



M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

TDK DOLGOZAT

Gyors részecskék által keltett plazmainstabilitások vizsgálata az ASDEX Upgrade tokamakon

Horváth László

Konzulensek: **Dr. Pokol Gergő**
egyetemi docens
BME Nukleáris Technikai Intézet
Nukleáris Technika Tanszék

Dr. Pór Gábor
egyetemi docens
BME Nukleáris Technikai Intézet
Nukleáris Technika Tanszék

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
2013

Tartalomjegyzék

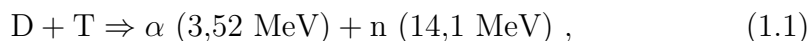
1	Bevezetés	5
2	Mérési módszerek bemutatása	9
2.1	Diagnosztikák	9
2.2	Lineáris idő-frekvencia transzformációk	11
3	Gyors részecskék által keltett plazmainstabilitások kísérleti vizsgálata	17
3.1	Módus térszerkezetének vizsgálata	18
3.2	Radiális sajátfüggvény vizsgálata	19
3.3	Modell paraméterek illesztése	23
4	Összefoglalás	27
	Irodalomjegyzék	30

1. fejezet

Bevezetés

Az emberiség energiaéhségének kielégítésére egy lehetséges megoldás az atommagok kötési energiájának felszabadítása. A könnyű atommagok egyesítésén alapuló nukleáris fúzió jövőnk energiatermelésében jelentős szerephez juthat [1]. Azonban szabályozott, földi körülmények között villamosenergia termelést mindeddig nem sikerült megvalósítani fúziós erőművekkel.

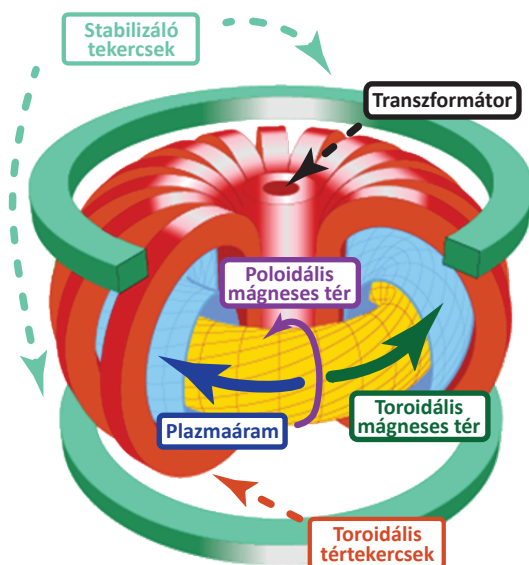
A Napban lejátszódó fúziós folyamatokkal szemben, ahol a hidrogén (^1H) különböző folyamatok [2] során héliummá (^4He) alakul át, földi körülmények között az energiatermelés a deutérium (^2H vagy D) - trícium (^3H vagy T) reakció létrehozásával valósítható meg a legkönnyebben [3]:



ahol az α -részecske a hélium atommagját jelöli.

Az energiatermeléshez termikus közegre van szükség, melynek hőmérséklete deutérium-trícium reakció esetén nagyságrendileg százmillió Kelvin. Ezen a hőmérsékleten az anyagot alkotó atomok ionizálódnak és az plazma halmazállapotba kerül. A plazma összetartásának egyik lehetséges módja a mágneses tér alkalmazása. A plazmát alkotó töltött részecskék, az elektronok és az ionok mágneses térben az erővonalak körül spirális, ún. Larmor-pályára állnak [4]. A Larmor-pálya alkalmas a plazma összetartására, hiszen nem engedi elmozdulni a részecskét a mágneses térre merőlegesen, ugyanakkor azok az erővonal mentén szabadon mozoghatnak. Az erővonalak tóruszba hajlításával a berendezés elején és végén jelentkező veszteségek problémája is megoldható. A tórusz geometriában viszont a mágneses tér inhomogenitása olyan driftet eredményez a részecskék mozgásában, mely az egész plazmát a berendezés külseje felé mozgatja. A probléma megszüntethető a mágneses erővonalak helikális felcsavarásával. Ennek egyik megvalósítási módja az 1.1. ábrán látható tokamak [5], ahol a központi transzformátor tekercs által a plazmában hajtott áram által keltett poloidális mágneses térnek köszönhetően a mágneses

erővonalak helikálisan felcsavarodnak. Az erővonal csavarodásának mértéke kifejezhető a q biztonsági tényezővel, mely megadja, hogy egy erővonal hányszor fordul körbe toroidálisan, míg poloidálisan egyszer körbe ér [6]. A tokamak berendezés axiális szimmetriájának köszönhetően a mágneses erővonalak egyensúlyban egymásba ágyazott felületekbe rendeződnek, biztosítva a plazma összetartását. A mágneses felületeken a részecskék közel szabadon mozoghatnak, így a plazma állapotjelzői nagyon gyorsan kiegyenlítődnek, míg a felületekre merőlegesen a transzport lényegesen lassabb.



1.1. ábra. Tokamak berendezés vázlatos rajza. A transzformátor tekercs által hajtott plazmaáram keltette poloidális mágneses tér helikálisan felcsavarja az erővonalakat.

A fúziós energiatermeléshez szükséges magas hőmérsékleten óriási hővesztések lépnek fel, ezért a plazma által folyamatosan leadott energiát fűtéssel kell pótolni. Ez egyrészt történhet külső fűtésekkel, másrészt önfenntartó plazmához szükség van az (1.1) reakcióban keletkező α -részecskék fűtésére. Az α -fűtés a fúziós reakcióban 3,52 MeV energiával keletkező, a plazmában összetartott α -részecskék által betáplált energia. Ehhez biztosítani kell, azt hogy a termikus sebességnél jóval gyorsabb ionok a plazmában adják le energiájukat. Elvesztésük drasztikusan lecsökkentheti a fűtési teljesítményt [7], így egy későbbi energiatermelő fúziós reaktor ezen hatások miatt csak kis-mértékű gyorsion-vesztéget lesz képes elviselni [8].

Amennyiben egy a plazmában terjedő hullám hullámhossza összemérhető a berendezés méretével, a periodikus határfeltétel következtében globális módusok alakulhatnak ki. A gyors ionok egyrészt a már a plazmában jelen-

levő módusokat gerjeszthetik, másrészt ha a gerjesztés erősebb a kontinuum csillapításnál akkor a gyors részecskék önmagukban is képesek módust keltetni [9]. Dolgozatomban az előbbi, ún. gyors részecskék hajtotta módusokkal foglalkozom. A problémát az okozza, hogy a gyors ionok által hajtott instabilitások felgyorsíthatják ezen nagy energiájú részecskék radiális transzportját, azaz leronthatják az összetartásukat.

A módusok szerkezetét az alábbi, ξ elmozdulásvektort megadó összefüggéssel lehet leírni [10]:

$$\xi(r, \theta^*, \phi, t) = \xi(r, \theta^*, t) \exp \{i(m\theta^* - n\phi - \omega t)\} \quad (1.2)$$

ahol $\xi(r, \theta^*)$ a hullámamplitúdó, ω a hullám körfrekvenciája, és (r, θ^*, ϕ) a tórusz ún. egyenes-B koordinátái [11]. A gyors ionok és a plazmahullámok közötti rezonáns kölcsönhatás eredményeképpen a módus frekvenciája időben gyorsan változik, mely jelenséget csörpnek (angolul „chirp”) hívunk. („A *csörp* angol eredetű szó - eredetileg madár csiripelést jelent -, és az akusztikus, elektromos vagy optikai jel időben változó frekvenciájára utal.” [12])

Munkám során a németországi ASDEX Upgrade tokamaknál [13] dolgozó fizikusokkal együttműködve egy olyan kísérletet vizsgáltunk, ahol a külső plazmafűtések által keltett gyors ionok hajtotta csörpölő módust figyeltek meg. Az én feladatomban az volt, hogy meghatározzam a módus frekvenciájának és amplitúdójának időbeli fejlődését, majd a hullámamplitúdó radiális függését, azaz a radiális sajátfüggvényt. Ennek érdekében a 2. fejezetben bemutatam az alkalmazott diagnosztikákat és adatfeldolgozási módszereket, majd a 3. fejezetben ismertetem az (1.2) összefüggésben szereplő $\xi(r, t)$ radiális sajátfüggvény meghatározásának irányába tett erőfeszítéseket és bemutatam, hogy a vizsgált paramétereket milyen módon lehet összekapcsolni szimulációs kódok eredményeivel. Végül a dolgot összefoglalással zárom a 4. fejezetben.

