].

## 3.1. A pályahossz-becslő eredményei

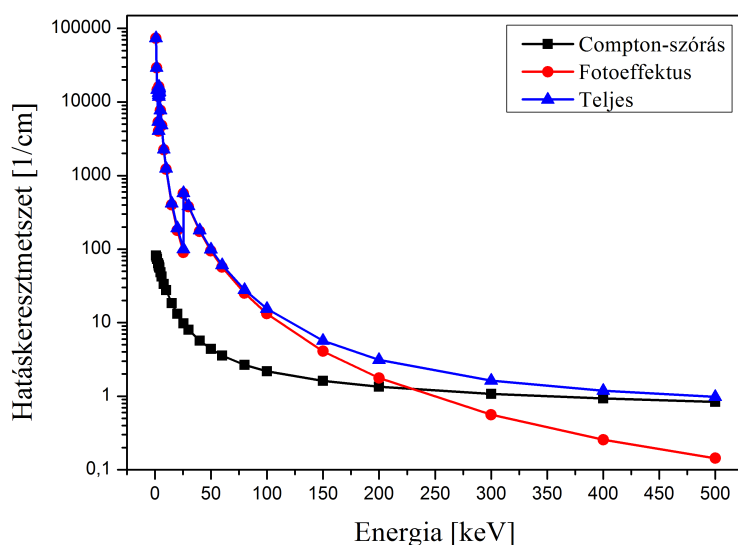
### Ezüstforrással kapott eredmények

Először is vizsgáljuk meg, milyen hatással van a pályahossz-becslő használata a tapasztalati szórásra. A 3.2. ábrára ránézve három dolog azonnal feltűnik. Az első, hogy nincs jelentős eltérés a sugárléptetés és a Woodcock módszer szórása között. A legnagyobb – nagyítás nélkül is látható – eltérés 50 keV-nál van, ahol a szórás sugárléptetéssel 0,01841, Woodcock módszerrel pedig 0,01803, de ezek között is alig több mint 2% az eltérés. A második, hogy a pályahossz-becslő nagy energiákon (170 keV fölött) látszólag nincsen hatással a szórásra, kisebbeken viszont jelentős mértékben csökkenti azt.



3.2. ábra. Tapasztalati szórás a fotonenergia függvényében, ezüstforrás mellett.

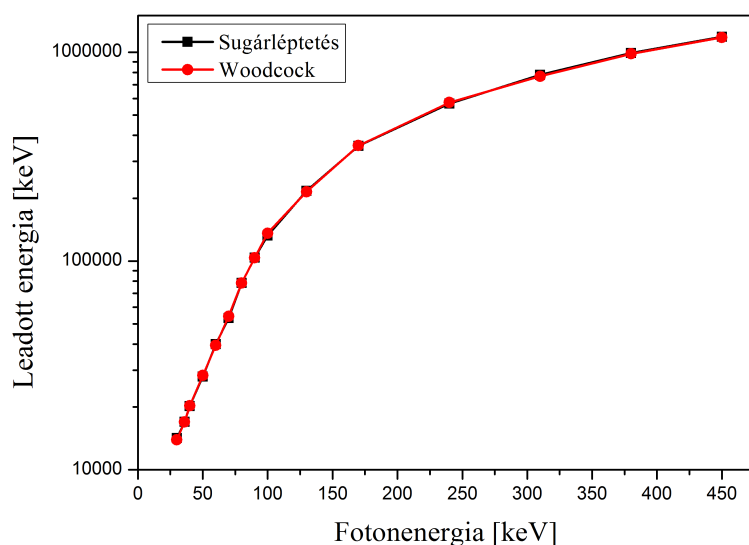
A pályahossz-becslő nélkül azért nő meg jelentősen a szórás, mert – ahogyan az a 3.3. ábrán látható – drasztikusan megnő a forrásanyagban a fotoeffektus hatáskeresztmetszete, így sokkal kevesebb foton jut ki a forrásból, vagy ha megteszik, akkor is várhatóan kis statisztikai súllyal teszik azt. Az utóbbi állítást támasztja alá a 3.4. ábra, melyen a referenciavoxelben leadott összes energia látható a foton kiindulási energiájának függvényében. A pályahossz-becslő használatával a forrásban azonos távolságot megtett fotonok súlya ugyanolyan mértékben csökken, ami igaz lesz a vízben is, és mivel a Compton-szórás valószínűsége igen kicsi a fotoeffektuséhoz képest, jellemzően egyenes vonalban haladnak a fotonok, és közel azonos kicsi járulékot adnak le a referenciavoxelben.



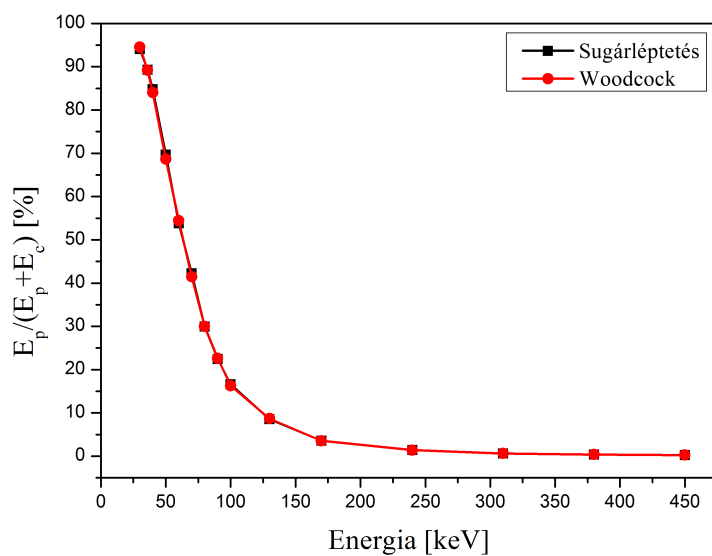
3.3. ábra. A hatáskeresztmetszetek energiafüggése ezüstben.

A fotonenergia növelésével, ahogy a 3.5. ábrán is látható, drasztikusan csökken a fotoeffektussal leadott energia a Compton-szórással leadotthoz képest, azaz csökken a pályahossz-becslő miatt leadott energiák aránya, ami 170 keV fölött azt eredményezi, hogy ez a szóráscsökkentő módszer gyakorlatilag semmilyen hatással nincsen a szórásra.

A 3.6. ábrán a futási idők kezdeti fotonenergia függése látható. A szórásnál tapasztaltaktól eltérően itt a különböző szabad úthossz sorsolással végzett szimulációk között van a legszembetűnőbb eltérés. Ahogy az várható volt, a pályahossz-becslő használata megnövelte a szimulációkhoz szükséges időt, hiszen minden voxelen való áthaladáskor időigényes memóriaműveletet kell végezzen a program. Kivétel ez alól a három legkisebb kezdeti foton energiával (30, 35,5 és 40 keV) végzett futtatás Woodcock módszer hasz-



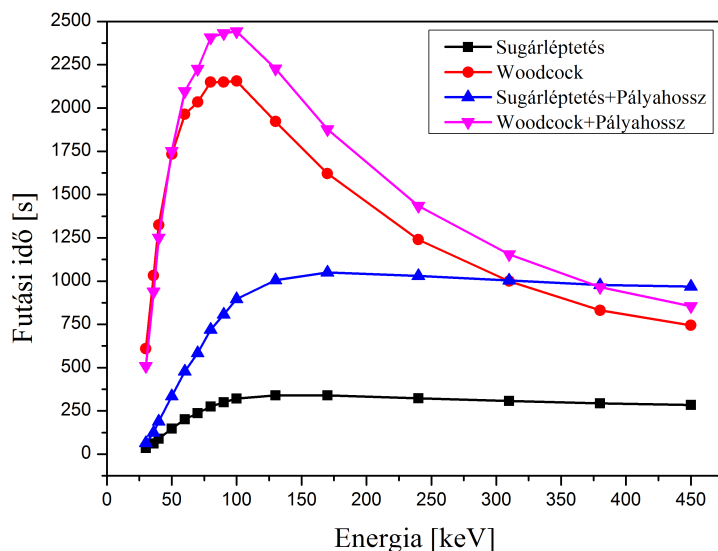
3.4. ábra. A referenciavoxelben leadott összes energia a fotonenergia függvényében, ezüstforrás mellett, szemilogaritmikus skálán ábrázolva.



