

**M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2**

**Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem**  
**Közlekedésmérnöki és Járműmérnöki Kar**

**Járműmozgás-predikción alapuló döntési és  
irányítási algoritmus tervezése**

TDK dolgozat

**Hegedűs Tamás**

Járműmérnök M.Sc. hallgató

**Konzulensek:**

**Dr. Gáspár Péter**

**Dr. Németh Balázs**

**Budapest**

**2017.10.30.**

## **Köszönetnyilvánítás**

*EFOP-3.6.3-VEKOP-16-2017-00001: Tehetséggondozás és kutatói utánpótlás fejlesztése autonóm járműirányítási technológiák területén - A projekt a Magyar Állam és az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.*

# Tartalomjegyzék

|   |    |
|---|----|
| <b>Köszönetnyilvánítás</b> .....                                | 2  |
| <b>1. Bevezetés</b> .....                                       | 4  |
| <b>2. Járműmozgás-predikció</b> .....                           | 5  |
| 2.1. Jármű mozgásának jellemzése .....                          | 5  |
| 2.2. Klaszterezés .....   | 6  |
| 2.3. Sűrűségfüggvény .....                                      | 10 |
| 2.4. Predikció .....  | 13 |
| 2.5. Predikció kibővítése .....                                 | 17 |
| <b>3. Rövidtávú döntési algoritmus</b> .....                    | 21 |
| 3.1. Elérhető terület meghatározása .....                       | 21 |
| 3.2. Neurális háló alapú döntési algoritmus .....               | 24 |
| <b>4. Hosszútávú döntési algoritmus</b> .....                   | 27 |
| 4.1. Mozgás leírása .....                                       | 27 |
| 4.2. Előzési manőver kivitelezhetőségének időintervalluma ..... | 32 |
| 4.3. Adatok kiértékelése .....                                  | 35 |
| <b>5. Irányítás tervezése</b> .....                             | 41 |
| <b>6. Kiértékelés</b> .....                                     | 46 |
| <b>Összefoglalás</b> .....                                      | 50 |
| <b>Ábrajegyzék</b> .....  | 51 |
| <b>Irodalomjegyzék</b> .....                                    | 52 |

# 1. Bevezetés

A mindennapi közlekedésben sokszor kialakulhat olyan szituáció mikor sávváltásra, illetve előzési manőverre kényszerülünk. Azonban a kialakult helyzet rosszul történő felmérése esetén könnyen előfordulhat, hogy a nem megfelelő döntéshozatal következményeképpen, egy, már nem korrigálható manővert kezdünk el, ami akár balesettel is végződhet. Emiatt fontos lépés az előzés/kikerülési manőver megkezdése előtt a kialakuló helyzet pontos felmérése, és ennek ismeretében olyan döntés meghozatala, mely nem kockáztatja a saját, valamint a forgalom többi résztvevőjének biztonságát.

A jármű viselkedését leíró paraméterek két fő csoportra bonthatók aszerint, hogy a vezetőnek van-e befolyása az adott paraméterekre, vagy pedig nincs. Elmondható, hogy a járművet leíró paraméterek állandónak tekinthetők, illetve kis időintervallumban a járművezető viselkedése sem változik számottevően. Fontos megjegyezni továbbá, hogy a forgalomban résztvevő járművek viselkedése nem írható le egyetlen modell segítségével.

Számos irodalom foglalkozik a járművezető viselkedésének előre jelzésével [1]. Többféle megoldást lehet találni a különböző irodalmakban, csakúgy, mint a Bayes-háló, vagy Markov-lánc alapú megoldás [2] [3], továbbá találhatók olyan megoldások, melyeknél a múltbeli viselkedés hasonlóságai alapján próbálják meghatározni a vezető viselkedését [4]. Elmondható, hogy az adott területen végzett kutatások igen fontosak az előzési/kikerülési manőver biztonságosabbá tétele miatt.

Jelen dolgozat célja, egy olyan módszer bemutatása, mely a járművezető múltbeli viselkedése alapján, a „tipikus viselkedési formák” kihangsúlyozásával, a jövőre vonatkozóan meghatározza a megelőzni kívánt jármű tartózkodási helyét. A prediktálási folyamat eredményeként több lehetséges pozíciót fogunk kapni, azonban az egyes eredmények más valószínűségi értékekkel lesznek jelen. Továbbá a biztonsági, kényelmi szempontok figyelembevételével meghatározzuk egy adott időintervallumra a jármű által elérhető pontokat, és azt szabályzó segítségével igyekszünk elérni. A két adatsor felhasználásával kerül meghozatalra a döntés a jármű jövőbeni mozgását illetően. A járműmozgás predikciója a döntéshozatal folyamata elősegítése mellett, az esetleges előzési trajektória megtervezésénél is fontos szempont lehet.

Végző célom egy olyan modell bemutatása, mely kiterjeszhető több forgalmi résztvevő esetére, így elősegítendő az optimális döntéshozatal folyamatát.

## 2. Járműmozgás-predikció

### 2.1. Jármű mozgásának jellemzése

A bevezetőben is említettem a tényt, hogy a járműmozgást befolyásoló paraméterek két fő csoportra oszthatók. Persze az egyes csoportokba tartozó paramétereknek lehetnek egymásra kifejtett hatásuk. Vegyük példaként a következő két paramétert:

- Jármű tömege – Vezető nem tudja befolyásolni vezetés közben
- Jármű gyorsulása – Vezető adja ki mint vezérlőjel

Az előző két paramétert elnézve beláthatjuk, hogy a vezetőnek nincs behatása a jármű tömegére, de elmondható, hogy a jármű tömege befolyásolja az esetleges gyorsulást. Például egy teherszállító jármű nem képes olyan dinamikus gyorsulásra, mint egy gépjármű. A jármű mozgását befolyásoló másik tényezők csoportjába tartoznak a vezető által kiadott vezérlőjelek. Az előbb leírtakra azért fontos kitérni, mert így beláthatjuk, hogy a járművek mozgása nem írható le egy modell segítségével. Emiatt szükséges egy olyan eljárás bemutatása, mellyel kivitelezhető a jármű mozgásának predikciója. Az eljárás azonos lesz, míg a paraméterek minden jármű, vezető esetén eltérőek lesznek. Első lépésként szükségünk van egy adatsorra, melynek felhasználásával meg tudjuk határozni a kívánt paramétereket.

Newton második törvényét felhasználva a járműtestre felírható az alábbi összefüggés. Jelen esetben csak a jármű hosszirányú tengelyére nézzük az erőhatásokat, most az esetlegesen oldalirányba mutató erőkomponensektől eltekintünk [5].

$$\sum_{i=1}^n F_i = m \cdot a \quad (2.1)$$

Látható, hogy a testre ható erők előjeles összege megegyezik a jármű gyorsulásának és tömegének szorzatával. Az erőkomponensek több összetevőből állnak. Jelen modellezés során, csak a súrlódásból, emelkedési szögéből és a légellenállásból (beleértve a szélökéseket) származó lassító erőkkel foglalkozunk.

A jármű vezérlése a pedálállás változtatásával lehetséges. Emiatt meghatároztunk egy nyomaték görbét, a következő összefüggés segítségével [6].

$$T(\omega) = T_{max} \left( 1 - \beta \left( \frac{\omega}{\omega_{max}} - 1 \right)^2 \right) \quad (2.2)$$

Ahol  $T_{max}$  a maximális nyomaték,  $\omega_{max}$  maximális szögsebesség,  $\beta$  a motort jellemző paraméter. A jármű paramétereinek megválasztása során, nem választottunk ki specifikusan egy járművet, hanem a gépjárműveket jellemző adatintervallumból választottuk értékeket. A következő paraméterek kerültek felhasználásra.

$$m = 1200 \text{ kg}, T_{max} = 220 \text{ Nm}, \omega_{max} = 440 \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \beta = 0,4, A = 2,4 \text{ m}^2, \rho = 1,23 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Ahol 'A' a homlokfelület nagysága, illetve  $\rho$  a levegő sűrűsége.

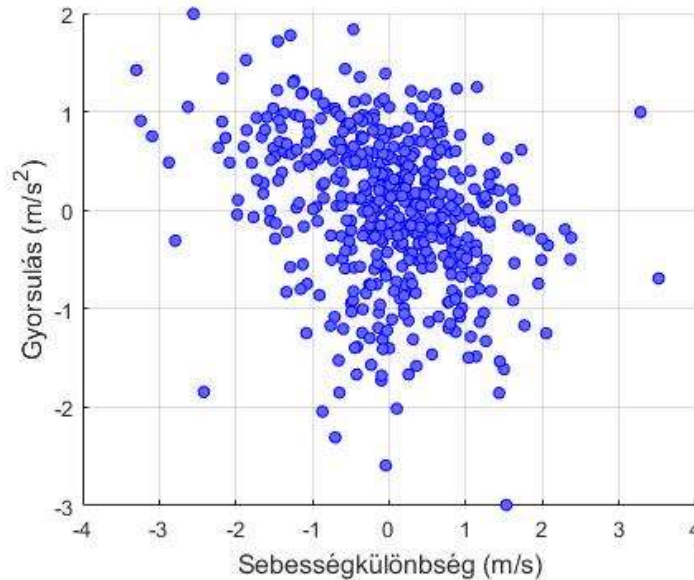
Az előbb felírt összefüggéseket felhasználva, egy soros kompenzátor segítségével igyekszünk biztosítani az előírt sebesség tartását. Mivel egy autópályás környezetet kívánunk szimulálni, emiatt a megengedett sebesség értéke 130 km/h értékű lesz. A visszacsatolást elvégezve, illetve a PI tagok megtervezését követően [7] és felhasználva a lehetséges maximális motornyomaték értékének ismeretében, már megadható a pedálállás függvényében a kifejtett nyomaték nagysága. Jelen dolgozatban lineáris karakterisztikát feltételeztünk a pedálállás-nyomaték függvénynek és a [0,1] intervallumon belül vehet fel értékeket. Maximális nyomaték kifejtés esetén az érték 1, ha nem fejtünk ki nyomatékot ez az érték pedig 0. Folytonos idejű a rendszerünk, de természetesen az emberi beavatkozás lassabb, mint amit a PI kompenzátorral elérhetünk, emiatt az input jelet diszkrét időkből változtatjuk csak meg (adott ideig az inputjel értéke így nem változik). Ezzel lassítjuk a rendszerünket és próbáljuk jobban közelíteni a valós viselkedést. Így a zavarások időbeni változtatásával közelítettük a valós környezet dinamikus viselkedését.

Az előbb bemutatott modellt felépítve, és mintavételezve generáltuk a későbbiekben használt adatsort. Négy érték kerül lementésre, az idő, pillanatnyi gyorsulás, sebesség, és az indítás óta megtett út nagysága.

## 2.2. Klaszterezés

A klaszterezés folyamatának lényege, hogy adott adathalmazban, a halmaz elmei között valamilyen összefüggést alapján csoportokra osszuk az elemeket, oly módon, hogy az egy csoportba tartozó elemek bizonyos tulajdonságaik hasonlóak, míg az egymástól eltérő klaszterbe tartozó elemek tulajdonságaikban eltérnek egymástól [8].

Mivel a jármű mozgása során sok mérési pontunk van, szeretnénk elkülöníteni a bizonyos tulajdonságokban összetartozó pontokat. Ezzel az elkülönítéssel azt szeretnénk elérni, hogy jobban tudjunk kihangsúlyozni a tipikus viselkedési formákat. Első lépésben nézzük meg, hogy az előző alfejezetben leírt modellel milyen mérési pontokat sikerült rögzítenünk.



1. ábra: Mérési pontok

A mérési pontokat feltüntettük az 1. ábrán. Előfordulhat, hogy több adatponttal fogunk dolgozni a továbbiakban, csak a túl sok pont nagyon egybefolyt volna a bemutató ábrán. Látható, hogy az x tengelyen a megengedett sebességhez képesti sebesség van feltüntetve. Ez esetünkben, mint már korábban említésre került, 130 km/h. Az y tengelyen pedig az erre reakcióként adott gyorsulás található. Említettem, hogy egy klaszterbe azonos tulajdonságú pontok tartoznak, jelen esetben ez a tulajdonság lehet például a sebességkülönbség előjele. Célunk tehát első lépésben a klaszterezés kivitelezése. A klaszterezéshez számos algoritmust használnak, mi az úgynevezett k-közép algoritmust fogjuk használni elsősorban előnyei miatt [13]. A k-közép algoritmus egy iterációs folyamat során határozza meg az adott csoportba tartozó elemeket. Melynek lényege, hogy először definiálunk megadott számú középpontot. A középpont segítségével meghatározzuk, hogy melyik elem melyik klaszterbe tartozik, majd ezt követően a középpontokat újra számoljuk, és az új középpontokhoz tartozó elemeket is meghatározzuk. Amennyiben az elemek elhelyezkedése nem változik, akkor megtaláltuk a megfelelő klaszterek középpontjait. Az előbb bemutatott osztályozó algoritmus továbbfejlesztett változatát fogjuk használni, mely robusztusabb, és jobban képes kezelni az úgynevezett outlier-adatpontokat. A másik eljárás nagyon hasonló az előbb bemutatott k-közép algoritmushoz.

Az eljárást k-medoid, vagy k-center néven is szokták említeni különböző szakirodalmakban [10]. Különbség a két algoritmus között az, hogy míg az első esetben a középpont helyzetét számoljuk az klaszterbe tartozó elemek alapján, addig a másik algoritmus esetében a középpontok az elemek közül kerül kiválasztásra. Mint korábban említettem, egy adott klaszterbe történő sorolás a kijelölt középpontoktól vett távolságok alapján történik. Viszont elmondható, hogy nem csak a jól megszokott Euklideszi távolságmérést használhatjuk. Az általunk használt távolságszámítási módszer is attól eltérő lesz. Jelen dolgozatban a távolság meghatározása az úgynevezett Mahalanobis távolság alapján történik. Mely a következőképp számítható [11].

$$d(x)^2 = (x - \mu)^T \Sigma^{-1} (x - \mu), \quad \mu, x \in \mathbb{R}^2 \quad (2.3)$$

Ahol, az  $x$  vektor tartalmazza az mért adatokat,  $\mu$  pedig az adatok várható értéke. A fent definiált képlettel megmondható egy pont esetére a várható értéktől vett távolsága.  $\Sigma^{-1}$  pedig a variancia-kovariancia mátrix inverze. Feltételezésünk szerint a változók nem függetlenek egymástól, emiatt a korreláció értékét is belevesszük a távolságszámításba. Amennyiben egyébként a variancia-kovariancia mátrix identitásmátrix, visszajutunk a Euklideszi távolságszámítás képletéhez.

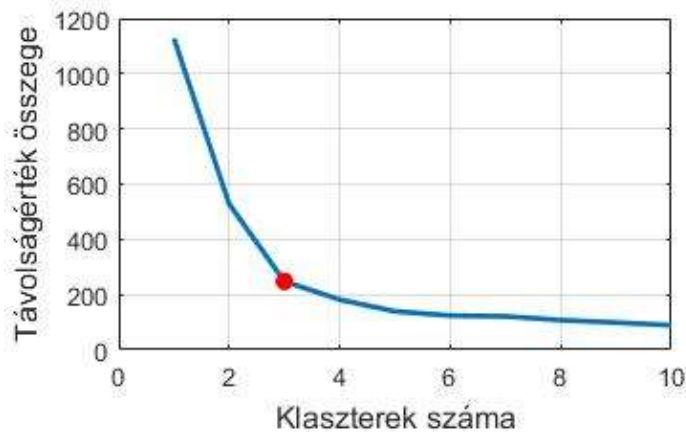
Bemutatásra került a későbbiekben használatos algoritmus. Azonban, mint már említettem, az algoritmus 'k' darab klaszterre osztja fel az adatpontokat, emiatt az algoritmus bemenetét, az adathalmaz mellett, a klaszterszám is képezi. Szükséges emiatt a megfelelő klaszterszám meghatározása, az algoritmus használata előtt. Erre több lehetőségünk is nyílik [12]. Jelen dolgozatban az úgynevezett könyökmódszert használjuk az megfelelő klaszterszám meghatározására. A könyökmódszer lényege, hogy kiszámoljuk a középpontoktól vett távolságok összegét. Ezt az értéket ábrázolva a klaszterszám függvényében próbáljuk meghatározni az optimális klaszterszámot. Jelen esetben is először klaszterekre kell osztani a teljes adatsorozatot, ez a már ismertetett k-medoid algoritmussal történt. Az összegfüggvény felírható.

$$E_k = \sum_{i=1}^K \sum_{\mu \in C_i} ((x - \mu)^T \Sigma^{-1} (x - \mu)) \quad (2.4)$$

Ahol  $E_k$  a  $K$  klaszterszámhoz tartozó összegfüggvény.  $C_i$  az éppen vizsgált klasztert tartalmazó elemeket jelöli, ahol  $\mu$  a várható érték. Az algoritmus futtatásával tetszőleges klaszterszám esetére meghatározható. Az összefüggést elnézve belátható, hogy az  $E$  értéke, a  $K$  növelésével

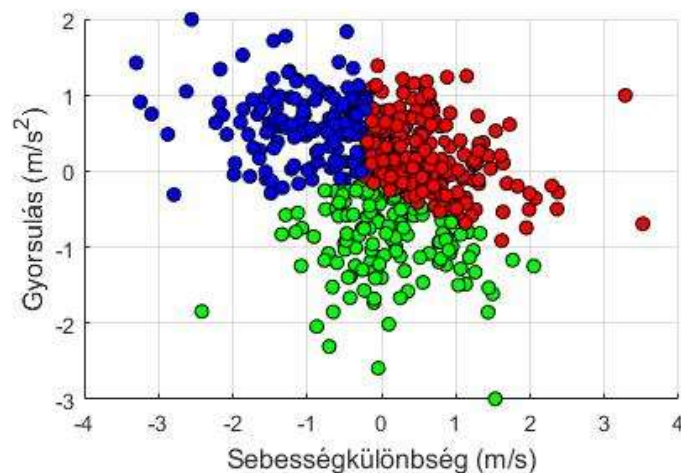


egy nullához konvergáló sorozatot fog eredményezni. Ez azzal magyarázható, hogy minél több klasztert hozunk létre, annál közelebb vannak a pontok a középponthez (mivel egy klaszter annál kisebb kiterjedésű lesz). Ennek a szélső esete az, mikor a klaszterek száma megegyezik az elemek számával, ebben az esetben az  $E$  értéke természetesen zérus. Az optimális klaszterszám úgy kerül meghatározása, hogy mikor már nem csökken a távolságösszeg értéke számottevően, azt a klaszterszámot tekintjük ideálisnak.



2. ábra: Könyök módszer

A második ábrán látható, hogy a választott klaszterek száma három lesz. Ez az érték a következő dolgokat átgondolva is reálisnak tűnik, azt várnánk, hogy a járművezető a negatív relatív sebességre, pozitív gyorsulással reagál és ez fordítva is igaz. Így egy  $y=-x$  egyenes mentén várnánk az eredményeket, illetve az origó körül szóródva. A kapott értéket emiatt elfogadjuk, és a későbbiekben ezzel számolunk. Ismertté vált számunkra a klaszterező algoritmus bementét képező klaszterszám. Így már szét tudjuk bontani az adatsort klaszterekre.