2. fejezet

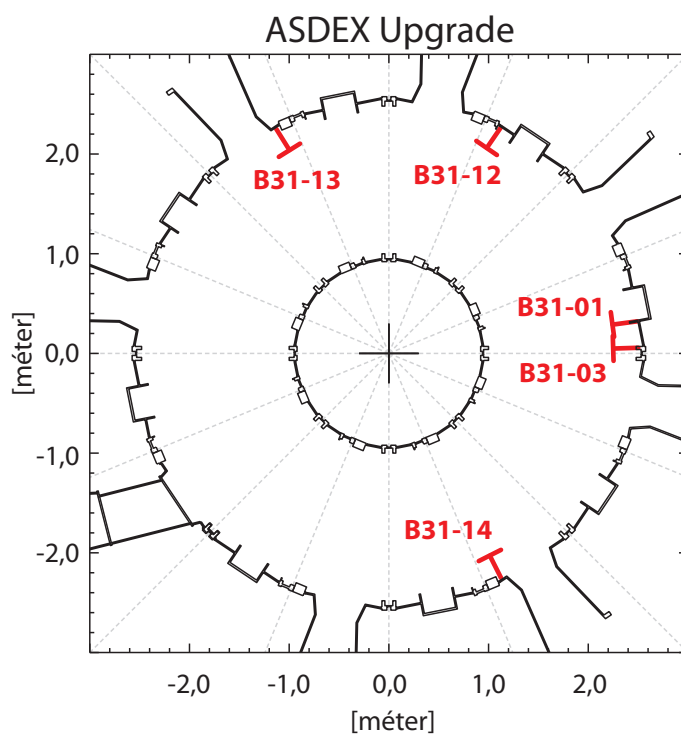
Mérési módszerek bemutatása

Jelen fejezetben bemutatásra kerülnek mind a munkám során használt mérőeszközök, mind a adatfeldolgozáshoz szükséges módszerek. A plazmában uralkodó rendkívül magas hőmérséklet különleges mérés technikai eszközök használatát követeli meg. Tokamakok alapfelszereltsége a mágneses diagnosztika és a lágy röntgen diagnosztika, melyek az általam vizsgált kísérletnek otthont adó ASDEX Upgrade tokamakokon is rendelkezésre álltak. Működési elvüket a 2.1. fejezetben ismertetem. Megfelelő adatfeldolgozási módszerek alkalmazása esetén az említett mérőeszközök segítségével vizsgálhatóak a gyors ionok által keltett plazmahullámok. Esetemben a kiindulási állapot a lineáris idő-frekvencia transzformációk szolgáltatták, melyekről a 2.2. fejezetben lesz szó.

2.1. Diagnosztikák

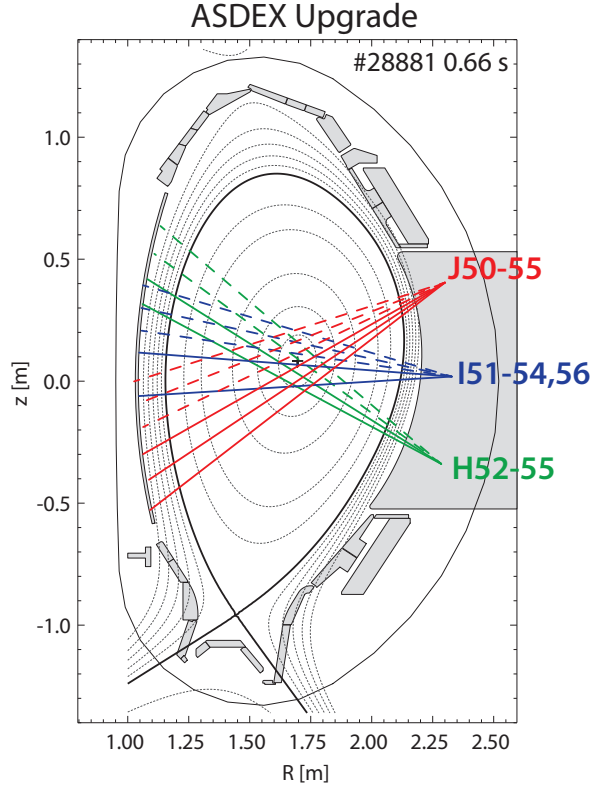
A plazmahullámok által keltett mágneses perturbáció hatását mágneses diagnosztikák [14] segítségével figyelhetjük meg. Esetünkben ezek a vákuumkamrában belül elhelyezett kis tekercek, melyek a mágneses tér egy-egy komponensének változását mérik. Az általam alkalmazott szondák a mágneses tér radiális komponensének változását mérik. A konstrukció egyszerűségének köszönhető, hogy általában nagy számban és különböző pozíciókban állnak rendelkezésre. Munkám során öt darab, 2 MHz-es mintavételi frekvenciával rendelkező, különböző toroidális pozícióban elhelyezkedő detektort használtam. Elhelyezkedésük a 2.1. ábrán látható.

A plazmahullámok okozta hőmérséklet és sűrűség változásokat a lágy röntgen (Soft X-Ray - SXR) diagnosztikával vizsgálhatjuk. Tokamak plazmában az elektronok az egymással történő ütközések következtében fékezési sugárzást bocsátanak ki, melynek legnagyobb része a lágy röntgen tarto-



2.1. ábra. Az általam használt mágneses szondák elhelyezkedése az ASDEX Upgrade tokamak felülnézeti rajzán.

mányba esik [9]. A kibocsátott sugárzás intenzitása arányos az elektronsűrűség négyzetével, az elektronhőmérséklet gyökével és az effektív töltésszámmal [15]. Szemléletesen ez úgy fogalmazható meg, hogy a lágy röntgen sugárzás intenzitása a plazma energiatartalmával arányos. A lágy röntgen sugárzást vonalintegrált módon a plazma szélén elhelyezett diódasorokkal mérik. Munkám során három, közel azonos toroidális pozícióban elhelyezkedő kamerát használtam, összesen 15 látóvonallal, melyek a 2.2. ábrán láthatóak. Az ábrán színes vonalakkal jelöltem a mágneses tengely alatti, színes, szaggatott vonalakkal a mágneses tengely feletti látóvonalakat és pontozott fekete vonalakkal az egyensúlyi mágneses fluxusfelületeket.



2.2. ábra. A lágyszintű röntgen diagnosztika által használt 3 kamerájának (I, J, H) és azok látóvonalainak elhelyezkedése az ASDEX Upgrade tokamak egy poloidális metszetében. Az ábrán színes vonalakkal jelöltem a mágneses tengely alatti, színes, szaggatott vonalakkal a mágneses tengely feletti látóvonalakat és pontozott fekete vonalakkal az egyensúlyi mágneses fluxusfelületeket.

2.2. Lineáris idő-frekvencia transzformációk

A fejezetben szereplő definíciókat Stéphane Mallat *A Wavelet Tour of Signal Processing* [16] című könyve alapján vezetem be. A lineáris idő-frekvencia transzformációk úgy állnak elő, hogy az $f(t)$ jelet idő-frekvencia atomok bázisán fejtjük ki:

$$Tf(u, \xi) = \langle f, g_{u, \xi} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) g_{u, \xi}^*(t) dt, \quad (2.1)$$

ahol a $*$ a komplex konjugálást jelöli és $g_{u, \xi}$ az idő-frekvencia atom, egy olyan komplex értékű függvény, melynek energiája jól lokalizált időben és frekven-

ciában, továbbá normált ($\|g_{u,\xi}(t)\| = 1$). Az u és ξ indexek az atom pozícióját határozzák meg az idő-frekvencia síkon. Az atom időbeli (u) és frekvenciabeli (ξ) közepét, illetve időbeli (σ_t) és frekvenciabeli (σ_ω) kiterjedését a következő képletekkel definiálhatjuk:

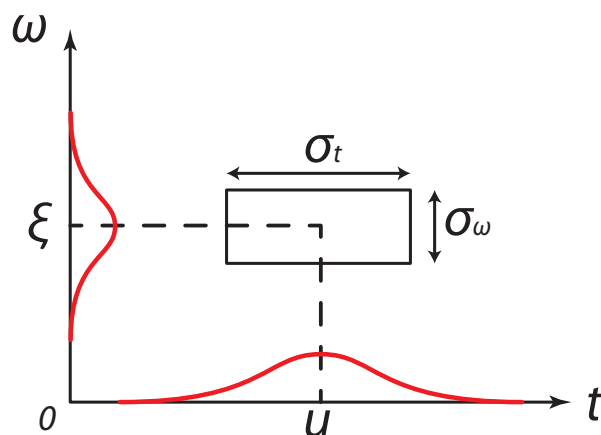
$$u = \int_{-\infty}^{+\infty} t \cdot |g_{u,\xi}(t)|^2 dt , \quad (2.2)$$

$$\xi = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega \cdot |G_{u,\xi}(\omega)|^2 d\omega , \quad (2.3)$$

$$\sigma_t^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (t - u)^2 \cdot |g_{u,\xi}(t)|^2 dt , \quad (2.4)$$

$$\sigma_\omega^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} (\omega - \xi)^2 \cdot |G_{u,\xi}(\omega)|^2 d\omega , \quad (2.5)$$

ahol G a g függvény Fourier-transzformáltját jelöli.