3.5. ábra. A fotoeffektussal leadott energia százalékos aránya az összes leadott energiához képest a referenciavoxelben, ezüstforrás mellett.

nálátával. Ennek egyik oka az lehet, hogy a fotonok túlnyomó többsége nem jut ki a geometriából – ahogy azt a 3.7. ábra is mutatja –, így azok követése addig történik, amíg el nem éri a levágási energiát, és ez pályahossz-követés esetén várhatóan gyorsabban bekövetkezik. A másik ok az, hogy a fotonok túlnyomó többsége nem jut ki a forrásból,

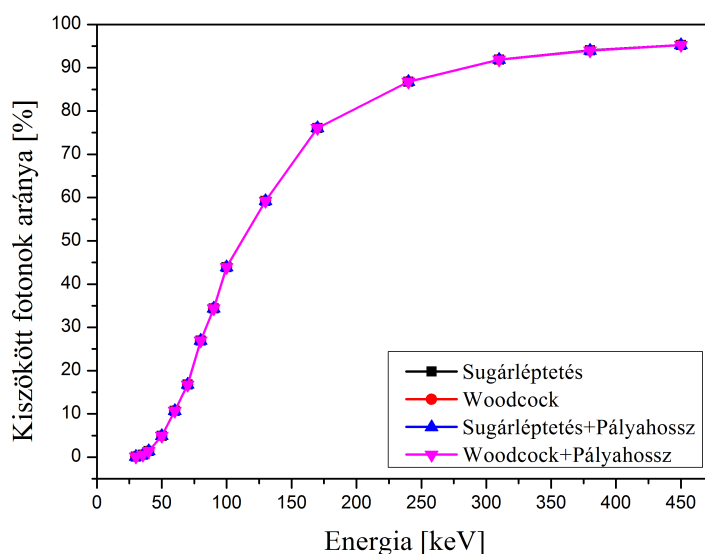
és mivel energiatárolás nem virtuális ütközésenként történik, hanem a voxelekből való kilépéskor, illetve ebben az esetben az energia és a részecskesúly szorzatának 0,5 keV alá csökkenésekor, így a memóriaműveletek száma megközelíti a pályahossz-becslő használata nélkül tapasztalható. Az energiatárolások számát az is csökkenti, hogy 8,15 keV-on a víz teljes makroszkopikus hatáskeresztmetszete eléri a  $10 \text{ cm}^{-1}$ -t, amivel az átlagos szabad úthossz 1 mm-re csökken, így egyre kevesebbszer történik meg az, hogy a foton kölcsönhatás nélkül haladjon át egy voxelen. 50 keV kezdeti fotonenergia esetén még éppenhogy gyorsabb a szóráscsökkentő módszer nélküli kód, melynél a fotonok körülbelül 4,9%-a jut ki a geometriából. Kicsivel ez alatt van az a pont, amikor ugyanolyan gyors minkét programverzió. 100 keV alatt általánosan elmondható, hogy egyre nő a fotoeffektus valószínűsége, így csökken a fotonok által megtett út a geometriában, amivel csökken a futási idő is.



3.6. ábra. Futási idők a fotonenergia függvényében, ezüstforrás mellett.

Megfigyelhető, hogy sugárléptetésnél 100–170 keV között még egy kicsit emelkedik, de afölött már alig változik a futási idő. Ennek az az oka, hogy gyakorlatilag az összes foton kijut a geometriából – még ha lecsökkent súllyal is –, így mindegyik útját végig kell követni a voxeleken keresztül. Nagyobb energiák felé haladva a Compton-szórás hatáskeresztmetszete is csökken, amit követ a kölcsönhatások száma is, és a fotonok geometriában megtett átlagos úthossza is, ezért a futási idők enyhén csökkennek.

A Woodcock módszerrel történő szabad úthossz sorsolás esetén 100 keV fölött sokkal jelentősebb a futási idő csökkenése, mivel a fotonok egyre kevesebb lépéssel jutnak



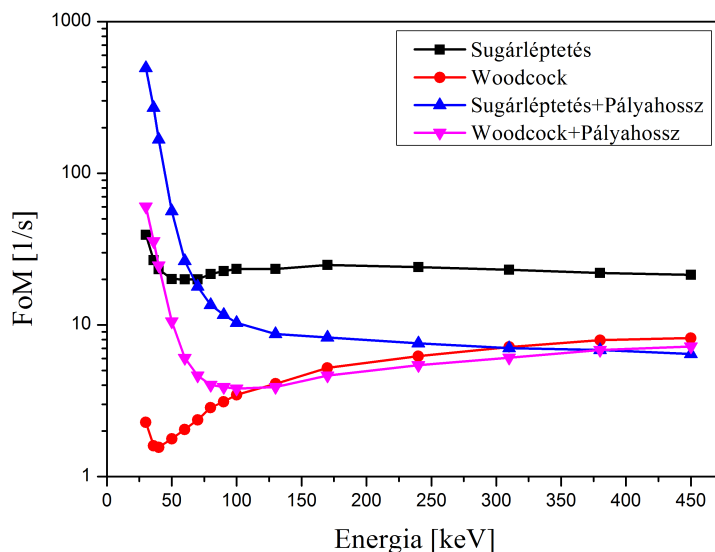
3.7. ábra. A kiszökött fotonok aránya a fotonenergia függvényében, ezüstforrás mellett.

ki a geometriából. Azért tud ilyen mértékben csökkenni a pályahossz-becslő használata mellett is a futási idő, mert a majoráns hatáskeresztmetszet – azaz az ezüst hatáskeresztmetszete – jelentősen csökken, így megnő a virtuális ütközések között megtett távolság, és így egyre kevesebb lesz a memóriaművelet is. 122,16 keV mellett az ezüst makroszkopikus hatáskeresztmetszete már csak  $10 \text{ cm}^{-1}$ , azaz a virtuális ütközések közötti távolság eléri az 1 mm-t, vagyis a voxelek szélességét. A kölcsönhatások számának csökkenése azt eredményezi, hogy 380 keV-on még a pályahossz-becslővel kiegészített Woodcock is gyorsabb, mint a pályahossz-becslővel kiegészített sugárléptetés.

A futási idők és a szórás – pontosabban a szórásnégyzet – fotonenergia függésének összesített eredménye, azaz a FoM fotonenergia függése látható a 3.8. ábrán.

A pályahossz-becslő nélkül – nem meglepő módon – a sugárléptetés minden energián jobbnak bizonyult, hiszen azonos szórásértékeket produkált kisebb futási idők mellett. A pályahossz-becslő nagyobb energiákon; sugárléptetésnél 70 keV, Woodcock módszernél 130 keV fölött nem vezetett eredményre, hiszen nagyobb mértékben növelte meg a futási időt, mint amennyire csökkentette a szórásnégyzetet. Ennél kisebb energiákon azonban a szórás akár 80%-os csökkentésével sikerült lényegesen nagyobb FoM értékeket elérni mindkét szabad úthossz sorsoló eljárás esetében. Olyan mértékű ez a szórásnövekedés, hogy a 40 keV-os fotonenergia esetén 8,5-szer lassabb Woodcock módszerrel is hatékonyabban működik az M-CSIBE program, mint pályahossz-becslő nélkül, sugárléptetéssel. A leg-

jobb eredményt 30 keV-on sikerült elérni, ahol sugárléptetésnél 12,6-szeresére, Woodcock módszernél pedig 26,5-szeresére nőtt a kód hatásfoka.



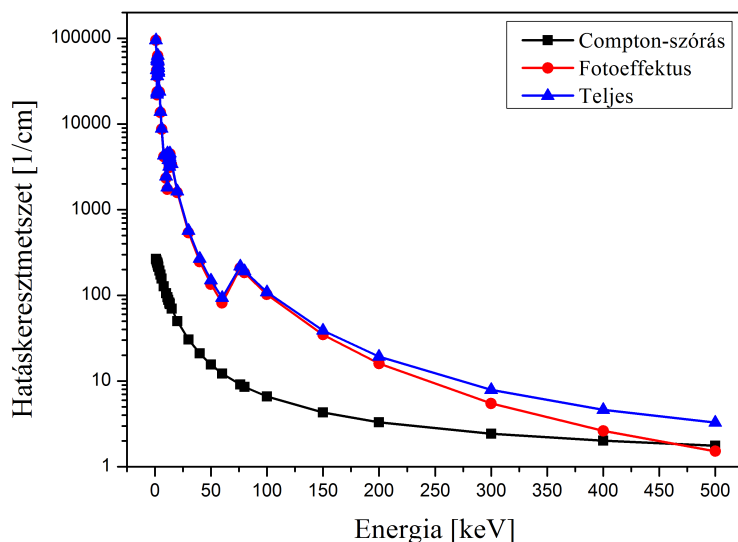
3.8. ábra. FoM a fotonenergia függvényében, ezüstforrás mellett szemilogaritmikus skálán ábrázolva.