3. ábra: Klaszterekbe rendezett pontok

### 2.3. Sűrűségfüggvény

Az előző alfejezetben bemutatásra került az adathalmaz osztályokba való sorolása. Következő lépésként meghatározzuk az adatpontokhoz tartozó sűrűségfüggvényeket. Belátható, hogy még nagy adatszám esetén se tudjuk minden egyes sebességkülönbség értékhez meghatározni a sűrűségfüggvényt, mert előfordulhat, hogy egy sebességkülönbség értékhez kevés, vagy egyáltalán nem tartozik mérési adat, ez a jelenség az értelmezési tartomány szélén jelentős problémát jelentene. Emiatt, a kapott klaszterekre egy 2D Gauss görbét fogunk illeszteni. Egy másik lehetséges megoldás lehetne a sűrűségfüggvény becslésre a Parzen-Rosenblatt-féle magfüggvényes becslés [9]. Azonban ebben az esetben, az eredmények azt mutatták, hogy nem hangsúlyozták annyira ki a jellemző viselkedési formákat, mint a következőkben bemutatásra kerülő esetben, illetve az outlier pontok is problémákat vetettek fel. A 2D Gauss-görbe illesztése a következő összefüggéssel valósult meg [14].

$$p(x; \mu, \Sigma) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} |\Sigma|^{0,5}} e^{\alpha}, \quad \alpha = \left( -\frac{1}{2} (x - \mu)^T \Sigma (x - \mu) \right) \quad (2.5)$$

A 2.5 egyenletben  $x$  egy vektor, amihez az egyenlet szerint egy értéket definiálunk. Az  $n$  értéke a dimenziószámmal egyenlő, ami esetünkben 2,  $\Sigma$  az adott klaszter elemeire vonatkozó variancia-kovariancia mátrix, illetve  $\mu$  a várhatóérték. Definiálhatunk minden egyes klaszterhez egy sűrűségfüggvényt, amiből meghatározzuk a teljes adatsorra jellemző sűrűségfüggvényt. Mivel egy adott klaszterbe tartozó elemek száma nem egyezik meg, emiatt az elmeszámmal súlyoznunk kell a függvényeket az összegzésnél, illetve elmondható, hogy a sűrűségfüggvényeknél az alábbi feltételnek teljesülnie kell.

$$\int \int f(x, y) dx dy = 1 \quad (2.6)$$

Emiatt az eredő sűrűségfüggvényt a klaszterenként vett sűrűségfüggvények lineáris kombinációjaként adható meg.

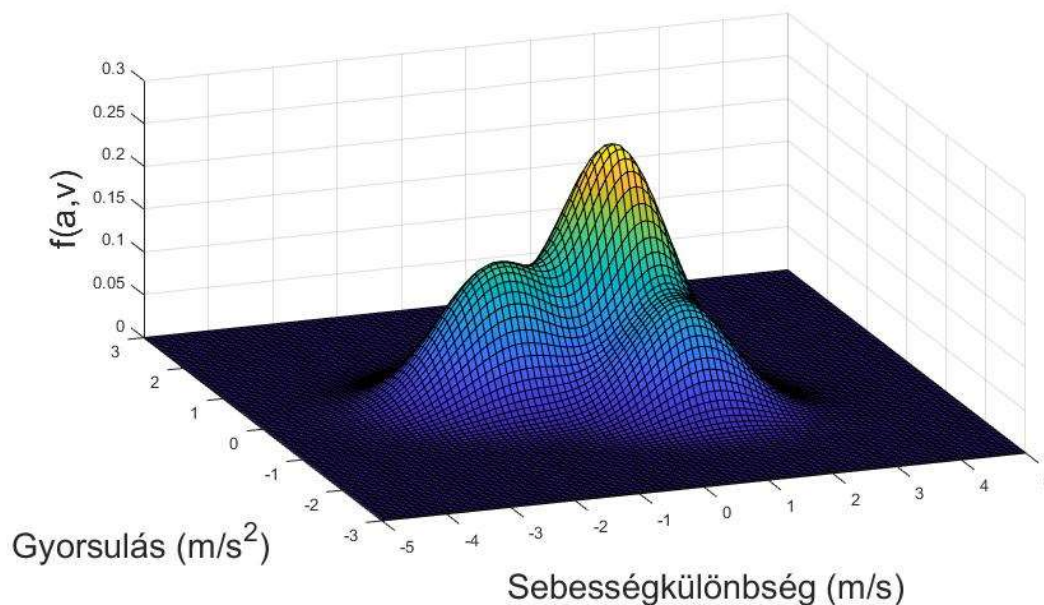
$$f_e = \sum_{i=1}^N a_i f_i \quad (2.7)$$

Ahol  $N$  a klaszterek számát adja meg,  $a_i$  pedig az  $i$ . klaszterhez tartozó sűrűségfüggvény súlyparaméterét.

A súlypataramétert a következő összefüggés segítségével határozzuk meg.

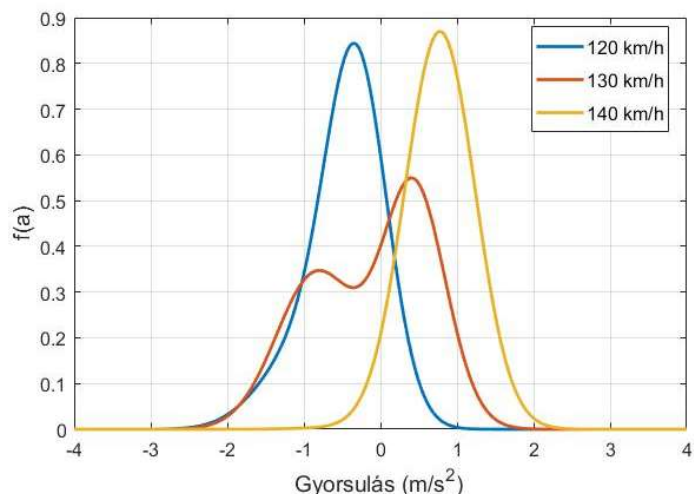
$$a_i = \frac{N_i}{N} \quad (2.8)$$

Ahol  $N_i$  az  $i$ . klaszterbe tartozó elemek száma,  $N$  pedig a teljes adatsort alkotó elemek száma. Három klaszter esetére az eredő sűrűségfüggvény a következő alakot veszi fel. Ahol az  $x$  tengelyen a megengedett sebességtől való eltérés, másik tengelyen pedig az erre adott gyorsulás látható. A  $z$  tengelyen az adott értékpárhoz tartozó sűrűségfüggvény került feltüntetésre.



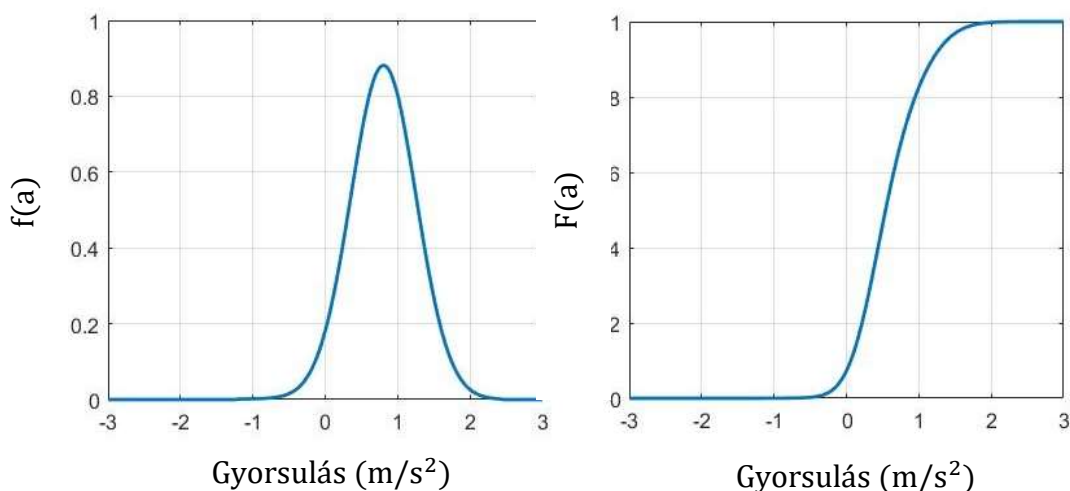
4. ábra: A kapott sűrűségfüggvény

A 4. ábrán látható a sűrűségfüggvény alakja. A továbbiakban az így kapott sűrűségfüggvényünk fogjuk felhasználni. A megfelelő felbontás mellett létrehozott sűrűségfüggvényt oly módon fogjuk felhasználni, hogy a pillanatnyi járműsebesség ismeretében megnézzük, hogy a közelmúltban hogyan mozgott a jármű. Felhasználva az elkészült függvényünk, megkapjuk egy sebességhez a gyorsulásra vonatkozó sűrűségfüggvényt. Így meg fogjuk tudni mondani, hogy az eddigiek alapján, milyen gyorsulással fog mozogni a jövőre vonatkozóan az adott jármű. Az információt rögzítheti minden jármű, tehát minden jármű rendelkezni fog, egy, a járművezető vezetésistílusát leíró sűrűségfüggvénnyel. Ezt felhasználva képes predikciót végezni, amit akár V2V kommunikációval is átadhatunk a forgalomban résztvevő többi jármű részére. A következőkben bemutatásra kerül, hogy a kapott sűrűségfüggvény miként használható fel a mozgás előrejelzésében. Először bemutatunk három különböző sebességértékhez tartozó sűrűségfüggvényt.



5. ábra: Sűrűségfüggvények

Az 5. ábrán bemutatott függvényeken látható, hogy abban az esetben, ha a jármű a megengedettnél lassabban halad, nagy valószínűséggel gyorsítani fog, ez fordítva is igaz lesz gyorsabb haladás esetén. Továbbá feltűnhet, hogy az y tengely mentén az értékek eltérőek a 4. ábrán bemutatott értékektől. Ez azért van, mert mikor egy adott sebességhez tartozó sűrűségfüggvényről beszélünk, teljesülni kell, hogy a görbe alatti terület 1-et ad. Ezt biztosítandó, a normáljuk a kapott függvényünk területét. A sűrűségfüggvény ismeretében, illetve a négyzetes úttörvény felhasználásával megadható a jármű tartózkodási helye a jövőre vonatkozólag. Nézzük meg azt az esetet, mikor a jármű 120 km/h-val halad. Ekkor kiemelve azt a sűrűségfüggvényt.



6. ábra: A sűrűség és eloszlásfüggvény

A 6. ábrán látható baloldali sűrűségfüggvény a 120 km/h-s sebességhez tartozik, a mellette lévő függvény az előbb említett sebességértékhez definiált eloszlásfüggvény.

## 2.4. Predikció

Az eloszlásfüggvény a sűrűségfüggvényből számítható az alábbi módon.

$$F(x) = \int f(x)dx \quad (2.9)$$

Az eloszlásfüggvény megadása azért lesz fontos számunkra, mert az predikciót diszkrét pontokra fogjuk elvégezni. Tehát így definiálhatjuk a valószínűség értékét egy adott területre vonatkoztatva. Legyen  $S$ , a jármű által,  $t$  idő alatt elérhető intervallum (maximális lassítás, illetve gyorsítás mellett). Ekkor annak a valószínűsége, hogy a jármű egy megadott intervallumon tartózkodik, a következőképp írható fel. Ha  $(s_1, s_2) \in S, s_1 < s_2$

$$P(s_1 < s < s_2) = F(s_2) - F(s_1) = \int_{s_1}^{s_2} f(s)ds \quad (2.10)$$

A fenti képlet szerint tudjuk értelmezni a járműnek egy adott területen a tartózkodási valószínűségét. Mivel a sűrűség a gyorsulásra ismert, a négyzetes úttörvényt felhasználva.

$$s_1 = v_0 t + \frac{a}{2} t^2 \quad (2.11)$$

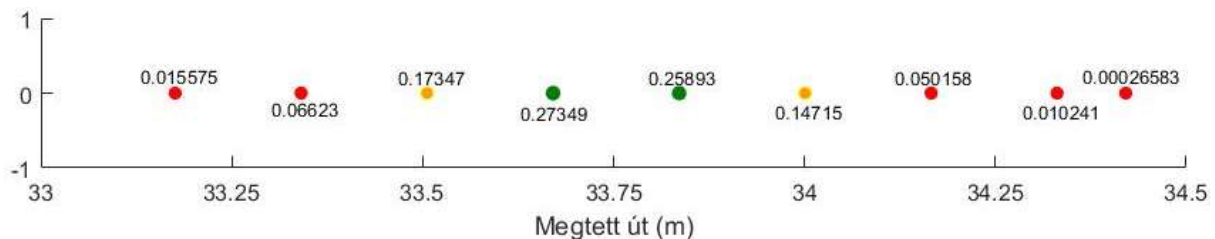
Ekkor egy adott intervallum a következőképp definiálható.

$$s = [v_0 t + \frac{a_1}{2} t^2, v_0 t + \frac{a_2}{2} t^2] \quad (2.12)$$

És az ehhez tartozó valószínűség (2.9) összefüggés felhasználásával. Mivel  $v_0, t$  értékeit konstansnak tekintjük, csak a gyorsulástól függ az adott kifejezés.

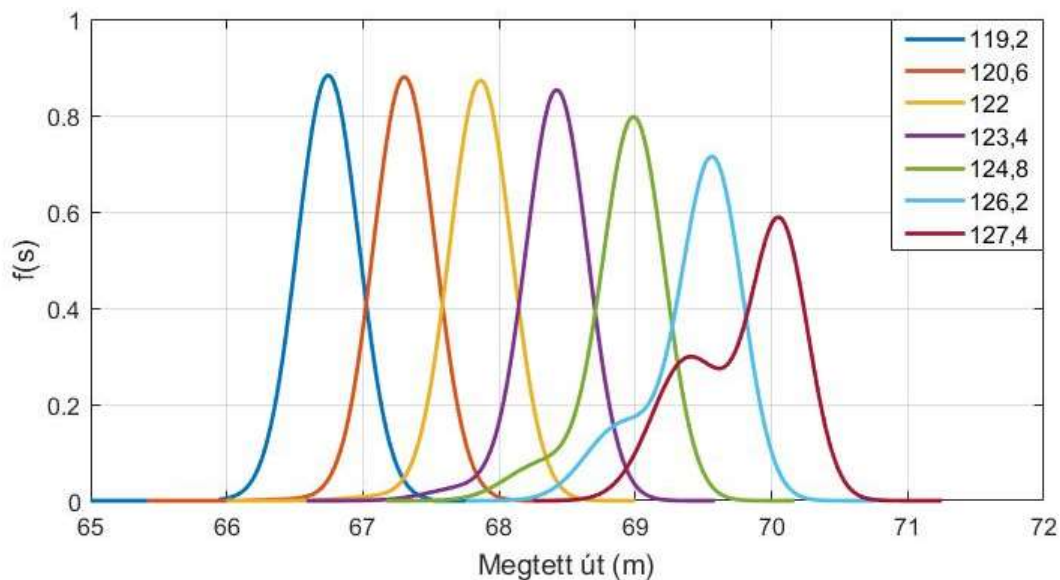
$$P(s) = \int_{a_2}^{a_1} f(a) da \quad (2.13)$$

Az ismertetett egyenletek felhasználásával, és  $t = 1$  s esetére a következő eredményeket kapjuk.



7. ábra: Első predikciós lépés

A 7. ábrán feltüntetésre került az első predikációs lépés során lehetséges távolságvértékek. A területeket reprezentálandó pontok, a területek közepét jelölik. A zöld pontok azt jelölik, hogy az adott területeken fog a jármű a legnagyobb valószínűség mellett tartózkodni. A felírt modellt felhasználva próbáljuk több lépésben előre jelezni a járműmozgást. A több lépés azért fontos, mert ha egy sűrűségfüggvény szerint prediktálunk, a pontosság a megválasztott  $t$  paraméter függvényében csökken. A későbbiek során emiatt több lépcsőben határozzuk meg a jármű tartózkodási helyét a jövőre vonatkozólag. Viszont a második predikációs lépés számítása már nem annyira egyértelmű, mint az első eset. Ez azzal magyarázható, hogy miként több lehetséges tartózkodási helyet adunk meg ugyanahhoz az időpillanathoz rendelve, úgy természetesen az eltérő területeken a járművek pillanatnyi sebessége is már értékkel lesz jelen. Ez előző megfontolások miatt, a második lépésben több sűrűségfüggvény alapján kell a prediktálást elvégezni.



8. ábra: Második lépés sűrűségfüggvényei

A 8. ábrán láthatjuk, hogyan alakulnak a sűrűségfüggvények a második predikációs lépés során. A 7. ábrán ismertetett felbontás természetesen változatható, ami pontosabb eredményhez vezetne, de nehezen átlátható ábrához vezetne, emiatt a bemutatáshoz készült ábrák kisebb felbontás mellett készültek. Mivel a sűrűségfüggvény ismert, a 2.10-es összefüggés alapján ismételtelen meghatározható az eloszlásfüggvény. Azonban az integrálást követően az eloszlásfüggvény nem 1-es értéket, ezt súlyozással lehet kivédeni. A súlyparaméterek értéke meghatározható lenne, a felbontás számának reciprokaként, ám ebben az esetben nem kapnánk valós eredményt, mivel minden egyes sűrűségfüggvény azonos súllyal szerepelne, ami azt jelentené, hogy előző lépésben minden pontban azonos valószínűség mellett tartózkodott a

jármű. A súlyparamétereknek ebből kifolyólag az előző lépésben meghatározott valószínűségek értéket fogják felvenni.

$$F(s_{1t_2}) = P(s_{1t_1}) \int f(s) ds \quad (2.13)$$

Tehát az  $s_1$  területhez tartozó  $t_1$ -beni valószínűséggel szorozzuk a  $t_2$ -beni sűrűségfüggvényt. Így minden  $t_1$ -ben értelmezett pontra felírhatjuk a  $t_2$  értelmezett sűrűségfüggvényt. Áttérünk numerikus integrálra, illetve a függvények értelmezési tartományát kiterjesztjük, hogy minden függvény azonos tartományon legyen értelmezendő. (Ez azt jelentené, hogy akár fizikailag lehetetlen gyorsulásértékekhez néznénk valószínűséget, de természetesen ezeken a helyeken a sűrűségfüggvény 0-t vesz fel). A teljes intervallumot meghatározzuk a legkisebb sebességhez tartozó sűrűségfüggvény értelmezési tartományának legkisebb értékével (8. ábrán ez az érték  $\sim 65$ m), illetve a legnagyobb sebességhez tartozó sűrűségfüggvény tartományának legnagyobb elemével ( $\sim 71,2$  m). Így már felírható a teljes intervallumra vonatkozó eloszlásfüggvény a  $t_2$  időpillanatra.

$$F(s, t_2) = \sum_{i=1}^N \left( P(s_i, t_1) \sum_{j=1}^K \Delta s f_i(s_j) \right) \quad (2.14)$$

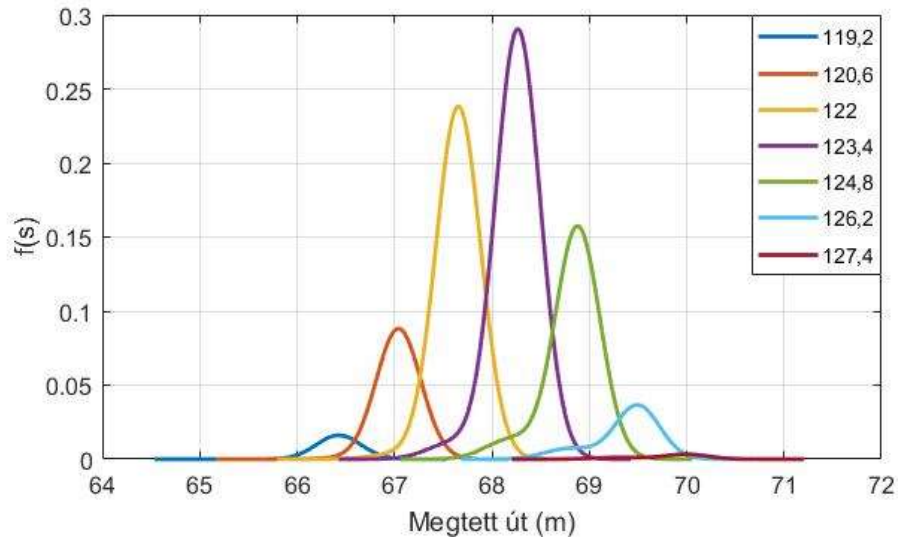
Ahol  $N$  megadja az intervallumok számát,  $K$  pedig a felosztás mértékét a numerikus integrál esetében. Emiatt  $N \ll K$ .  $\Delta s$  megadja a lépésköz nagyságát. Belátható, hogy a kapott eloszlásfüggvény 1-hez fog tartani. A következő állítás minden  $j$ -re igaz.

$$\sum_{j=1}^K \Delta s f_i(s_j) = 1 \quad (2.15)$$

Illetve, (2.10), (2.9) alapján, az egész vizsgált intervallumra vonatkoztatva.