2.3. ábra. Idő-frekvencia atom Heisenberg-doboza.

A 2.3. ábrán látható az atom idő- és frekvenciabeli helyzetét és kiterjedését jól szemléltető Heisenberg-doboz, mely egy (u, ξ) közepű, σ_t , σ_ω oldalhosszúságú téglalap az idő-frekvencia síkon. A tengelyeken az atom burkolói láthatóak. A (2.6) határozatlansági reláció korlátozza az atom idő- és frekvenciabeli felbontását:

$$\sigma_t \cdot \sigma_\omega \geq \frac{1}{2} . \quad (2.6)$$

Tehát ha jobb idő felbontást szeretnénk elérni, azt csak a frekvencia felbontás rovására tehetjük meg és fordítva. Így nem érhetünk el egyszerre korlátlan idő és frekvencia felbontást is.

Az általam használt folytonos lineáris idő-frekvencia transzformáció estén az atomok Heisenberg-dobozai átfednek, a transzformált értékek nem lesznek függetlenek egymástól. A folytonos transzformáció legnagyobb előnye, hogy időeltolás invariáns ($T[f](t + \delta t) = T[f(t + \delta t)]$), mely elengedhetetlen feltétele a tranziens jelek vizsgálatának.

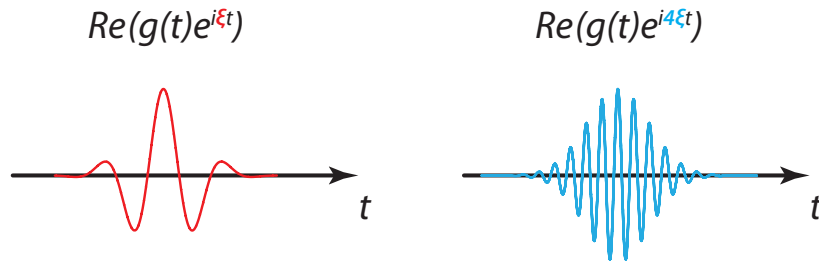
Rövid idejű Fourier-transzformáció

Munkám során rövid idejű Fourier-transzformációt (Short Time Fourier Transform - STFT) alkalmaztam, mely egy olyan lineáris idő-frekvencia transzformáció, ahol az atomcsalád a (2.7) kifejezés időbeli (u) és frekvencia-beli (ξ) eltolásával áll elő. Ennek köszönhetően a transzformált az időeltolás invariancia mellett a frekvenciaeltolásra is invariáns lesz.

$$g_{u,\xi} = e^{i\xi t} g(t - u) \quad (2.7)$$

A 2.4. ábrán azt szemléltetem, hogy a frekvenciaeltolás milyen hatással van az atomra. u és ξ folytonosan változnak, így az atomcsalád Heisenberg-dobozai egyenletesen fedik le az idő-frekvencia teret. A transzformált értékeket (2.1) alapján a következő módon számíthatjuk:

$$Sf(u,\xi) = \langle f, g_{u,\xi} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\xi t} g(t - u) dt . \quad (2.8)$$



2.4. ábra. Frekvenciaeltolás hatása Gábor-atomra.

Számításaim során mindvégig Gábor-atomot használok, mely egy időben és frekvenciában eltolt Gauss-függvény. Ekkor $g_{u,\xi}(t)$ az alábbi formában írható fel:

$$g_{u,\xi}(t) = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}\sigma_t}} \cdot \exp\{i\xi t\} \exp\left\{-\frac{(t - u)^2}{2\sigma_t^2}\right\} . \quad (2.9)$$

A Gábor-atom legkedvezőbb tulajdonsága, hogy mind idő, mind frekvencia térben az atom burkolója Gauss-függvény lesz, így a diszkrét Fourier-transzformációnál általában használat ablakfüggvényekkel - mint például bocxar- vagy Hanning-ablak - ellentétben itt hiányoznak a frekvenciatérben megjelenő mellékcúcsok [10, 17]. Ez nagyon megkönnyíti az eredmények interpretálását. Továbbá Gábor-atom esetén a (2.6) kifejezésben egyenlőség áll fenn.

Rövid idejű Fourier-transzformáció esetén a transzformált abszolútérték négyzete értelmezhető energiaeloszlásként az idő-frekvencia síkon, melyet spektrogramnak hívunk:

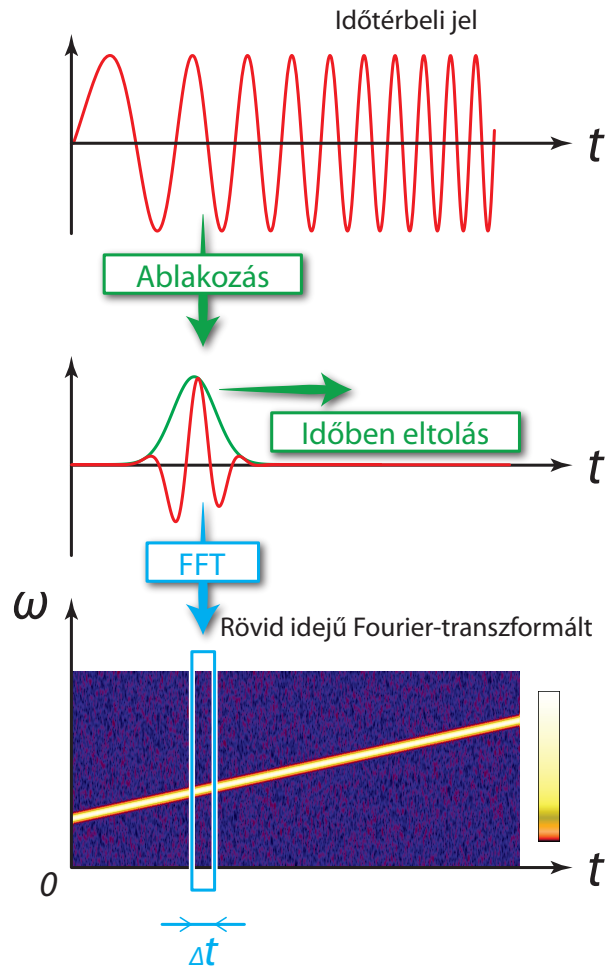
$$P_s f(u, \xi) = |Sf(u, \xi)|^2 . \quad (2.10)$$

A mérési adatok kiértékelése során mintavételezett jelek feldolgozására van szükség. Ekkor a folytonos rövid idejű Fourier-transzformációt közelítőleg tudjuk kiszámítani úgy, hogy az idő-frekvencia síkon minél sűrűbben adjuk meg a transzformált értékeket. Ebben az esetben jelentkezik a Gábor-atom azon hátránya, hogy nem kompakt tartójú. Ha a számítás elvégzéshez levágnánk a görbe végeit akkor az idő-frekvencia térben mellékcúcsok jelennek meg, így az atom elveszteni legkedvezőbb tulajdonságát. Ezen probléma hatásait a Gauss-ablak számábrázolásig történő folytatásával lehet minimálisra csökkenteni.

Diszkrét jelekre a folytonos transzformáció kiszámításának menetét szemtikusan a 2.5. ábra mutatja. Az időtérbeli, N mintavételi pontból álló jelet leablakozzuk egy időben u -val eltolt atommal. Azokat a részeket, ahol az ablak számábrázoláson belül zérus lenullázzuk, így kapunk egy, az eredeti jel hosszával megegyező hosszúságú, de már időben lokalizált energiájú jelet. Ezen a jelen elvégezzük a gyors Fourier-transzformációt (Fast Fourier Transform - FFT). Az így számított spektrum értékei lesznek az u időponthoz tartozó transzformált értékek. Ezután az ablakot eltoljuk néhány mintavételi idővel - attól függően, hogy mennyire szeretnénk megközelíteni a folytonos transzformációt - és abban a pontban is kiszámítjuk a spektrumot. Majd ezt megismételjük további mintavételi pontokban is, míg el nem érjük a számítási tartomány határát. Legjobb közelítés esetén minden mintavételi pontban kiszámítjuk a spektrumot, ekkor eredményül $N \times N$ méretű transzformáltat kapunk. A 3. fejezetben bemutatott eredmények esetében a transzformált értékeket minden második mintavételi pontban határoztam meg, mely figyelembe véve a használt Gauss-ablak 100 mintavételi pontnyi szélességét megfelelően pontos közelítés.