## Íridiumforrással kapott eredmények

Az irídium- és ezüstforrással végzett szimulációk közötti legnagyobb különbséget az adja, hogy előbbi makroszkopikus hatáskeresztmetszete minden energián nagyobb, és 76,111 keV-nál található benne a K-él, nem pedig 25,514 keV-nál, ami nagyban befolyásolja az eredményeket [18]. Az említett energiatartományon 2,3-szeresére ugrik a hatáskeresztmetszet, ahogy az a 3.9. ábrán is látható. Szintén kiemelendő, hogy a fotoeffektus hatáskeresztmetszete egészen 464 keV-ig dominálja a teljes hatáskeresztmetszetet, míg ezüstben ez csupán 230 keV-ig van így.

A 3.10. ábrán látható a szórás fotonenergia függése, melyen a 80–90 keV körüli csúcs a legszembevetőbb különbség az ezüstben kapott görbékhez képest. Kis energián itt is megmutatkozik a pályahossz-becslő módszer szóráscsökkentő hatása, viszont 80 keV-ig rendkívüli mértékben megnő az eredmény szórása a korábban említett K-élnek köszönhetően. Itt ugyanis az történik, hogy a foton kezdeti energiája eléri az irídium atom K-héján lévő elektronjainak kötési energiáját, azaz képes lesz ezeket 'kilökní', így ugrászerűen megnő az abszorpciós hatáskeresztmetszet. Ennek pedig az az eredménye, hogy





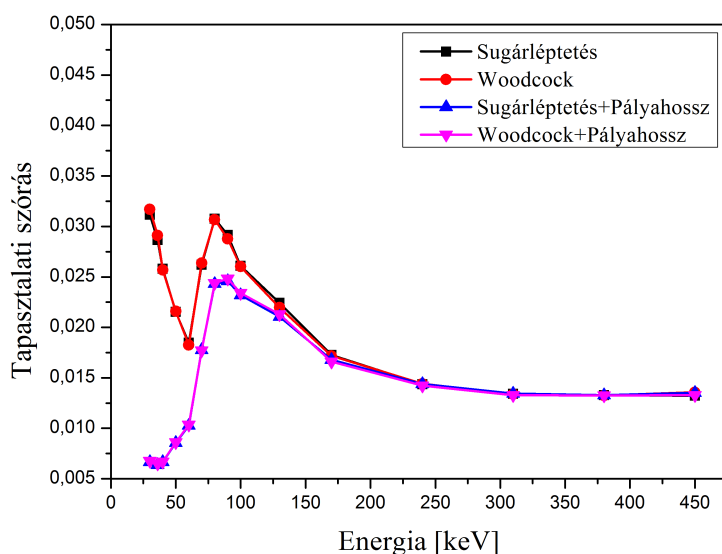
3.9. ábra. A hatáskeresztmetszetek energia függése irídiumban.

kevesebb foton jut ki a forrásból, ami értelemszerűen megnöveli az eredmények szórását. Mindezt alátámasztja a 3.11. ábra, melyen jól megfigyelhető a referenciavoxelben leadott összes energiában bekövetkező esés 70 és 80 keV-nál. A 70 keV-nál bekövetkező csökkenés fizikailag indokolatlan, csupán az okozza, hogy a hatáskeresztmetszeteket tartalmazó fájlban csak 60 és 76,11 keV-hoz tartozó hatáskeresztmetszetek találhatóak, így a köztes energiaértékeken az M-CSIBE lineáris interpolációt végez, ami a valóságosnál nagyobb hatáskeresztmetszeteket eredményez. A brachyterápiás szempontból fontos 380 keV-os fotonok esetén ez az interpoláció feltehetően nem okoz számottevő hibát.

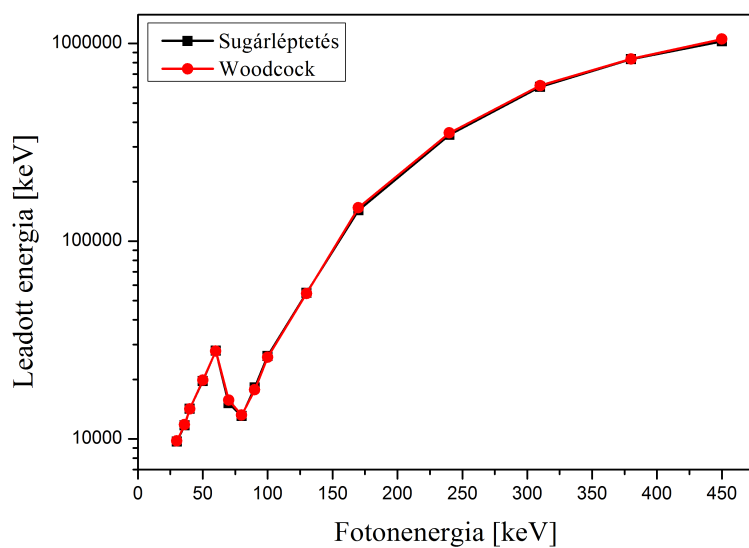
Nagy energiákon ismét azt tapasztaljuk, hogy a 3.12. ábrának megfelelően annyira lecsökken a fotoeffektussal leadott energia aránya az összes – azaz a Compton-szórással leadott energiához képest, hogy a pályahossz-becselő eljárásnak nincsen számottevő szóráscsökkentő hatása.

A 3.13. ábrán látható futási időket vizsgálva a hasonló vonások mellett felfedezhető az összes irídium és ezüst közötti különbség hatása is.

A pályahossz-becselő eljárás itt is általánosan megnövelte a szimulációk időtartamát, kivéve a kis energiás fotonokkal, Woodcock módszerrel végzett futtatások esetén. Nincs változás a nagy kezdőenergiával, Woodcock módszerrel végzett futtatásokban sem, a futási idők ugyanolyan okból csökkennek, mint az ezüstnél, azaz egyre több foton szökik ki a geometriából, egyre kevesebb kölcsönhatással, ezt mutatja a 3.14. ábra is. A legkisebb energián pedig ismét a forrásban megtett úttal együtt csökken a futási idő is.



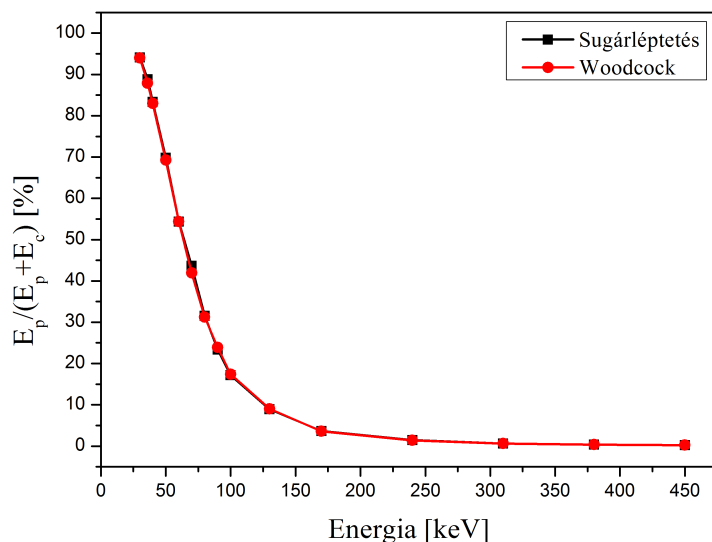
3.10. ábra. Tapasztalati szórás a fotonenergia függvényében, irídiumforrás mellett.



