



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
Közlekedésmérnöki és Járműmérnöki Kar  
Közlekedéstechnológiai és Közlekedésgazdasági Tanszék  
**Tudományos Diákköri Konferencia 2023**

**Légi közlekedésben a késések halmozódásának  
valószínűségét csökkentő, járatoptimalizáló  
módszer fejlesztése**

Készítette:

**Hegyi Patrik**  
Közlekedésmérnök MSc

Konzulens:

**Dr. Csonka Bálint**  
tudományos munkatárs

**2023**

A Kulturális és Innovációs Minisztérium **ÚNKP-23-2-I-BME-341** kódszámú  
Új Nemzeti Kiválóság Programjának a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Alapból  
finanszírozott szakmai támogatásával készült.



KULTURÁLIS ÉS INNOVÁCIÓS  
MINISZTERIUM



NEMZETI KUTATÁSI, FEJLESZTÉSI  
ÉS INNOVÁCIÓS HIVATAL



Új Nemzeti  
Kiválóság Program

# Tartalomjegyzék

Bevezetés .....	3
1. Kutatási téma .....	4
1.1. Téma aktualitása .....	4
1.2. Irodalmi áttekintés .....	8
1.3. Kutatás célja, lehatárolások .....	12
2. Fizikai modell .....	13
2.1. Módszertan .....	16
3. Matematikai modell .....	18
3.1. Összetevők.....	18
3.2. Változó.....	19
3.3. Költségek .....	19
3.3.1. Bizonytalansági index.....	20
3.3.2. Késési index.....	21
3.4. Korlátozások .....	21
3.5. Célfüggvények.....	22
4. Esettanulmány .....	23
4.1. Bemeneti adatok .....	23
4.1.1. Kereslet.....	23
4.1.2. Kínálat .....	26
4.1.3. Költségek - indexek .....	26
4.2. Modellezés és eredmények.....	28
4.3. Összegzés.....	31
Összefoglalás .....	33
Ábrajegyzék.....	34
Táblázatjegyzék .....	35
Irodalomjegyzék .....	36
Mellékletek .....	39

## Bevezetés

A légi közlekedés vitathatatlanul az egyik leghatékonyabb és legkényelmesebb utazási mód modern világunkban. A növekvő kereslet azonban jelentős kapacitásproblémákat vetett fel. Ahogy a légtér egyre zsúfoltabbá válik, és a repülőtereknek egyre nagyobb terhet jelentenek a növekvő utasszámok, a légiközlekedési ágazatnak sürgető kihívással kell szembenéznie: biztosítani kell, hogy hatékonyan és fenntarthatóan ki tudja elégíteni ezt a keresletet.

A késések gyakoriak a légi közlekedésben, és okozóik széles skálán mozognak. Időjárási tényezők, légiforgalmi irányítási problémák, technikai hibák, és egyéb okok mind hozzájárulhatnak ahhoz, hogy a járatok nem érkeznek meg vagy nem indulnak el időben. Ezek a késések nemcsak az utasok terveire hatnak, hanem az iparág gazdasági teljesítményére is komoly hatással vannak.

A légi közlekedésben a növekvő forgalom és a limitált kapacitás miatt a járat- és menetrendtervezés kritikus feladat. A tervezés során számos szempontot szükséges figyelembe venni.

Dolgozatomban kidolgozom a légi közlekedési járat és menetrend tervezés adatvezérelt lineáris programozási modelljét, ami a dolgozat tudományos értéke. Először feldolgozom a témához kapcsolódó releváns szakirodalmat. Meghatározom ezen szakirodalmak legfontosabb megállapításait, valamint hiányosságait. Ezután bemutatom a légi közlekedési rendszer releváns elemeit, illetve a járat tervezés sajátosságait.

A dolgozat törzseleme a fentebb említett járat és menetrend optimalizáló eljárás kidolgozása. Meghatározom a modellhez szükséges lehatárolásokat, korlátozásokat. Mivel a késések sokrétűek, jellemzően nem előre láthatók, és ritkán tartósak (annyira biztosan nem eléggé kiszámítható, hogy azt a menetrendbe gazdaságosan be lehessen építeni), ezért késések mindig lesznek. A cél, hogy egy járat késése minél kisebb hatással legyen a teljes menetrendre, ezáltal fokozva a menetrend ellenállóképességét. Ezen bizonytalanság kifejezésére bevezetem a bizonytalansági és a késési index fogalmát.

A modellt és az optimalizáló eljárás működését egy esettanulmányon keresztül mutatom be. Az esettanulmány során egy légitársaság járatainak tervezését és kiosztását modellezem az említett céloknak megfelelően.

Összességben a tudományos értéke és újszerűsége a dolgozatnak egy járat és menetrend tervezést optimalizáló modell, amely képes az üzemeltetésre jelentősen negatívan ható bizonytalanságok és késések előfordulási valószínűségét az elérhető minimális szintre csökkenteni.

# 1. Kutatási téma

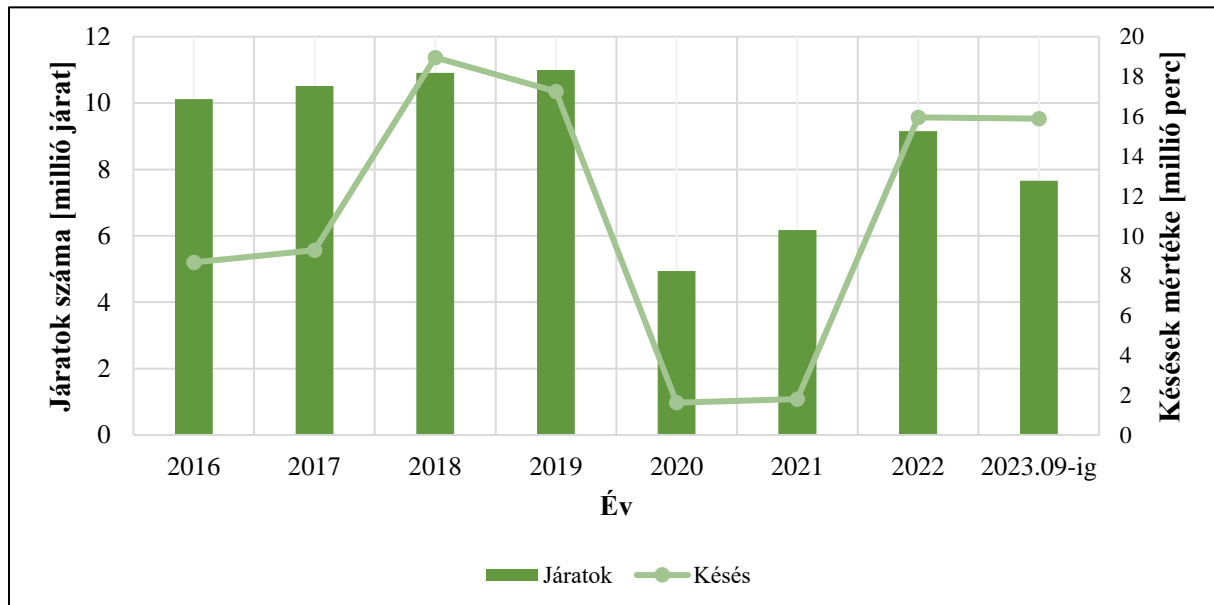
## 1.1. Téma aktualitása

A légi személyszállítás a különböző üzemeltetési profilú légitársaságok (low-cost) megjelenésének köszönhetően sokak számára vált elérhetővé, aminek hatására jelentősen nőtt a légit forgalom nagysága. A növekvő kereslet és verseny miatt a légitársaságok csökkentették a tartalékidőket, ami miatt csökkent a menetrendek ellenállóképessége a zavarokkal szemben. Ennek hatására megnőtt a késések gyakorisága és mértéke, így csökkent a szolgáltatási minőség. Ennek eredményeképpen a légitársaságok számára elengedhetetlen az optimális menetrendterv fenntartása [1], aminek hatására megnőtt az igény az útvonaltervező eljárások iránt.

A 2022-es évben 9,2 millió légitjárat érintette Európát, vagyis átlagosan több, mint 25 ezer naponta. A 2022. évi forgalom 48,3%-kal nőtt 2021-hez képest, de 16,7%-kal maradt el a 2019. évi szinttől.

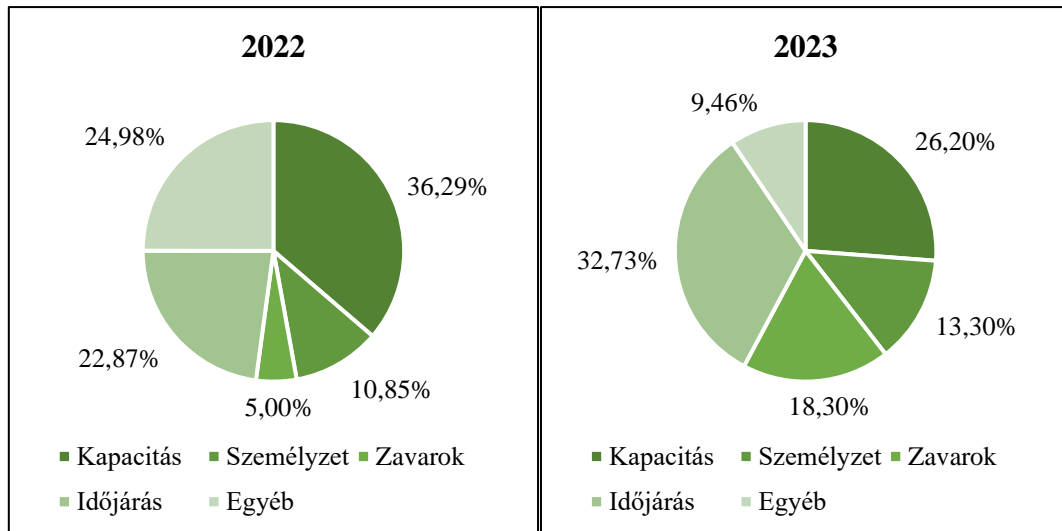
A forgalomművekedéssel együtt az útvonalon tapasztalt késések is növekedtek, különösen 2022 nyarán, amikor összesen 15,9 millió perc volt a késés. Járatonként az átlagos késés 1,74 perc volt, ami a 2018-as és 2019-es kapacitásválságos években tapasztalt szinttel megegyező mértékű. Bár egy járatra vetítve a késés alacsony volt, a halmozott késések miatt számos járat kimaradt a repülőgép személyzetének munkaidejére vonatkozó előírások miatt.

A légitjáratok számát, valamint a késések mértékét az **1. ábrán** jelenítem meg.



**1. ábra:** Légitjáratok és késések Európán belül  
(adatok forrása: [2])

2022-ben az összes járat 10,4%-a késett útközben légiforgalmi irányítási előírások miatt, ebből 4,1% több mint 15 percet késett. Aszerint, hogy mikor keletkezik a késés, megkülönböztethető a repülés közbeni és a repülőtéri késés. A **2. ábrán** a 2022. január 1. és 2023. szeptember 30. közötti időszakra vonatkozóan ábrázolom a repülés közbeni késések okainak arányát.



**2. ábra:** Repülés közbeni késések okai  
(adatok forrása: [2])

A légiforgalmi irányítás kapacitásának tulajdonították a késések több mint egyharmadát (36%) 2022-ben, ezt követte a kedvezőtlen időjárási (23%) és a személyzeti okok (11%). A késések mintegy 25%-át az egyéb kategóriába sorolták, ami jellemzően olyan "különleges eseményt" jelent, mint például a különböző kapacitásprojektek végrehajtása (amelyek a végrehajtási szakaszban kapacitáscsökkentést igényelnek) és az ukrajnai háborúval kapcsolatos légtérkorlátozások. Ezzel szemben 2023 szeptemberéig a legtöbb késést időjárási ok (33%) okozta, ezt követték a kapacitásproblémák okozta késések (26%) és a különböző zavaresemények (18%). A személyzet okozta késések aránya közel azonos a vizsgált két évben. A többi ok kisebb-nagyobb mértékben tér el. Ez a fluktuáció nehezítheti a tervezési folyamatot, illetve az egyes késések csökkentését célzó intézkedések implementálhatóságát.