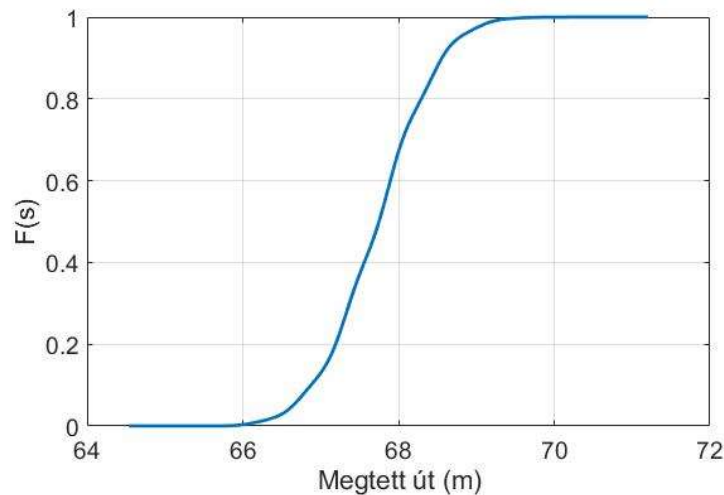
$$\sum_{i=1}^N P_i(s) = 1 \quad (2.16)$$

Emiatt a második lépésben meghatározott eredő eloszlásfüggvény értéke 1-hez fog tartani. A leírtak szerint nézzük meg hogyan alakul a sűrűségfüggvények alakja, ha figyelembe vesszük a súlyozó paramétereket, ezt követően határozzuk meg az eredő sűrűségfüggvényt.



9. ábra: Súlyozott sűrűségek

A 9. ábrán látható sűrűségek felhasználásával az eloszlásfüggvény.



10. ábra: A kapott eloszlásfüggvény

A kapott eloszlásfüggvény felhasználásával ismételten felbonthatjuk bizonyos területekre a teljes utat, a (2.10) összefüggés alapján. Belátható, hogy oda jutottunk, mint az első predikciós lépés végén, tehát abban az esetben, ha azonos módon járunk el, mint mikor meghatároztuk a második predikciós lépés során a jármű tartózkodási helyének valószínűségeit, a harmadik predikciós lépéshez jutunk. Tehát bármennyire előre tudjuk jelezni a jármű mozgását az általunk kívánt felbontás mellett. Azt azonban érdemes megjegyezni, hogy nagyon távoli előrejelzések esetén a kapott valószínűségek vesztenek pontosságukból, az kisebb számú előre jelzéshez képest.



## 2.5. Predikció kibővítése

Az előző alfejezetben bemutatottuk egy modellt, mely képes a múltbeli mozgás alapján, a pillanatnyi sebesség ismeretében meghatározni a jármű jövőbeni tartózkodási helyét valamilyen valószínűség mellett. Jelen fejezetben kitérünk arra, hogy ez mindig elfogadható eredményt ad-e számunkra. Nézzük meg a következő forgalmi szituációt, melyben az előttünk haladó jármű pillanatnyi sebessége 120 km/h. A vizsgált két eset annyiban tér el egymástól, hogy míg az egyik esetben a gyorsulása  $-1 \text{ m/s}^2$ , addig a másik esetben  $1 \text{ m/s}^2$ , a bemutatott predikciós eljárás természetesen mindkét esetben azonos gyorsulást fog a legnagyobb valószínűség mellett megadni. Ez sok helyzetben nem állja meg a helyét, mivel ez az adott  $t$  idő alatt, a következő gyorsulásmegváltozást jelentené.

$$\Delta a = \frac{a_{pred} - a_{előző}}{t} \quad (2.17)$$

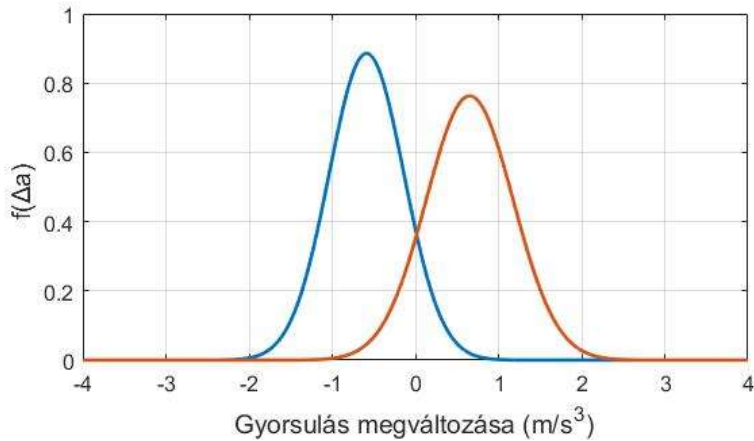
Ahol a  $t$  megadja, hogy mekkora időlépésekben végezzük el az predikciót. Ám ez nagy lassítás mellett, illetve nagy prediktált gyorsulás esetében olyan értéket eredményezne, ami több szempontból se elfogadható. Emiatt a modellt kiterjesztjük oly módon, hogy a gyorsulás megváltozásának eloszlását is figyelembe vesszük. Mivel az 1. ábrán bemutatott mérési pontok diszkért értékek, illetve a mintavételezési idő időben állandó volt, a gyorsulásmegváltozás számítható a mintavételezési frekvencia ismeretében.

$$\Delta a = f_{minta} \cdot (a(t+1) - a(t)) \quad (2.18)$$

Ismert a gyorsulás megváltozása két mérési pont között. Az adatokat szétválasztjuk aszerint, hogy pozitív gyorsulásváltozás, vagy pedig negatív gyorsulásváltozás következett be. Az így kapott két adatsorozatra pedig egy Gauss sűrűségfüggvényt illesztünk [15].

$$f(\Delta a) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta a - \mu}{\sigma}\right)^2} \quad (2.19)$$

A gyorsulás megváltozásának fizikai megnevezése rándulás, és folytonos gyorsulásfüggvény ismeretében annak deriválásával kapjuk a rándulás (angol szakirodalomban: Jerk) függvényét. A kényelmi szempontokat még nem sértő rándulás értéke  $|J| \leq 1,5 \text{ m/s}^3$  [16]. A 11. ábrán látható, hogy a leírt kényelmi szempontnak is nagyjából eleget tesz az általunk kapott sűrűségfüggvény.



11. ábra: Rándulás (Jerk) sűrűségfüggvénye

Az alábbi rándulásfüggvény segíthet az előbb definiált probléma elkerülésében, mivel a felírt függvény segítségével figyelembe tudjuk venni a gyorsulásmegváltozás nagyságának a valószínűségét is. Elmondható, hogy a rándulásfüggvény inkább a közeli időpillanatokra ad jó becslést, míg a gyorsulásfüggvény inkább a távolabbi időpillanatokra. Emiatt a predikció során mindkét függvény figyelembevételével próbáljuk meghatározni a tartózkodási helyet. Természetesen ezeket a függvényeket súlyozást követően összegezhetjük, így megkapva az eredő sűrűségfüggvényt, csakúgy, mint a 2.13, 2.14-es összefüggéseknél leírtuk. Mielőtt bemutatnánk az így kapott sűrűségfüggvényt, a következő megfontolásokat gondoljuk át, miszerint minél több lépéssel előre prediktálunk annál bizonytalanabb a jármű előzetes gyorsulása, tehát célszerű a súlyparamétert ebben az esetben a gyorsulásokból származtatott függvény javára eltolni. Ezek alapján a súlyparaméternek a predikciós lépések függvényében valamilyen monoton csökkenő karakterisztikát kell követnie. Célszerűen tűnik egy exponenciálisan csökkenő függvény választása, azonban kérdés tárgyát képezi, hogy a kitevő értékét miként határozzuk meg. A mért adatok szórását felhasználjuk a súlyok meghatározásánál. Abban az esetben, ha az adatsor szórása nagy, azt szeretnénk elérni, hogy a rándulás súlya nagyobb mértékben csökkenjen a predikciós lépések függvényében, mint kis szórás esetén. Emiatt a súlyfüggvény meghatározását a következő összefüggés szerint fogjuk kivitelezni.

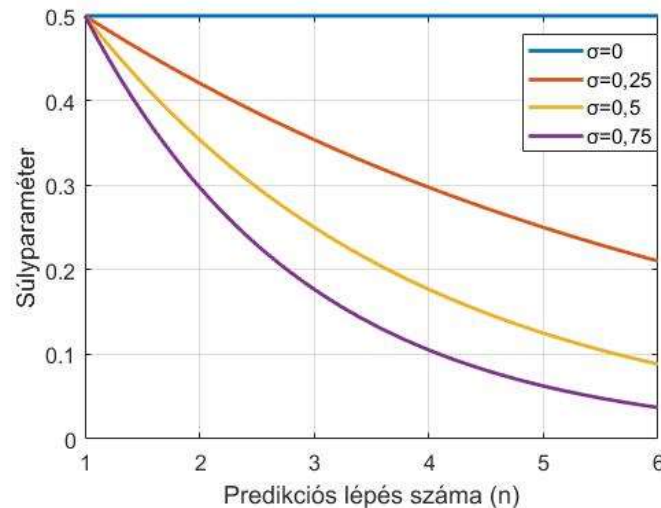
$$A(n) = 2^{-n\sigma} \quad (2.20)$$

Ahol  $n$  megadja a predikciós lépés számát, így megkapjuk a súly értékét. Látható, hogy a 2.20 összefüggés alapján, hogy  $A(n) \in [1,0]$ . Azonban mi azt szeretnénk, hogy első lépésben az függvényérték 0,5 lenne, majd konvergálna nullához.

A következő módosításokat végezzük el. Első lépésben biztosítjuk, hogy  $n=1$ -nél 0,5 legyen a függvény értéke, majd megoldjuk, hogy az adott intervallumon legyen értelmezett.

$$A(n) = \frac{2^{-\sigma(n-1)} - 0,5}{2} + 0,25 = 2^{-\sigma(n-1)-1} \quad (2.21)$$

A 2.21 összefüggés alapján nézzük meg, hogyan változik a súlyparaméter a gyorsulás megváltozására vonatkozó súlyfüggvényre a predikciós lépések függvényében.



12. ábra: Súlyparaméter alakulása

A 12. ábráról leolvashatók a súlyparaméter értékei, amit a 2.21-es összefüggés segítségével számoltunk. Érdekes megjegyezni, hogy abban az esetben mikor a szórás zérus értéket képvisel, nem csökken a súlyparaméter értéke, ez amiatt jó számunkra, mert így nagyobb valószínűség mellett kezelhetjük a gyorsulás megváltozására vonatkozó értéket. Az előbb felírt összefüggés a gyorsulás deriváltjára vonatkozik, emiatt az eredő sűrűségfüggvény meghatározása előtt áttérünk a gyorsulásmegváltozás által megadott gyorsulásfüggvényre. A pillanatnyi gyorsulás ismeretében a gyorsulás.

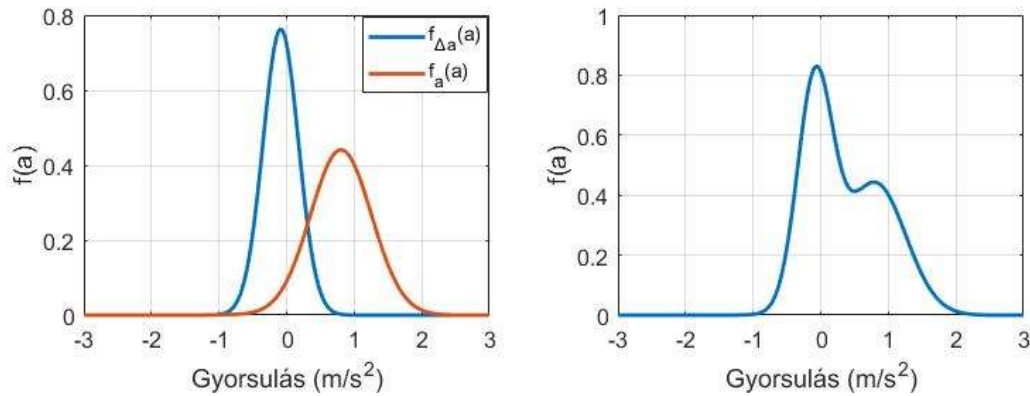
$$a = a_{pill} + \Delta a \cdot t \quad (2.22)$$

Ahol  $t$  a vizsgált időintervallum nagysága egy lépésre vonatkozólag. További számítások a 2.10-2.15 összefüggéseket felhasználva hasonlóképp történik, mint az említett összefüggéseknél tárgyalásra kerülő esetben. A 2.9 összefüggés alapján megadott eloszlásfüggvény számítása a módja a következőképp módosul az  $n$ . predikciós lépésre.

$$F_n(a) = \int A_n f_{\Delta a}(a) da + \int (1 - A_n) f_{a,n}(a) da \quad (2.23)$$

Legyen  $v_{pill} = 120 \frac{km}{h}$ ,  $a_{pill} = -0,5 \frac{m}{s^2}$ ,  $t = 0,5 s$

A fenti adatokra megnézzük, hogyan változik a gyorsulás sűrűségfüggvénye abban az esetben, ha az előbb említett hatást is bele vesszük a számításba.



13. ábra: A sűrűségfüggvény változása

A 13. ábrán bal oldalon láthatjuk, melyik komponensnek milyen hatása van az eredő sűrűségfüggvényre, illetve a jobb oldali ábrán már a teljes sűrűségfüggvény szerepel.

Az alábbi fejezetben bevezetett eljárással meghatározhatjuk a jármű tartózkodási helyét a jövőre vonatkozólag. A továbbiakban az előbb felírt modell felhasználásával kapott eredményeket, két döntési algoritmusban használjuk fel. Az első algoritmus kis időbeni felbontást alkalmaz, és feladata, hogy az adott pillanatban döntsön az előzés/kikerülés megkezdése mellett, vagy ellen. A másik döntési algoritmus nagyobb időbeni felbontást fog használni, és célja, egy adott forgalmi helyzet alakulásának előrejelzése. Az ott nyert ismeretekkel célunk a megfelelő gyorsulás előre történő megválasztása, ami számos előnnyel jár, csakúgy, mint energiatakarékossági, biztonsági, kényelmi. A két algoritmus természetesen egymást kiegészítve működik, tekintve, hogy az egyik algoritmus csak egy adott pillanatban tud döntést hozni, addig a másik, a nagyfelbontás miatt abban a pillanatban nem lenne képes az optimális döntéshozatalra. A következő fejezetekben az említett két algoritmus kerül bemutatásra.

### 3. Rövidtávú döntési algoritmus

#### 3.1. Elérhető terület meghatározása

Jelen fejezetben a döntéshozatali algoritmust, mely időben kis felbontással dolgozik kerül bemutatásra. A kialakult helyzet kiértékelését neurális hálókkal szeretnénk kivitelezni. A neurális hálók előnyei között felsorolandó a nem-lineáris rendszerek jó közelítésének képessége [17]. Először megadjuk a tanító adatsorozatot. Mint említettem, döntést szeretnénk hozni arra vonatkozóan, hogy belekezdjünk-e az előzésbe. A neurális hálózatok tanításánál szükségünk egy úgynevezett tanító adatsorozatra, ami a következőképp kerül meghatározásra.

Első lépésként adjuk meg a jármű által elérhető pontokat. Az elérhető pontok alatt azokat a pontokat értem, melyek állandó sebesség mellett a biztonsági és kényelmi szempontok figyelembevételével elérhetők. Ennek meghatározásához a következő összefüggést használjuk az oldalgyorsulás meghatározására, arra az esetre, ha az előzési trajektóriát négy darab klotoid görbe alkotja, melyek paraméterei azonosak [18].

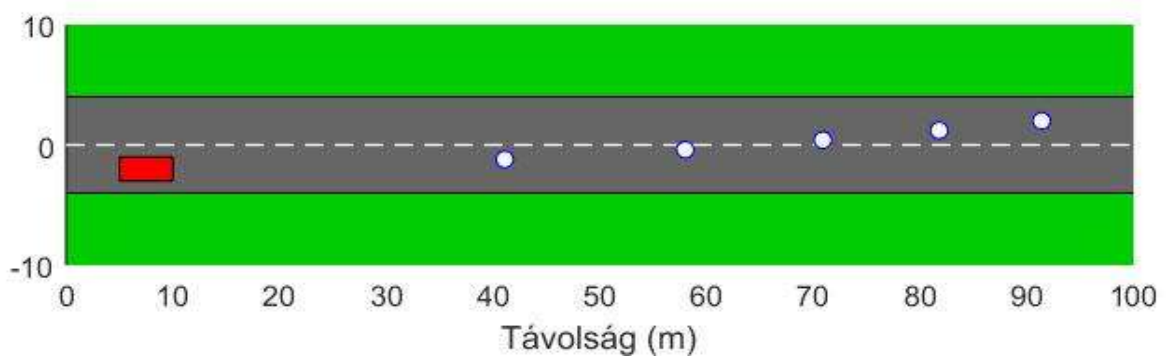
$$a_{oldal} = \frac{2 \tan^{-1}\left(\frac{Y}{X}\right)}{\frac{\sqrt{X^2 + Y^2} \cdot 0.25}{\cos_c\left(\tan^{-1}\left(\frac{Y}{X}\right)\right)}} v^2 \quad (3.1)$$

Ahol  $Y$  az előzési trajektória  $y$  irányú vetülete,  $X$  pedig az  $x$  irányú vetülete az említett pályának. A jármű hosszirányú sebessége  $v$ , és  $\cos_c$  pedig a Fresnel-cosinus. Látható, hogy az alábbi összefüggés nem fejezhető ki az előzési útvonal  $X$  irányú vetületére. Emiatt, állandó lépésközzel léptetett  $Y$  irányú távolságokhoz, előre definiált maximális oldalgyorsulás mellett, adott sebességhez, iterációs eljárással meghatározzuk az  $X$  értékeket. Ez a jármű által elérhető terület definiálása során lesz számunkra fontos. Nézzük meg azt az esetet mikor a sebességünk  $v = 130 \text{ km/h}$ .