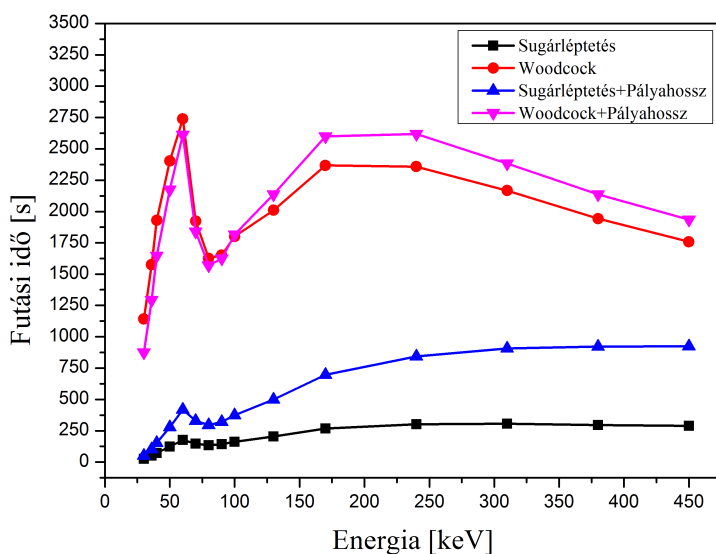
3.11. ábra. A referenciavoxelben leadott összes energia a fotonenergia függvényében, irídiumforrás mellett, szemilogaritmikus skálán ábrázolva.

Az egyik szembetűnő különbség az, hogy jóval nagyobb energia kell ahhoz, hogy az összes foton kijusson a forrásból és a geometriából, így sugárléptetés esetén később áll be az a majdnem konstans érték, amely a fotonok voxeleken át történő követése és az energiatárolások miatt áll be.

Egy másik eltérést a nagyobb (majoráns) hatáskeresztmetszetek, és így a kisebb vir-



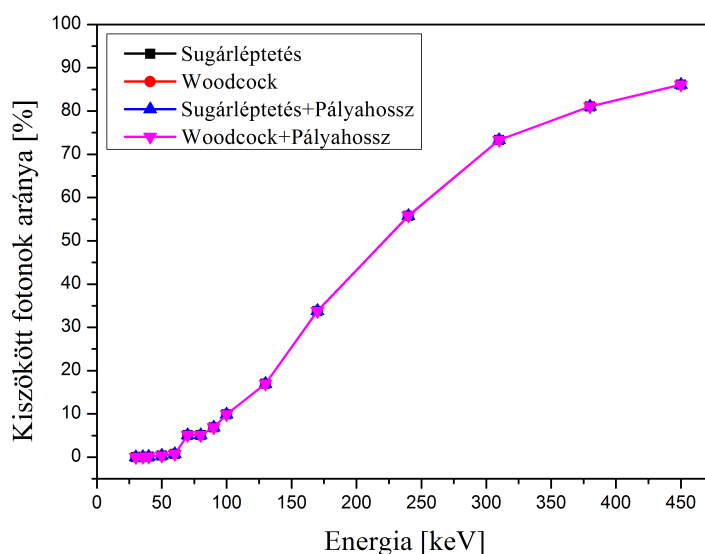
3.12. ábra. A fotoeffektussal leadott energia százalékos aránya az összes leadott energiához képest a referenciavoxelben, irídiumforrás mellett.



3.13. ábra. Futási idők a fotonenergia függvényében, irídiumforrás mellett.

tuális ütközések közti távolságok okoztak, mivel ezek Woodcock módszernél annyira megnövelték a futási időket, hogy még a legnagyobb energián is majdnem kétszer olyan sokáig tartott a szimuláció, mint a pályahossz-becslővel "lelassított" sugárléptetésnél.

A K-él itt is jelentősen befolyásolta a eredményeket; 70–80 keV energián erősen csökkentek a futási idők, hiszen a forrás megnövekedett abszorpciós hatáskeresztmetszetének



3.14. ábra. A kiszőkötött fotonok aránya a fotonenergia függvényében, irídiumforrás mellett.

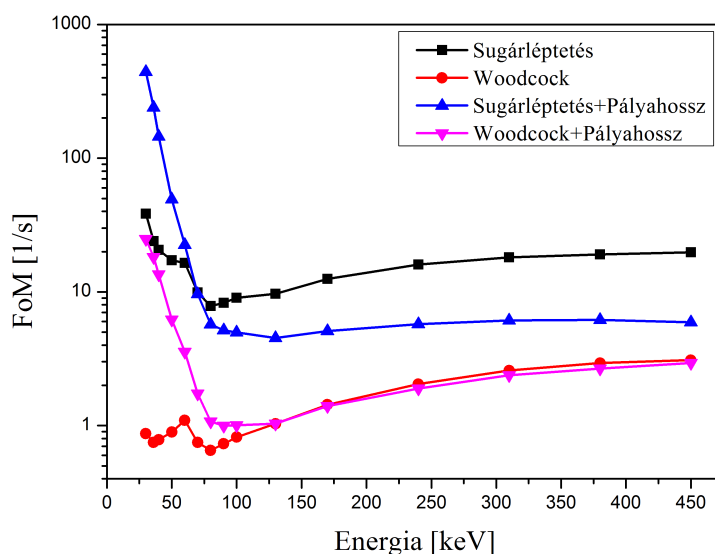
köszönhetően hirtelen kevesebb foton tudott kijutni a forrásból, ami kevesebb számítással és energiátárolással járt. A futási idő növekedését ezután ismét az okozza, hogy egyre több foton jut ki a forrásból, majd nagy energiákon a korábban említett jelenségek érvényesülnek.

A FoM-ek 3.15. ábrán látható fotonenergia függése nagyon hasonló jelleget mutat, mint az ezüsthálónál látottak.

A nagyobb hatáskeresztmetszeteknek köszönhetően a Woodcock módszer lemaradása tovább nőtt a sugárléptetéssel szemben, mégpedig olyannyira, hogy még a pályahosszbecslővel együtt is minden energiánál alul marad a sugárléptetéssel szemben.

Nagy energián a pályahossz-becslő eljárásnak itt is a futási idő növelő tulajdonsága érvényesült, nem a szóráscsökkentő, viszont a futási időket kevésbé növelte meg, mint ezüstforrás esetén, így itt kevésbé rontotta a hatásfokot.

Kis energián viszont ismét kiemelkedő eredményt sikerült elérni vele; a legkisebb 30 keV-os energián a sugárléptetés hatásfokát 11,5-szeresére, a Woodcock módszerét pedig 28,6-szeresére növelte meg. A küszöbenergia, amely alatt érdemes használni ezt az eljárást, ismét 70 illetve 130 keV-nak adódott.



3.15. ábra. FoM a fotonenergia függvényében, irídiumforrás mellett szemilogaritmikus skálán ábrázolva.

## 3.2. A Siccki módszer eredményei

Marsicki Roland a  $p = 0,91$ -os paraméterértéknél találta meg az eljárás optimumát 2 mm-es felbontás mellett, 1 darab irídium voxelből indított 380 keV-os fotonok esetén. 1 mm-es felbontás mellett ugyanilyen elrendezésben, illetve ezüstvoxelből indított, 35,5 keV-os fotonok mellett sem sikerült ennél ideálisabb értéket találnom, így minden futtatást ezzel végeztem el.

### Ezüstforrással kapott eredmények

Az ezüstforrás esetén  $10^9$  darab 35,5 keV-os kezdőenergiájú fotont szimuláltam. Az eredmények a 3.1. táblázatban találhatóak.

Ahogy a korábbiakban láttuk, a szóráscsökkentő módszer nélküli programverziók közül a sugárléptetésnek nagyobb a hatásfoka, mely több mint tízszeresére növelhető a pályahossz-becslő használatával. Érdekes módon a Siccki módszer mindkét szabad úthossz sorsolás mellett csak akkor csökkentette a szórást, ha a pályahossz-követést is alkalmazta a program. Ilyenkor viszont a program futási ideje körülbelül kétszeresére nőtt meg, így összességében kisebb FoM értékeket kaptunk a Siccki módszerrel való kiegészítéssel, mint a pusztán pályahossz-becslőt alkalmazó kódverzióknál. A pályahossz-becslő

Szabad úthossz sorsolás	Szóráscsökkentő módszer	Tapasztalati szórás [%]	Futási idő [s]	FoM [1/s]
Sugárléptetés	-	2,494	60,51	26,57
	Siccki	2,501	59,51	26,86
	Pályahossz	0,538	118,72	291,07
	Pályahossz+Siccki	0,409	258,50	230,73
Woodcock	-	2,457	1001,68	1,65
	Siccki	2,499	998,03	1,60
	Pályahossz	0,544	902,23	37,48
	Pályahossz+Siccki	0,408	1728,23	34,79

3.1. táblázat. Ezüstforrás mellett kapott eredmények.

nélküli kódoknál a Siccki módszer némiképp csökkentette a futási időt, így lényegesen nem változott meg a FoM. Sugárléptetés mellett egy kicsivel nőtt, Woodcock mellett pedig kicsit csökkent a kód hatékonysága.