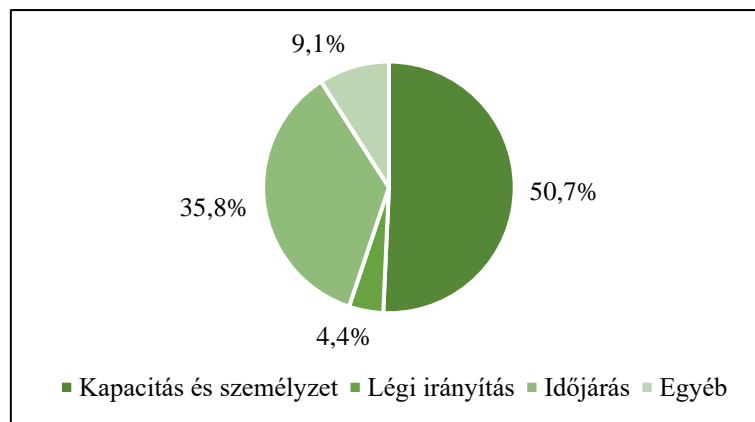
A 30 legnagyobb európai repülőtéren 2022-ben több mint 7 millió járat szállt le vagy szállt fel, ami 67%-kal több 2021-hez képest. Az utasszám ennél is nagyobb mértékben, 120%-kal nőtt, vagyis összesen 934 millió utas fordult meg ezen a 30 repülőtéren. Mindazonáltal az utasszám még mindig 20%-kal alacsonyabb volt, mint 2019-ben.

A repülőtéri késéseket általában a következő mutatószámok alapján elemzik és értékelik:

- átlagos késés érkezéskor járatonként,
- abszolút késés érkezéskor, és
- pontosság<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Egy járat pontos, ha kevesebb, mint 15 perccel tér el a menetrendtől.

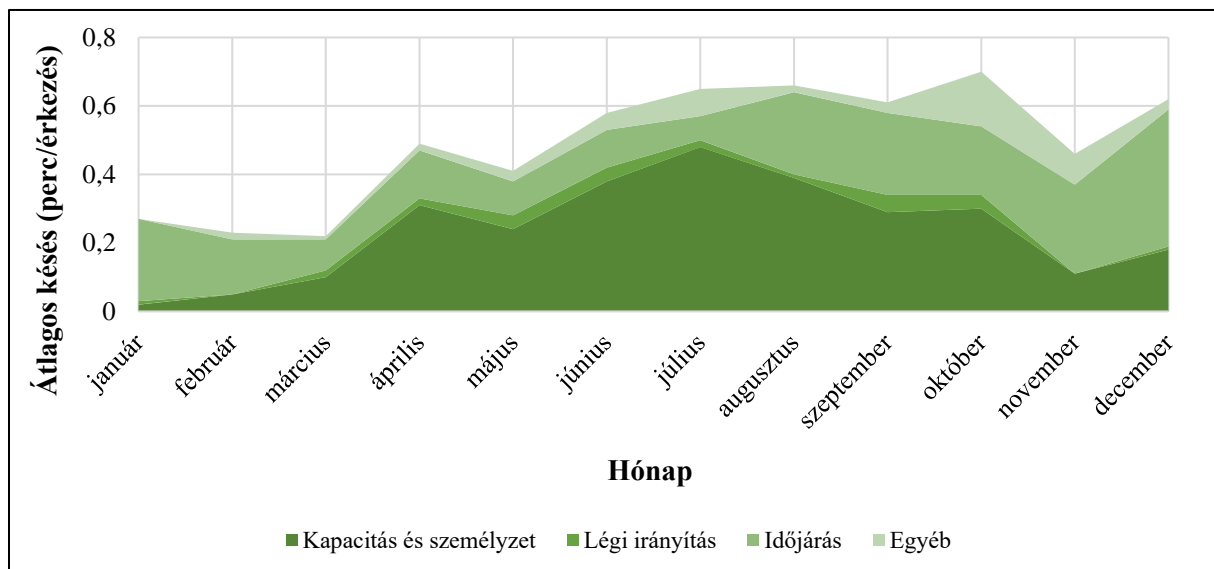
Az *EUROCONTROL* adatai alapján 2022-ben az átlagos késés 0,52 perc volt érkező járatonként, míg az abszolút késés 3,65 millió perc volt. A **3. ábrán** jelenítem a 2022-es évben érkezéskor a repülőtéren tapasztalt késések okát.



**3. ábra:** Repülőtéri érkezési késések okai (2022)  
(adatok forrása: [2])

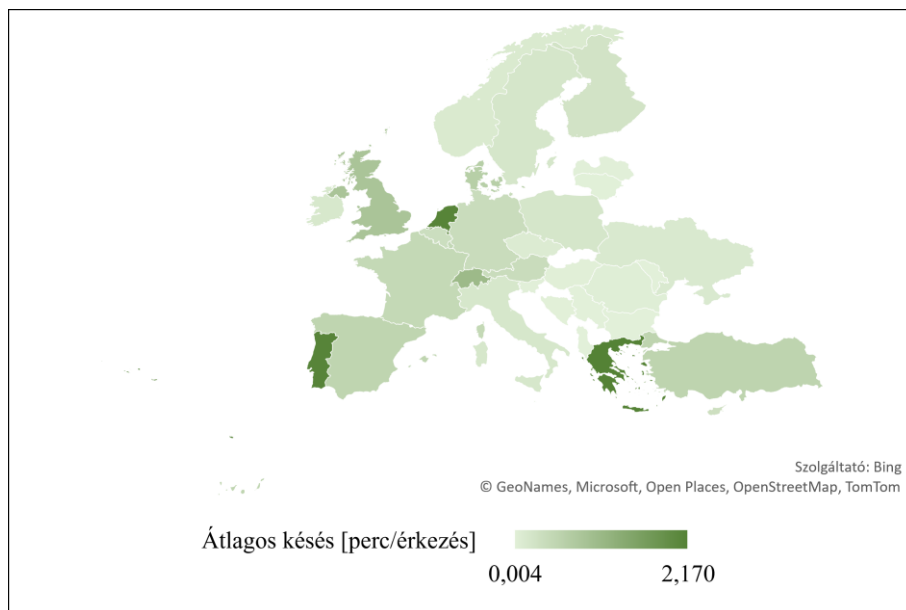
Az ábra alapján megállapítható, hogy 2022-ben a repülőtereken a legtöbb késést a kedvezőtlen időjárás okozta. Emiatt is fontos mind a repülőterek, mind pedig az egész légiközlekedés ellenállóképességének növelése.

A késések mértéke természetesen az adott év hónapjai során eltérő mértékben alakul. Ezen alakulást a **4. ábrán** mutatom be.



**4. ábra:** A repülőtérre érkezés késésének havi alakulása 2022-ben  
(adatok forrása: [2])

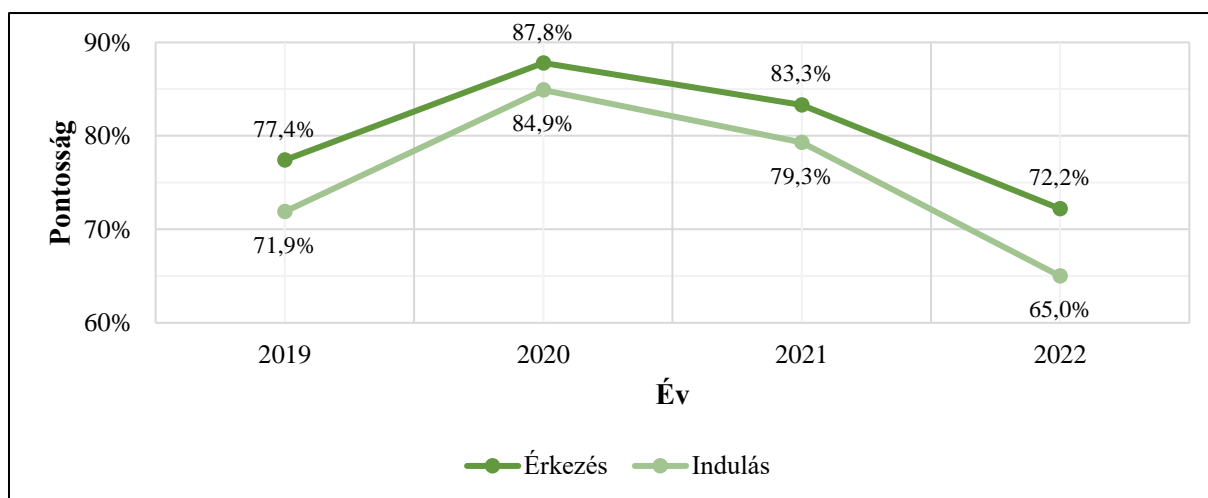
Látható, hogy a nyári hónapok során a késések mértéke növekszik, ezzel együtt az időjárási ok helyett inkább a kapacitás hiánya miatt következnek be a késések. A késések azonban nem csak a hónapok között változnak, hanem például országok között is. Ezeket az eltéréseket az **5. ábrán** ábrázolom.



**5. ábra:** Késések mértéke országonként (2020-2023)  
(*adatok forrása: [2]*)

A térkép alapján megállapítható, hogy az adott országban lévő repülőterek forgalmának növekedésével a késés mértéke is növekszik (például: Hollandia), egy másik tipikus eset is megfigyelhető az ábra alapján, mégpedig a nyári időszakban például a görög repülőterekre jellemző magas késési érték, ennek oka egyértelműen a nem megfelelő repülőtéri, illetve légi navigációs infrastruktúra.

A repülőterek és a légitársaságok működési teljesítményük mérésekor általában a pontosságra összpontosítanak. A pontosság azonban csak egy összetett, egymással összefüggő, számos érdekelt fél részvételével működő rendszer eredményét adja meg, és nem a független teljesítmény mérésére szolgál. A **6.ábrán** mutatom be az indulási és érkezési pontosságot Európa repülőterein.



**6. ábra:** Indulás és érkezési pontosság Európa repülőterein  
(*adatok forrása: [2]*)



## 1.2. Irodalmi áttekintés

A légitársasági ágazatot éles verseny, jelentős működési költségek, ingadozó utasigény, zsúfolt légi forgalom és szigorú szabályozási környezet jellemzi. Következésképpen a légitársaságoknak megfelelően kell felügyelniük az erőforrásaikra, beleértve a járatokat, a repülőgépeket és a személyzet tagjait [3]. Ezen erőforrások hatékony kezelése érdekében a légitársaságok a menetrendtervezés bonyolult kihívásával küzdenek. Ennek során a repülőgépekre és a személyzetre vonatkozó számos szabályozást kell figyelembe venni, ami összetett és kihívásokkal teli kérdéseket eredményez [4].

### Menetrendtervezés

A légi közlekedés iránti kereslet folyamatos növekedése gyakran meghaladja a meglévő infrastruktúra kapacitását, ami megbízhatatlan menetrendeket eredményez, amelyeket a járatok késése és az érkezési, indulási és gurulási idők bizonytalansága jellemez [5]. A flotta útvonalának meghatározása és a járatok menetrendje kulcsfontosságú tényezők, amelyek meghatározzák a légitársaság jövedelmezőségét, szolgáltatásainak minőségét és versenyelőnyét a piacon [6].

A légitársaságok menetrendtervezése jellemzően négy különböző szakaszra bomlik [7]:

1. A **járatütemezési probléma** a légitársaság menetrendjének elkészítését foglalja magában, amely meghatározza a légitársaság által üzemeltetett járatok halmazát. Ezt a menetrendet az útvonal-értékelési és a járatsűrűség-tervezési folyamatok eredményei alapján határozzák meg. Minden egyes járatot a kiindulási repülőtér, a célrepülőtér, a tervezett indulási idő (ami ugyanakkor nagyjából meghatározza a tervezett érkezési időt), valamint egy járatsűrűségi terv jellemez, amely meghatározza azokat a napokat, amelyeken a járat közlekedik.
2. A **flotta hozzárendelési probléma** célja a repülőgéptípusok legjövedelmezőbb elosztásának meghatározása a légitársaság hálózatán belüli repülési szakaszokhoz. Ez a folyamat lényegében az utasok igényeinek és az egyes útvonalakon rendelkezésre álló férőhelyek számának összehangolását jelenti. Bár ez a koncepció egyszerűnek tűnhet, a repülőgép-típusok kiosztása a különböző korlátozó tényezők miatt összetett feladat. Ezek közé tartozik a légitársaság flottájának összetétele, valamint a flottaegyensúly fenntartásának szükségessége, annak biztosítása érdekében, hogy a járatok menetrendje rendszeresen (jellemzően naponta) megismételhető legyen. Ezt az egyensúlyt úgy érik el, hogy az adott időszakban egy adott repülőtérre érkező és onnan induló repülőgépek számát egy adott típushoz igazítják.
3. A **repülőgép-karbantartási ütemezési probléma** egy adott, a lajstromszámmal azonosított repülőgép hozzárendelését jelenti minden egyes repülési útvonalhoz. Ennek a hozzárendelésnek összhangban kell állnia a flotta hozzárendelési

problémájának eredményeivel, és biztosítani kell azt is, hogy minden repülőgéphez olyan járatszakaszok sorozata (útvonal) legyen hozzárendelve, amely megfelel az időszakos karbantartási felülvizsgálatoknak. Ha nem teljesülnek ezek a karbantartási követelmények, akkor a repülőgépet a karbantartás befejezéséig repülési tilalom alá kell helyezni. A földön álló repülőgépek járatörzéseket okoznak, felborítják mind a repülőgépek, mind az utasok menetrendjét, és hatással vannak a személyzet működésére. Ezért a rosszul megtervezett karbantartási rotációk jelentős költségeket okozhatnak a légitársaságnak.