A fenti képen látható, hogy az előzési pálya Y irányú növelésével, hogyan változik a szükséges X irányú vetület. A kapott pontokra függvény illesztésével definiálni tudunk egy elérhető területet. Tehát az adott kiindulópályából, a függvény alatti terület bármely pontjára képes eljutni a jármű. Az illesztett függvényt a járműhöz kötött koordináta-rendszerben határozzuk meg. Ahol az origó a jármű elején, illetve középvonala mentén helyezkedik el. A keresett közelítő függvény meghatározásához Lagrange interpolációt használunk [15].  $(x_0, y_0) \dots (x_k, y_k)$  a számított pontok.

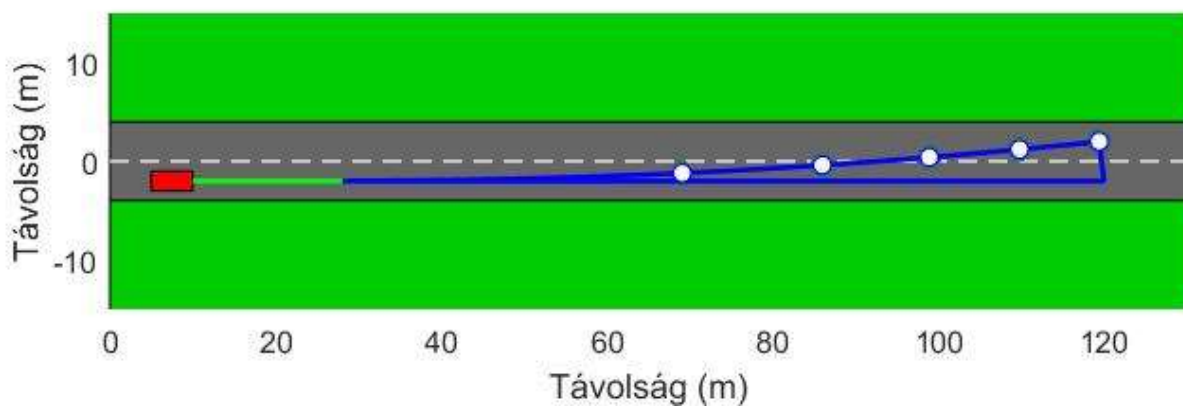
$$l_j(x) = \prod_{(0 \leq m \leq k)} \frac{x - x_m}{x_j - x_m}, j \neq m \quad (3.2)$$

$$L(x) = \sum_{j=0}^k y_j l_j(x) \quad (3.3)$$



14. ábra: Az elérhető pontok definiálása

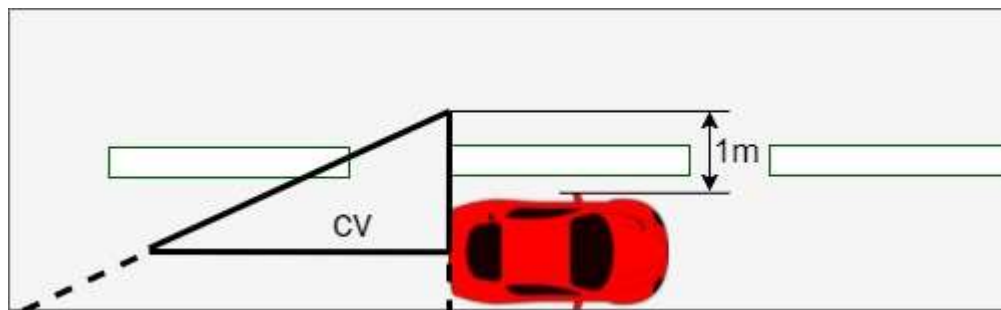
A 14. ábrán látható elérhető pontokat felhasználva görbét illesztünk a pontsorozatra.



15. ábra: Az elérhető terület megadása

A 15. ábrán a késsel jelölt terület az előbb említett elérhető területet jelenti. Mivel szélsőértékei a megengedett gyorsulás mellett lettek kiszámolva, a köztes pontok esetében kisebb gyorsulásértéket fogunk tapasztalni. A zöld egyenes pedig egy időképletetés, ami az adatok feldolgozása miatt lehet szükséges.

Az elérhető terület meghatározása azért fontos lépés, mert a predikció elvégzésével bármely ponthoz tudunk egy valószínűséget társítani egy adott időpillanatra, ami a döntéshozatalunknál fontos szerepet fog játszani. Definiáljunk a forgalom résztvevőinek egy úgynevezett biztonsági sávot. A biztonsági sáv azt hivatott kivitelezni, hogy a járművek ne közelítsék meg egymást veszélyes mértékben. A követési távolság meghatározására több módszert szokás használni, csakúgy, mint állandó távolság, állandó időköz [5]. Jelen esetben az állandó időköz használata kerül kiválasztásra ez a távolságérték a járművek középvonalától mérve értendő, illetve az előzés/kikerülési manőver legkisebb idő alatti kivitelezhetősége miatt, azt kívánjuk elérni, hogy az előzést végző jármű eleje az előzendő jármű hátulja egy vonalba essen az előzési trajektória első szegmense kivitelezése végére. Oldalirányba konstans biztonsági távolság kerül megadásra, melynek értékét válasszuk 1 m-re. Így a biztonsági távolság definiálása során, két esetet különböztethetünk meg, az első esetben kétsávos út, míg a második esetben többsávos út esetét nézzük meg. Jelen dolgozat a továbbiakban a kétsávos esetet vizsgálja.



16. ábra: Biztonsági sáv

A jármű középvonalában mért távolság meghatározható a sebesség egy konstansszorosaként.

A predikciót a jármű súlypontjára végeztük el, így a biztonsági sáv, illetve a jármű geometriai méreteit felhasználva kiterjesztjük a súlypontra értelmezett valószínűségi értékeket az előbb említett területre. Természetesen ezen érték is diszkrét felbontású lesz. Felhasználva a jármű által elérhető területet, illetve az előre definiált biztonsági területek valószínűségét, a két érték összevethető a  $t$ . időpillanatra, mely a jövőre vonatkozik. Ezt felhasználva megadható a jövőbeni diszkrét időpillanatokra, hogy a jármű mekkora valószínűséggel lép be az előzendő jármű által definiált biztonsági sávon belülre.

Ezen valószínűségi érték számítható a sűrűségfüggvény ismeretében. Legyen az előzni kívánt jármű által elérhető intervallum két szélső értéke az általunk megfigyelt járműhöz viszonyított koordinátarendszerben  $[a_t, b_t]$  a  $t$ . időpillanatra vonatkozólag. Ez az intervallum megadható, mivel a gyorsulás sűrűségfüggvénye ismert, illetve a pillanatnyi sebesség is, az előrejelzés időközét pedig mi választjuk meg. Az adott intervallumra történő belépés valószínűsége a következő.

$$P_{belépés,t} = \sum_{i=1}^n F_t(s_i), \text{ ahol } n = \frac{c_t - a_t}{(b_t - a_t)/N} \quad (3.4)$$

Abban az esetben, ha  $c_t$  a  $t$  idő alatt befutott távolságot adja meg,  $N$  pedig megadja, hogy az  $[a_t, b_t]$  intervallum hány részre lett osztva.

### 3.2. Neurális háló alapú döntési algoritmus

Az előzőekben leírtak azért voltak szükségesek, mert a neurális hálózatok tanításánál felhasználjuk a prediktált valószínűégeket. A neurális hálózatok betanításához rendelkezünk kell egy adatsorozattal, amit a következőképp állítunk elő. Simulink-ben felépített járműmodell futtatásával szimuláljuk a jármű mozgását. Prediktáljuk egy adott időpillanatban az említett jármű tartózkodási helyét a jövőre vonatkozólag, ezután a valószínűégeket kiszámoljuk. Az előzést végrehajtani próbáló járművel véghez visszük az előzést. Az előzés során lementjük a távolság adatokat, melyek később a kiértékelésben játszanak fontos szerepet majd. Véletlenszerűen definiálunk helyzeteket, a változó értékek: A két jármű távolsága, sebessége, az előzendő jármű pillanatnyi gyorsulása. Az adatok lementését követően a mozgásukat, mint térgörbe ábrázoljuk  $(x,y,t)$  koordinátarendszerben. A kiértékelés ebben a koordinátarendszerben történik, mikor is arra vagyunk kíváncsiak, hogy mennyire közelítette meg a két jármű egymást. Beállítunk egy felső korlátot, és az értékek a következőképp kerülnek meghatározásra.

$$O_e = \begin{cases} s_{min} < 0 \text{ és } |s_{min}| > d_{max}, & O_e = 0 \\ -d_{max} \leq s_{min} \leq d_{max}, & O_e = 1 \\ s_{min} > 0 \text{ és } |s_{min}| > d_{max}, & O_e = 2 \end{cases} \quad (3.5)$$

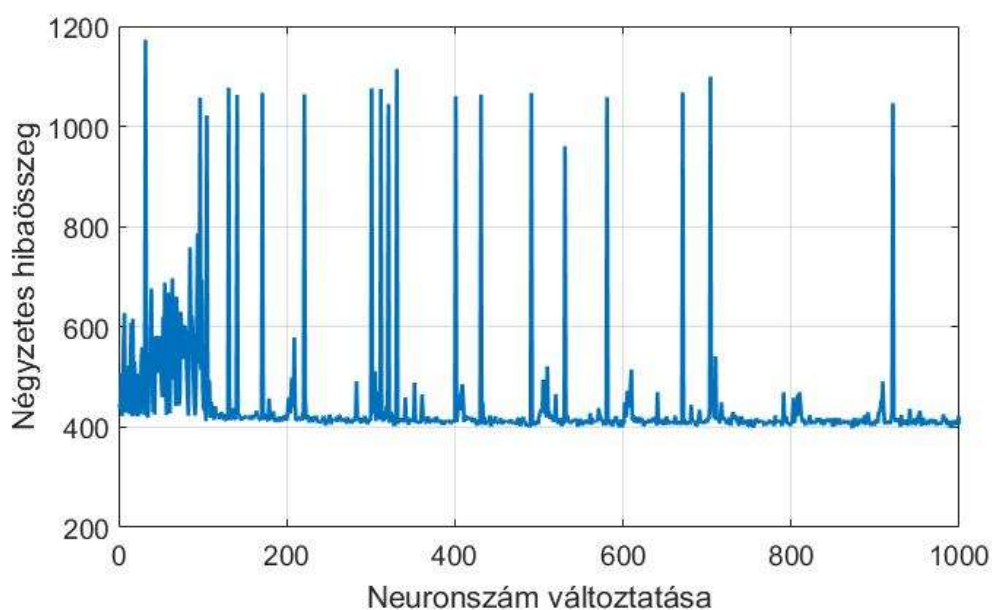
Ahol  $s_{min}$  megadja az előzés során kialakuló megközelítés legkisebb értékét (Ez azt jelenti, hogy a jármű belépett-e a biztonsági sávba, vagy pedig nem),  $d_{max}$  pedig a megengedett értékmaximumát tartalmazza.



Kimenetként három értéket különítünk el, az előzés korai megkezdése (0), az előzés jókori megkezdése (1), illetve az előzés késői megkezdése (2). A továbbiakban az ily módon előállított, 5000 adatsort tartalmazó tanító adathalmazt fogjuk használni. A tanító adatsorban szerepelni fog a két jármű távolsága, a sebessége, illetve gyorsulása, és végül a prediktált pozíciókra a valószínűségi értékek. A neurális hálózatot a beépített Matlab toolbox segítségével hozzuk létre. Az aktivációs függvényt válasszuk a tangens hiperbolikus függvénynek, mely a következő összefüggéssel adható meg [19].

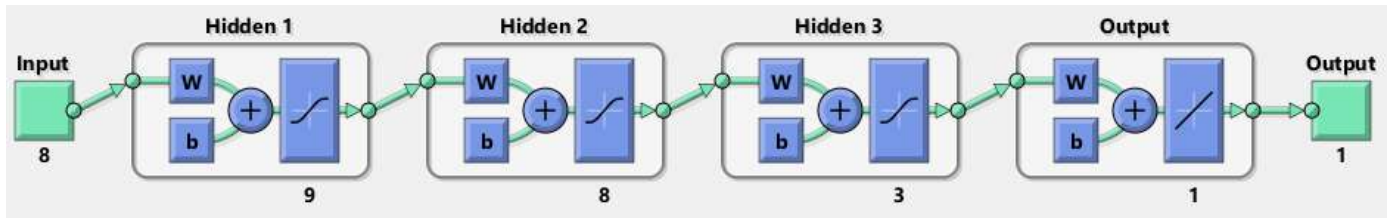
$$\text{tansig}(x) = \frac{2}{1 + e^{-2x}} - 1 \quad (3.6)$$

A megoldó algoritmus gyanánt a Levenberg-Marquardt eljárást választjuk, mely széles körben alkalmazott. Mivel egyelőre nem létezik eljárás, melynek felhasználásával pontosan számítható lenne a rétegben található neuronok száma, emiatt a neuronok számának meghatározására az úgynevezett k-keresztellenőrzést használjuk [20]. Az eljárás lényege, hogy az adatsorunkat k darab diszjunkt halmazra bontjuk, k-1 db halmazt tanításra használunk, míg a fennmaradó halmazokat ellenőrzésre. Természetesen ezt a lépést minden kombinációban megcsináljuk, összegezve a hibák értékét. Az neuronok száma a legkisebb hiba melletti paraméterekkel kerül megvalósításra. Jelen esetben a három rejtett réteget tartalmazó felépítés mellett megvizsgálatra került a más számú rejtett réteg esete is, ám ezek rosszabb eredményt mutattak. A neuronok száma minden rétegben 1-10 között változik. Belátható, hogy ez 1000 db kiértékelési pontot jelent. Eredményként a hiba változására a következőt kaptuk.



17. ábra: A hiba értéke

A minimális hiba értékének a leolvasása grafikusán nem kivitelezhető, emiatt a kapott pontokból választjuk ki a minimumot, majd társítjuk az azt előidéző beállításokhoz. Eredményül azt kapjuk a program futása végeztével, hogy a 3 rejtett rétegű esetben a rétegek rendre 9,8,3 neuront tartalmaznak



18. ábra: Neurális hálózat

A 18. ábrán látható a neurális hálózat felépítése Matlab környezetben. Meg kell jegyezni, hogy a döntéshozási algoritmusnak kis időbeni felbontás mellett kell kiértékelnie az adott helyzetet, ezzel elkerülve, hogy valamilyen váratlan helyzet következtében ütközés történjen.

## 4. Hosszútávú döntési algoritmus

### 4.1. Mozgás leírása

A jármű mozgás-predikciója végeztével, definiálhatunk egy felső határt, ami azt adja meg, hogy mekkora maximális valószínűséget engedünk meg arra vonatkozólag, hogy a jármű belépjen a már korábban definiálásra kerülő úgynevezett biztonsági zónába. Amennyiben meghatározzuk ezt a felső értéket, és figyelembe vesszük, hogy a valószínűséget egy előre megadott felbontással végeztük, megadható, hogy a definiált időközökben a jármű mekkora utat tett meg. Megkapjuk előre, hogy mekkora gyorsulást alkalmazhatunk annak érdekében, hogy ne közelítsük meg túlságosan az előttünk haladó járművet. A járműmozgás predikciót nagy felbontás mellett végezzük, mivel az egyes időközök között állandó gyorsulást feltételeztünk, ellenben a nagy felbontás alkalmazása azt fogja eredményezni, hogy meglehetősen sok pont fogja definiálni a jármű lehetséges jövőbeli mozgását. Emiatt több interpolációs eljárás nem alkalmazható, mivel az esetleges nagy fokszám alkalmazása mellett megjelenne az úgynevezett Runge-jelenséget [21]. Ezt a megfontolást szem előtt tartva, a legkisebb négyzetek módszerét alkalmazzuk a görbeillesztésre. A legkisebb négyzetek módszerének [22] bemenetét képezi a célfüggvény alakja. Megvizsgáljuk elsőfokútól ötödfokúpolinom esetére a kapott illesztés jószágát. A megvizsgálandó polinom a következő alakban írható fel:

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = y \quad (4.1)$$

A célfüggvény alakjának ismeretében felírható a minimalizálandó költségfüggvény.

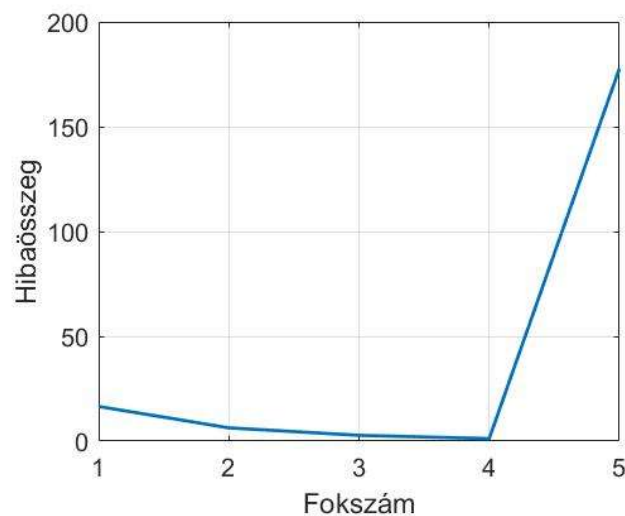
$$\rho = \sum_{i=1}^m \left( y_i - (a_n x_i^n + a_{n-1} x_i^{n-1} + \dots + a_1 x_i + a_0) \right)^2 \quad (4.2)$$

A polinom együtthatói ismeretében meghatározható minden fokszámú közelítés esetén a hiba értéke. Az  $y_i$  értékeket megkapjuk a predikciós eljárás futtatásának eredményeként, illetve az  $x$  értékek a vizsgált időpillanatok értékei. A predikciót három kezdeti sebességértékre határozzuk meg, a kezdeti sebességek 120, 130, 140 km/h, illetve a predikciót 5.5 másodpercre előre végezzük el, 0,5 másodperces felbontás mellett, tehát egy 11 elemű vektort kapunk eredményként. A vizsgálat úgy történik, hogy minden egyes illesztés esetén megnézzük az ismert pontoktól való eltérés mértékét, és összegezzük ezt a három sebességgel végzett mérés esetére.

A következő összefüggéssel adható meg az említett eljárás

$$D_k = \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^{11} (y_i - \hat{y}_i) \quad (4.3)$$

Ahol eredményként  $D_k$ -t kapjuk, ami megadja az adott fokú polinom közelítésének hibáját a három kezdeti sebesség esetére. A kapott eredményeket ábrázoljuk a polinom fokszámának függvényében.