Összességében tehát ebben a rendszerben a Siccki módszerrel nem sikerült jobb eredményeket elérni, így a Woodcock módszer lassúsága miatt továbbra is a sugárléptetést és pályahossz-becslőt alkalmazó programverzió a leghatékonyabb.

## Iridiumforrással kapott eredmények

Az iridiumforrás esetén  $10^9$  darab 380 keV-os kezdőenergiájú fotont szimuláltam. Az eredmények a 3.2. táblázatban találhatóak.

Szabad úthossz sorsolás	Szóráscsökkentő módszer	Tapasztalati szórás [%]	Futási idő [s]	FoM [1/s]
Sugárléptetés	-	1,329	296,75	19,08
	Siccki	1,271	289,57	21,36
	Pályahossz	1,327	921,06	6,17
	Pályahossz+Siccki	1,271	979,65	6,32
Woodcock	-	1,325	1943,22	2,93
	Siccki	1,265	1955,89	3,20
	Pályahossz	1,325	2135,87	2,67
	Pályahossz+Siccki	1,274	2142,58	2,87

3.2. táblázat. Iridiumforrás mellett kapott eredmények.

A korábbi eredményeknek megfelelően a szóráscsökkentő nélküli kódverziók közül lát-

hatóan a sugárléptetés van előnyben a Woodcock módszer hatalmas futási idejei miatt, a pályahossz-becslő pedig nem növeli a hatékonyságot. A Siccki módszer eredményesen csökkenti a szórást mindkét esetben, sőt, még a pályahossz-becslő mellett is. Mivel a futási időket csak kis mértékben növeli meg, illetve a szóráscsökkentő nélküli sugárléptetésnél még csökkenti is, ezért minden esetben nagyobb FoM értékeket eredményezett a Siccki módszer használata.

Összesítve tehát az irídiumforrást tartalmazó elrendezésben már sikerült megnövelni a hatékonyságot a Siccki módszer alkalmazásával. Így a Woodcock módszer lassúsága, és a pályahossz-becslő kifejezetten negatív hatása miatt a Siccki módszerrel kiegészített sugárléptetés a jelenlegi programverziók közül a legmegfelelőbb ebben a rendszerben.

Könnyen feltűnhet, hogy messze elmaradt a FoM növekedése a Marsiczki Roland munkájánál említett majdnem 7-szeres növekedéstől. Ennek egyik oka, hogy ő 2 mm-es felbontással dolgozott, amelynél a szórásnégyzet reciproka körülbelül 1,2-szeresére nőtt meg. A program jelenlegi verziója ugyanekkora növekedést tud elérni azonos felbontás mellett, viszont 1 mm-es felbontás esetén ez a növekedés csak 1,09-szoros. A másik ok az, hogy a szóráscsökkentő nélküli sugárléptetés futási ideje már nem csökken le 5,58 részére a Siccki módszer alkalmazásával. Ez minden bizonnyal a kódban azóta bekövetkezett fejlesztések eredménye, hiszen maga a futási idő sugárléptetés esetén harmadrészére csökkent.

## 4. fejezet

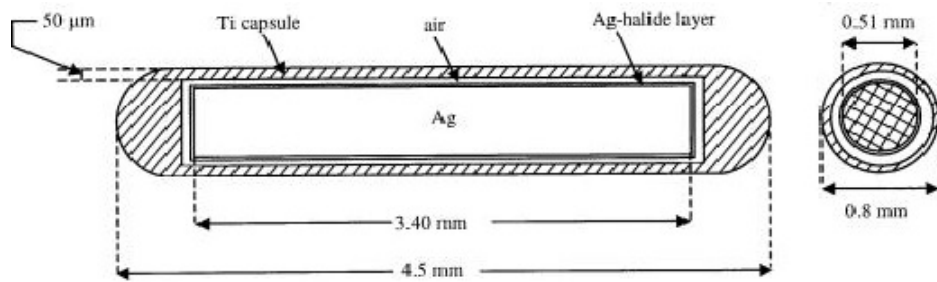
# Forrásmodell fejlesztése

A pontos szimulációk elvégzéséhez elengedhetetlen a megfelelő forrásmodell használata. A korábbiakban kiterjedt források vizsgálatakor a voxelekre osztott geometriában nem volt lehetőség görbült felületek definiálására, ezért mindig téglatesttel kellett közelíteni a jellemzően hengerszimmetrikus forrásokat. A milliméteres felbontás mellett ez azt eredményezte, hogy a forrásmodellek mérete nagyobb volt a valóságban használtakénál, és a forrásmagtól egészen eltérő összetételű és sűrűségű borítást sok esetben teljesen el kellett hanyagolni. Éppen ezért fontos előrelépés a program életében, hogy most már pontos méretű és összetételű forrásmodellel is végezhetünk futtatásokat.

Az első forrás, melynek pontos geometriáját felhasználja a program a Nucletron cég SelectSeed I-125 modellje, melynek felépítése a 4.1. ábrán látható [19]. A forrás három fontos részből áll: ezek az ezüst mag (seed), a titán kapszula és a kettő között lévő levegő. A magot egy nagyon vékony,  $3\ \mu\text{m}$ -es ezüst-halogenid ( $\text{AgCl}/\text{AgI}$ ) réteg borítja, melyet elhanyagoltam a modell felépítésében, mivel biztosan nem okozna mérhető eltérést a szimulációkban, viszont megnövelné a futási időt, és tovább bonyolítaná a kódot. A második közelítés, mellyel élnem kellett, az, hogy a magot a titán kapszula által körülzárt térrész közepére rögzítettem, ezzel elhanyagolva annak körülbelül  $0,147\ \text{mm}$ -es hosszanti, és  $0,092\ \text{mm}$ -es sugárirányú szabad elmozdulásának lehetőségét. Figyelembe véve, hogy a levegőnek elhanyagolhatóan kicsi a befolyásoló hatása a fotonokra, ez a közelítés sem okozhat számottevő eltérést az eredményekben.

A sugárléptetés megvalósításához arra van szükség, hogy a program meghatározza a forrásból kiinduló, vagy azon áthaladó fotonok útjának metszéspontjait, a forrás különböző anyagainak felületeivel. Mivel ennek megvalósítása és tesztelése rendkívül körülmé-

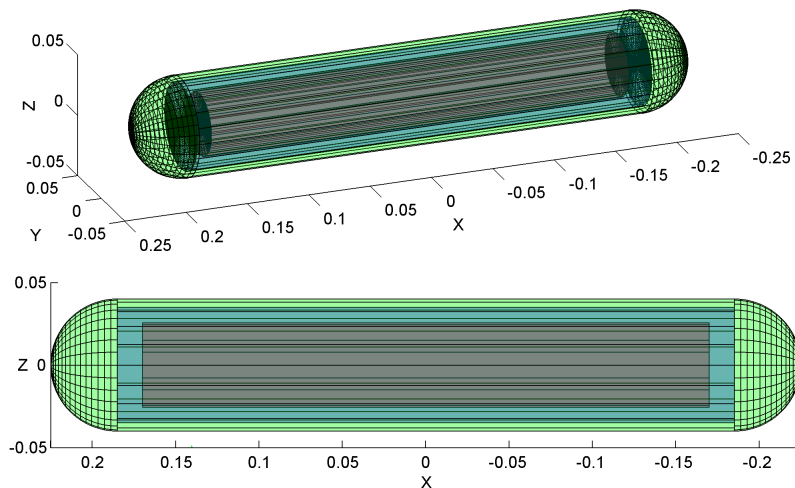




4.1. ábra. SelectSeed I-125 forrás anyagai és méretei.

nyes lett volna magában az M-CSIBE programban, ezért először MATLAB környezetben hoztam létre az algoritmust, és csak a végleges mindenféle próbának alávetett verziót ültettem át CUDA C/C++ környezetbe.