4. A **személyzet ütemezési** problémája a légitársaság menetrendjén belül a légitársaság személyzetének - beleértve a pilótákat és a légiutas-kísérőket is - költséghatékony beosztását jelenti minden egyes járatszakaszra. A személyzet beosztása körvonalazza a repülési szakaszok és egyéb kapcsolódó tevékenységek (például képzés és szabadság) sorrendjét, amelyeket a személyzet tagjai egy meghatározott, általában egy hónapot felölelő időszak alatt végeznek.

Hagyományosan ezeket a problémákat egymás után oldják meg, és az egyes fázisok megoldása szolgál a következő fázis bemeneteként [5].

A [8]-ban egy olyan modellt mutattak be, amelynek célja a menetrend szerinti üzemeltetés helyreállítása a légi járatok működésében bekövetkező váratlan zavarok esetén, a repülőgépek útvonalának vagy a személyzet rotációjának megváltoztatása nélkül. Ez a modell a korábbi időalapú modellekre épül azáltal, hogy nemcsak a tevékenység kezdési időpontjának változóit, hanem a tevékenység időtartamának változóit is tartalmazza. A modell ezen túlmenően az indulási idők újra-optimalizálásához figyelembe veszi az összes légi jármű útvonalán és a személyzet rotációjában elvégzendő tevékenységek sorrendjét.

## Késések

A járatkésések különböző tényezőkre vezethetők vissza [9], beleértve a kedvezőtlen időjárási körülményeket, a repülőterek zsúfoltságát, a légtér zsúfoltságát stb.

Az eltérő üzleti modellekkal rendelkező légitársaságok, mint például a fapados és a teljes körű szolgáltatást nyújtó légitársaságok, általában eltérő hálózattípusokat részesítenek előnyben. A járatkésések hatékony kezelését illetően a *hub-and-spoke* jellegzetességekkel rendelkező hálózatokat üzemeltető légitársaságok - különösen, ha a járatok a saját bázisukról indulnak - általában jobban teljesítenek, mint a *pont-pont* struktúrájú hálózatokat üzemeltető légitársaságok. Azokon a repülőtereken, ahol a légitársaságok meghatározó jelenléttel rendelkeznek, a légitársaságok a torlódások kezelését beépítik saját működésükbe [10].

A légiforgalmi kereslet és a kapacitás közötti aránytalanságok kezelése érdekében a nagy európai repülőterek stratégiai menetrendeket vezetnek be, és jóval a végrehajtás előtt osztják ki az érkező és induló résidőket. Ez, valamint a stratégiai repülési menetrendekre vonatkozó speciális optimalizálási modellek [11] létrehozása támogatja az ilyen menetrendek integrált értékelését. Az értékelés a járatkésésekre és a járatörzésekre gyakorolt hatásukra összpontosít.

Számos gépi tanulási algoritmust, köztük döntési fákat, véletlen erdő módszert, és k-legközelebbi szomszédok algoritmusokat lehet alkalmazni [12] az egyes járatok késéseinek előrejelzésére alkalmas modellek létrehozására.

### Ellenállóképesség – rugalmasság

A rugalmasság a rendszer azon képessége, hogy váratlan zavarok vagy előre nem látható változások esetén is képes tartósan fennállni és működőképes maradni [13].

A légitforgalmi hálózatok rugalmassága kiemelkedően fontos [14]. Alapvető fontosságú, hogy a rendszer úgy legyen kialakítva, hogy minimálisra csökkentse az utasokra gyakorolt hatást, és mérsékelje a vállalatok gazdasági veszteségeit olyan zavaró események esetén, mint például szélsőséges időjárás, munkabeszüntetések vagy biztonsági fenyegetések.

A zavaró eseményeket követően a rendszer gyakran tapasztal egy romló időszakot, de végül elfogadható teljesítményszintre áll vissza [13]. Egy repülőtéri hálózat statikus rugalmasságát egy fázisátmenettel lehet szemléltetni, amikor a repülőtéri kapacitás kismértékű változása a rendszer pontosságának jelentős változásához vezet. Ezen a fázisátmeneti ponton túl a repülőtéri kapacitás csökkentése viszonylag kevésbé befolyásolja a rendszer teljesítményét [13].

A rendszer ellenállóképességének növeléséhez szükséges előrejelzési modellek alkalmazása. Ilyen lehet például az időjárás okok által okozott késések [12], az adott útvonalra vagy repülőtérré vonatkoztatott késések [15] előrejelzése. Ezen felül még segítség lehet a légtérben a forgalom áramlási jellemzőinek becslése [16], [17]. Az emberi tényezőt se szabad figyelmen kívül hagyni, lehet például az irányító munkaterhelését is modellezni [18].

A légiközlekedési rendszer rugalmasságának mélyreható megértése a hálózattudomány és a működési dinamika integrálásával érhető el. Ez a két megközelítés értékes betekintést nyújt abba, hogy a rendszer hogyan reagál a zavarokra, hogyan épül fel, és hogyan tartja fenn működőképességét a kihívásokkal szemben [13].

### Költségek

A késések "puha" költségei, beleértve a pontatlanság miatti esetleges piaci részesedésvesztést, jelentős és meghatározó tényezőt jelenthetnek a légiközlekedési ágazat gazdaságában [19].

A járatok jelentős részénél a *newsvendor*-modell szerint számított késési költségek alacsonyabbak, mint a korai érkezéshez kapcsolódó költségek [9]. A fő bevételi tényezők (pl. az átlagos viteldíj) és a versenyképességi mutatók (pl. a piaci részesedés) figyelemre méltó hatást gyakorolnak a menetrend szerinti időben történő érkezés valószínűségére. Emellett megjegyzendő, hogy a menetrend szerinti időben történő érkezés valószínűségét nem befolyásolják pozitívan olyan tényezők, mint például a járatkésés által érintett utasok teljes száma a repülőgép rotációján belül, vagy a járaton lévő csatlakozó utasok száma, akár érkező, akár induló járatról van szó.

## Optimalizálási eljárások

Az optimalizálási módszereket nem csak a légi közlekedésben használják széles körben, hanem egyéb kapacitáskorlátos környezetekben ([20], [21]) is.

A felmerülő problémákat számos módszerrel, eljárással lehet megoldani. A módszereket és a megoldási technikákat az **1. táblázatban** foglalom össze.

**1. Táblázat:** Vizsgált modellek és megoldási módszerek

Modell	Megoldási módszer					
	Genetikus algoritmus	Heurisztikus algoritmus	Gépi tanulás	Szimplex	Benders dekompozíció	Branch and bound
Többcélű optimalizálási probléma	[22]					
Diszkrét döntési modell		[1]				
Lineáris programozás		[23]		[8], [24]	[3], [25]	[26]
Pareto optimalizálás	[27]					
Ütemezési probléma			[28]			
NP-teljes		[29]–[31]				
Hálózati folyam				[6]		
Kétlépcsős sztochasztikus probléma		[32]				

Az irodalomkutatás alapján megállapítottam, hogy a korábbi tanulmányok valamilyen célfüggvényt minimalizáltak vagy maximalizáltak. Leggyakoribb cél az egy napon minél több járat kiszolgálása, a profit maximalizálása volt. A különböző késési értékeket is leggyakrabban csak valamilyen célként fogalmazták meg, például a késések mértékének, számának minimalizálása. Ezért a dolgozatom újszerűsége, hogy nem valamilyen célfüggvényt maximalizálok vagy minimalizálok, hanem két általam bevezetett indexet figyelembe véve egy olyan repülőgép-járatpár összerendelést alakítok ki, amely ezen indexek kumulált értékét, mint felső korlát veszi figyelembe és ezáltal csökkenti a jelentősen kiugró értékekkel történő üzemeltetést.

### **1.3. Kutatás célja, lehatárolások**

A késéseket leíró statisztikai adatok alapján megállapítottam, hogy a légi közlekedésben nem jellemzőek a gyakori nagy mértékű menetrendi eltérések, azonban előfordulhatnak eltérések, amelyek halmozódása egy napon belül jelentősen rontja az üzemeltetés tervezhetőségét, a szolgáltatási minőséget, és járatkimaradást okozhat.

Ezen megállapítás alapján a kutatásom célja az alábbi:

**Olyan légi közlekedésben alkalmazható repülőgép – járat összerendező eljárás fejlesztése, amellyel csökkenthető a késések halmozódásának valószínűsége, ezáltal növelhető az üzemeltetés tervezhetősége**

A kutatás során az alábbi lehatárolásokat alkalmaztam:

- A menetrend adott
- Mivel homogén flottát vizsgáltam, ezért nem vettem figyelembe az utasszámot, illetve a repülőgépek befogadóképességét
- Nem vettem figyelembe a személyzetvezénylést.
- Egy hosszabb időszakot vizsgáltam historikus adatok alapján. Az időszakon belüli eltéréseket, mint például változó utasszám, és a személyzet, külön nem vizsgáltam.
- Minden repülőgép csak olyan járatot teljesíthet, ami a bázisrepülőteréről indul, vagy oda érkezik. Ez megegyezik a jelenlegi gyakorlattal.
- A modellben egy bázisrepülőtérről foglalkoztam.

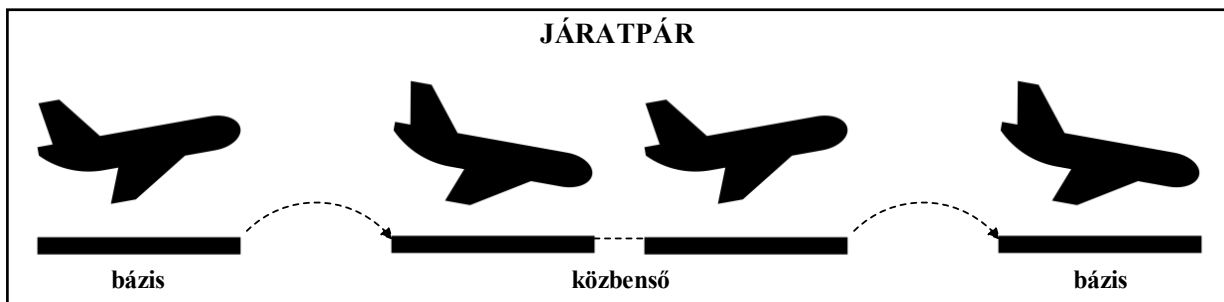
## 2. Fizikai modell

A modellben kettő elem található:

- **kínálatot jelentő repülőgépek:** mivel a járatokat jellemzően időszaktól függetlenül homogén járműparkkal szolgálják ki, a modellben homogén járműflottát vettem figyelembe. Vagyis az eltérő típusú gépekkel kiszolgált járatok kiosztása géptípusonként optimalizálható.
- **keresletet jellemző járatpárok.**

### Járatpár

A kereslet leírásához bevezettem a járatpár fogalmát. Minden járatpár útvonala a következő módon írható le:  $B \rightarrow y \rightarrow B$ , ahol  $B$  a bázisrepülőtér,  $y$  pedig egy tetszőleges közbelső repülőtér. A járatpár definícióját a **7. ábrán** szemléltetem.



7. ábra: Járatpár jelentése

A járatpárokat a következő adatokkal írom le:

- menetrendi indulás a bázis repülőtérrel,
- menetrendi érkezés a bázis repülőtérre,
- bizonytalansági index,
- késési index.

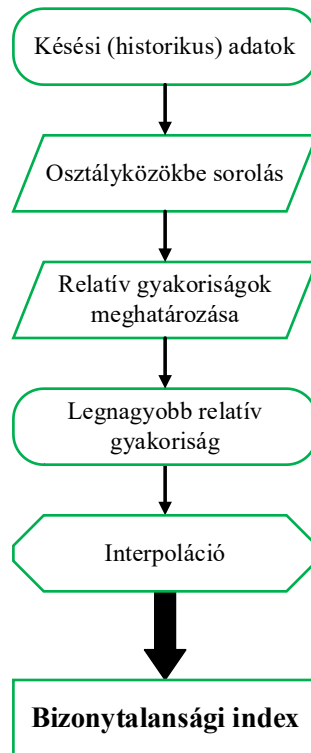
Egy repülőgép érkezés után nem tud egyből egy másik járatpárt teljesíteni. Két járatpár között legalább 25 percnak el kell telnie. Ezen feltétel teljesülése érdekében módosítottam az érkezési és az indulási időket, mindegyiket 12,5 perccel (indulási idő – 12,5 perc, illetve érkezési idő + 12,5 perc).