A rövid idejű Fourier-transzformáltak kiszámítására az NTI Wavelet Tools [18] programcsomagot használtam, melynek egyik fő fejlesztője vagyok.

Én programoztam többek között az alkalmazás grafikus felületét, az átviteli függvény [19], a hibabecslő [20] és az STFT bikoherencia [21] modult. A 3. fejezetben több különböző, idő-frekvencia transzformációra épülő módszert fogok használni, amelyeket a jobb áttekinthetőség érdekében az alkalmazásuk helyén mutatok be részletesen.

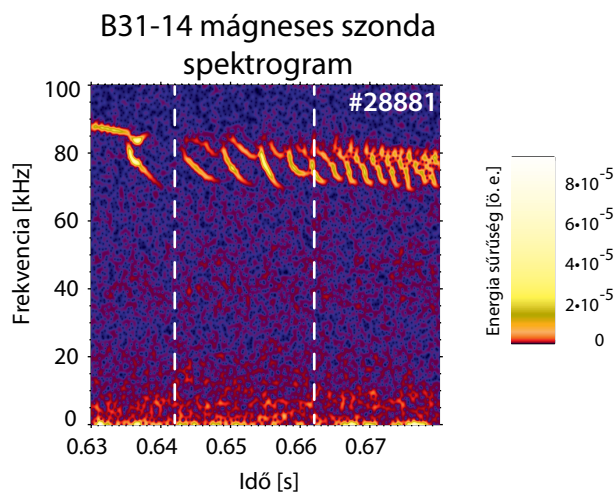


2.5. ábra. Rövid idejű Fourier-transzformáció számításának sematikus menete.

3. fejezet

Gyors részecskék által keltett plazmainstabilitások kísérleti vizsgálata

A 2. fejezetben bemutatott adatfeldolgozási módszereket jelen fejezetben az ASDEX Upgrade tokamak #28881-es kisülésében megfigyelt gyors ionok által keltett plazmainstabilitások vizsgálatára alkalmazom. A tanulmányozott [0,63 s, 0,68 s] időszakra a B31-14 mágneses szonda jeléből számított spektrogram a 3.1. ábrán látható. A 70 kHz és 80 kHz közötti sávban jelennek



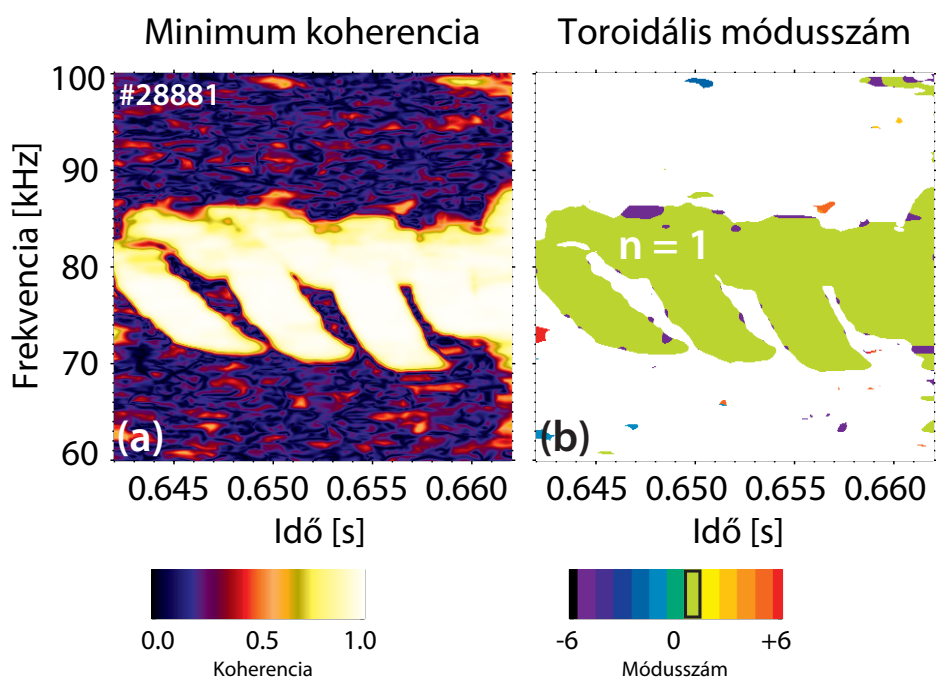
3.1. ábra. A B31-14 mágneses szonda jeléből számított spektrogram az ASDEX Upgrade tokamak #28881-es kisülésében. A továbbiakban a szaggatott vonalakkal jelölt [0,642 s, 0,662 s] időszakaszt fogom vizsgálni.

meg a csörpök. Körülbelül 80 kHz-től 70 kHz-ig csökken a módus frekvenciája, majd egy rövid szünet után újra megjelenik és periodikusan ismétlődik a jelenség. A továbbiakban a 3.1. ábrán szaggatott vonalakkal jelölt [0,642 s, 0.662 s] időszakaszt fogom vizsgálni, mivel itt a csörp periódus még kellően nagy ahhoz, hogy a csörpöket könnyen el lehessen különíteni egymástól. Elsőként a 3.1. fejezetben a módus térszerkezetét vizsgálom. Ezt követően a 3.2. fejezetben bemutatom a csörpök frekvenciájának időfejlődését és az SXR diagnosztika segítségével meghatározom a csörpök amplitúdójának időfejlődését különböző SXR látóvonalak esetén. Ezen eredményeket felhasználva kísérletet teszek a radiális sajátfüggvény meghatározására. Végül a 3.3. fejezetben bemutatom, hogy a vizsgált paramétereket milyen módon lehet összekapcsolni szimulációs kódok eredményeivel.

3.1. Módus térszerkezetének vizsgálata

A módus térszerkezetének meghatározásához elsőként megvizsgáltam a 2.1. fejezetben bemutatott mágneses szondák jelei közti idő-frekvencia koherenciát [21]. A koherencia függvényt két jelre lehet kiszámítani és 0 – 1 közötti értékeket vesz fel. Segítségével a folyamatok közti lineáris kapcsolatokat lehet kvantitatívan jellemezni. 0-hoz közeli értéket vesz fel azokban az idő-frekvencia pontokban, ahol a folyamatok között nincs lineáris kapcsolat. Az 1-hez közeli érték pedig lineáris kapcsolat jelenlétére utalhat. A számítások 5 átlagolással készültek, mely jelen esetben azt jelenti, hogy az idő-frekvencia atom időbeli kiterjedésénél ötször nagyobb négyszög ablakkal mozgó átlagolást végeztem.

Globális módusok vizsgálatánál nagyon hasznos az ún. minimum koherencia [22] kiszámítása. Ekkor minden idő-frekvencia pontban az összes vizsgált szondapár közötti koherenciából a legkisebb értéket tekintjük. Ezért a minimum koherencia értéke csak abban az esetben magas, ha az összes szondapár esetén magas volt a koherencia az adott idő-frekvencia pontban. A 3.2(a) ábrán látható, hogy a vizsgált módus esetében a minimum koherencia értéke 1-hez közeli. Ez alapján megállapítható, hogy egy globálisan koherens módusról van szó. Ebben az esetben a 2.1. ábrán látható 5 darab, különböző toroidális pozícióban elhelyezett mágneses szonda segítségével megállapítható a módus toroidális módusszáma. A számítást az NTI Wavelet Tools [18] programcsomaggal végeztem. Az eredmény a 3.2(b) ábrán látható, ahol csak azokban a pontokban ábrázoltam a toroidális módusszámot, ahol a minimum koherencia értéke 0,5 felett volt. Ez alapján a vizsgált módus toroidális módusszáma $n = 1$ -nek adódott.