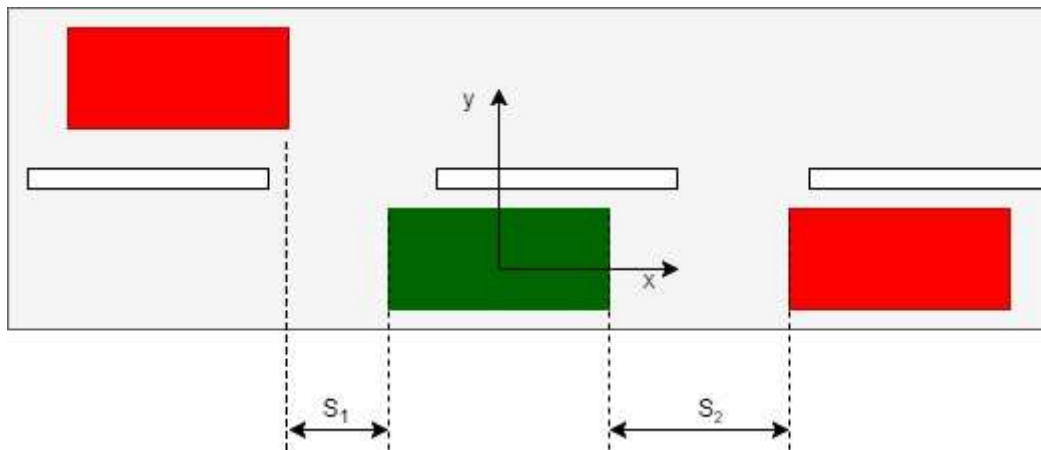


19. ábra: Fokszám függvényében a hiba

A kapott diagramot megnézve, látható, hogy az ötödfokú esetben a hiba értéke túl nagy értéket képvisel, ellenben látható, hogy negyedfokú esetben egy minimumot kapunk a hiba értékére, így a továbbiakban a járműmozgás predikció során kapott pontokat, egy negyedfokú polinommal fogjuk közelíteni. A kapott eredményeket felhasználva meg tudjuk adni a jövőre vonatkozólag, valamilyen valószínűségi érték mellett a jármű tartózkodási helyét az idő függvényében.

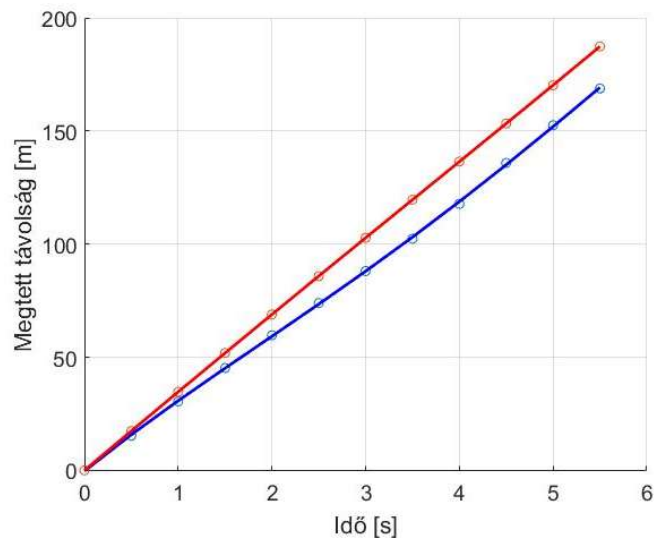
### ***Több résztvevő esete***

Természetesen a fent felírt eljárás használható több résztvevő esetére is. Ebben az esetben az lenne a célunk, hogy a jövőre vonatkozólag valamilyen becslést tudjunk adni, arra hogy meg tudjuk-e előzni az előttünk haladó járművet előrelátható időn belül, vagy pedig nem. Több résztvevő esetében már nem annyira triviális a kérdés, mivel a mellettünk haladó sávban is tartózkodhat jármű, emiatt a döntéshozatal folyamatába a mellettünk lévő sávban haladó esetleges járművet is figyelembe kell vennünk. Vizsgáljuk meg a következő esetet.



20. ábra: Több résztvevő esete

A 20. ábrán látható, hogy jármű előtt, illetve a mellette lévő sávban is tartózkodik egy másik forgalmi résztvevő. Kérdés a továbbiakban az, hogy mikor lesz lehetőségünk sávváltásra. Feltesszük, hogy az előttünk haladó jármű a megengedett sebességnél lassabban megy átlagosan. Mind a két jármű esetén elkészítjük a mozgásukat jellemző sűrűségfüggvényeket. Felhasználva a függvényeket meghatározzuk a lehetséges tartózkodási helyüket.

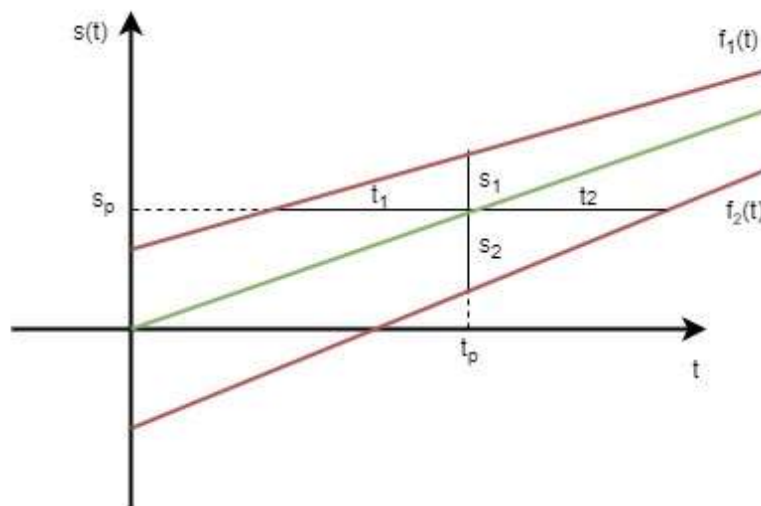


21. ábra: Megtett távolság az idő függvényében

Látható, hogy az egyik jármű nagyobb utat tesz meg adott idő alatt. Kérdésünk a továbbiakban az, hogy mikor tudjuk megelőzni az előttünk haladó járművet. Mint említettem, ezek a pontok bizonyos valószínűség mellett érvényesek, mivel pontosan nem megadható a jármű tartózkodási helye. Így egy maximálisan megengedett valószínűségi érték mellett lehet definiálni az adott időköz között megtett út hosszát.

Jelen vizsgálatban ezt a valószínűségi értéket 0,1-re választottam. Tehát ez azt jelenti, ha úgy választjuk meg a gyorsulás értékét, hogy pont a kiszámolt ponton tartózkodjunk, akkor 0,1 valószínűség mellett a járműkörül definiált biztonsági sávon belülre kerülünk. Illetve érdemes megjegyezni, hogy a megfigyelt jármű mellett lévő sávban jelen esetben a biztonsági sáv a jármű előtti területre vonatkozik, míg a másik esetben a jármű mögötti területen található.

Látható továbbá, hogy jelen ábrán mind a két távolságvérték az origóból indul ki. Ez azt jelentené, hogy a két jármű egyvonalban helyezkedik el egymás mellett, ellenben látható a helyzetet bemutató képen, hogy ez nem így van. A lokális koordináta-rendszert a megfigyelt járműhöz rögzítettük, így az ábrán látható  $s_1$  távolságvérték esetében a görbét lefele, míg a másik esetben felfele kell eltolnunk. Kérdésünk tehát az, hogy milyen időközben tudjuk megelőzni az előttünk haladó járművet úgy, hogy a forgalom többi résztvevőjének biztonságát ne kockáztassuk az általunk végrehajtott manőver során. Az előbb definiált kérdésre adott válasz előtt nézzük meg a 22. ábrát.

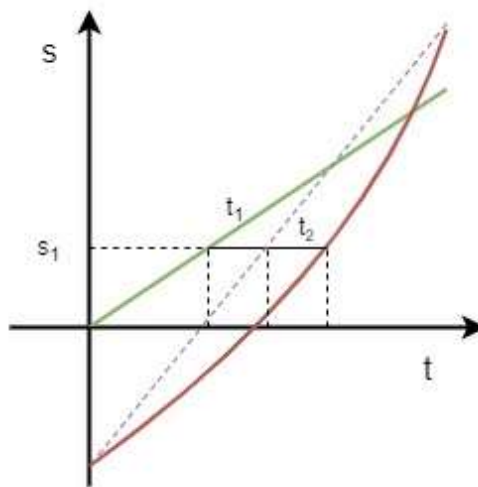


22. ábra: Út-idő diagram

A 22. ábra bemutatójelleggel készült, látható, hogy a járművek állandó sebességgel haladtak. Ezt onnan tudhatjuk hogy az lineáris egyenesek meredeksége állandó az idő függvényében. A megfigyelt jármű illetve a forgalomban résztvevő további két jármű távolságát egy adott időpillanatra az  $(s_1, s_2)$  értékek leolvasásával kaphatjuk meg. Továbbá leolvasható, hogyha a megfigyelt jármű mozgásállapota nem változik  $(t_1, t_2)$  idő eltelte szükséges ahhoz, hogy a biztonsági sávként definiált területen belülre kerüljön a megfigyelt jármű.

Érdeemes itt megjegyezni, hogy a zölddel egyenessel definiált, általunk megfigyelt jármű által megtett utat befolyásolni tudjuk a gyorsulás értékének változtatásával.

Így előre megmondható valamilyen valószínűségi érték mellett, hogy meddig van lehetőségünk az előzés kivitelezésére, illetve másik helyzetben, hogy mikortól tudjuk megkezdeni az előzést. Ez az információ amiatt lehet fontos, mert ha előrelátható időn belül nem nyílik lehetőségünk az előttünk haladó jármű megelőzésére, akkor érdemes folyamatos lassítással felvenni a jármű sebességét egy biztonságos távolság megtartásával. Először azt hihetnénk, hogy elég a két jármű távolságának előrejelzése. Viszont abban az esetben, ha nem állandó gyorsulással haladunk, akkor már az előbb rajzolt diagram nem csak lineáris szakaszokat fog tartalmazni. Erre példát az 23. ábrán láthatunk.



23. ábra: Állandó sebesség hatása

Látható a fenti ábrán, hogy állandó sebesség (szaggatott vonal) feltételezése eseté más eredményt kapunk, mint mikor a gyorsulást is figyelembe vesszük. A konstans sebesség feltételezése azt eredményezné, hogy kisebb távolságot kapunk egy adott időpontra nézve, mely nagyban befolyásolná a jövőre vonatkozó döntésünket. Célunk az, hogy az előbb bemutatott eljárás segítségével meghatározzuk, hogy mely jövőbeni időintervallumban tudunk előzést véghezvinni. Fontos megjegyezni azonban, hogy a 21. és 22. ábrán bemutatott eset nem felel meg a valóságnak, mivel a járművek kiterjedése nincs feltüntetve, továbbá a járművek környezetében definiált biztonsági sáv sincs feltüntetve. Ez problémát okozhat a döntési algoritmus tesztelése során, emiatt a jövőben ezekkel az adatokkal kiegészítjük a diagramokat.

Könnyen beátható, hogy a biztonsági sáv definiálása annyit fog változtatni a mostani ábrákon, hogy  $y$  tengely mentén eltoljuk a görbéket pozitív illetve negatív irányba, így megkapjuk a jármű előtti illetve mögötti biztonsági területet is tartalmazó ábrát.

## 4.2. Előzési manőver kivitelezhetőségének időintervalluma

Az előző megfontolásokat szem előtt tartva határozzuk meg az előzés időpontját, oly módon, hogy az előttünk haladó jármű által definiált biztonsági sávon belülre még éppen ne kerüljünk. Mivel ismert számunka a két jármű tartózkodási helyének időfüggvénye, amit az előző alfejezetben határoztunk meg, két jármű esetére felírható a távolságuk időfüggvénye.

Az előzési manőver kivitelezésének lehetséges időintervallumának megadása során két esetet kell megvizsgálunk. Az első esetben nem tudjuk azonnal megelőzni a járművet, de a jövőben kialakulhat olyan helyzet hogy lehetőségünk lesz rá. A másik esetben azonnal át tudunk térni a szembejövő sávba ütközés nélkül, de kíváncsiak vagyunk arra, hogy ezt meddig tudjuk megtenni. Ennek az esetnek ott lehet gyakorlati alkalmazása, ha van szembejövő forgalom. Vizsgáljuk meg azt az esetet mikor arra vagyunk kíváncsiak, hogy mikor nyílik lehetőségünk az előzés kivitelezésére. Írjuk fel az egyes és kettes jármű közötti távolságot a következőképp.

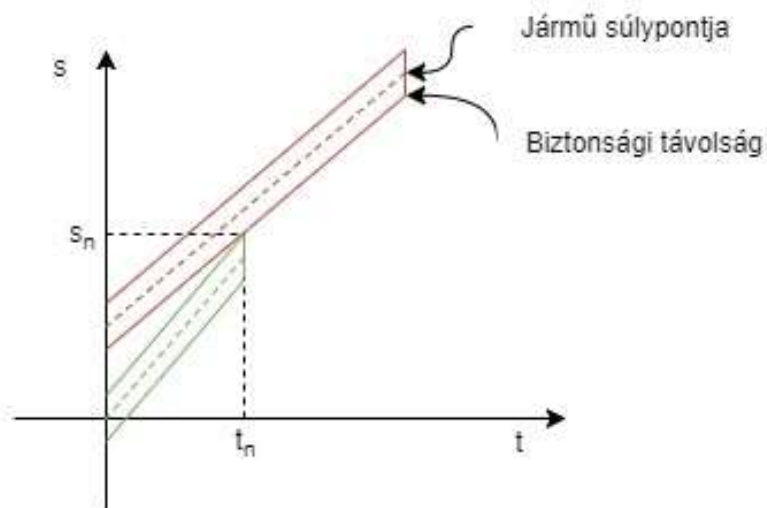
$$d_{12}(t) = f_1(t) - f_2(t) \quad (4.4)$$

Mivel fontos tényező továbbá a két jármű közötti 'időkülönbség' adjuk meg azt a következőképp.

$$l_{12}(t) = \frac{d_{12}}{v_1(t)} \quad v_1(t) = \frac{df_1(t)}{dt} \quad (4.5)$$

Ahol  $v_1(t)$  a jármű sebességének függvénye. Itt megjegyzendő, hogy állandó sebességgel számoljuk az időkülönbséget. Fontos paraméter továbbá, a szükséges gyorsulás ahhoz, hogy az előttünk haladó járműhöz a lehető legközelebb kerüljünk az előzés megkezdése pillanatában, ezzel csökkentve a másik sávban töltött időt. Írjuk fel továbbá, azt hogy adott időpontban előzést tudjunk kezdeni, milyen átlagsebességgel kell haladnunk, felhasználva a kezdeti sebesség ismeretét meghatározható a gyorsulás értéke.





24. ábra: Gyorsulás hatása

A 6. ábrán látható melyik helyzetre írjuk fel a gyorsulást, mint befolyásoló tényező értékét. A jól ismert négyzetes úttörvényt felhasználva.

$$s_n = v_0 t + \frac{a_n}{2} t^2 \quad (4.6)$$

Az egyenletet átrendezve a következő összefüggéshez jutunk.

$$a_n = \frac{2s_n - 2v_0 t}{t^2} \quad (4.7)$$

Viszont elmondható, hogy az  $s_n$  értéke ismert számunkra a 4.6 egyenlet alapján. Így megkapjuk az idő függvényében a gyorsulást. Mivel a 23. ábrán definiált eset szeretnénk elérni, a 4.4 egyenlet kifejezhető a megfigyelt járműre. Így a távolság a megfigyelt, illetve a másik járműre lesz felírva, ami esetünkben a mellettünk lévő sávban halad, velünk megegyező irányba.

$$d_{m2}(t) = f_1(t) - f_2(t) - cv(t) \quad (4.8)$$

Ahol  $c$  értéke megadja, a biztonsági távolság nagyságát (a sebesség konstansszorosát). Feladatunk tehát megtalálni a megfelelő időpontot az előzésre, amely definiálható egy szélsőértékkeresés feladatként. Az előzőekben felírt 4.5, 4.7 és 4.8 egyenletek felhasználásával felírható a következő összefüggés.

$$\max(d_{m2}(t) + l_{12}(t) + \frac{1}{a(t)}) \quad (4.9)$$

Az előbb felírt összefüggés viszont még önmagában nem megfelelő az időpont kiválasztására. Tekintve, hogy a kifejezésben szereplő tagok más nagyságrendű értéket képviselnek. Emiatt bizonyos megfontolásokat követően súlyoznunk kell az értékeket. Illetve a gyorsulás azért került nevezőbe, mivel annak értékét csökkenteni igyekszünk, illetve előfordulhat olyan helyzet, hogy a sebességünket csökkenteni kell, emiatt abszolútértéket kell vennünk. Tehát az 4.9 egyenletet kiegészítve a következő összefüggéshez jutunk.

$$\max \left( \alpha d_{m2}(t) + \beta l_{12}(t) + \gamma abs \left( \frac{1}{a(t)} \right) \right) \quad (4.10)$$

Elmondható viszont, hogy bizonyos tartományban nem értelmezhető a kapott összefüggvény. Erre egyszerű példaként tudjuk hozni azt az esetet, mikor a gyorsulás értéke nem kivitelezhető a szerkezeti kialakítás, biztonsági, illetve kényelmi szempontok miatt. Ebben az esetben a nem megfelelő paramétereket tartalmazó intervallumot figyelmen kívül kell hagynunk. Definiáljuk az értékekhez tartozó megengedett maximális, vagy adott esetben minimális mennyiségeket.

$$a_{min} \leq a \leq a_{max} \quad (4.11)$$

$$l_{12} \geq t_{min} \quad (4.12)$$

$$d_{m2} \geq d_{min} \quad (4.13)$$

Az előbb felsorolt korlátozó értékek megválasztása függenek a jármű sebességétől. A 4.10 egyenletben szereplő súlyokat válasszuk meg úgy, hogy a költségfüggvényben azonos súllyal szerepeljenek. Miután az 4.11, 4.12, illetve 4.13 egyenlőtlenségek felhasználásával ismertté vált számunkra az egyes függvények szélsőértékei, ezeket felhasználva megadjuk a súlyparaméterek értékeit. Normáljuk a kapott függvényeket a következők szerint.

$$\alpha = \frac{d_{act}}{d_{megfigyelt}} \quad (4.14)$$

Ahol  $d_{megfigyelt}$  az általunk beállított távolságérték. Mivel az adott távolságértékeket időközönként újra számoljuk, így megengedhető egy küszöbérték definiálása, amivel elérhető, hogy pontosabban tudjuk osztályozni azokat a helyzeteket mikor veszélyesen, megközelítheti az általunk megfigyelt járművet. Az előbbi megfontolások alapján megadhatjuk az időtávolság normált értékét is.

$$\beta = \frac{t_{act}}{t_{megfigyelt}} \quad (4.15)$$

Ezzel normáltuk az időkülönbségre vonatkozó függvényünket is. Az egyenlet értelmezése a következőképp zajlik.

$$\beta = \begin{cases} \frac{t_{act}}{t_{megfigyelt}}, & t_{act} \leq t_{megfigyelt} \\ 1, & t_{act} \geq t_{megfigyelt} \end{cases} \quad (4.16)$$

Az  $\alpha$  értékének értelmezése hasonlóképp zajlik. A gyorsulás értékének normalizálására külön nem térek ki, mivel belátható, hogy azáltal, hogy előre megadtuk az értelmezési tartományát a gyorsulásértékeknek, a függvény normálását könnyen el tudjuk végezni.