### Bizonytalansági index

A bázis repülőtérre vonatkozó indulási és érkezési idők megbízhatóságának számszerűsítésére bevezettem a bizonytalansági indexet. Az index meghatározásához figyelembe veszem az egyes járatok menetrendi eltéréseinek mértékét és előfordulásának eloszlását. Így különbséget teszek a rendszeres és a sztochasztikus eltérések (késések) között.

Az index értékét a historikus menetrendi adatok alapján határozom meg. A vizsgált időtartam legalább 1 hónap, legfeljebb 3 hónap, de maximum 60 járatpár adatait veszem figyelembe. Azért határoztam meg ekkora időszakot, mivel a historikus adatok vizsgálata alapján arra a következtetésre jutottam, hogy ekkora mennyiségű adatot érdemes figyelembe venni. Ennél hosszabb időszak esetén már előkerülhetnek a különböző, éven belül jellemzők hatásai (pl.: évszakok, jelentősen változó igények).

A bizonytalansági index meghatározásának módját a **8. ábrán** mutatom be.



**8. ábra:** Bizonytalansági index meghatározása

Egy járatpárhoz tartozó késési (eltérési) érték ( $h_j$ ) a bázisrepülőterre történő visszaérkezésnél az adott járatpárra adódott késések átlaga, azzal a módosítással, hogy ebből az értékből kiszűrésre kerül az indulásnál adódott többlet késés, illetve a korábbi járatpárok által okozott késés.

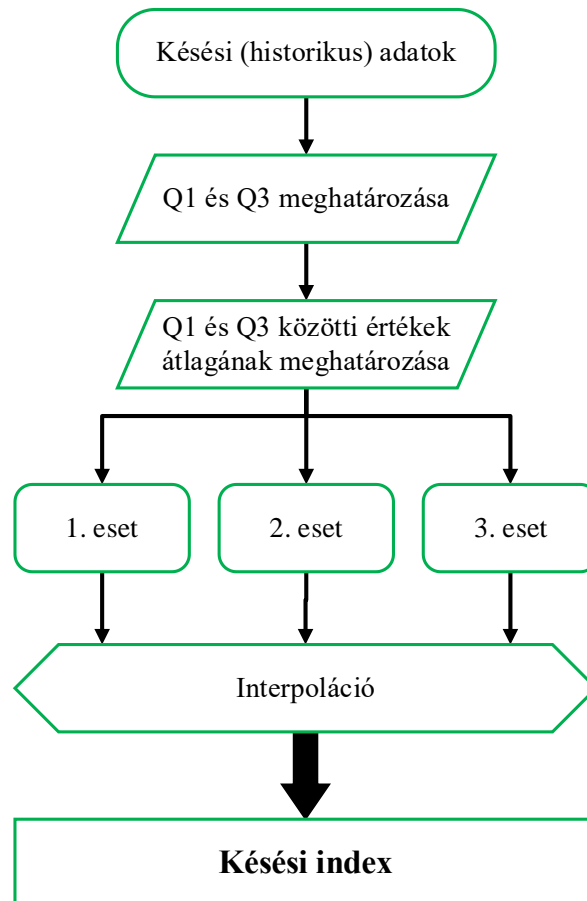
Ezen átlagértékeket 15 perces osztályközökbe soroltam és ezen belül adtam meg a gyakoriságukat. Az index értéke ezután a legnagyobb relatív gyakoriságú osztályköz értéke alapján kerül számításra. Az index értékét lineáris interpolációval határoztam meg. A végeredmény egy 1 és 10 közötti szám. Az index annál nagyobb, minél nagyobb a bizonytalanság értéke.

Az index meghatározásához azért a relatív gyakoriság értéket vettem alapul, mivel ez jól jellemzi egy adott adatsor eloszlását, illetve segítségével kifejezhető az egyes értékek előfordulási valószínűsége.

## Késési index

A késési index kifejezi az adott járatpárra vonatkoztatott jellemző késések (menetrendi eltérések) értékeit. A késési index meghatározásához szintén legalább 1, legfeljebb 3 hónap vagy 60 darab járatpár adatait vettem.

A késési index meghatározásának módját a **9. ábrán** keresztül mutatom be.



**9. ábra:** Késési index meghatározása

Ebben az esetben a torzítás elkerülése érdekében a kiugró (nagyon eltérő) elemeket nem vontam be az index meghatározásának folyamatába. Csak az alsó és a felső kvartilis (Q1 – Q3) közötti értéket vizsgáltam.

Ezen értékek számtani átlagát képeztem, melyet utána három különböző esetet figyelembe véve 0-ra, -10 és -1 közötti vagy 1 és 10 közötti értéké transzformáltam. Az egyes esetek különböző feltételeket jelentenek az eltérés értéke alapján, ezeken belül eltérő transzformációkat (lineáris interpolációkat) hajtok végre. A késési index értéke annál nagyobb, minél nagyobb az átlagos menetrendi eltérés.



## 2.1. Módszertan

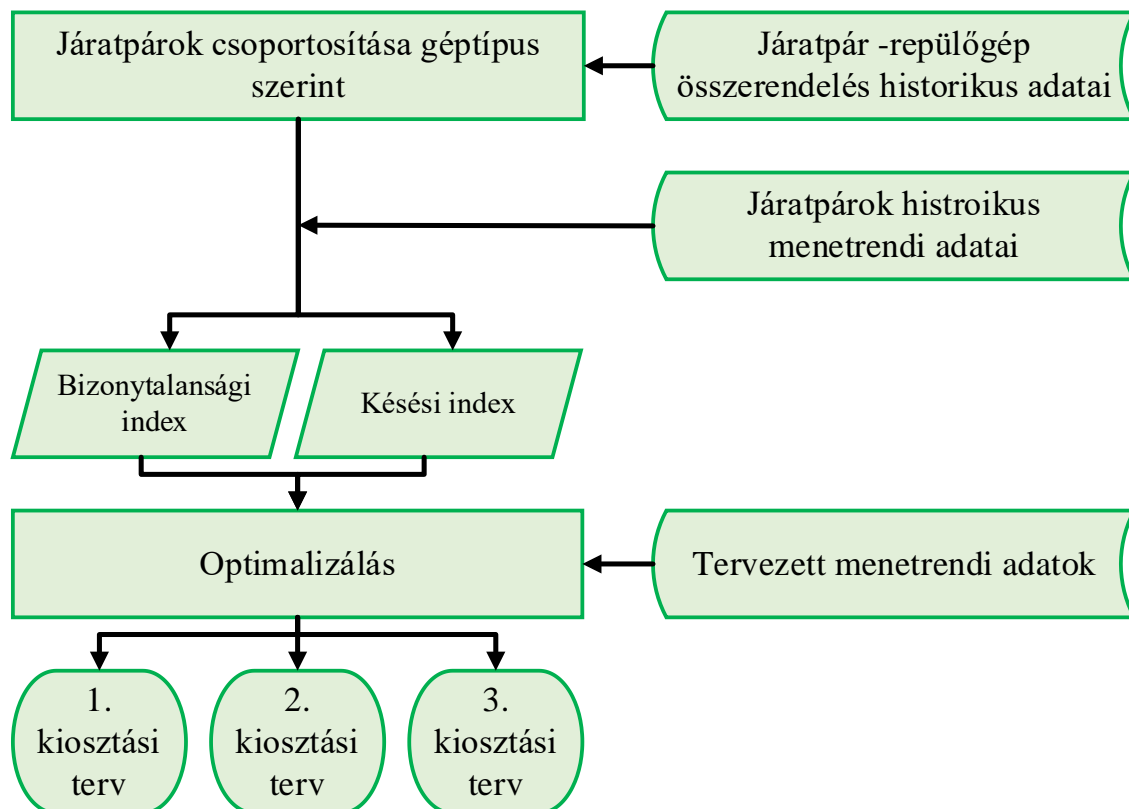
A célom nem egy célfüggvény szerinti optimalizáció, hanem a járatpárokhoz rendelt értékek egyenletes megosztása a repülőgépek között. Vagyis, hogy egy repülőgépre vonatkoztatott összeg egyik esetben se lépjen át egy meghatározott felső korlátot. Ezért az optimalizálást iterációs lépésekben végzem el. A legkisebb felső korlát érték az, amikor még van megoldása az optimalizálási problémának.

Minden járatpárhoz meghatározom a bizonytalansági, illetve késési indexeket.

Az optimalizálással a következő optimális kiosztási terveket határozom meg:

- 1) Csak a bizonytalansági indexszel jellemzem a járatpárokat.
- 2) Csak a késési indexszel jellemzem a járatpárokat.
- 3) A bizonytalansági és késési indexszel jellemzem a járatpárokat.

A módszer folyamatát a **10. ábrán** jelenítem meg.



**10. ábra:** Módszer

A módszer első lépéseként a historikus menetrendi adatokból járatpárokat (kereslet) képezek. Ezen járatpárokhoz meghatározom a bizonytalansági, illetve késési indexeket. Figyelembe veszem még a rendelkezésre álló repülőgépeket (kínálat).

Ezután három esetre készítem el járatkiosztási terveket. Az első esetben csak a bizonytalansági indexet veszem figyelembe. Több iterációs keresztül keresem meg azt a

legkisebb felső korlátot, amelyre még minden korlátozást figyelembe véve adódik megoldás. A második eset hasonló az elsőhöz, azonban itt csak a késési indexeket veszem figyelembe. A harmadik (összevont) esetben mindkét indexet figyelembe veszem és ezeknek keresem meg a minimális felső korlátjait és ezáltal a lehetséges kiosztási tervet.

A legkisebb felső korlát meghatározását, az első két esetben az alábbi módon végzem el.

1. Meghatározom az indexek összegét (ez állandó marad)
2. Ezt az összeget állítom be legelőször felső korlátnak
3. Végrehajtom a kiosztást
4. A kapott legnagyobb index értéket állítom be új felső korlátnak

A folyamatot addig folytatom, amíg kapok megoldást. Amennyiben már nem adódik megoldás, akkor az adott lépésben alkalmazott korlát értékét 0,1-el emelem mindaddig, amíg újra kapok megoldást. Az így kapott felső korlát lesz az adott esethez tartozó legkisebb felső korlát.

A harmadik esetben a korlát meghatározását az előbbi kettő esethez képest másként végzem el. Ebben az esetben az egyes indexek felső korlátja a korábbi esetekben meghatározott legkisebb lehetséges korlátok 15%-kal növelt értéke.

A módszerrel egy olyan járat-repülőgép kiosztást kapok meg, amely a lehető legkisebb bizonytalansági, valamint késési értékekkel jellemezhető. Ezáltal az egész napi üzemeltetés sokkal kiszámíthatóbbá, tervezhetőbbé válik.

### 3. Matematikai modell

A járatpár-repülőgép összerendelést egészértékű lineáris programozási feladatként írtam le. Azért választottam ezt a modellt, mivel a legtöbb bemenő adatot és korlátozást át tudom alakítani a modellhez szükséges lineáris alakra. Az optimalizálási probléma megoldásához az *Opensolver* [33] szoftvert alkalmaztam, ami a *Branch and Cut* algoritmust használja.

Ha a lineáris programozási modellt  $x$ -re kell megoldani, akkor a célfüggvényt az (1), a korlátozásokat a (2) egyenlet írja le.

$$f(x) = cx^T \quad (1)$$

$$Ax \leq b \text{ és } x \geq 0 \quad (2)$$

Ahol:

- $A$ : a feltételeket definiáló együtthatók  $n \times m$  méretű mátrixa
- $b$ : korlátozó értékeket tartalmazó  $n$  elemű oszlopvektor
- $c$ : költségeket tartalmazó  $m$  elemű sorvektor
- $x$ : a döntési változók vektora
- $f$ : optimalizálandó célfüggvény

A változók száma  $m$ , a korlátozások száma  $n$ .

#### 3.1. Összetevők

A repülőgépekhez tetszőleges sorrendben azonosítót rendelünk ( $a_k$ ), ezek az azonosítók pozitív egész számok 1-től  $q$ -ig, ahol  $q$  a modellben szereplő repülőgépek darabszáma.

A járatpárokat az alábbi attribútumokkal írom le:

- $f_j$ : járatpár azonosító  $\{1 \dots j \dots p\}$  (egyértelműen azonosítja az adott két járatból álló járatpárt)
- $t_D$ : indulási idő a bázisrepülőtérről
- $t_A$ : érkezési idő a bázisrepülőtérré
- $u_j$ : bizonytalansági index
- $l_j$ : késési index

### 3.2. Változó

A modell bináris változói azt jelölik, hogy egy adott járatpárt melyik repülőgép repüli (3).