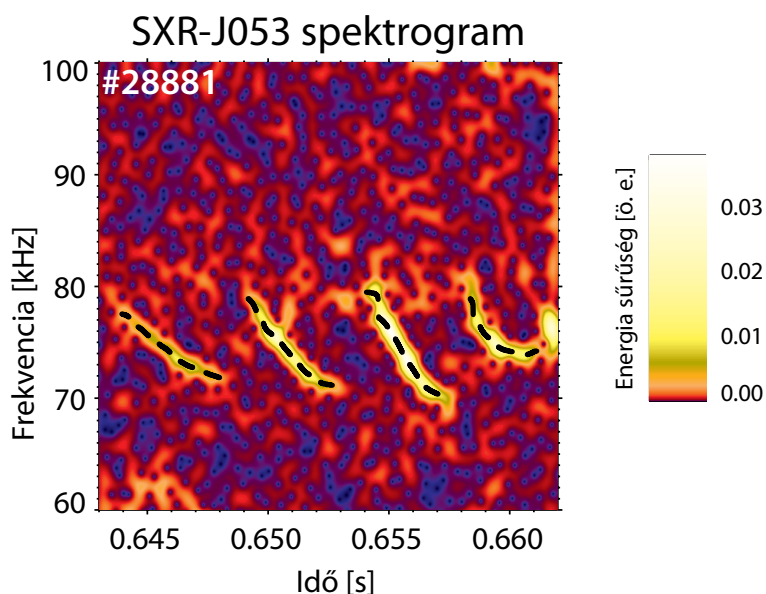


3.2. ábra. Mágneses sonda jeliből számított (a) minimum koherencia és (b) toroidális módusszám ábrák. Az 1-hez közeli koherencia értékek alapján megállapítható, hogy egy globálisan koherens módusról van szó, melynek toroidális módusszáma $n = 1$.

3.2. Radiális sajátfüggvény vizsgálata

Az lágy röntgen (SXR) diagnosztika segítségével a módusok térbeli elhelyezkedéséről is információt szerezhetünk. Munkám során a 2.1 fejezetben bemutatott, három, közel azonos toroidális pozícióban elhelyezkedő kamerát használtam, összesen 15 látóvonallal. A látóvonalak a 2.2. ábrán láthatóak: színes vonalakkal jelöltem a mágneses tengely alatti, színes, szaggatott vonalakkal a mágneses tengely felettieket. A lágy röntgen mérések vonalintegráltak, ami nagyon megnehezíti az eredmények interpretációját. Ugyanakkor elmondható, hogy egy adott detektoron mért fluktuációs amplitúdót azon mágneses fluxusfelületről érkező sugárzás dominálja, mely tangenciális a detektorhoz tartozó látóvonallal. Ezért gyakran alkalmazott módszer, hogy egy látóvonalhoz hozzárendelnek egy radiális pozíciót, mely a vele tangenciális mágneses fluxusfelület által közrezárt mágneses fluxus normált értéke [23].

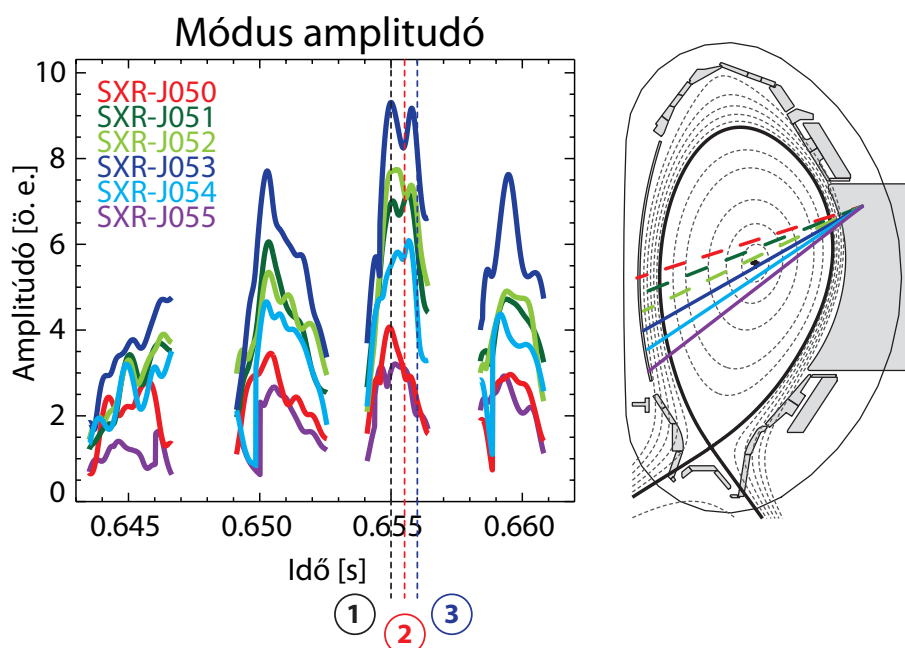
A 3.1. ábrán látható módus megfigyelhető a lágy röntgen diagnosztika jeleiből készített spektrogramokon is. A J-053-as csatorna jelének spektrogramja a 3.3. ábrán látható. A módus amplitúdójának meghatározásához elsőként a meg kell állapítani a módus frekvenciájának időfejlődését. Ennek érdekében leprogramoztam egy gerinckövető algoritmust, mely lokális maximumkereséssel a spektrogram minden időpontjában meghatározza azt a frekvenciát, ahol a módus energiasűrűsége a legnagyobb. Az algoritmus addig követi a csörpöt amíg az energiasűrűség a maximum 10%-ra esik vissza. Ezt követően ott kezdi követni a következő csörp frekvenciáját, ahol az energiasűrűség eléri az előző csörp maximumának 10%-át. A 3.3. ábrán szaggatott fekete vonallal jelöltem a csörpök frekvenciáját.



3.3. ábra. A lágy röntgen diagnosztika J-053-as csatornájának jeleiből számított spektrogram az ASDEX Upgrade tokamak #28881-es kisülésében. A csörpök frekvenciája szaggatott fekete vonallal látható.

A frekvencia időfejlődésének meghatározását követően az energiasűrűség korábbi tanulmányunk alapján [24] kiszámítható. Mivel az SXR diagnosztika kalibrációs paramétereit nem álltak rendelkezésemre, ezért nem tudtam fizikai mennyiséget társítani a spektrogramokhoz és az amplitúdókhoz, így az ábrákon a mennyiségeket önkényes egységben adtam meg. A módus amplitúdó időbeli fejlődése az SXR diagnosztika J kamerájának 6 különböző csatornáján a 3.4. ábrán látható.

Az amplitúdó meghatározásának bizonytalanságát befolyásoló tényezők három részre bonthatóak: a mérőberendezés által okozott mérési bizonyta-



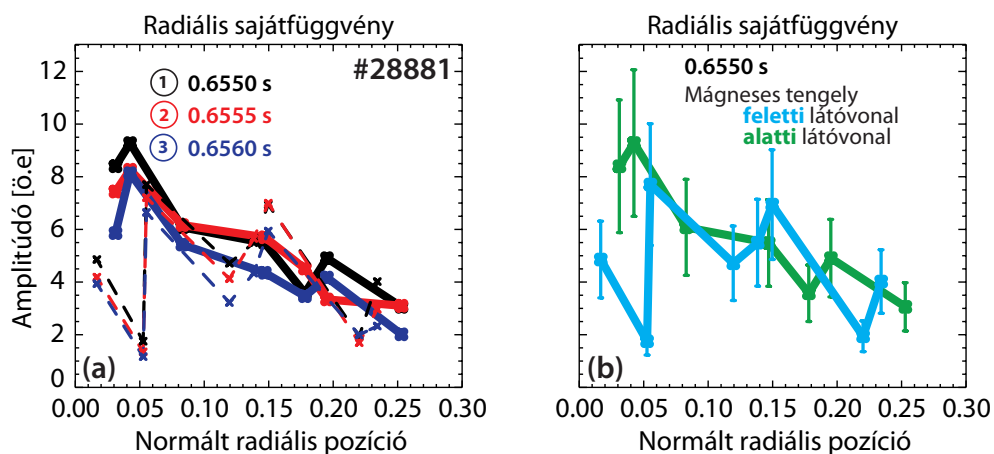
3.4. ábra. A megfigyelt módus amplitúdójának időbeli fejlődése az SXR diagnosztika J kamerájának 6 különböző csatornáján. Jobb oldalt látható a 6 csatorna látóvonala az ASDEX Upgrade tokamak egy poloidális metszetében.

lanság, a plazmában jelenlévő háttérzaj és az adatfeldolgozásból eredő bizonytalanság. Mivel az SXR diagnosztika relatív mérési bizonytalansága - beleértve a rendszerhez tartozó erősítőket és adatgyűjtőket - 1% alatt van, ez a másik két hibaforráshoz képest elhanyagolható. A plazmában jelenlévő háttérzaj abban az esetben ha a plazma külső régióiban nincs jelen erős instabilitás, akkor jól becsülhető a spektrogramok alapján. Ennek érdekében a vizsgált SXR spektrogramokon kiválasztottam egy olyan tartományt, amely csak háttérzajt tartalmaz. Feltételezve, hogy fehér zajról van szó megállapítottam az átlagos teljesítményét. Ez alapján a háttérzajból eredő bizonytalanság minden esetben 5% alatt maradt.