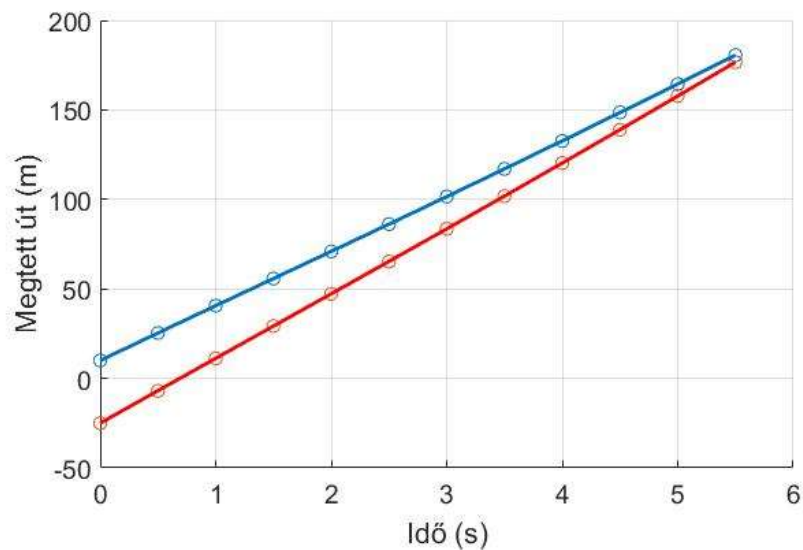
### 4.3. Adatok kiértékelése

Az 4.10 keresett maximum értéke, az adott időintervallumon belül legjobb előzési helyzetet adja meg. Természetesen előfordulhat, hogy nem alakul ki olyan helyzet, melyben előzés kivitelezhető/szükséges. Továbbá elmondható, hogy nem csak egy maximális értéket szeretnénk kiemelni, hanem egy időszívet melyben lehetőség nyílik az előzés megkezdésére, természetesen más paraméterek mellett. A felírt függvények időben folytonosak, illetve értékkészletük  $[0,1]$ . Mivel összegfüggvényt képzünk, a kapott függvényünk viszont  $[0,3]$  értékkészlettel fog rendelkezni.

Nézzük meg a következő helyzetet ahol egy egyirányú, kétsávos utat feltételezünk. Előttünk 10m-re egy átlagosan a megengedettnél lassabban haladó jármű van. Az megfigyelt jármű sebessége is a megengedett alatt van, de szeretnénk felgyorsítani a megengedett sebesség értékére. Az előttünk haladó jármű pillanatnyi sebessége 110 km/h, az általunk megfigyelt jármű sebessége 120 km/h. A mögöttünk, másik sávban haladó jármű 25 m-re helyezkedik el tőlünk, pillanatnyi sebessége 130 km/h, viszont ez a jármű átlagosan a megengedettnél gyorsabban közlekedik. A távolságokba már beleszámoltuk a biztonsági sáv értékét. A következő ábrán bemutatjuk a kialakult forgalmi helyzetet.

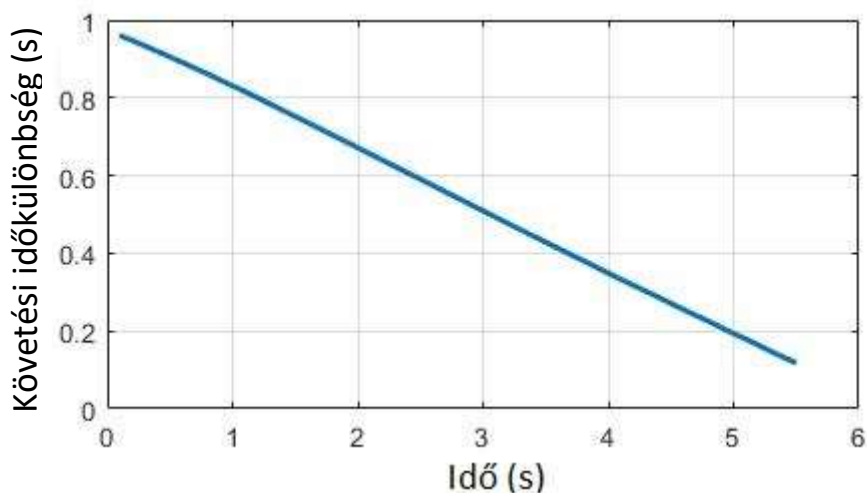
Az eddigi mozgás alapján prediktáljuk a járművek lehetséges tartózkodási helyüket a jövőre vonatkozólag, második lépésként meghatározzuk az előző alfejezetben bemutatott

függvényeket és utolsó lépésként próbáljuk meghatározni az előzés megkezdésére alkalmas időpontot.



25. ábra: Prediktált járműpozíció

A 25. ábrán látható hogy már a megfigyelt járműhöz rögzített koordináta-rendszerben adtuk meg a távolságértékeket. Első lépésként a 4.5 összefüggés által definiált időkülönbség diagramját nézzük meg.



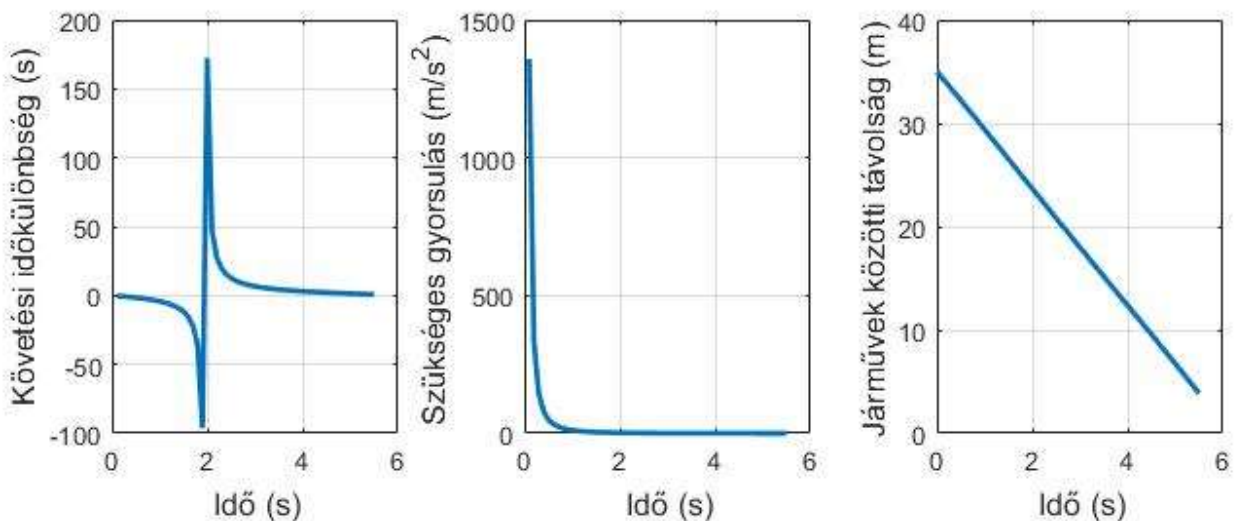
26. ábra: Követési időkülönbség

A 26. ábrán látható, hogy a követési időkülönbség karakterisztikája meg fog egyezni a követési távolsággal. Emiatt a sima idő-távolság helyett, az utolérés időpontját próbáljuk prediktálni. Ami azt jelenti, hogy ha sikeresen kivitelezük az előzést, tehát áttérünk a mellettünk lévő sávba,

akkor a mögöttünk haladó jármű mennyi idő múlva érne utol. Szintén állandó sebességet feltételezve,

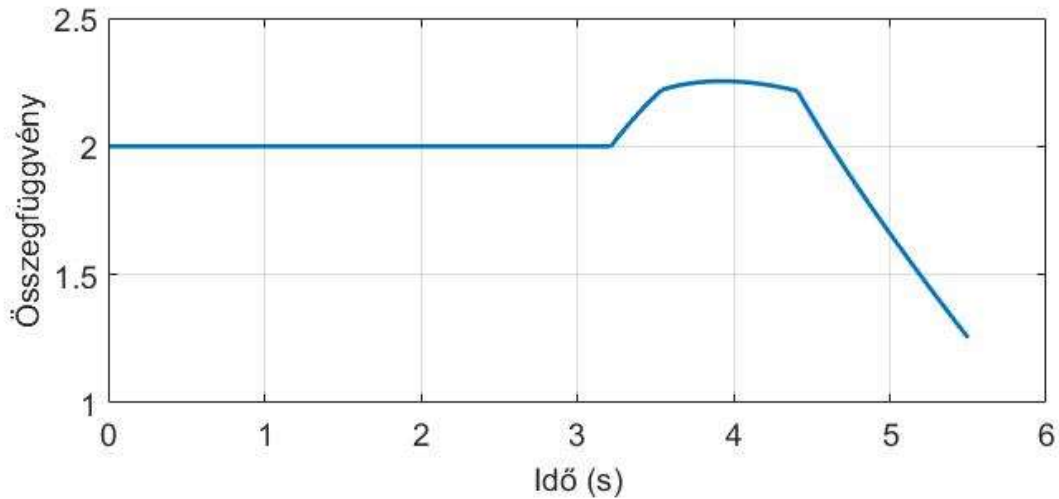
$$t_{12} = \frac{d_{m2}(t)}{\Delta v_{12}} \quad (4.17)$$

Ami amiatt is lesz informatívabb a számunkra, mert így mind a két jármű sebességét figyelembe vesszük. Tehát próbáljuk elkerülni azt az esetet mikor is áttérünk a másik sávba, de ott egy nagy sebességgel közlekedő autó már nem tud lelassítani. Adjuk meg az 4.8 összefüggés alapján a járművek közötti távolságvértékeket az idő függvényében, az előbb definiálásra kerülő 4.17 összefüggést felhasználva az időbeni különbségeket, illetve végezetül a 4.7 összefüggés figyelembevételével a szükséges gyorsulási értékeket.



27. ábra: A kapott függvények

A 27. ábrán látható függvények bal szélén látható függvény alakja azzal magyarázható, hogy a két jármű közti sebességkülönbséget vesszük. Előfordulhat, hogy az mögöttünk haladó jármű lassabban halad mint a megfigyelt jármű, ez azt eredményezi, hogy a 'múltban érte utol'. Természetesen ha ilyen eset áll fenn, akkora költségfüggvényünk 1-es értéket vesz fel, mivel ez számunkra azt jelenti, hogy nem jöhet létre ütközés. A középső ábrán látható karakterisztikát onnan kapjuk, hogy a kezdeti állapotban vagy egy kezdeti távolság a két jármű között. Abban az esetben, ha nagyon kis idő alatt szeretnénk ezt a távolságot behozni, nagyon nagy gyorsulási értéket kell választanunk. Természetesen a feltüntetett értékek egy része kivitelezhetetlen lenne. Emiatt azt az intervallumot kizárjuk a továbbiakban a vizsgálatunkból.

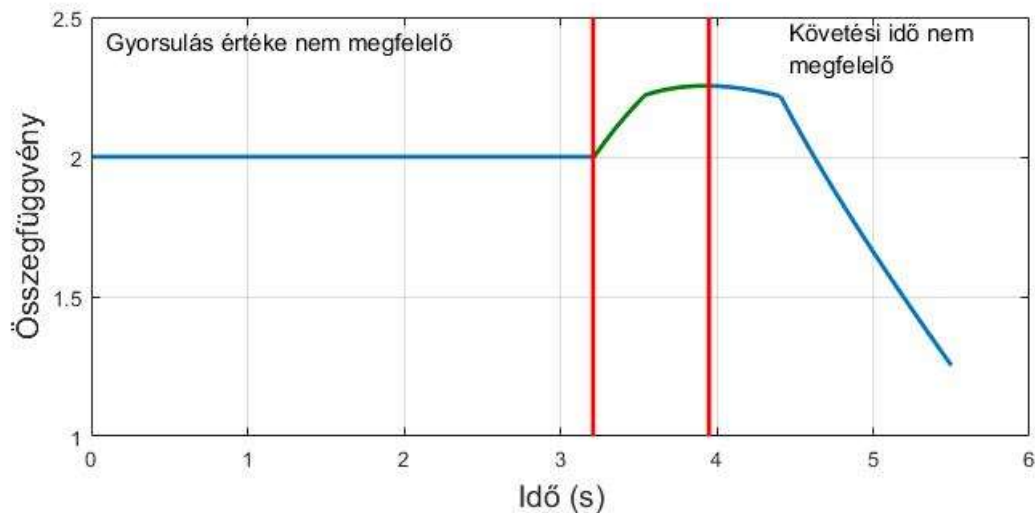


28. ábra: Összegfüggvény

A 28. ábrán bemutatásra kerülő összegfüggvényről leolvasható egy maximum érték ami nagyjából a 4. másodpercnél van. Mielőtt ezt megtennénk kizárjuk azokat a területeket, melyek olyan paramétereket képviselnek melyek kivitelezhetetlenek. A megkötés vonatkozzon a gyorsulásra, illetve a követési időre.

$$|a_{max}| = 1 \text{ m/s}^2$$

$$t_{min} = 2 \text{ s}$$



29. ábra: Az értelmezett intervallum

A 29. ábrán látható, hogy mely intervallumon választhatunk paramétereket, melyek minden megkötésünknek megfelelnek. Célszerű az adott intervallumon a maximum kiválasztása.

$$\max(g(t)), \quad t \in [t_1, t_2] \quad (4.18)$$

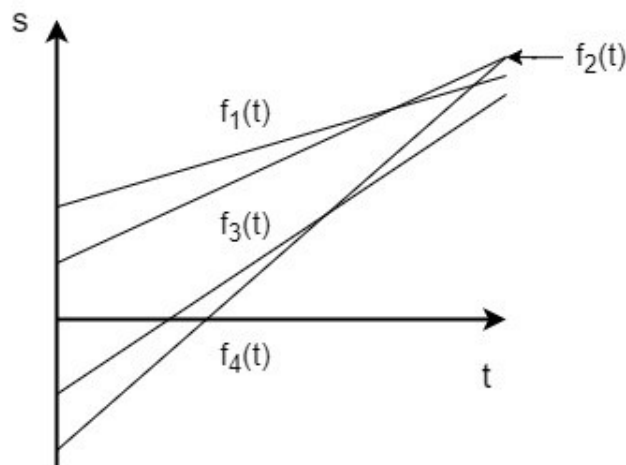
Ahol  $g(t)$  a 29. ábrán bemutatott függvény,  $(t_1, t_2)$  pedig az értelmezési tartománya. Esetünkben ez az érték a 3,93. másodpercben található a következő paraméterekkel,

$$a_{maxg} = 0,6 \text{ m/s}^2$$

$$t_{maxg} = 4,7 \text{ s}$$

$$d_{maxg} = 12,8 \text{ m}$$

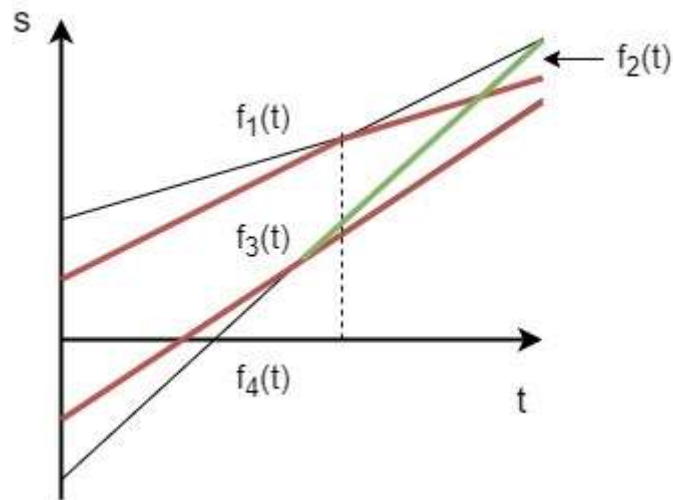
Sikerült a prediktáló algoritmus kimeneteit felhasználni oly módon, hogy időben előre tudjuk tervezni a jármű az irányító algoritmus bemeneteit. Fontos megjegyezni továbbá, hogy elengedhetetlen a teljes folyamat újra számolása bizonyos idők között, mivel mint már említettem, a prediktáló algoritmus csak valamilyen valószínűség mellett képes megmondani a jármű jövőbeni tartózkodási helyét. Felmerülhet a kérdés, hogy mi történik akkor, mikor a közlekedésben nem csak két résztvevő van a megfigyelt jármű kivételével. Ekkor figyelembe kell venni a járművek egymás mozgására történő esetleges behatásokat. Az előzőkben leírt eljárás segítségével ezt a következőképp csinálhatjuk. Ebben az esetben a többi jármű mozgását is előre jelezzük. Felhasználva a kapott adatokat, 24. ábrán látható módon eltoljuk az y tengely mentén a függvényeket, a pillanatnyi távolság ismeretében. Az eltolást követően a következő helyzethez jutunk (30. ábra).



30. ábra: Több résztvevő

A több résztvevő esetén bizonyára az egyes járművek kihatással vannak a többi jármű mozgására. A bemutatott helyzetben előttünk két jármű halad  $(f_1(t), f_2(t))$ , mögöttünk két jármű közlekedik  $(f_3(t), f_4(t))$ . Feltesszük, hogy a biztonsági távolságok már definiálásra

kerültek a 30. ábrán. Elmondható, hogy miután az egyik jármű beérte a másikat, lassítással beáll mögé. Kérdés hogyan módosul az alábbi ábra.



31. ábra: Módosított ábra

A 31. ábrán látható hogyan módosult, a számunkra érdekes terület (pirossal jelölve). Az előttünk haladó járművek együttes predikciója közelíthető az egyesével vett predikció által kapott függvények belső burkológörbéjének felírásával. Ez felírható több résztvevő esetére is.

$$f(t) = \min(f_1(t), f_2(t) \dots f_n(t)) \quad (4.19)$$

A mögöttünk haladó járművek esetében is a piros vonal a mérvadó, a zölddel jelzett vonal akkor lenne a piros helyett az értelmezett, ha az egyik jármű megelőzi a másikat. Ezt a valószínűséget is lehetne vizsgálni, ám erre most ebben a dolgozatban nem térünk ki. Ezzel a nagyobb felbontású, időben távolabbra történő előrejelzést bemutatás megtörtént.



## 5. Irányítás tervezése

A hosszútávú prediktálást végző algoritmus eredményeként megkaptuk a szükséges gyorsulás nagyságát. Ezt az adott gyorsulást szeretnénk kivitelezni, oly módon, hogy közben a kényelmi szempontokat is figyelembe vesszük. Felhasználva a jövőbeni gyorsulásértékeket, a kezdeti sebesség ismeretében megmondhatjuk, hogy a járműnek adott időpillanatig mekkora utat kell megtennie. Érdeemes megjegyezni, hogy a jövőre vonatkozó valószínűségi értékeket, így a gyorsulásértékek is bizonyos időközönként újra számolásra kerülnek. A kiszámolt referenciapontok lekövetésére emiatt az úgynevezett Modell Prediktív Irányítást (MPC) használjuk. Az említett irányítási stratégia képes korlátozások mellett megoldani az irányítási feladatot [24]. Jelen esetben a kényelmet úgy kívánjuk biztosítani az utasok számára, hogy a gyorsulás megváltozásának mértékét korlátok közé szorítjuk. Első lépésként írjuk fel a négyzetes úttörvényt.