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{ha az } f_j \text{ járat ki lett szolgálva az } a_k \text{ repülőgéppel} \\ 0, & \text{egyéb esetben} \end{cases} \quad (3)$$

Az  $i$ ,  $p$ ,  $f_j$ ,  $a_k$  indexek közötti kapcsolatot a (4) mutatja.

$$i = p(a_k - 1) + f_j \quad (4)$$

A járatpárok, repülőgépek és a változók közötti kapcsolatot a **2. táblázatban** szemléltetem.

**2. Táblázat:** A repülőgépek, a járatpárok és a változók közötti kapcsolat

	Járatpárok ( $f_j$ )								
Repülőgépek ( $a_k$ )	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$
2	$x_{10}$	$x_{11}$	$x_{12}$	$x_{13}$	$x_{14}$	$x_{15}$	$x_{16}$	$x_{17}$	$x_{18}$
3	$x_{19}$	$x_{20}$	$x_{21}$	$x_{22}$	$x_{23}$	$x_{24}$	$x_{25}$	$x_{26}$	$x_{27}$

A táblázat soraiban az ugyanahhoz a repülőgéphez tartozó változók szerepelnek, míg az oszlopai az ugyanahhoz a járatpárhoz tartozó változókat tartalmazzák. A példában 3 repülőgép és 9 járatpár található. Ennek megfelelően 27 ( $i: 1 \dots 27$ ) bináris változó van.

A táblázatban szereplő  $x_i$  értékek magyarázatához egy példában bemutatom az  $i$  érték számítását.

A második repülőgéphez ( $a_k = 2$ ) és a negyedik járatpárhoz ( $f_j = 4$ ) tartozó változó indexe a következőképpen számítható:  $i = p \cdot (a_k - 1) + f_j = 9 \cdot (2 - 1) + 4 = 13$ . Ez a táblázat alapján valóban a második repülőgép és a negyedik járatpár metszete.

### 3.3. Költségek

A modellemben nem egy klasszikus távolság-idő költségmátrixot határozok meg, hanem bizonytalansági, illetve késési indexeket. Az előbbi index kifejezi az egyes járatok és ezáltal a teljes napi menetrend bizonytalanságát, az utóbbi pedig a jellemző késés mértékét.

### 3.3.1. Bizonytalansági index

A bizonytalansági indexek meghatározásakor alkalmazott osztályközöket a **3. táblázatban** jelenítem meg.

**3. Táblázat:** Osztályközök

Osztályközök (eltérés [perc])
< 0
0
0-14
15-29
30-44
45-59
60-74
75-89
90-104
105-119
120-134
135-149
150-164
165-179
180-194
195-209
210-224
225-239
> 240

A bizonytalansági indexet a következő módon számítom:

1. A historikus adatok alapján meghatározom a menetrendi eltérések előfordulási gyakoriságot osztályközönként, ami alapján relatív gyakoriságot számítok.
2. Kiválasztom a legmagasabb relatív gyakoriság értéket ( $r_{max}^{\%}$ ).
3. A százalékban kifejezett relatív gyakoriság értéke alapján lineáris interpolációval meghatározom **(5)** a bizonytalansági index értékét.

$$u_j = -9 \cdot \frac{r_{max}^{\%}}{100} \cdot +10 \quad (5)$$

### 3.3.2. Késési index

A késési indexet a **(6)** képlet alapján számítom.

$$l_{fID} = \begin{cases} -9 \cdot \frac{\overline{h_j^Q} + 1}{-29} - 1, & \text{ha } \overline{h_j^Q} \leq -1 \\ 0, & \text{ha } -1 < \overline{h_j^Q} < 1 \\ 9 \cdot \frac{\overline{h_j^Q} - 1}{29} + 1, & \text{ha } \overline{h_j^Q} \geq 1 \end{cases} \quad (6)$$

A képletben szereplő  $\overline{h_j^Q}$  az egyes járatpárokhoz tartozó  $Q1$  és  $Q3$  közötti menetrendi eltérési értékek átlaga. Az index számítása során a legkisebb menetrendi eltérést  $-30$  percnek, míg a legnagyobbat  $+30$  percnek vettem, mivel ezen értékek közötti értékek jellemezték legjobban az adatsorokat.

### 3.4. Korlátozások

A modell létrehozása során több korlátozó feltételt azonosítottam. Ezek az alábbiak:

1. Egy járatpárt csak egy repülőgép szolgálhat ki, illetve minden járatpárt ki kell szolgálni **(7)**.
2. Egy repülőgép által kiszolgált járatpárok bizonytalansági indexeinek összege nem lehet nagyobb, mint egy előre meghatározott érték **(8)**.
3. Egy repülőgép által kiszolgált járatpárok késési indexeinek összege nem lehet nagyobb egy előre meghatározott értéknél **(9)**.
4. Egymást időben átfedő járatpárokat nem szolgálhatja ki ugyanaz a repülőgép **(10)**.

$$\sum_{k=1}^q x_{p \cdot (a_k - 1) + f_j} = 1 \quad (7)$$

$$\sum_{j=1}^p x_{p \cdot (a_k - 1) + f_j} \cdot u_j \leq u_0 \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^p x_{p \cdot (a_k - 1) + f_j} \cdot l_j \leq l_0 \quad (9)$$

$$\sum_{f_j} x_\alpha + x_\beta + \dots + x_\omega \leq 1 \quad (10)$$

A **(10)** egyenletben az  $x_\alpha, x_\beta, \dots, x_\omega$  azon járatpárhoz és repülőgéphez tartozó változókat jelölik, amelyekhez tartozó járatpárok átfedik egymást.

### 3.5. Célfüggvények

A modellem fix menetrendet vesz alapul, emiatt nem veszem figyelembe se a repülési időket, se a repülési távolságokat, se a várakozási időket, se a személyzet munkaidejére vonatkozó szabályokat. Ennek oka, hogy fix menetrend esetén szinte nulla a rugalmasság, illetve a mai légi közlekedési rendszerben a járatok tervezése a korábbi szempontokat figyelembe véve közel optimális.

A (cél)függvény jelen esetben a **(11)** alapján számítható.

$$f(x_i) = \sum_{i=1}^{p \cdot q} (u_i + l_i) \cdot x_i \quad (11)$$

A célfüggvény értéke egy optimalizáció során állandó. Egy lehetséges megoldást keresek, ahol repülőgépenként az  $u_j$ , illetve  $l_j$  értéke nem halad meg egy felső korlátot.

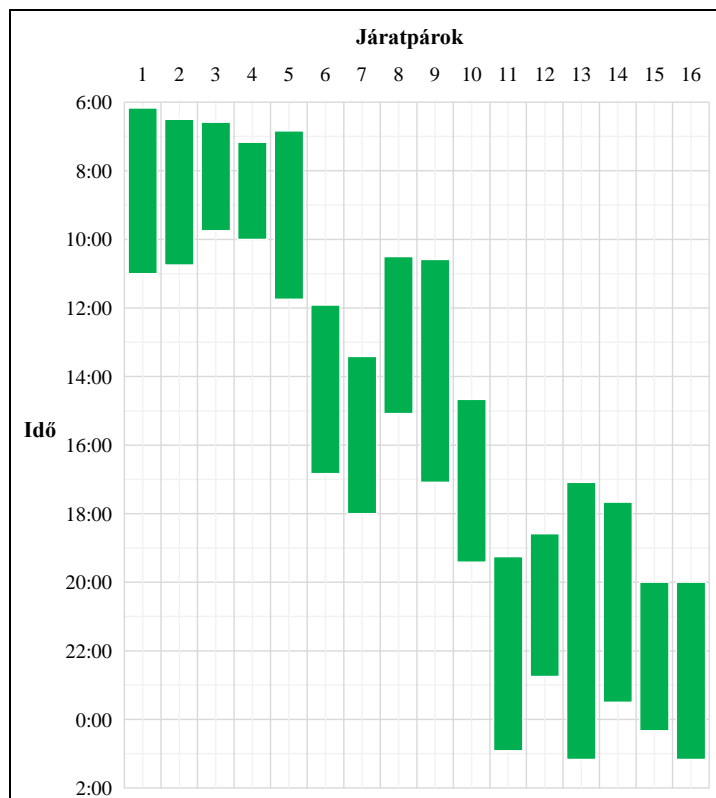
## 4. Esettanulmány

A kidolgozott járattervezési eljárásomat egy esettanulmány keretén belül mutatom be. Az esettanulmány során egy valós légitársaság napi menetrendjeiből alakítottam ki a vizsgált menetrendet. A kialakított menetrend 2023. augusztus és október közötti adatokból készült. A historikus menetrendi eltérési adatok is mind ebből az időszakból származnak.

### 4.1. Bemeneti adatok

#### 4.1.1. Kereslet

A kereslet meghatározásához a *Flightradar24.com* [34] oldalon található menetrendi (nyers) adatokat vettem figyelembe. A nyers adatokból a modellezéshez szükséges bemeneti adatstruktúrát *Microsoft Excel* függvényekkel és makrókkal, illetve *Microsoft Access (SQL)* lekérdezésekkel hoztam létre. Összesen 16 járatpárt alakítottam ki. A menetrendet a **11. ábrán** szemléltetem.



**11. ábra:** Menetrend

A kialakított menetrendben egyes járatpárok átfedik egymást. Ezáltal ezeket a járatpárokat nem teljesítheti ugyanazon repülőgép. A matematikai modell alapján az egymást átfedő járatpárok adott repülőgépre vonatkoztatott összege maximum 1 lehet. Ezen átfedések feltárására *Access* programban 4 lekérdezést hoztam létre.



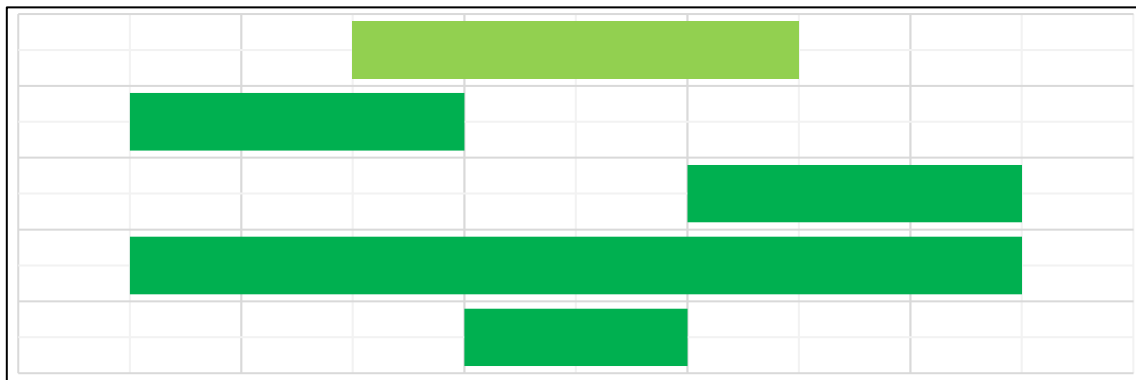
Az első két lekérdezés segítségével létrehoztam a módosított indulási és érkezési időket. A lekérdezés SQL kódja az alábbi:

```
SELECT Járatpárok.Azonosító, DateAdd("n",-12,5,[Járatpárok]![Indulási idő]) AS [Módosított indulási idő], DateAdd("n",125,[Járatpárok]![Érkezési idő]) AS [Módosított érkezési idő]
FROM Járatpárok;
```

A kódban szereplő kifejezések magyarázata a következő:

- Járatpárok: a járatpárokat tartalmazó tábla
- Azonosító: a járatpár azonosítója ( $f_j$ )
- Indulási idő: járatpár első járatának indulási ideje ( $t_a$ )
- Érkezési idő: a járatpár második járatának érkezési ideje ( $t_a$ )

Ezután meghatároztam az egymást átfedő járatokat. Az átfedés lehetséges eseteit a **12. ábrán** mutatom be. Az ábrán a legfelső esethez hasonlítom a többit.