A legfőbb hibaforrás az adatfeldolgozási módszerből ered. Ugyanazt a jelet különböző idő-frekvencia felbontással feldolgozva azt tapasztaltam, hogy jelentősen változhat a kiszámított amplitúdó értéke. Ugyanakkor az amplitúdó időfejlődésének a 3.4. ábrán is látható jellegzetes struktúrája nem az idő-frekvencia atom felbontásából ered. A hullámmás periódusa nincs összefüggésben az idő-frekvencia atom időbeli kiterjedésével. Viszont, a bizonytalanság mértékét mindeddig nem sikerült matematikai formába önteni, ezért az adatfeldolgozásból eredő bizonytalanságot empirikusan becsültem meg. A

különböző idő-frekvencia felbontással számított eredmények alapján az amplitúdó meghatározás relatív bizonytalanságát 30%-ra becsülöm.

A 3.4. ábrán látható amplitúdó időfejlődést a 2.2. ábrán feltüntetett mind a 15 SXR látóvonalra kiszámítottam. Az eredmények alapján a módus radiális sajátfüggvény alakjának időbeli fejlődése is megfigyelhető, ha a hullám amplitúdót a radiális pozíció függvényében ábrázolom különböző időpillanatokban, ahogy ez a 3.5(a) ábrán látható. Az ábrán a mágneses tengely alatti látóvonalak alapján kapott eredményt sima vonalakkal jelöltem, míg a mágneses tengely feletti látóvonalak alapján kapott eredményt szaggatott vonalakkal.



3.5. ábra. (a) A módus radiális sajátfüggvényének alakja a 3.4. ábrán jelölt három különböző időpillanatban. Az ábrán a mágneses tengely alatti látóvonalak alapján kapott eredményt sima vonalakkal jelöltem, míg a mágneses tengely feletti látóvonalak alapján kapott eredményt szaggatott vonalakkal. (b) A módus radiális sajátfüggvényének alakja a 0,6550 s időpontban, jelölve az eredmény bizonytalanságát is. Az ábrán a mágneses tengely feletti látóvonalak eredményét világos kék színnel, a mágneses tengely alatti látóvonalak eredményét zöld színnel jelöltem.

Az átláthatóság érdekében az eredmények bizonytalanságát a 3.5(b) ábrán jelöltem csak a 0,6550 s időpont esetére. Az ábrán a mágneses tengely feletti látóvonalak eredményét világos kék színnel, a mágneses tengely alatti látóvonalak eredményét zöld színnel jelöltem. A mágneses tengely alatti, illetve feletti látóvonalak mérései alapján kapott radiális sajátfüggvények néhány szakaszon hibahatáron belül nem egyeznek meg. Ez megkérdőjelezi a korábban ismertetett feltevést, miszerint egy látóvonalhoz egyértelműen hozzákapcsolható egy mágneses fluxusfelület. Ennek egyik oka lehet, hogy a

mágneses egyensúly meghatározásának pontatlanságából eredően a mágnes tengely pozíciójának bizonytalansága nagyon magas [25], így az sem dönthető el egyértelműen mely látóvonalak haladnak a mágneses tengely alatt, illetve felett.

Ennek ellenére az eredmények alapján elmondható, hogy a radiális sajátfüggvények alakjának megállapítására kifejlesztett módszer alkalmas arra, hogy a csörpölő módusok radiális sajátfüggvényét kvalitatívan tanulmányozzuk. Hasonló vizsgálatot tervezek elvégezni az elektron ciklotron emissziós (Electron Cyclotron Emission - ECE) diagnosztika segítségével, mely lokális elektronhőmérséklet mérést tesz lehetővé különböző radiális pozíciókban. A két mérés együttes elvégzésével jobb becslést kaphatnánk a radiális sajátfüggvény alakjának időbeli változására.

3.3. Modell paraméterek illesztése

A kísérleti vizsgálatokat követően most bemutatom, hogy az általam eddig vizsgált, illetve ehhez hasonló paraméterek alapján miként lehetséges a hullám-részecske kölcsönhatás dinamikáját meghatározó fizikai paramétereket megbecsülni. Maxime Lesur Phd értekezésében [26] bemutatásra kerül egy 1 dimenziós modell, mely segítségével az általam vizsgált módus esetében lehetőség van a modell paramétereinek illesztésére, úgymint a γ_L növekedési ráta, a γ_d csillapítási ráta és a ν_a ütközési frekvencia.

A gyors ionok abban az esetben keltenek instabilitást ha a hullám $\gamma \approx \gamma_L - \gamma_d$ lineáris növekedési rátája pozitív, azaz γ_L növekedési ráta nagyobb mint a γ_d csillapítási ráta. A növekedési ráta a gyors ionok eloszlásfüggvényétől, illetve a részecskepálya és a rezonáns hullám sajátfüggvényének egymáshoz képesti elhelyezkedésétől függ. A csillapítási ráta tartalmazza a kontinuum csillapítást, a sugárzásos veszteségeket, a Landau csillapítást és az ütközéses csillapítást. Az összes hatás figyelembe vétele rendkívül bonyolult problémát eredményez, ezért egyszerűsítő feltételekre van szükség.

A modellben szereplő harmadik mennyiség a ν_a ütközési frekvencia definíciója a plazma kinetikus leírásában [6] szereplő Boltzmann-egyenletből érthető meg. Napjainkban a gyors ionok által keltett instabilitások kísérleti vizsgálatát külső fűtések, mint az ion-ciklotronrezonancia fűtés (Ion-Cyclotron-Resonance Heating - ICRH) és a semlegesatomnyaláb-fűtés (Neutral Beam Injection - NBI) teszik lehetővé. A semlegesatomnyaláb-fűtés esetében a Boltzmann-egyenletben szereplő $f(x,v,t)$ eloszlásfüggvény kezdetben a következő alakot ölti:

$$f_0(v) \equiv \bar{f}(v, t = 0) = f_0^M(v) + f_0^B(v) , \quad (3.1)$$

ahol \bar{f} az f függvény térbeli átlaga, $f_0^M(v)$ Maxwell eloszlás és $f_0^B(v)$ a nyalábot leíró, nyalábszerű eloszlásfüggvény. Így a Boltzmann-egyenlet az alábbi formában írható fel:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} + E \frac{\partial f}{\partial v} = \mathcal{C}(f - f_0^M) + \mathcal{S} , \quad (3.2)$$

ahol 1 dimenziós esetben csak az E elektromos teret vesszük figyelembe, hiszen a részecskék mozgása párhuzamos a mágneses térrel, továbbá \mathcal{C} az ütközési operátor és \mathcal{S} a forrás. A modell egy egyszerű, relaxációs idő közelítésen alapuló Krook operátort tartalmaz:

$$\mathcal{C}(f - f_0^M) \equiv \mathcal{C}_K(f - f_0^M) = -\nu_a(v)(f - f_0^M) , \quad (3.3)$$

ahol ν_a az ütközési frekvencia. A (3.2) egyenlet jobb oldalát egyszerűbb alakban is felírhatjuk, ha a forrást összevonjuk az ütközési operátorral:

$$\begin{aligned} \mathcal{C}(f - f_0^M) + \mathcal{S} &= -\nu_a(v)(f - f_0^M) + \mathcal{S} = \\ -\nu_a(v)(f - f_0^M - f_0^B + f_0^B) + \mathcal{S} &= -\nu_a(v)(f - f_0) - \nu_a(v)f_0^B + \mathcal{S} . \end{aligned} \quad (3.4)$$

Mivel egyensúlyban éppen annyi gyors-ion termalizálódik mint amennyi keletkezik a forrás által, a forrástag éppen megegyezik $\nu_a(v)f_0^B$ - vel, így a Boltzmann-egyenlet a következő egyszerűbb alakban írható, ami a hivatkozott PhD tézisben kiinduló egyenletként szerepel [26]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} + E \frac{\partial f}{\partial v} = \mathcal{C}(f - f_0) . \quad (3.5)$$