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{a}{2} t^2 \quad (5.1)$$

A felírt összefüggés diszkrét időben a következő alakban adódik.

$$s(k+1) = s(k) + v(k)\Delta t + \frac{a(k)}{2}\Delta t^2 \quad (5.2)$$

Ahol  $\Delta t$  mint időbeni lépésköz van jelen. Elmondható, hogy a fenti egyenlet állandó gyorsulásérték mellett értelmezhető. Mint említettem a kényelmi szempontokat a gyorsulás megváltozásának limitálásával szeretnénk elérni. Ekkor az előbb felírt egyenletet kibővítjük.

$$s(k+1) = s(k) + v(k)\Delta t + \frac{a(k)}{2}\Delta t^2 + \frac{j(k)}{6}\Delta t^3 \quad (5.3)$$

Ahol  $j$  a gyorsulás megváltozása. Felhasználva a tényt, hogy a sebességfüggvény előállítható az útfüggvény deriváltjaként, illetve a gyorsulásfüggvény a sebességfüggvény deriváltjaként.

$$v(k+1) = v(k) + a(k)\Delta t + \frac{j(k)}{2}\Delta t^2 \quad (5.4)$$

$$a(k+1) = a(k) + j(k)\Delta t \quad (5.5)$$

Felhasználva az 5.3,5.4 illetve 5.5 egyenleteket a következő állapotter reprezentációhoz jutunk.

$$x(k+1) = Ax + bu \quad (5.6)$$

$$y(k+1) = C^T x(k) \quad (5.7)$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{1}{2}T^2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{6}T^3 \\ \frac{1}{2}T^2 \\ T \end{bmatrix} \quad C = [1 \ 0 \ 0]^T \quad (5.8)$$

Az előbb felírt egyenlet segítségével határozzuk meg az állapotokat a  $k + n$  időpillanatra.

$$x(k + 1|k) = Ax(k) + Bu(k) \quad (5.9)$$

$$x(k + 1|k) = Ax(k + 1) + Bu(k + 1) = A^2x(k) + ABu(k) + Bu(k + 1)$$

⋮  
⋮  
⋮

$$x(k + n|k) = A^n x(k) + A^{n-1}Bu(k) + A^{n-2}Bu(k) + \dots + Bu(k + n - 1)$$

Felhasználva a (5.7) és az (5.9) egyenleteket, a következő összefüggéshez jutunk.

$$y(k + 1) = C^T x(k) = C^T (Ax(k) + Bu(k)) \quad (5.10)$$

A kimenet meghatározható a fenti egyenletekbe történő helyettesítést követően. Az utolsó sort felhasználva a következő eredményre jutunk.

$$y(k + n|k) = C^T A^n x(k) + C^T A^{n-1}Bu(k) + C^T A^{n-2}Bu(k) + \dots + C^T Bu(k + n - 1) \quad (5.11)$$

Jelen esetben a predikciós horizont megegyezik a kontroll horizont értékével. Felhasználva 5.9, 5.10 és 5.11 egyenleteket, majd mátrixba rendezve, következő alakhoz jutunk.

$$\begin{bmatrix} x(k + 1|k) \\ x(k + 2|k) \\ \vdots \\ x(k + N_p|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ A^2 \\ A^3 \\ \vdots \\ A^n \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} B & 0 & \dots & 0 \\ AB & B & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & 0 \\ A^n B & A^{n-1}B & \dots & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k|k) \\ u(k + 2|k) \\ \vdots \\ u(k + N_{p-1}|k) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y(k + 1|k) \\ y(k + 2|k) \\ \vdots \\ y(k + N_p|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 & \dots & 0 \\ 0 & C & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k + 1|k) \\ x(k + 2|k) \\ \vdots \\ x(k + N_p|k) \end{bmatrix}$$

Vezessük be a következő jelöléseket.

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} A \\ A^2 \\ A^3 \\ \vdots \\ A^n \end{bmatrix} \quad \mathcal{B} = \begin{bmatrix} B & 0 & \dots & 0 \\ AB & B & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ A^n B & A^{n-1} B & \dots & B \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{C} = \begin{bmatrix} C & 0 & \dots & 0 \\ 0 & C & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & C \end{bmatrix} \quad \mathcal{U} = \begin{bmatrix} u(k|k) \\ u(k+2|k) \\ \vdots \\ u(k+N_{p-1}|k) \end{bmatrix}$$

A fent definiált mátrixok segítségével felírható a következő összefüggés a kimenetekre vonatkozólag.

$$Y = \mathcal{C}\mathcal{A}x(k) + \mathcal{C}\mathcal{B}\mathcal{U} \quad (5.12)$$

Az irányítást a longitudinális szabályozásra szeretnénk felhasználni, emiatt szükséges performanciát megadnunk.

$$Z(k) = Y(k) - R(k) \quad (5.13)$$

Ahol  $R$  vektor tartalmazza a referencia pontokat. Az  $Y$  vektor az 5.12-es összefüggés szerint értendő. Definiáljuk a minimalizálandó költségfüggvényt a következőképp.

$$J(k) = \sum_{i=1}^{N_p} z^2(k+i|k) + \lambda u^2(k+i-1|k) \quad (5.14)$$

Ahol  $z(k)$  az 5.13 összefüggés szerint megadott performancia,  $\lambda$  pedig súlyparaméter.  $N_p$  pedig a predikciós horizont, ami jelen vizsgálatban megegyezik a kontrol horizonttal.

$$z^2(k) = (\mathcal{C}\mathcal{A}x(k) + \mathcal{C}\mathcal{B}\mathcal{U} + R)^T (\mathcal{C}\mathcal{A}x(k) + \mathcal{C}\mathcal{B}\mathcal{U} + R) \quad (5.15)$$

A fenti műveletet elvégezve a tagokat két csoportra oszthatjuk, az egyik csoportot azok a tagok képezik, melyek az optimalizálásra nincs hatásuk, tehát konstansnak tekinthetők. A másik csoportba tartozóknak viszont van hatásuk az optimalizálásra. Esetünkben az 5.14 által definiált költségfüggvényt a következő alakban várjuk.

$$J(u) = \frac{1}{2} u^T H u + f^T u \quad (5.16)$$

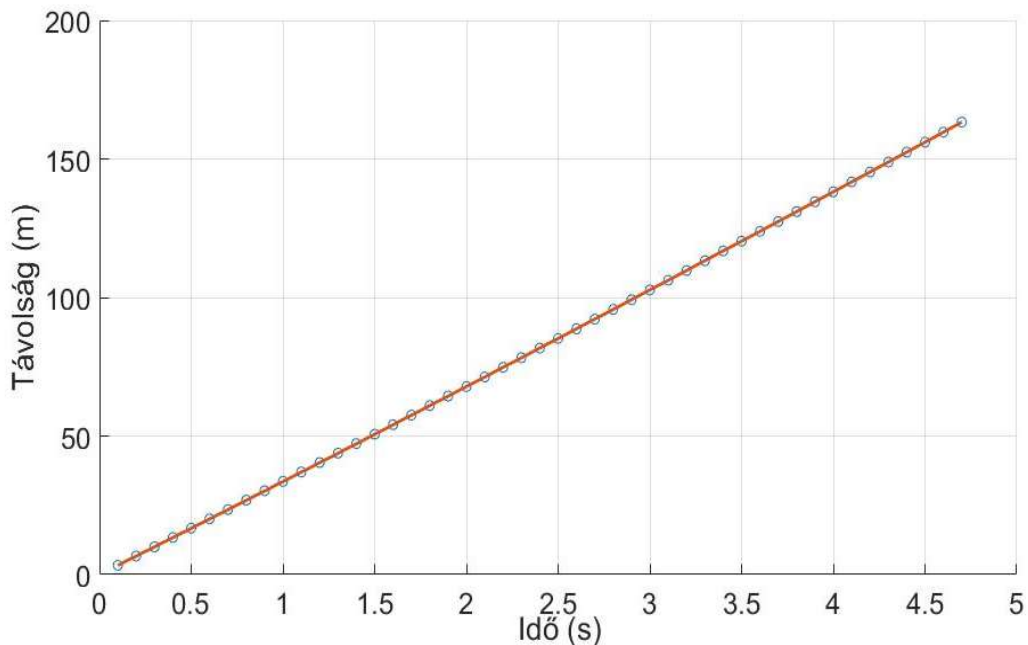
Levezetést mellőzve a két tagra a következő eredményt kaptuk.

$$H = 2(C^T \mathcal{A}^T x(k) CB - RCB) \quad (5.17)$$

$$f = 2(CB)^T(CB) + \lambda I \quad (5.18)$$

Ahol  $I$  az egységmátrix.

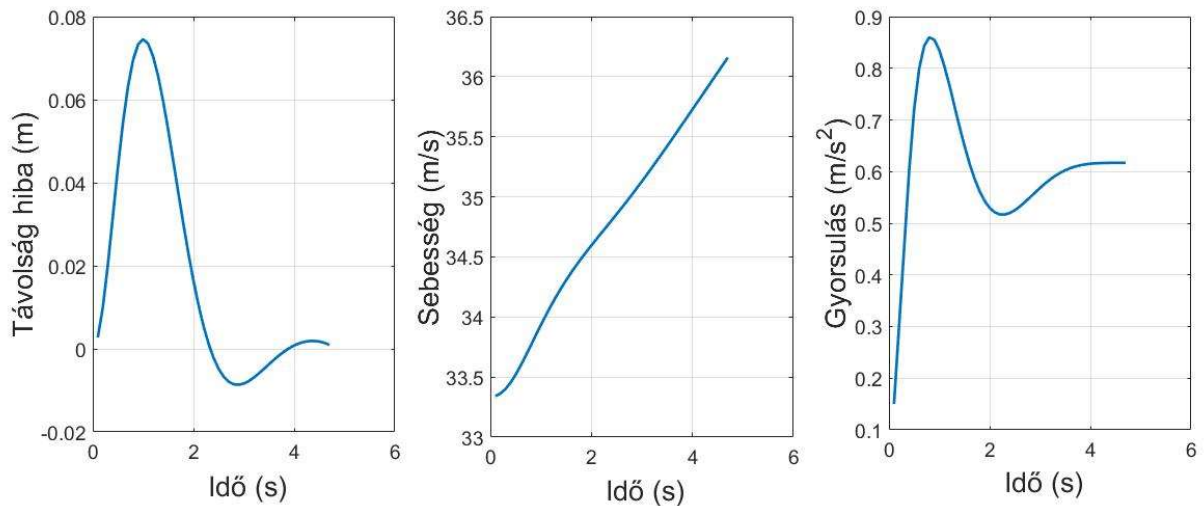
Tételezzük fel a következő esetet. Legyen az időbeni lépésköz,  $T=0,1s$ . A kezdeti érték pedig  $x_{kezdeti} = \left[0 \quad \frac{120}{3.6} \quad 0\right]^T$  ami azt jelenti, hogy a jármű  $0 m/s^2$ -es gyorsulással mozog,  $120 km/h$ -ás sebesség mellett. A megtett út azért zérus, mert adott pillanatban a járműhöz rögzített koordináta-rendszerben adjuk meg a távolságot. A szabályozó bemutatásánál használjuk fel a hosszútávú előrejelzésként kapott értékeket. A gyorsulás értéke  $a = 0.6 m/s^2$ , illetve az előrejelzett időintervallum nagysága  $t = 4,7s$ . Mivel  $T$  értékét  $0.1$ -re választottuk a predikciós, kontroll horizont esetünkben  $N_p = N_c = 47$ . A bemenőjelet korlátozzuk a következő intervallumra  $u \in [-1,5; 1,5]$ . Az 5.18-as összefüggésben szereplő  $\lambda$  paraméterrel tudjuk súlyozni a bementi jelet, illetve az állapotól való eltérést. Jelen esetben azt szeretnénk, ha képes lenne a szabályozó kis hibával lekövetni a referencia pontokat, emiatt  $\lambda$  értékét  $0,01$ -re választjuk. Ekkor a következő eredményt kapjuk.



32. ábra: A referencia pontok és a jármű pozíciója

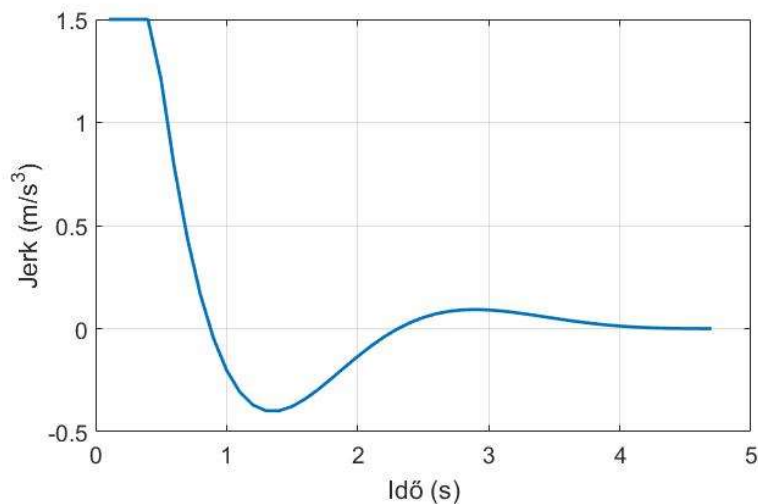
A fenti ábrán látható, hogy a jármű jól le tudja követni a referencia pontokat. Ami számunkra informatívabb a referencia pontoktól mért eltérés, illetve az állapotok.

A következő ábrán bemutatásra kerül az idő függvényében a referencia ponttól való eltérés, a sebesség, illetve a gyorsulásnak az értéke. Megfigyelhető, hogy a távolsághiba nullához konvergál, a sebesség diagrammja egy állandó meredekségű egyenesbe megy át, ami a gyorsulásérték állandósulásával magyarázható. A gyorsulás az előbb definiált  $0,6 \text{ m/s}^2$  -es értéket veszi fel.



33. ábra: Távolság, Sebesség, Gyorsulás

Az irányítójel alakulás is bemutatásra kerül (33. ábra), melyre a következő korlátozásokat adtunk meg.  $u \in [-1,5 \ 1,5]$

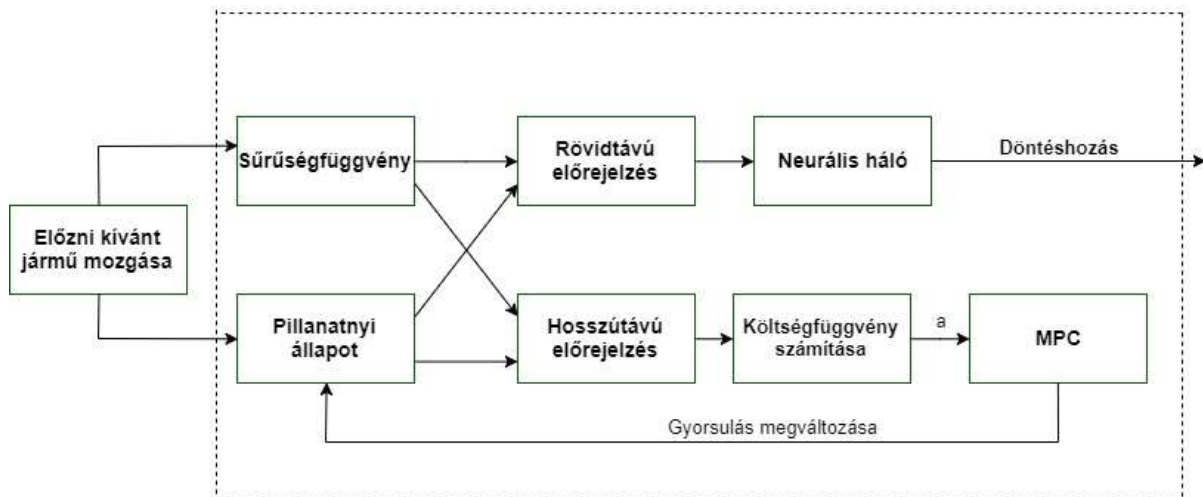


34. ábra: Gyorsulás megváltozása

A 34. ábrán látható, hogy a kívánt korlátozásokat is sikeresen betartottuk. Így az állandó gyorsulás értékének elérésével a gyorsulás megváltozása nullához tart.

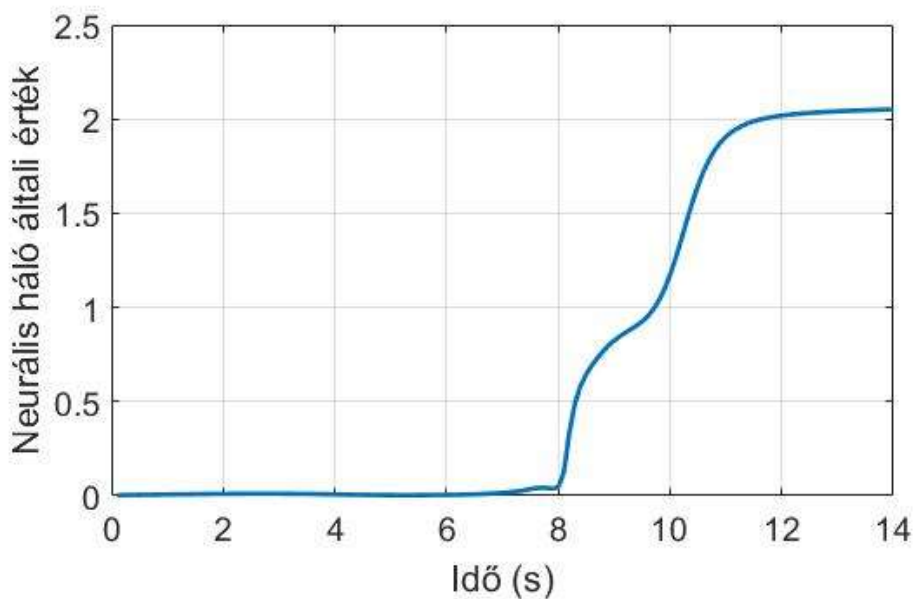
## 6. Kiértékelés

A következő fejezetben egy előre definiált forgalmi helyzetre futtatjuk az ismertett algoritmusokat. A szimuláció elvégzése Matlab-ban történik. A kialakult forgalmi helyzet a következőképp néz ki. Az általam megelőzni kívánt jármű 124 km/h-s kezdeti sebességgel indul, és tételezzük fel, hogy nem állandó sebesség mellett halad, tehát a gyorsulás nem zérus értékű lesz. Az általam megfigyelt jármű kezdetben 122 km/h-s sebességgel halad és 10 m-rel van előttünk, ebbe már bele van számolva a biztonsági sáv mérete is. Mögöttünk haladó jármű 130 km/h sebességgel halad, és 30 m-re van az általunk megfigyelt járműtől. A megengedett sebesség értéke nagyobb, emiatt meg szeretnénk előzni az előttünk haladó járművet. A jármű mozgását jellemző pontokat ismertnek tekintjük. A feladatot az előbb ismertett eljárások segítségével kell megoldanunk. A teljes algoritmus a következő blokkdaigrammal bemutatjuk.