**12. ábra:** Átfedési esetek

Ezek alapján alkottam meg azt a feltétel parancsot, amivel a lekérdezés meghatározza, hogy melyik járatpár melyiket járatpárt fedi. Az SQL kód az alábbi:

```
SELECT [Módosított idő_1].Azonosító, [Módosított idő_2].Azonosító, IIf([Módosított idő_1]![Azonosító]=[Módosított idő_2]![Azonosító],"-",-1*([Módosított idő_1]![Módosított indulási idő]<=[Módosított idő_2]![Módosított indulási idő] And [Módosított idő_1]![Módosított érkezési idő]>=[Módosított idő_2]![Módosított indulási idő] Or [Módosított idő_1]![Módosított indulási idő]<=[Módosított idő_2]![Módosított érkezési idő] And [Módosított idő_1]![Módosított érkezési idő]>=[Módosított idő_2]![Módosított érkezési idő] Or [Módosított idő_1]![Módosított indulási idő]<=[Módosított idő_2]![Módosított indulási idő] And [Módosított idő_1]![Módosított érkezési idő]>=[Módosított idő_2]![Módosított érkezési idő] Or [Módosított idő_1]![Módosított indulási idő]>=[Módosított idő_2]![Módosított indulási idő] And [Módosított idő_1]![Módosított érkezési idő]<=[Módosított idő_2]![Módosított érkezési idő])) AS Kifl
FROM [Módosított idő_1], [Módosított idő_2];
```

A lekérdezésben lévő kifejezések az alábbiakat jelentik:

- Módosított idő\_1 és Módosított idő\_2: a módosított időket meghatározó lekérdezések
- Azonosító: a járatpár azonosítója ( $f_j$ )
- Módosított indulási idő: a korábbi lekérdezéssel módosított indulási idő
- Módosított érkezési idő: a korábbi lekérdezéssel módosított érkezési idő

Végezetül egy keresztábrás lekérdezés segítségével mátrixos formába alakítottam a kapott értékeket. Ebben az esetben az SQL kód az alábbi:

```

TRANSFORM First(Átfedés.Kif1) AS FirstOfKif1
SELECT Átfedés.[Módosított idő_1].Azonosító
FROM Átfedés
GROUP BY Átfedés.[Módosított idő_1].Azonosító
PIVOT Átfedés.[Módosított idő_2].Azonosító;

```

A kódban az *Átfedés* a korábbi lekérdezést jelenti. A lekérdezések eredménye az alábbi átfedés mátrix (**4. táblázat**).

**4. Táblázat:** Átfedés mátrix

$f_{ID}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	-	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
2	1	-	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
3	1	1	-	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
4	1	1	1	-	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
5	1	1	1	1	-	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	1	-	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0
7	0	0	0	0	0	1	-	1	1	1	0	0	1	1	0	0
8	1	1	1	1	1	1	1	-	1	1	0	0	0	0	0	0
9	1	1	0	1	1	1	1	1	-	1	0	0	1	0	0	0
10	0	0	0	0	0	1	1	1	1	-	1	1	1	1	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-	1	1	1	1	1
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	-	1	1	1	1
13	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	-	1	1	1
14	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	-	1	1
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	-	1
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	-

A táblázat celláiban lévő bináris érték 1, ha az adott két járatpár átfedi egymást és 0, ha nem.

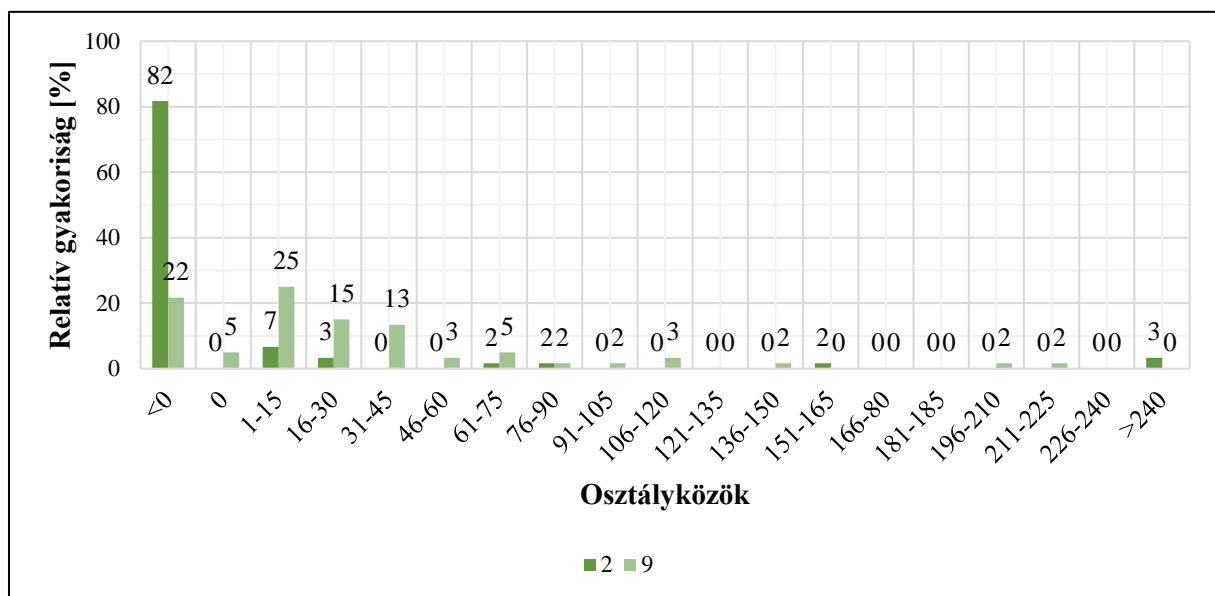
#### 4.1.2. Kínálat

A menetrendben szereplő járatpárokat a modellben 7 repülőgéppel szolgálom ki.

#### 4.1.3. Költségek - indexek

A menetrendi adatok alapján (mellékletben találhatóak) meghatároztam az egyes járatokhoz tartozó költségeket (bizonytalansági és késési indexek). Két-Két járatpár példáján keresztül bemutatom ezen indexek meghatározását.

Tekintsük a 2-es és a 9-es azonosítóval rendelkező járatpárt. Ezen két járatpár késési értékeiből képzett osztályközök relatív gyakoriságát a **13. ábrán** szemléltetem.



**13. ábra:** A 2-es és a 9-es járatpár késési osztályközeinek relatív gyakorisága

A 2-es járat esetében a legnagyobb relatív gyakoriság értéke 81,7%, a lineáris interpolációt alkalmazva az alábbi eredmény adódik (12).

$$u_2 = -9 \cdot \frac{81,7}{100} + 10 = 2,65 \quad (12)$$

Ezzel szemben a 9-es járatpárnál a legnagyobb relatív gyakoriság 25%, amiből az alábbi (13) bizonytalansági index érték adódik.

$$u_9 = -9 \cdot \frac{25}{100} + 10 = 7,75 \quad (13)$$

Mely alapján elmondható, hogy ez a járatpár nehezen tervezhető.

Az összes járatpárra vonatkoztatott bizonytalansági indexekből képzett költségmátrix első sorát (összesen  $q = 7$  sorból áll) az **5. táblázatban** mutatom be. A költségmátrix sorai repülőgépenként azonosok, és függetlenek.

**5. Táblázat:** Költségmátrix első sora – bizonytalansági indexek

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2,8	2,7	3,7	4,0	6,3	7,9	7,3	5,2	7,8	5,2	7,1	5,6	6,5	6,7	4,9	7,5

Ezután meghatároztam a késési indexeket. Ennek meghatározását a korábbi két járatpár (2 és 9) példáján keresztül mutatom be.

Elsőként az egyes járatpárok menetrendtől való eltérés értékeinek alsó, illetve felső kvartiliséit határoztam meg. Ezután pedig ezen két érték közötti késések (menetrendi eltérések) átlagát számoltam ki. A kapott értékeket a **6. táblázatban** szemléltetem. A további járatpárokhoz tartozó értékek a mellékletben találhatóak.

**6. Táblázat:** A 2-es és a 9-es járatpár nevezetes értékei

	Járatpár azonosító ( $f_{ID}$ )	
	2	9
Q1	-22,25	0
Q3	-8,75	42,25
Átlag ( $\bar{h}$ )	-16,47	16,16

A 2-es járat esetében a Q1 és Q3 közötti késések átlaga negatív, így az indexet az alábbi (14) módon határoztam meg.

$$l_2 = -9 \cdot \frac{-16,47 + 1}{-29} - 1 = -5,8 \quad (14)$$

Az index alapján látható, hogy ezen járatpár az esetek jelentős részében a menetrendben lévő érkezési idő előtt érkezik.

A 9-es járatpár átlagos menetrendi eltérése azonban pozitív (tehát ez ténylegesen késés), emiatt ebben az esetben az indexet a (15) alapján számítottam ki.

$$l_2 = 9 \cdot \frac{16,16 - 1}{29} + 1 = 5,8 \quad (15)$$

Az előbb kiszámított index szerint a 9-es járatpár közepes mértékű késésekkel üzemel, viszonylag gyakran.

A további járatpárok késési indexeit a **7. táblázatban** lévő költségmátrix első sorának segítségével jeleníttem meg.

**7. Táblázat:** Költségmátrix első sora – késési indexek

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
-4,5	-5,8	-3,1	-3,7	1,9	6,9	4,5	-1,4	5,7	-1,4	9,6	1,6	3,1	4,6	-1,5	6,6

Ezzel modellezéshez szükséges összes bemeneti paramétert meghatároztam.

## 4.2. Modellezés és eredmények

A repülőgépenkénti index-összegek felső korlátját lépésről-lépésre csökkentem mindaddig, ameddig el nem érem azt a minimális szintet, aminél még ad megoldást a modellem.

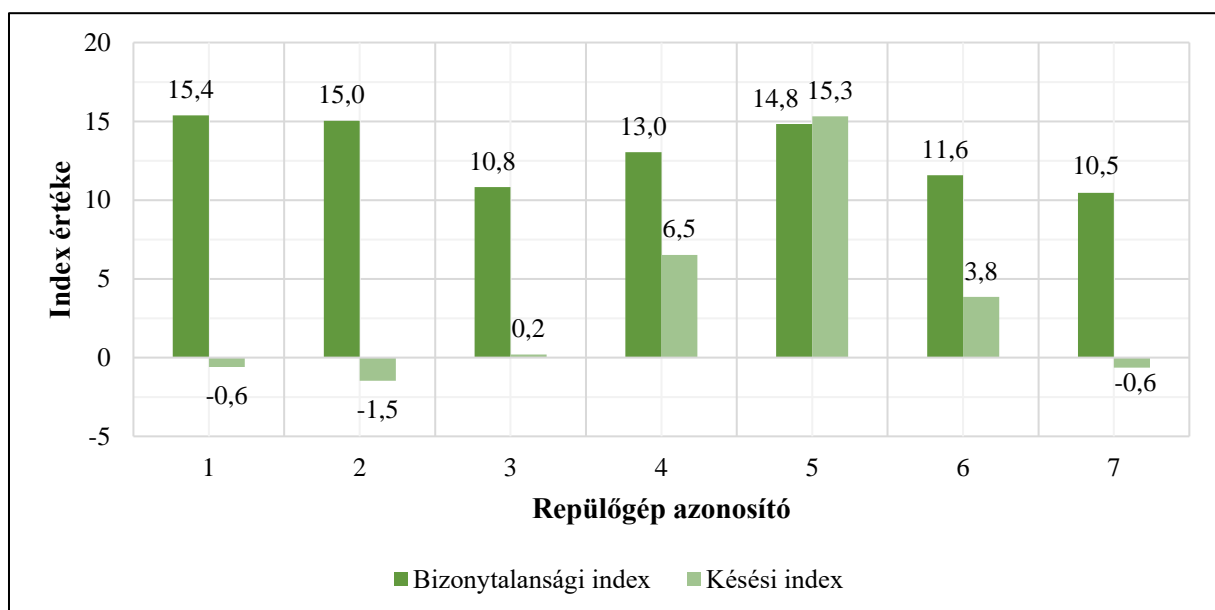
### Bizonytalansági index szerinti optimalizálás

Az első eset során csak a bizonytalansági indexeket vettem figyelembe és ezekhez határoztam meg azt a minimális értéket, aminél még van megoldás. A bizonytalansági index korlátja repülőgépenként 15,4-re adódott. Az ebben a lépésben kapott járatpár-repülőgép hozzárendelést szemléltetem a **8. táblázatban**.

**8. Táblázat:** Első eset - kiosztás

$a_k$	$f_j$															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
2	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
3	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
4	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0
6	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0

A bizonytalansági és késési indexek értékeit a **14. ábra** tartalmazza.



**14. ábra:** Első eset indexei

Az ábrán szereplő értékek alapján a maximális bizonytalansági index érték 15,4, a legnagyobb késési index pedig 15,3 volt.