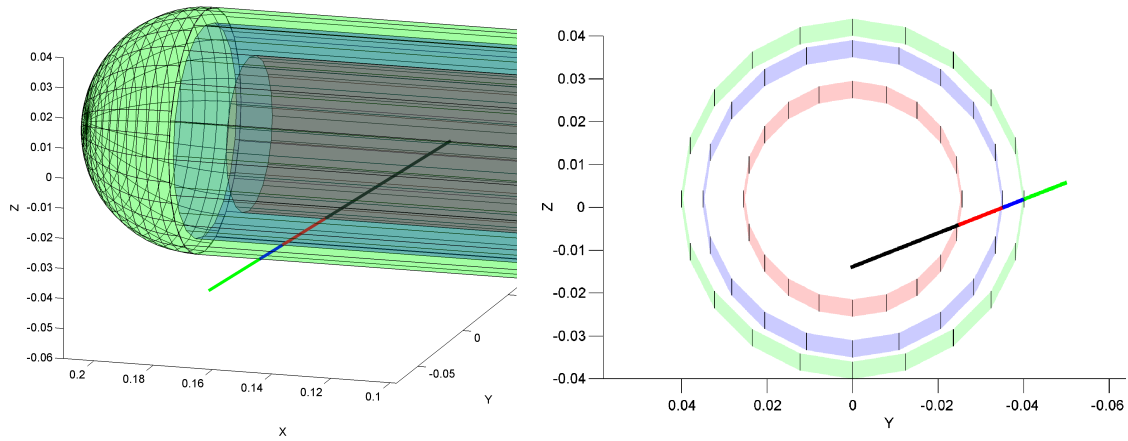
Kihasználtam, hogy a MATLAB-ban aránylag könnyű háromdimenziós ábrákat készíteni, így vizuálisan is ellenőrizni tudtam a forrásmodellt, és az algoritmus helyes működését. A 4.2. ábrán a valós méretű háromdimenziós forrásmodell, és annak egy kétdimenziós vetülete látható.



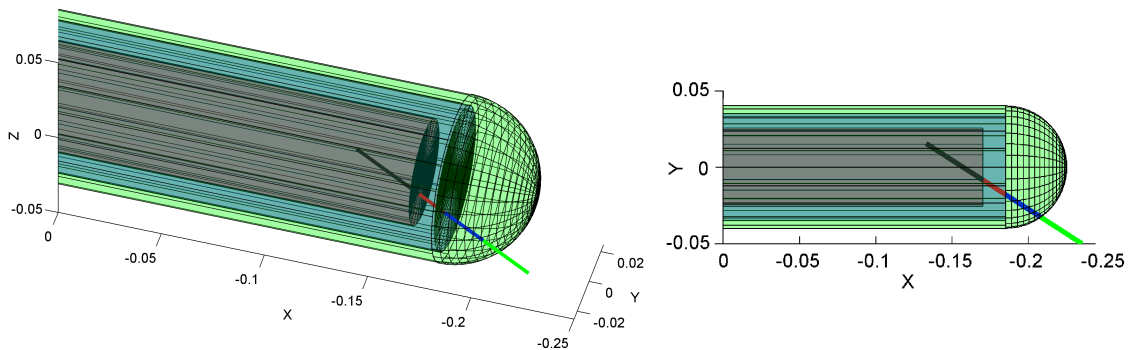
4.2. ábra. A háromdimenziós forrásmodell, és egy kétdimenziós vetülete MATLAB környezetben.

A 4.3. és 4.4. ábrákon a forrásmagból induló fotonok útja látható. Fekete vonal jelzi a magon belül, piros a levegőben, kék a kapszulában, zöld pedig a forráson kívül megtett utat. Ez az algoritmus nem számol szabad úthosszt, és nem szimulál kölcsönhatásokat, így a foton útja mindig egy egyenes. A hangsúly azon van, hogy az algoritmus megtalálja a különböző felületekkel való metszéspontokat, így meg tudja határozni az adott anyagokban megtett úthosszakat még akkor is, ha a foton a 4.4. ábrán látható módon a forrás szélén lévő félgömbön keresztül lép ki a forrásból.

A fotonléptető algoritmust kibővítettem úgy, hogy az alkalmas legyen a forráson kí-



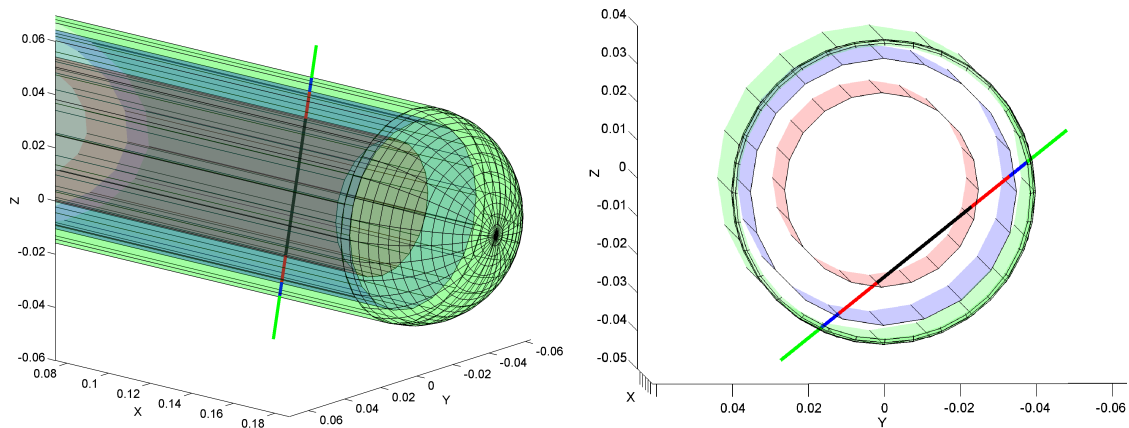
4.3. ábra. A forrás magjából kiinduló és az oldalán kilépő foton útja a különböző anyaghatárokon keresztül.



4.4. ábra. A forrás magjából kiinduló és annak szélén lévő félgömbön keresztül kilépő foton útja a különböző anyaghatárokon keresztül.

vülről érkező fotonok mozgására is az anyaghatárokon keresztül. Így egy tetszőleges irányban és ponton beérkező, vagy a forrás bármely pontjából kiinduló fotont képes kezelni. Utóbbira a forrásban kölcsönhatásba lépő, majd új irányba elinduló fotonok miatt van szüksége a programnak. Egy a forráson kívülről érkező és azon áthaladó foton útjára látható példa a 4.5. ábrán.

Mivel a szimulációk továbbra is voxelizált geometriában történnek, a forrást virtuálisan egy  $5 \times 1 \times 1$  voxelből álló téglatest közepére helyeztem. Az algoritmus – ahogyan az a korábbi ábrákon is látható – ennek a téglatestnek a faláig lépteti a fotonokat, ahonnan már használható az eddig is használt sugárléptetés algoritmus. Ez az új kódrészlet tehát csak egy kibővítése a jól működő sugárléptetésnek, amely akkor kap szerepet, ha a foton belép a forrást körülvevő öt voxelek egyikébe. Ez a módszer azzal a megkötéssel jár, hogy a forrás jelenleg csak a geometria három tengelyének megfelelő irányában állhat. A későbbiekben úgy kell majd módosítani ezt az eljárást, hogy a forrás tetszőleges irányban



4.5. ábra. A forráson kívülről érkező és azon áthaladó foton útja a különböző anyaghatárokon keresztül.

állhasson.

A kód átültetése sikeres volt az M-CSIBE programba, ahol kiegészült a szabad úthossz sorsolással, így a fotonok kölcsönhatásba is léphetnek a forrással, ami általában az irányvektor megváltozásával is jár. A végső algoritmust kompatibilissé tettem a pályahosszkövetéssel és a Siccki módszerrel is. Utóbbi esetében a forrás mindhárom rétegén keresztül juttatja ki az algoritmus a fotonokat, melyek súlya a levegő miatt nem csökken, így itt kényszerített ütközés sem történhet.

## 5. fejezet

# CT-képek beolvasása

Az M-CSIBE programot kezelő MATLAB függvényt úgy módosítottam, hogy képes legyen DICOM formátumú CT-képek beolvasására, és egy egyszerűsített szegmentálási algoritmussal a levegő, csont- és a lágyszövetek megkülönböztetésére [20]. Így tehát egy CTkép feldolgozásával már valós anyageloszlás mellett is végezhetünk szimulációkat.