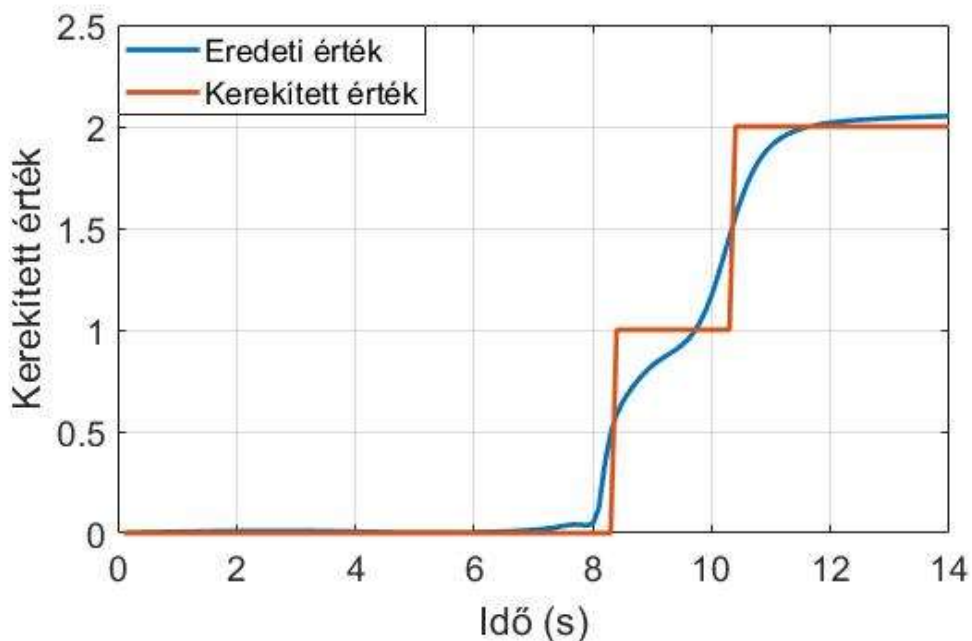
35. ábra: Blokkdiagram

A kérdés tehát az lesz, hogy a jármű mikor lesz képes megelőzni az előtte haladó járművet. Mint a neurális háló leírásánál említettem a tanító adatsor alakját, az előzést akkor kezdjük el, mikor a neurális háló kimenetelén '1' közeli értéket kapunk. Amennyiben '2' értéket az előzés nem kivitelezhető, illetve ha zérus közelit, akkor az előzést még nem szükséges megkezdeni. A következőkben nézzük meg az előbb leírt helyzetből milyen eredményeket kapunk.



36. ábra: Neurális háló értékei

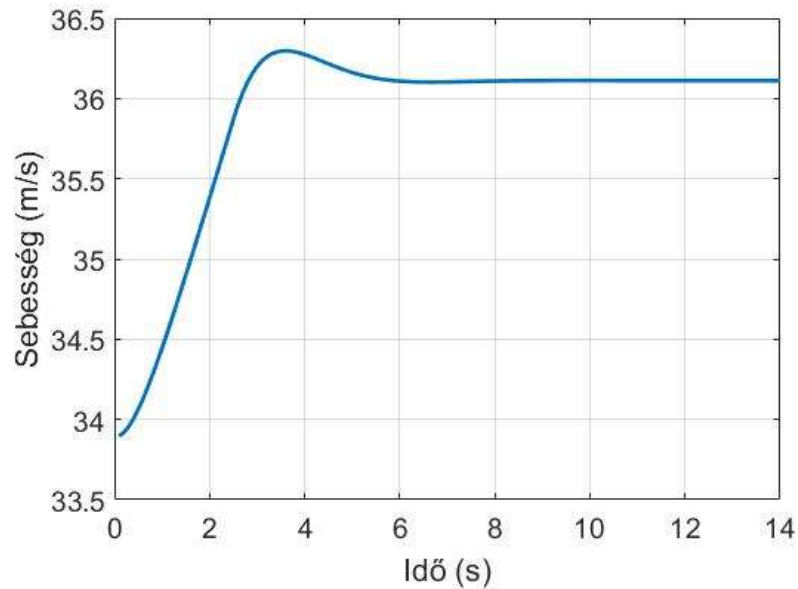
A fenti ábrán látható, hogyan alakult a neurális háló kimenete. A kimenetek nem diszkért értékeket vesznek fel, emiatt csoportokba soroljuk a visszakapott eredményeket, jelent esetben ezt simán kerekítéssel oldjuk meg. Ezt követően együttesen ábrázolva a két adatsor.



37. ábra: Neurális háló értékei kerekítve

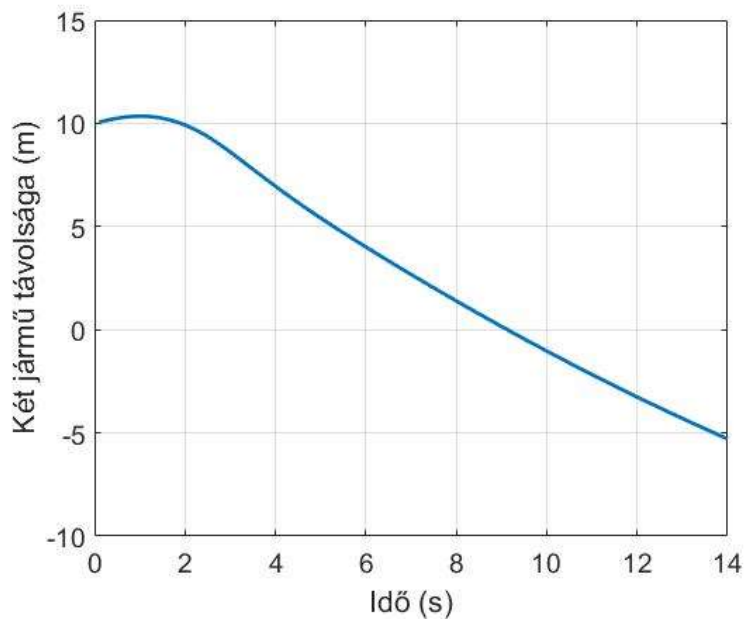
Látható, hogy a szimuláció indításának pillanatában megkezdeni az előzést még korai lenne, és csak egy bizonyos idő elteltével tudjuk kivitelezni az előzést oly módon, hogy a fentebb definiált követelményeket kielégítsük.

Az ábrán látható, hogy az előzést a nagyjából 8, illetve a 10 másodperc után tudjuk kivitelezni. Viszont elmondható az is, ha nem végezzük el az előzést a megadott időintervallumban, utána már nem tudjuk kivitelezni azt.



38. ábra: Sebesség változása

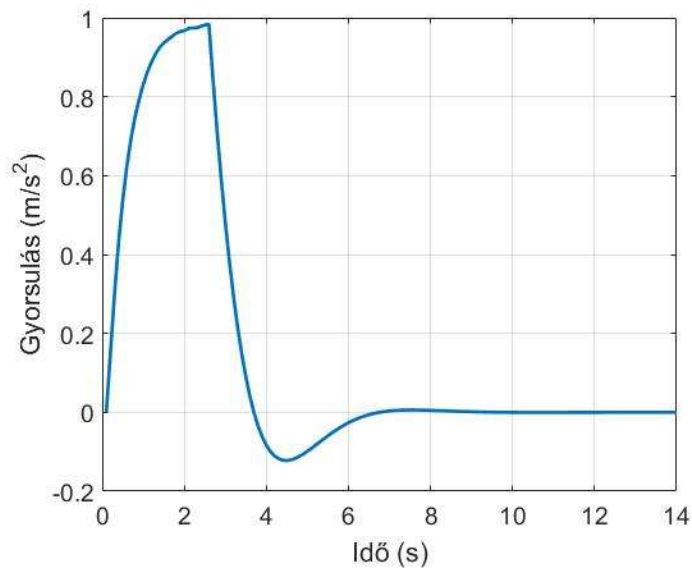
A fenti ábrán látható a jármű sebességének alakulása a teljes folyamat során, mely beáll a megengedett maximális, 130 km/h-s értékre.



39. ábra: Távolság változása

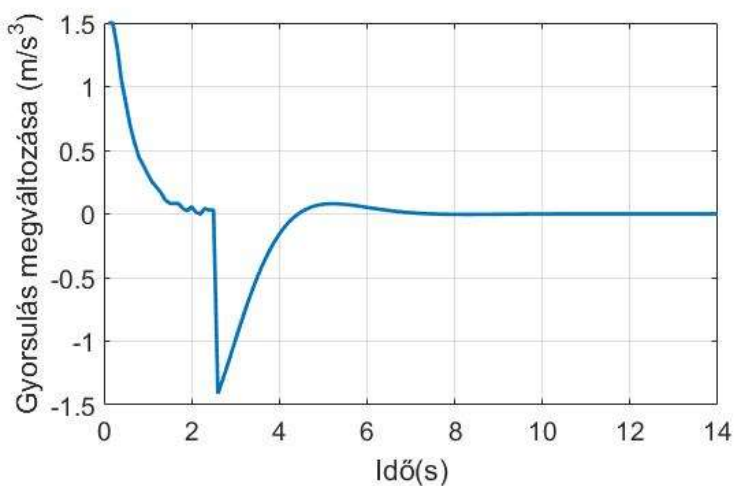


A 39. ábra bemutatja, hogyan változott a két jármű távolsága az idő függvényében. Itt a negatív érték úgy értendő, hogy az előre megadott biztonsági sávon belülré lépett a jármű.



40. ábra: Gyorsulás

A 40. ábrán látható, hogy a jármű milyen gyorsulási értékek mellett mozgott, illetve a következő ábrán látható lesz a gyorsulási értékek megváltozása.



41. ábra: Gyorsulás megváltozása

Az irányított jármű gyorsítási folyamatba kezdett, emiatt a mögötte haladó jármű nem szólt bele az előzés pillanatába. Így végül, csak az előttünk haladó jármű szabta meg, az előzési pillanatát. Jelen kiértékelésnél azonban nem vittük véghez az előzési folyamatot, amiatt, hogy megfigyelhető legyen, hogy mennyi ideig tudnánk kivitelezni azt, az előzetesen definiált feltételek megtartása mellett.

## Összefoglalás

Jelen dolgozatban bemutatásra került egy járműmozgás predikción alapuló döntéshozatali, illetve irányítási algoritmus. Az algoritmus bemenetét képezik a jármű viselkedését jellemző diszkrét pontok, mely jelen esetben egy Matlab Simulinkben felépített járműmodell szolgáltatott. Az adatsorok használatával meghatároztuk a tipikus gyorsítási, lassítási értékeket, majd ezt korrigáltuk a járművezető tipikus gyorsulás megváltoztatási értékeivel. A kapott sűrűségfüggvény alapján, több lépcsőben történt a jármű pozíciójának becslése egy adott időpillanatra vonatkozólag (2. fejezet). A kapott diszkrét pontokat felhasználva két algoritmus került kiépítése. Az egyik algoritmus a jövőre vonatkozólag adta meg a szükséges gyorsulási értéket (4. fejezet), míg a másik, neurális háló alapú algoritmus az adott helyzet kiértékelését végezte (3. fejezet). Több forgalmi résztvevő esetét is sikerült kezelni a bemutatott modell segítségével. Végezetül az irányítási algoritmus került bemutatásra, melynek nagy előnyeként megemlíthető, a bemenőjelek korlátozásának lehetősége (5. fejezet). Végezetül bemutatásra került egy adott forgalmi szituáció során az algoritmus működése (6. fejezet). Elmondható, hogy igen fontos lépés a járművezető predikciója a döntéshozatal előtt, mivel az eredmények felhasználata nagyban elősegíti az adott helyzet pontosabb kiértékelését.

A jövőre vonatkozó célom a dolgozatban bemutatott modell a CarMaker nevű szoftver segítségével történő tesztelése. A CarMaker segítségével, sokkal valóságosabb helyzeteket tudunk szimulálni, gondoljunk csak a pontosabb járműdinamikára, vagy akár a szenzorok használatának lehetőségére.

Jelen kutatás egy, már korábban megkezdett kutatási téma folytatásaként jött létre, előző kutatási témám a trajektória tervezéshez tartozott, amit a 2016-os évi TDK-n prezentáltam [18]. Az általam bemutatott prediktáló algoritmust felhasználó modell beadásra került a 2018 American Control Conference-re [25].

## Ábrajegyzék

|  |           |
|--|-----------|
| 1. ábra: Mérési pontok                             | 7. oldal  |
| 2. ábra: Könyök módszer                            | 9. oldal  |
| 3. ábra: Klaszterekbe rendezett pontok             | 9. oldal  |
| 4. ábra: A kapott sűrűségfüggvény                  | 11. oldal |
| 5. ábra: Sűrűségfüggvények                         | 12. oldal |
| 6. ábra: A sűrűség és eloszlásfüggvény             | 12. oldal |
| 7. ábra: Első predikciós lépés                     | 13. oldal |
| 8. ábra: Második lépés sűrűségfüggvényei           | 14. oldal |
| 9. ábra: Súlyozott sűrűségek                       | 16. oldal |
| 10. ábra: A kapott eloszlásfüggvény                | 16. oldal |
| 11. ábra: Rándulás (Jerk) sűrűségfüggvénye         | 18. oldal |
| 12. ábra: Súlyparaméter alakulása                  | 19. oldal |
| 13. ábra: A sűrűségfüggvény változása              | 20. oldal |
| 14. ábra: Az elérhető pontok definiálása           | 22. oldal |
| 15. ábra: Az elérhető terület megadása             | 22. oldal |
| 16. ábra: Biztonsági sáv                           | 23. oldal |
| 17. ábra: A hiba értéke                            | 25. oldal |
| 18. ábra: Neurális hálózat                         | 26. oldal |
| 19. ábra: Fokszám függvényében a hiba              | 28. oldal |
| 20. ábra: Több résztvevő esete                     | 29. oldal |
| 21. ábra: Megtett távolság az idő függvényében     | 29. oldal |
| 22. ábra: Út-idő diagram                           | 30. oldal |
| 23. ábra: Állandó sebesség hatása                  | 31. oldal |
| 24. ábra: Gyorsulás hatása                         | 33. oldal |
| 25. ábra: Prediktált járműpozíció                  | 36. oldal |
| 26. ábra: Követési időkülönbség                    | 36. oldal |
| 27. ábra: A kapott függvények                      | 37. oldal |
| 28. ábra: Összegfüggvény                           | 38. oldal |
| 29. ábra: Az értelmezett intervallum               | 38. oldal |
| 30. ábra: Több résztvevő                           | 39. oldal |
| 31. ábra: Módosított ábra                          | 40. oldal |
| 32. ábra: A referencia pontok és a jármű pozíciója | 44. oldal |
| 33. ábra: Távolság, sebesség, gyorsulás            | 45. oldal |
| 34. ábra: Gyorsulás megváltozása                   | 45. oldal |
| 35. ábra: Blokkdiagram                             | 46. oldal |
| 36. ábra: Neurális háló értékei                    | 47. oldal |
| 37. ábra: Neurális háló értékei kerekítve          | 47. oldal |
| 38. ábra: Sebesség változása                       | 48. oldal |
| 39. ábra: Távolság változása                       | 48. oldal |
| 40. ábra: Gyorsulás                                | 49. oldal |
| 41. ábra: Gyorsulás megváltozása                   | 49. oldal |

## Irodalomjegyzék

- [1] S. Lefevre, D. Vasquez, and C. Laugier, “*A survey on motion prediction and risk assessment for intelligent vehicles*,” *Robomech Journal*, vol. 1, no. 1, pp. 1–14, 2014.
- [2] T. Gindele, S. Brechtel, and R. Dillmann, “*A probabilistic model for estimating driver behaviors and vehicle trajectories in traffic environments*,” in *13th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems*, Sept 2010, pp. 1625–1631.
- [3] M. Althoff and A. Mergel, “*Comparison of markov chain abstraction and monte carlo simulation for the safety assessment of autonomous cars*,” *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol. 12, no. 4, pp. 1237–1247, Dec 2011.
- [4] K. Okamoto, K. Berntorp, and S. D. Cairano, “*Similarity-based vehicle-motion prediction*,” in *American Control Conference*, Seattle, USA, May 2017, pp. 303–308.
- [5] Rajesh Rajamani, - *Vehicle Dynamics and Control*, University of Minnesota, USA, Springer, 2005
- [6] G. Genta, - *Motor Vehicle Dynamics*, World Scientific Publishing, Singapore, 1997.
- [7] Bokor József, Gáspár Péter, Soumelidis Alexandros- ‘*Irányítástechnika II.*’ Typotex Budapest, 2011
- [8] Pang-Ning Tan, Michael Steinbach, Vipin Kumar- ‘*Introduction to Data Mining*’, USA, 2014
- [9] Laurence Morissette, Sylvain Chartier- ‘*The k-means clustering technique: General considerations and implementation in Mathematica*’, Université d'Ottawa, 2013
- [10] H. S. Park, J. Lee, and C. Jun - ‘*A k-meanslike algorithm for k-medoids clustering and its performance*’, Pohang 790-784, S. Korea, 2006
- [11] R.De Maesschalck, D. Jouan-Rimbaud, D.L.Massart- ‘*The Mahalanobis distance*’, Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems, 2000

- [12] Trupti M. Kodinariya, Prashant R. Makwana-' *Review on determining number of Cluster in K-Means Clustering* ' International Journal of Advance Research in Computer Science and Management Studies, India, 2013
- [13] Dominik Wied and Rafael Weißbach-' *Consistency of the kernel density estimator - a survey* ', Dortmund, 2000
- [14] Chuong B. Do-' *The Multivariate Gaussian Distribution* ', 2008
- [15] Erwin Kreyszig - '*Advanced engineering mathematics* ', 10th edition
- [16] M.Treiber, A.Kesting -' *Car-Following Models based on Driving Strategies* ', Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2013
- [17] Marcin Mrugalski - '*Advanced Neural Network-Based Computational Schemes for Robust Fault Diagnosis* ', Springer, Switzerland, 2014
- [18] Hegedűs Tamás, '*Előzési trajektória tervezési dinamikus forgalmi környezetben* ', 2016. TDK dolgozat, Budapest.
- [19] Altrichter, Márta Horváth, Gábor Pataki, Béla Strausz, György Takács, Gábor Valyon, József,- '*Neurális hálózatok* ', Panem Kft, Budapest ,2006
- [20] Payam Refaeilzadeh, Lei Tang, Huan Liu,-' *Cross-Validation* ', Arizona, 2008
- [21]: Germund Dahlquist, Åke Björck: *Numerical methods*, Mineola, New York, 1974
- [22]: Steven J. Miller, *The Method of Least Squares*, Brown University Mathematics Department Providence, RI 02912
- [23]: António Lopes, Rui Esteves Araújo,-' *Model-based Predictive Control implementation for Cooperative Adaptive Cruise Control* ', University of Porto, Porto, Portugal, U.Porto Journal of Engineering, 2:1 (2016) 1-10 ISSN 2183-6493
- [24]: Liuping Wang, '*Model Predictive Control System Design and Implementation Using MATLAB®* ', School of Electrical and Computer Engineering, RMIT University Melbourne, Springer, 2009
- [25] Balázs Németh, Péter Gáspár, Tamás Hegedűs,' *Design of probability-based overtaking strategy for autonomous vehicles*' American Control Conference, 2018