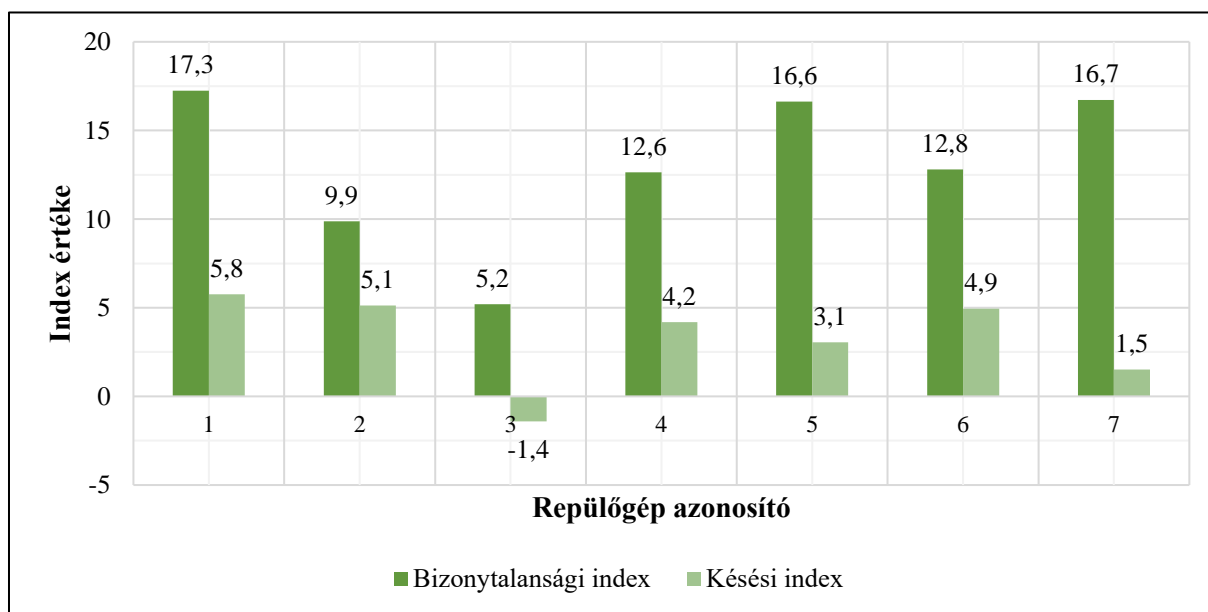
### Késési index szerinti optimalizálás

Megengedett legnagyobb összegzett késési index 5,8, ami összesen 16,5 perc. Így az alábbi **9. táblázat** szerinti hozzárendelés adódott.

**9. Táblázat:** Második eset - kiosztás

$a_k$	$f_j$															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
3	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
4	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
5	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
6	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
7	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0

Az indexek értékeit a **15. ábrán** mutatom be.



**15. ábra:** Második eset indexei

Ebben az esetben a legnagyobb összegzett bizonytalansági index értéke 17,3-ra adódott, az egy gép által teljesített járatpárok késési indexeire pedig 5,8 adódott, amely 16,5 perc késésnek felel meg.

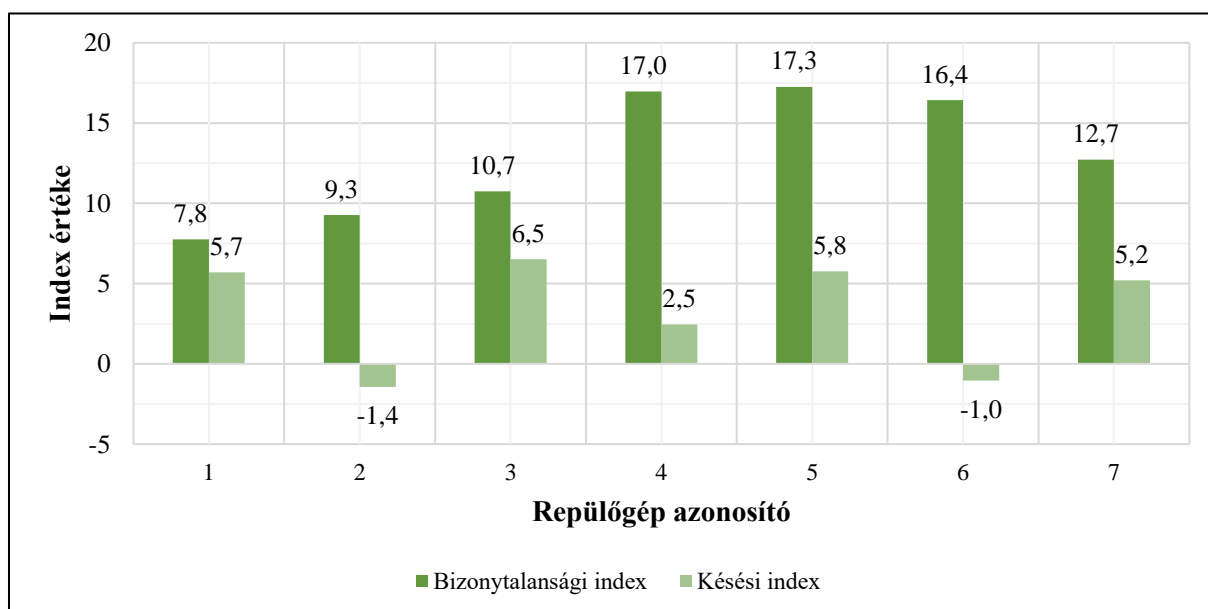
## Összevont optimalizálás

Az utolsó esetben mindkét indexet figyelembe vettem. A felső korlátok a korábbi esetekben meghatározott korlátok 15%-kal növelt értéke volt. Végző esetben a bizonytalansági index felső korlátja 17,7, míg a késési indexé 6,7 volt. A **10. táblázatban** bemutatom az így kapott kiosztást.

**10. Táblázat:** Összevont eset – kiosztás

	$f_j$															
$a_k$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
4	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
5	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
6	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
7	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1

Az összevont esetben a **16. ábrán** láthatóak az egyes repülőgépek által teljesített járatpárok bizonytalansági és késési indexei.



**16. ábra:** Összevont eset indexei

A legnagyobb kumulált bizonytalansági index 17,3, a legnagyobb késési pedig 6,5, amely 21 percet jelent.

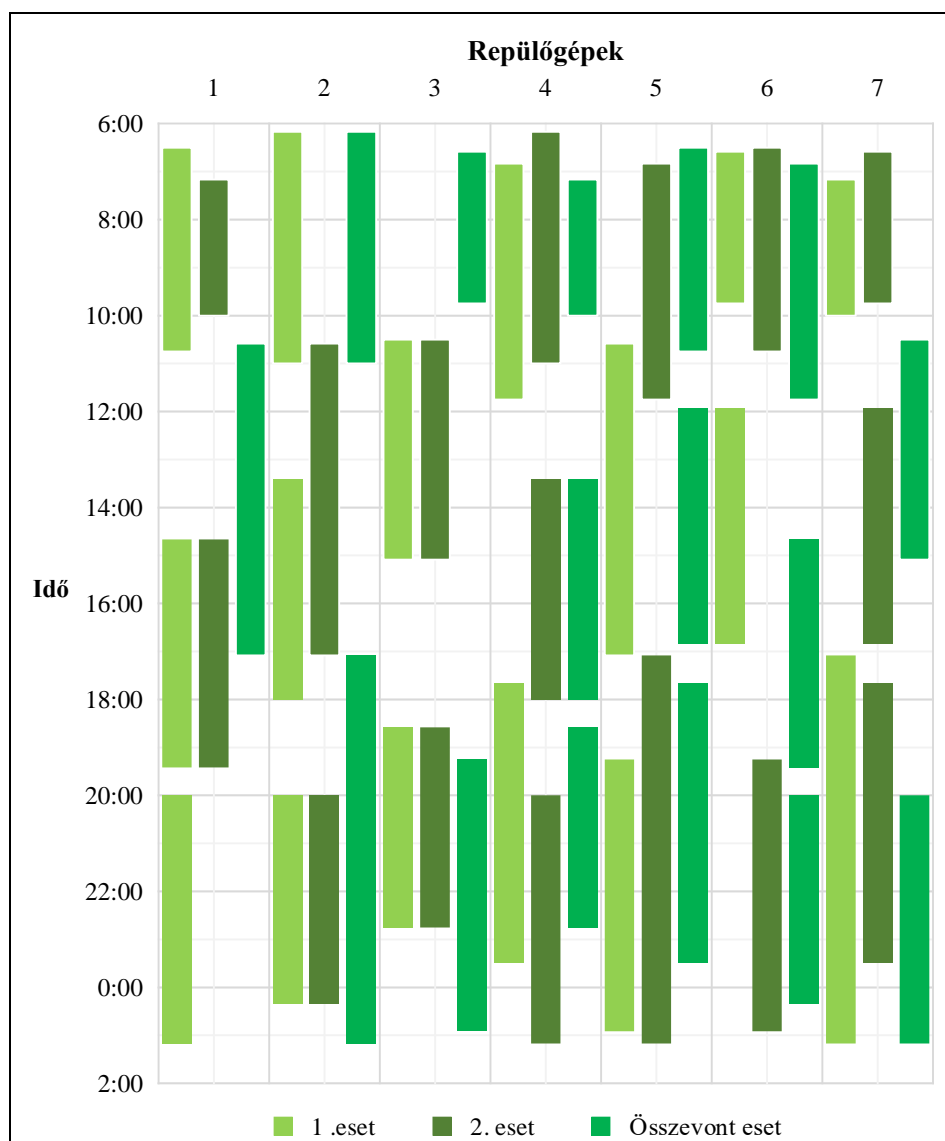
### 4.3. Összegzés

A 11. táblázatban összefoglaltam a három eset során kapott kumulált indexek nevezetes értékeit.

11. Táblázat: Kumulált indexek nevezetes értékei

	Eset					
	1		2		Összevont	
Index	$u_{fID}$	$l_{fID}$	$u_{fID}$	$l_{fID}$	$u_{fID}$	$l_{fID}$
Korlát	15,4	-	-	5,8	17,7	6,7
Maximum	15,4	15,3	17,3	5,8	17,3	6,5
Minimum	10,5	-1,5	5,2	-1,4	7,8	-1,4

Végezetül pedig a 17. ábrán mutatom be az egyes esetekben kapott járatkiosztási tervet.



17. ábra: Játarkiosztási terv



A járatkiosztási terv alapján látható, hogy a matematikai modellben meghatározott korlátozások mindegyike teljesül. Nincs olyan járatpár, amelyet egynél több repülőgép szolgálni ki, illetve az egyes repülőgépek által kiszolgált járatpárok nem „lógnak” egymásra, továbbá adott két járatpár között teljesül a legalább 25 perces tartalékidő.

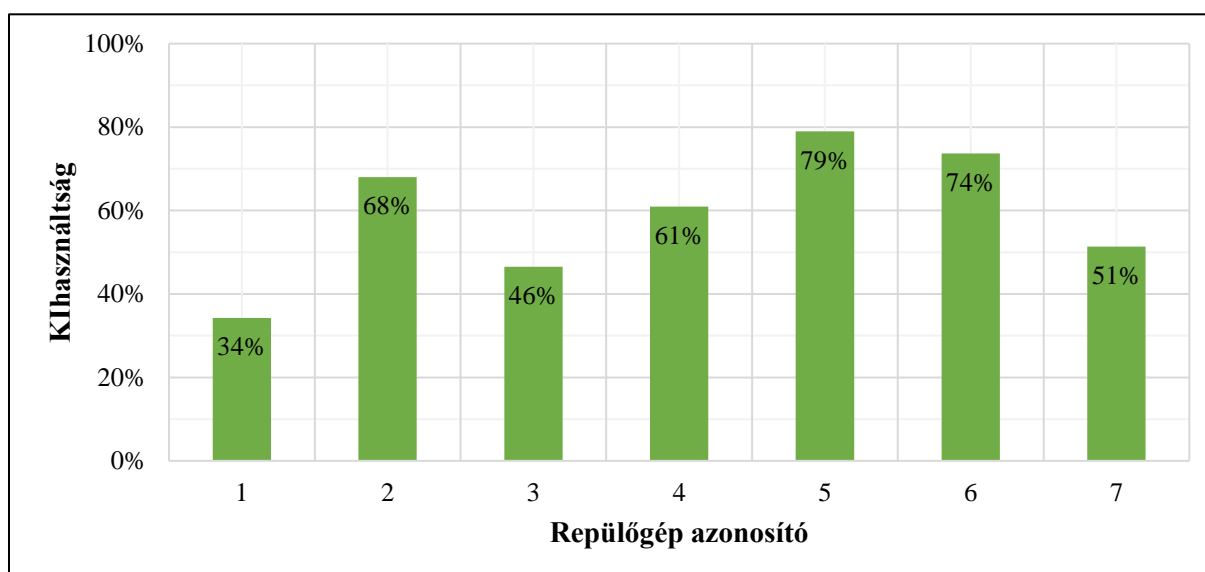
Két járatpár közötti legkisebb tartalékidő megosztva az első esetben az 1-es azonosítóval rendelkező repülőgép esetében, illetve a harmadik esetben a 4-es repülőgépnél adódott, mindkét esetben ez az érték 35 perc volt. Ezzel szemben a legnagyobb ilyen érték a harmadik esetben, a 5-es repülőgépnél adódott, amely érték 9 óra 30 perc volt. Az átlagos tartalékidő mindhárom esetet figyelembe véve 3 óra 24 percre adódott.