A Phd értekezésében [26] bemutatott modell alapján a csörpök frekvenciájának időbeli változása a kiinduló módus frekvenciájához képest a következő összefüggéssel közelíthető:

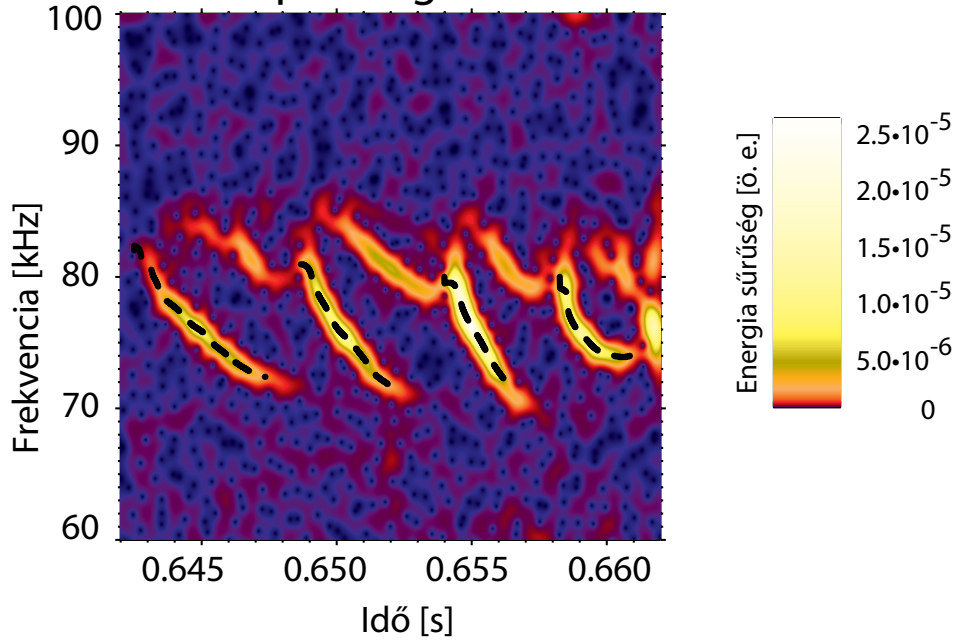
$$\delta\omega = \alpha\gamma_L\sqrt{\gamma_d t} , \quad (3.6)$$

ahol $\alpha \approx 0,44$. Az ütközési frekvenciát pedig a csörp τ_{max} hosszából lehet kiszámítani:

$$\nu_a = \frac{\iota_a}{\tau_{max}} , \quad (3.7)$$

ahol $\iota_a \approx 1,1$. Tehát a (3.6) függvényt a korábban meghatározott módus frekvenciára illesztve a $\alpha\gamma_L\sqrt{\gamma_d}$ érték, továbbá a τ_{max} csörp hossz meghatározását követően a ν_a az ütközési frekvencia meghatározható. A továbbiakban a dimenziótlan mennyiségek minden esetben az $\omega_A = 2\pi f_A$ kiinduló módus körfrekvenciára normált értékek.

B31-03 mágneses szonda spektrogram



3.6. ábra. A B31-03 mágneses szonda jeléből számított spektrogram az ASDEX Upgrade tokamak #28881-es kisülésében azon időszakaszra, melyre az illesztést végeztem. Szaggatott fekete vonallal a csörpök frekvenciája látható.

	f_A [kHz]	τ_{max} [ms]	Δt_{chirp} [ms]	$\alpha\gamma_L\sqrt{\gamma_d}$
1.	81,3	4,46	6,17	$2,3 \cdot 10^{-3}$
2.	80,1	2,82	5,32	$2,5 \cdot 10^{-3}$
3.	79,3	1,82	4,27	$2,6 \cdot 10^{-3}$
4.	76,9	2,20	-	$1,2 \cdot 10^{-3}$
Átlag	79,4	2,83	5,25	$2,2 \cdot 10^{-3}$
Szórás	1,86	1,17	0,95	$0,65 \cdot 10^{-3}$
Normált átlag		$1409,7 \pm 41\%$	$2620,3 \pm 18\%$	

3.1. táblázat. A 3.6. ábrán látható négy csörpre kapott f_A kiinduló módus frekvencia, τ_{max} csörp hossz, Δt_{chirp} csörp periódus és $\alpha\gamma_L\sqrt{\gamma_d}$ értékek. Az utolsó sorban a $\omega_A = 2\pi f_A$ kiinduló módus körfrekvenciára normált értékek láthatóak.

A 3.6. ábrán látható négy csőrpre meghatároztam az f_A kiinduló módus frekvenciát, a τ_{max} csörp hosszát, a Δt_{chirp} csörp periódust és a frekvenciame-
netre illesztettem a (3.6) függvényt. Az eredményeket a 3.1. táblázat tartal-
mazza, utolsó sorában a $\omega_A = 2\pi f_A$ kiinduló módus körfrekvenciára normált
értékekkel.

A 3.1. táblázatban félkövérrel kiemelt átlagos értékekből meghatároztam
a modell paramétereit, melyek a következők:

$$\nu_a = (7,8 \pm 3,2) \cdot 10^{-4} , \quad (3.8)$$

$$\gamma_L \sqrt{\gamma_d} = (5 \pm 0,9) \cdot 10^{-3} , \quad (3.9)$$

melyek normált, dimenziótlan mennyiségek. A 3.2 táblázatban összehason-
lításul látható Maxime Lesur Phd értekezésében [26] vizsgált két másik - a
MAST és a JT-60U tokamakokon végzett - kísérlet eredményei is. Ezzel de-
monstráltam, hogy az eredményeim alkalmasak a kiszámolt paraméterekkel
futtatott szimulációs kódok kimenetével való összehasonlításra, de a kapott
eredmények részletes fizikai értelmezése és elemzése meghaladja jelen dolgo-
zat célkitűzéseit.

	ν_a	$\gamma_L \sqrt{\gamma_d}$
ASDEX #28881	$7,8 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-3}$
MAST #5568	$3,1 \cdot 10^{-3}$	$1,5 \cdot 10^{-2}$
JT-60U #32359	$2,5 \cdot 10^{-3}$	$1,8 \cdot 10^{-2}$

3.2. táblázat. A ν_a ütközési frekvencia és a $\alpha \gamma_L \sqrt{\gamma_d}$ értékek az
általam megvizsgált ASDEX Upgrade kisülésre, továbbá a Maxime
Lesur Phd értekezésében [26] vizsgált két másik - a MAST és a JT-
60U tokamakokon végzett - kisülésre.

4. fejezet

Összefoglalás

Mágneses összetartású fúziós berendezésekben a plazma energiaegyensúlyának megőrzése érdekében rendkívül fontos az átlagosnál jóval nagyobb energiával rendelkező ionok összetartása. Ezt nagyban nehezíti a gyors ionok és a plazmahullámok közötti rezonáns kölcsönhatás, mely kölcsönhatást a mai napig nem sikerült minden részletében megmagyarázni. A jelenség vizsgálatát napjainkban külső plazmafűtések segítségével végzik. Jelen dolgozat célja az volt, hogy a németországi ASDEX Upgrade tokamakokon külső fűtések által a plazmába injektált gyors ionok keltette plazmahullámok olyan tulajdonságait vizsgáljam, melyek lehetővé teszik az összehasonlítást szimulációs eredményekkel.

Dolgozatomban bemutattam céloim eléréséhez alkalmazott mágneses és lágy röntgen diagnosztikákat, továbbá definiáltam az adatfeldolgozáshoz használt rövid idejű Fourier-transzformációt. Munkám során az ASDEX Upgrade tokamak egy kiválasztott kisülésében gyors ionok által hajtott ún. csörpölő módust vizsgáltam. Elsőként a mágneses szondák alkalmazásával koherencia és módusszám számításokat végeztem, melyek alapján megállapítottam, hogy $n = 1$ toroidális módusszámmal rendelkező globálisan koherens módustról van szó.

Ezt követően a lágy röntgen (Soft X-Ray - SXR) diagnosztika segítségével meghatároztam a módus radiális sajátfüggvényét. Mivel a mérőeszköz vonalintegrált módon méri a plazmából érkező lágy röntgen sugárzást, ezért használata lokális mérések estén nehézségekbe ütközhet. Ezért ez a módszer csak a radiális sajátfüggvény kvalitatív változásainak megfigyelésére alkalmas. Tervben van az eredmények összehasonlítása elektron ciklotron emissziós (Electron Cyclotron Emission - ECE) diagnosztika jeleivel, mely lokális elektronhőmérséklet mérést tesz lehetővé különböző radiális pozíciókban.