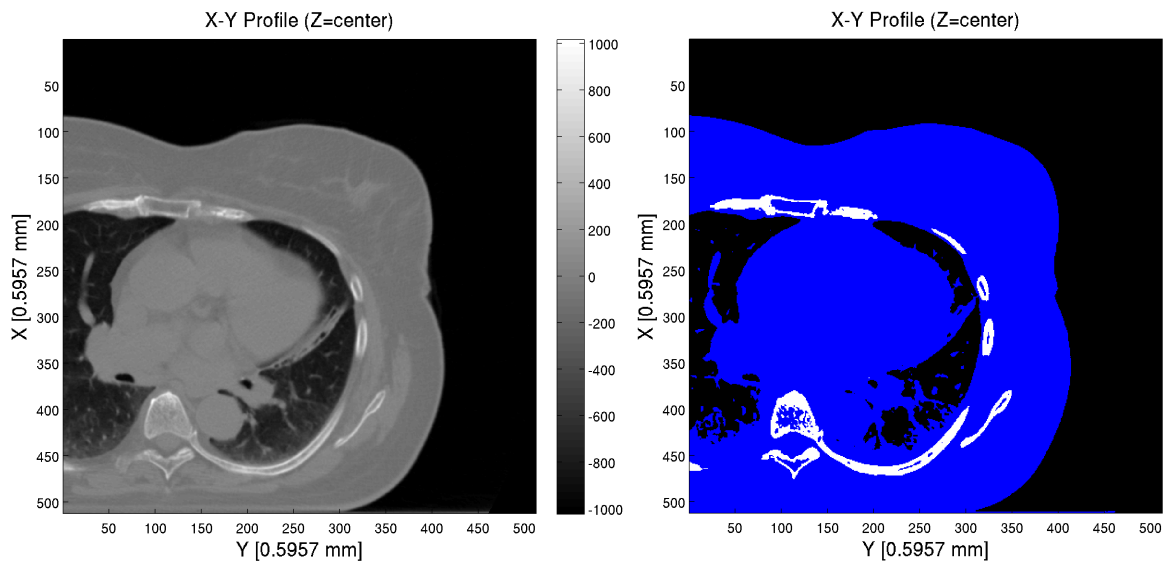
A DICOM fájl beolvasása után a MATLAB függvény létrehozza a 3 dimenziós anyageloszlás tömböt a program számára. Ehhez első lépésben a fájlban tárolt értékekből, valamint a hozzájuk tartozó skálafaktorból és eltolási értékből meghatározza az egyes voxelekhez tartozó Hounsfield értékeket, vagy más néven CT számokat. Ezután ezekről eldönti, hogy beleesnek-e a félempirikus módon meghatározott -620–160 HU-os tartományba, amelynél kisebb értékek esetén levegő, a nagyobbaknál csont kerül a megfelelő voxelbe. A tartományon belüli értékek mind különböző lágyszövetekhez tartoznak, melyek helyére víz kerül majd a szimulációban.

A felosztás alapját az adja, hogy az emberi szervezetben a brachyterápás célokra használt fotonenergiákon ennek a három anyagtípusnak van jelentősen eltérő hatáskeresztmetszete. A levegő feltételezett sűrűsége a programban nulla – így a fotonok nem lépnek vele kölcsönhatásba. A csont az ICRU ajánlásának megfelelő összetételű és  $1,85 \text{ g/cm}^3$  sűrűségű [21][22]. A víz sűrűsége  $0,998207 \text{ g/cm}^3$ , mely szintén megfelel az ICRU szabványnak.

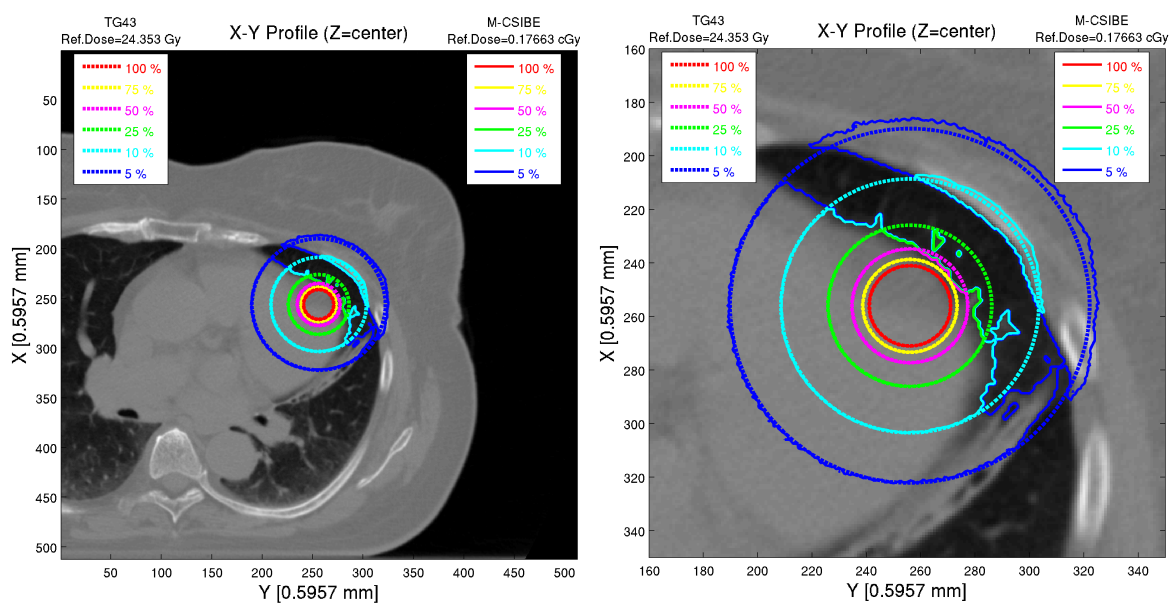
Az 5.1. ábrán egy emlőről készült CT-képsorozat egyik tagja és annak szegmentált alakja látható. Demonstrációs jelleggel egy kiterjedt  $1 \times 1 \times 6$  voxeles irídium sugárforrást helyeztem az 5.2. ábrán látható – brachyterápiás szempontból irreleváns – helyre. A két képen a  $10^9$  foton szimulációjával kapott – és a TG-43 formalizmusnak megfelelő – a dózistér izodózis görbéekkel ellátott metszetei láthatóak a CT-képen megjelenítve. A mo-

dellezett 3.1. ábrán látható Nucletron cég által gyártott  $^{192}\text{Ir}$  mHDR-v2 forrás hivatalos dózistere a TG-43 alapú Oncentra-Brachy tervező programból származott. A cél – a program demonstrációján túl – a szöveti inhomogenitásból származó eltérések kimutatása volt.

Az eredményekből jól látható, hogy a levegő figyelembevételével a 10%-os és 5%-os izodózis görbék a forrástól távolabb húzódnak, mint a homogén vízfantomot feltételező TG-43-as formalizmus dózisterénél.



5.1. ábra. CT-képszelet szegmentálása. Baloldalon egy CT-képszelet látható a hozzá tartozó Hounsfield érték skálával, jobboldalon pedig a szegmentált kép, melyen fekete szín jelöli a levegőt, kék a vizet és fehér a csontot.



5.2. ábra. Kiterjedt sugárforrással végzett összehasonlítás CT-kép alapján meghatározott anyageloszlás mellett,  $^{192}\text{Ir}$  sugárforrással. A dózis referenciapont a forrástól sugárirányban 1 cm-es távolságban volt mindkét dózistér esetén.

# Összefoglalás és kitekintés

A TDK munkám keretén belül:

- Sikerült implementálnom a pályahossz-követő algoritmust mindkét szabad úthossz sorsoló eljáráshoz, mellyel brachyterápiás szempontból fontos esetben sikerült akár kevesebb, mint hatodrészt csökkenti a szórást, és több mint tízszeresére növelni a hatásfokot.
- Átültettem a Siccki szóráscsökkentő eljárást a program egy előrehaladottabb verziójába, majd különböző esetekben teszteltem, és bizonyos releváns esetekben mérhető hatásfokjavulást tapasztaltam.
- Egy realiztikus forrásmodellt hoztam létre, melyet sikeresen ültettem be a kód minden jelenlegi verziójába.
- Megteremtettem a CT-képek beolvasásának, és így a valóság-hű anyageloszlások mellett végzett futtatásoknak a lehetőségét.