Végül, felhasználva Maxime Lesur Phd értekezésében [26] ismertetett modellt, bemutattam, hogy az általam eddig vizsgált, illetve ehhez hasonló pa-

paraméterek alapján miként juthatunk a hullám-részecske kölcsönhatást leíró fizikai mennyiségekhez. Az ASDEX Upgrade tokamak 2014-es programjában további kísérleteket terveznek elvégezni a jelen dolgozatban is vizsgált jelenség pontos leírásának érdekében.

Köszönetnyilvánítás

Óriási köszönettel tartozom témavezetőimnek Dr. Pokol Gergőnek és Dr. Pór Gábornak, akik hasznos tanácsaikkal segítettek munkámat. Állandó támogatásuk és biztatásuk nélkül ez a dolgozat nem jöhetett volna létre. Továbbá köszönet illeti Dr. Papp Gergelyt, aki a dolgozat megszületéséhez rengeteg hasznos ötlettel járult hozzá.

Irodalomjegyzék

- [1] European Physical Society. *Energy for the future - EPS position paper on the nuclear option*. Press release of the European Physical Society, 2007. <http://www.physics.gla.ac.uk/~ianm/epsnpb/organization/activities/position-paper/position-paper-eps-official.pdf>.
- [2] H. A. Bethe. Energy production in stars. *Phys. Rev.*, 55:434–456, 1939. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.55.434>.
- [3] Thomas James Dolan. *Fusion Research*. Pergamon Press, corrected edition, 2000.
- [4] John Wesson. *The Science of JET*. JET-R(99)13, 1999. <http://www.iop.org/Jet/fulltext/JETR99013.pdf>.
- [5] John Wesson. *Tokamaks*. Clarendon Press, Oxford, third edition, 2004. <http://www.oup.com/us/catalog/general/subject/Physics/NuclearParticleAstrophysics/?view=usa&ci=9780199592234>.
- [6] Paul M. Bellan. *Fundamentals of Plasma Physics*. Cambridge University Press, 2008. http://www.cambridge.org/gb/knowledge/isbn/item1150121/Fundamentals%20of%20Plasma%20Physics/?site_locale=en_GB.
- [7] S.D. Pinches, V.G. Kiptily, S.E. Sharapov, D.S. Darrow, L.-G. Eriksson, H.-U. Fahrbach, M. García-Muñoz, M. Reich, E. Strumberger, A. Werner, the ASDEX Upgrade Team, and JET-EFDA Contributors. Observation and modelling of fast ion loss in JET and ASDEX Upgrade. *Nuclear Fusion*, 46(10):S904, 2006. <http://stacks.iop.org/0029-5515/46/i=10/a=S06>.
- [8] S. D. Pinches, H. L. Berk, D. N. Borba, B. N. Breizman, S. Briguglio, A. Fasoli, G. Fogaccia, M. P. Gryaznevich, V. Kiptily, M. J. Mantsinen, S. E. Sharapov, D. Testa, R. G. L. Vann, G. Vlad, F. Zonca, and JET-EFDA Contributors. The role of energetic particles in fusion plasmas.

- Plasma Physics and Controlled Fusion*, 46(12B):B187, 2004. <http://stacks.iop.org/0741-3335/46/i=12B/a=017>.
- [9] Mitsuru Kikuchi, Karl Lackner, and Minh Quang Tran. *Fusion Physics*. International Atomic Energy Agency, Vienna, 2012. <http://www-pub.iaea.org/books/IAEABooks/8879/Fusion-Physics>.
- [10] G. Pokol. *Fúziós berendezésekben fellépő tranziens hullámjelenségek tanulmányozása statisztikus eljárásokkal és elméleti modellekkel*. Phd értekezés, BME NTI, 2009.
- [11] W.D. D’haeseleer, W.N.G. Hitchon, J.D. Callen, and J.L. Shohet. *Flux coordinates and magnetic field structure*. Springer-Verlag, Berlin, 1991.
- [12] Szipőcs Róbert. Szemtől szemben a lézerekkel. *Magyar Tudomány*, 1535(12), 2005. <http://www.matud.iif.hu/05dec/13.html>.
- [13] A. Kallenbach et al. Overview of ASDEX Upgrade results. *Nuclear Fusion*, 51(9):094012, 2011. <http://stacks.iop.org/0029-5515/51/i=9/a=094012>.
- [14] J. Gernhardt. Magnetic diagnostic on ASDEX Upgrade with internal and external pick-up coils. Technical Report 1/262, IPP Garching, 1996.
- [15] Ian H. Hutchinson. *Principles of Plasma Diagnostics*. Cambridge University Press, second edition, 2002. http://www.cambridge.org/gb/knowledge/isbn/item1162708/Principles%20of%20Plasma%20Diagnostics/?site_locale=en_GB.
- [16] Stephane Mallat. *A Wavelet Tour of Signal Processing, Third Edition: The Sparse Way*. Academic Press, 3rd edition, 2008.
- [17] G. Pór. *Műszaki Diagnosztika*. Egyetemi jegyzet, 2005.
- [18] NTI Wavelet Tools, 2013. <https://deep.reak.bme.hu/projects/wavelet>.
- [19] L. Horváth, N. Lazányi, G. Papp, G. Pokol, and G. Pór. Korszerű időfrekvencia analízis programcsomag tranziens folyamatok vizsgálatára. *Nukleon*, 5:111, 2012. http://mnt.kfki.hu/Nukleon/download.php?file=Nukleon_5_3_111_HorvathL.pdf.
- [20] M. Sertoli, L. Horváth, G.I. Pokol, V. Igochine, L. Barrera, and the ASDEX Upgrade Team. Characterization of saturated MHD instabilities through 2D electron temperature profile reconstruction from

- 1D ECE measurements. *Nuclear Fusion*, 53(5):053015, 2013. <http://iopscience.iop.org/0029-5515/53/5/053015>.
- [21] G. I. Pokol, L. Horvath, N. Lazanyi, G. Papp, G. Por, V. Igochine, and the ASDEX Upgrade team. Continuous linear time-frequency transforms in the analysis of fusion plasma transients. In *Proceedings of the 40th EPS Plasma Physics Conference, Espoo, 2013*, volume 37D of *Europhysics Conference Abstracts*, page P5.116, 2013. <http://ocs.ciemat.es/EPS2013PAP/pdf/P5.116.pdf>.
- [22] G.I. Pokol, N. Lazányi, G. Pór, A. Magyarkuti, G. Papp, A. Gude, V. Igochine, M. Maraschek, and ASDEX Upgrade Team. A wavelet based method for detecting transient plasma waves and determining their spatial structure. In *Proceedings of the 37th EPS Conference on Plasma Physics, Dublin, 2010*, volume 34A of *Europhysics Conference Abstracts*, pages P-5.129, 2010. <http://ocs.ciemat.es/EPS2010PAP/pdf/P5.129.pdf>.
- [23] G. Papp, G. I. Pokol, G. Por, A. Magyarkuti, N. Lazányi, L. Horváth, V. Igochine, M. Maraschek, and ASDEX Upgrade Team. Low frequency sawtooth precursor activity in ASDEX Upgrade. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 53(6):065007, 2011. <http://stacks.iop.org/0741-3335/53/i=6/a=065007>.
- [24] L. Horváth. Short time Fourier transforms in NTI Wavelet Tools. Technical Report 593/2012, BME NTI, 2012. <https://deep.reak.bme.hu/documents/5>.
- [25] R. Fischer, J. Hobirk, L. Barrera, A. Bock, A. Burckhart, I. Classen, M. Dunne, J.C. Fuchs, L. Giannone, K. Lackner, P.J. McCarthy, E. Poli, R. Preuss, M. Rampp, S.K. Rathgeber, M. Reich, B. Sieglin, W. Sutrop, E. Wolfrum, and the ASDEX Upgrade Team. Magnetic equilibrium reconstruction using geometric information from temperature measurements at ASDEX Upgrade. In *Proceedings of the 40th EPS Plasma Physics Conference, Espoo, 2013*, volume 37D of *Europhysics Conference Abstracts*, page P2.139, 2013. <http://ocs.ciemat.es/EPS2013PAP/pdf/P2.139.pdf>.
- [26] Maxime Lesur. *The Berk-Breizman Model as a Paradigm for Energetic Particle-driven Alfvén Eigenmodes*. Phd értekezés, 2011. <http://arxiv.org/abs/1101.5440>.