A pályahossz-becselő eljárással végzett elemzés legfontosabb tapasztalata, hogy rendkívül jó eredményeket produkál kis energiás fotonok esetén, nagy energiákon viszont nem érvényesül szóráscsökkentő hatása, és egyenesen rontja a hatásfokot.

A Siccki módszer ugyan nem váltotta be a hozzáfűzött nagy reményeket a hatásfok javulásával kapcsolatban – bár nagy energiás forrás esetén növelte azt –, viszont a szórást eredményesen csökkentette, így mindenképp érdemes lesz tovább fejleszteni és optimalizálni a problémának megfelelően.

A továbbiakban mindenképp szükség lesz az új forrásmodell validálására valamilyen általánosan elterjedt Monte Carlo kóddal (MCNP, Geant4) szemben és új források mo-

dellezésére. Emellett meg kell oldani ezek térbeli elforgatását, hogy tetszőleges helyre és irányban lehessen elhelyezni őket. Továbbá a Siccki módszer legjobb kihasználása érdekében meg kell határozni az optimális  $p$  értéket minden minden forrásra.

Mindenképp tervezem a hibrid szabad úthossz sorsoló eljárás kifejlesztését, melyről korábban is említést tettem. Ennek alapját az adja, hogy a forráson kívül a szervezet nem tartalmaz kiugró hatáskeresztmetszetű anyagokat, így a Woodcock módszer itt rendkívül gyorsan tudna működni. A forrásban való transzportot pedig a már meglévő sugárléptető algoritmus tudná hatékonyan elvégezni.

A kód jelenlegi verzióját is nagymértékben fel lehetne gyorsítani a GPU optimális kihasználásával. Ebben segít a program profilozása, melyet az NVIDIA Visual Profiler nevű programjával végzek. Ennek eddigi legfontosabb eredménye az, hogy az M-CSIBE kód nem használja ki az úgynevezett globális memóriába írásánál és olvasásánál rendelkezésre álló sávszélességet. Ennek a memóriának az elérése egy nagyon időigényes művelet, melyet a GPU gyártók úgy igyekeznek felgyorsítani, hogy egy memóriaműveletnél nem csak a megadott memóriacímen lévő adat kerül beolvasásra, hanem a szomszédos címek is. Ez azt eredményezi, hogy ha a párhuzamosan futó szálak szomszédos memóriacímekről kívánnak beolvasni, vagy oda próbálnak tárolni adatokat, akkor az egy memóriaműveletnek megfelelő idő alatt lezajlik. Ennek kihasználáshoz a memóriátvitelhez rendelkezésre álló adatsávszélességet minél jobban ki kell használni. Az M-CSIBE jelenleg ennek csupán 23%-át használja ki átlagosan a globális memóriából való olvasásakor, és még ennél is kevesebb, mindössze 17%-át az oda történő íráskor. Ez azt jelenti, hogy elméletileg négyszeres teljesítményjavulást lehetne elérni a GPU ezen tulajdonságának kihasználásával.

Egy szintén a memóriakezeléshez kapcsolódó fejlesztési ötlet az, hogy a forrás közelében lévő voxelekbe eltárolandó adatokat a globális memóriánál nagyságrendileg rövidebb elérési idejű, úgynevezett shared memóriában gyűjtse a program, majd a futás végén az összegeket írja át a globális memóriába.

Az összes futtatást GeForce GTX 690-es GPU-n végeztem, mely a világ legjobb grafikus kártyái közé tartozik, ám a Nukleáris Technika Intézet hamarosan beszerez egy ennél is jobb GeForce GTX Titant, mellyel fejlesztés nélkül is várhatóan 10–20%-kal lecsökkennek majd a futási idők.



# Irodalomjegyzék

- [1] M.J. Rivard, J.L Venselaar, L. Beaulieu, „The evolution of brachytherapy treatment planning”, *Med. Phys.*, 36:2136–53, 2009.
- [2] M.J. Rivard, B.M. Coursey, L.A. DeWerd, W.F. Hanson, M.S. Huq, G.S. Ibbott, M.G. Mitch, R. Nath, and J.F. Williamson, „Update of AAPM Task Group No. 43 Report: A revised AAPM protocol for brachytherapy dose calculations”, *Med. Phys.* 31, 633–674, 2004.
- [3] P. Papagiannis, E Pantelis, P. Karaiskos, „Current state of the art brachytherapy treatment planning dosimetry algorithms”, *Br. J. Radiol.*, 87(1041):20140163, 2014.
- [4] J.D. Owens, D. Luebke, N. Govindaraju, M. Harris, J. Krüger, A.E. Lefohn, T. Purcell, „A Survey of General-Purpose Computation on Graphics Hardware”, *Computer Graphics Forum*, 26(1):80–113, 2007.
- [5] *Cuda C Programming Guide*, PG-02829-001\_v7.5, NVIDIA, Santa Clara, California, 2015.
- [6] D. Légrády, Á. Cserkaszky, A. Wirth, B. Domonkos, „PET Image Reconstruction With On-The-Fly Monte Carlo Using GPU”, *International Conference on the Physics of Reactors 2010*, Pittsburgh, Pennsylvania, USA, 2010, pp. 1–10.
- [7] Klausz Milán, „Brachyterápiás célú GPU alapú Monte Carlo szoftver programozása”, BSc. szakdolgozat, NTT, BME, Budapest, 2014.
- [8] Klausz Milán, „Brachyterápiás célú GPU alapú Monte Carlo szoftver programozása”, TDK dolgozat, NTT, BME, Budapest, 2014.
- [9] <http://www.nist.gov/pml/data/xcom/>, 2014. május 18., 21:41
- [10] L. Koblinger, I. Lux, *Monte Carlo Particle Transport Methods: Neutron and Photon Calculations*, CRC Press, Boston, 1991.

- [11] <http://www.mathworks.com/>,  
2014. június 3., 7:17
- [12] <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/5735-plot3c>,  
2014. május 24., 02:57
- [13] P.W. Glynn, W. Whitt, „The asymptotic efficiency of simulation estimators”, *Operations Research*, 40, 505, 1992.
- [14] J. Seco, F. Verhaegen, *Monte Carlo Techniques in Radiation Therapy*, CRC Press, Boca Raton, 2013.
- [15] Marsiczki Roland, „Monte Carlo módszerfejlesztés brachyterápiás szimulátorhoz”, BSc. szakdolgozat, NTT, BME, Budapest, 2015.
- [16] J.F. Williamson, „Monte Carlo evaluation of kerma at a point for photon transport problems”, *Med. Phys.*, 14:567–576, 1987.
- [17] J. Perez-Calatayud, F. Ballester, R.K. Das, L.A. DeWerd, G.S. Iddott, A.S. Meigooni, Z. Ouhib, M.J. Rivard, R.S. Sloboda, J.F. Williamson, „Dose calculation for photon-emitting brachytherapy sources with average energy higher than 50 keV: report of the AAPM and ESTRO”, *Med. Phys.*, 39(5):2904–29, 2012.
- [18] [http://skuld.bmsc.washington.edu/scatter/AS\\_periodic.html](http://skuld.bmsc.washington.edu/scatter/AS_periodic.html),  
2015. október 24., 0:45
- [19] P. Karaiskos, P. Papagiannis, L. Sakelliou, G. Anagnostopoulos, D. Baltas, „Monte Carlo dosimetry of the selectSeed  $^{125}\text{I}$  interstitial brachytherapy seed”, *Med. Phys.*, 28(8):1753-60, 2001.
- [20] W.D. Bidgood Jr., S.C. Horii, F.W. Prior, D.E. Van Syckle, „Understanding and using DICOM, the data interchange standard for biomedical imaging”, *J. Am. Med. Inform. Assoc.*, 4(3):199-212, 1997.
- [21] R.J. McConn Jr., C.J. Gesh, R.T. Pagh, R.A. Rucker, R.G. Williams III: *Compendium of Material Composition Data for Radiation Transport Modeling, Revision 1*, Pacific Northwest National Laboratory report PNNL-15870 Rev. 1, 2011.
- [22] <http://physics.nist.gov/cgi-bin/Star/compos.pl?refer=ap&matno=119>,  
letöltés ideje: 2014. október 25., 16:37