A harmadik (összevont) esetben valósul meg teljeskörűen a kutatásom elején megfogalmazott cél. Ez a kiosztás biztosítja, hogy az egyes repülőgépek által teljesített járatpárookra vonatkoztatott bizonytalansági és késési indexek kumulált értéke nem lépi túl a lehetséges felső korlátokat. Ebben az esetben a tartalékidők értékét a **12. táblázatban** jelenítem meg.

**12. Táblázat:** Összevont eset – tartalékidők nevezetes értékei

	Minimum	Maximum	Átlag
Tartalékidő	35 perc	9 óra 30 perc	3 óra 20 perc

A harmadik (összevont esetben) leginkább kihasznált repülőgép az 5-ös azonosítóval rendelkező volt, ez a repülőgép a vizsgált 19 óra alatt 15 órát volt használatban. Legkevésbé kihasznált repülőgép az 1-es azonosítóval rendelkező volt (6 óra 30 perc). Az átlagos kihasználtság értéke 11 óra 13 perc volt. Az összevont esetben az egyes repülőgép százalékos kihasználtsági értékeit a **18. ábrán** jelenítem meg.



**18. ábra:** Összevont eset – kihasználtság

A további értékek a mellékletben találhatóak.

## Összefoglalás

A légi közlekedés a nagy forgalmú időszakokban jelentős kapacitásproblémákkal küzd. Ezek között szerepel a légtér, a repülőterek kapacitás problémái, továbbá a légi irányítás személyzeti problémái.

Bár a késési adatok alapján a járatok jelentős része pontosan (kevesebb, mint 15 perc késéssel) közlekedik, mégis nagy számban vannak olyan járatok, amelyek késnek. Ezáltal a késések és az ebből adódó bizonytalanságok folyamatosan jelen vannak a napi üzemeltetésben. Emiatt nehezen tervezhetővé válik a menetrend és csökken az üzemeltetés hatékonysága. Mindezek együttesen jelentősen csökkentik a rendszernek az egyes zavarokkal és időjárási tényezőkkel szembeni ellenállóképességét.

Ezen probléma megoldására kidolgoztam egy olyan járattervezési módszert, amely képes a késések és az ebből adódó bizonytalanságok előfordulási valószínűségeinek csökkentésére.

A kidolgozott módszertan lineáris programozásra alapul, figyelembe veszi a különböző üzemeltetési korlátozások és előírásokat. A bizonytalanságok és a késések kifejezésére bevezettem két új indexet. A járatpárokat ezen indexek alapján jellemeztem. A módszer során olyan járatpár-repülőgép összerendelést hoztam létre, amely biztosítja, hogy az egyes repülőgépek által kiszolgált járatpárok adott repülőgépre vonatkoztatott indexeinek összesített értékei egyik esetben sem lépik túl a lehetséges legkisebb értékeket.

A modell bemutatása és validálása érdekében egy valós adatokon alapuló menetrendre alkalmaztam a modellt. Az esettanulmány során hét darab repülőgépet és tizenhat darab járatpárt vizsgáltam. Minden egyes járatpárhoz a historikus menetrendi adatok alapján kiszámítottam az indexek értékeit. A módszert három esetben vizsgáltam, amiből három kiosztás jött létre. Az első esetben csak a bizonytalansági indexeket vettem figyelembe és így alkottam meg a kiosztást, a másodikban csak a késési indexeket vizsgáltam, végül az utolsóban mindkét indexet (korlátozást) figyelembe vettem.

Összefoglalva tehát, a kutatás eredményeként megalkottam a légi járattervezés lineáris programozási problémára alapuló, a jelentős késések előfordulási valószínűségét csökkentő módszerét. A módszer segítségével növelhető a légi közlekedési rendszer ellenállóképessége.

Továbbfejlesztési lehetőség a repülőgépek befogadóképességének, illetve az utasok számának a figyelembevétele. Valamint a fix helyett rugalmas menetrend kialakítása (két járat közötti várakozási idők minimalizálása), illetve a személyzet vezénylésének modellezése is.

## Ábrajegyzék

<b>1. ábra:</b> Légi járatok és késések Európán belül ( <i>adatok forrása: [2]</i> ) .....	4
<b>2. ábra:</b> Repülés közbeni késések okai ( <i>adatok forrása: [2]</i> ) .....	5
<b>3. ábra:</b> Repülőtéri érkezési késések okai (2022) ( <i>adatok forrása: [2]</i> ) .....	6
<b>4. ábra:</b> A repülőtérre érkezés késésének havi alakulása 2022-ben ( <i>adatok forrása: [2]</i> )..	6
<b>5. ábra:</b> Késések mértéke országonként (2020-2023) ( <i>adatok forrása: [2]</i> ).....	7
<b>6. ábra:</b> Indulás és érkezési pontosság Európa repülőterein ( <i>adatok forrása: [2]</i> ) .....	7
<b>7. ábra:</b> Járatpár jelentése .....	13
<b>8. ábra:</b> Bizonytalansági index meghatározása .....	14
<b>9. ábra:</b> Késési index meghatározása.....	15
<b>10. ábra:</b> Módszer.....	16
<b>11. ábra:</b> Menetrend.....	23
<b>12. ábra:</b> Átfedési esetek .....	24
<b>13. ábra:</b> A 2-es és a 9-es járatpár késési osztályközeinek relatív gyakorisága .....	26
<b>14. ábra:</b> Első eset indexei .....	28
<b>15. ábra:</b> Második eset indexei.....	29
<b>16. ábra:</b> Összevont eset indexei .....	30
<b>17. ábra:</b> Járatkiosztási terv .....	31
<b>18. ábra:</b> Összevont eset – kihasználtság .....	32

## Táblázatjegyzék

<b>1. Táblázat:</b> Vizsgált modellek és megoldási módszerek .....	11
<b>2. Táblázat:</b> A repülőgépek, a járatpárok és a változók közötti kapcsolat .....	19
<b>3. Táblázat:</b> Osztályközök.....	20
<b>4. Táblázat:</b> Átfedés mátrix .....	25
<b>5. Táblázat:</b> Költségmátrix első sora – bizonytalansági indexek .....	27
<b>6. Táblázat:</b> A 2-es és a 9-es járatpár nevezetes értékei.....	27
<b>7. Táblázat:</b> Költségmátrix első sora – késési indexek .....	27
<b>8. Táblázat:</b> Első eset - kiosztás .....	28
<b>9. Táblázat:</b> Második eset - kiosztás .....	29
<b>10. Táblázat:</b> Összevont eset – kiosztás .....	30
<b>11. Táblázat:</b> Kumulált indexek nevezetes értékei.....	31
<b>12. Táblázat:</b> Összevont eset – tartalékidők nevezetes értékei .....	32

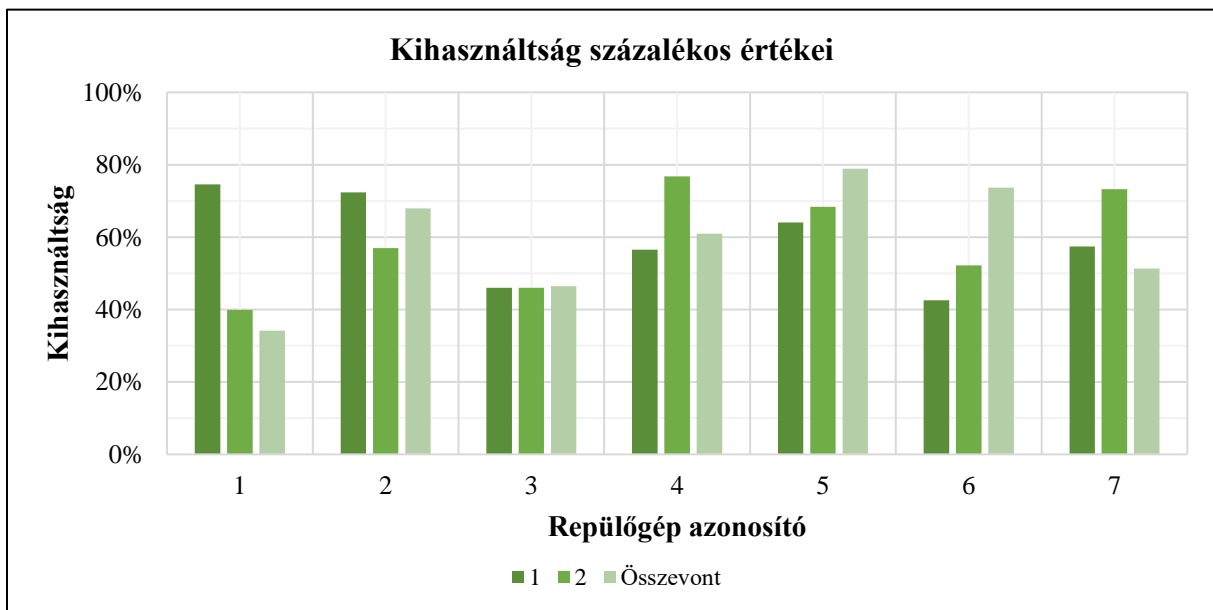
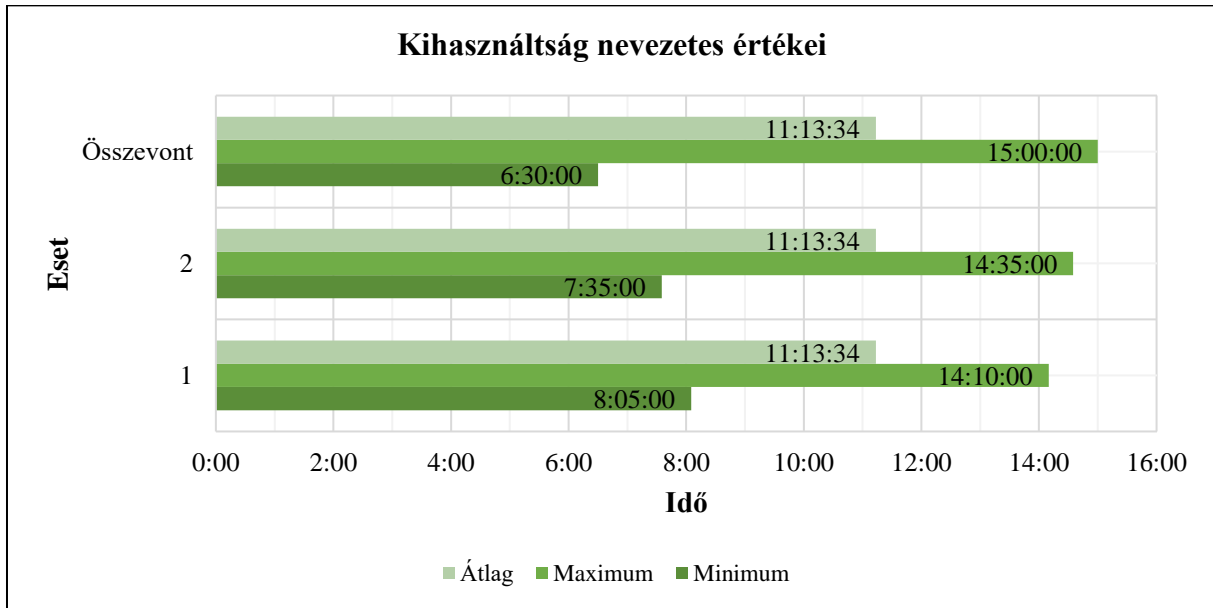
## Irodalomjegyzék

- [1] Z. Dong, Y. Chuhang, és H. Y. K. H. Lau, „An integrated flight scheduling and fleet assignment method based on a discrete choice model”, *Computers & Industrial Engineering*, köt. 98, o. 195–210, aug. 2016, doi: 10.1016/j.cie.2016.05.040.
- [2] „EUROCONTROL”. Elérés: 2023. október 30. [Online]. Elérhető: <https://www.eurocontrol.int/>
- [3] H. D. Sherali, K.-H. Bae, és M. Haouari, „A benders decomposition approach for an integrated airline schedule design and fleet assignment problem with flight retiming, schedule balance, and demand recapture”, *Ann Oper Res*, köt. 210, sz. 1, o. 213–244, nov. 2013, doi: 10.1007/s10479-011-0906-3.
- [4] A. E. E. Eltoukhy, F. T. S. Chan, és S. H. Chung, „Airline schedule planning: a review and future directions”, *Industrial Management & Data Systems*, köt. 117, sz. 6, o. 1201–1243, jan. 2017, doi: 10.1108/IMDS-09-2016-0358.
- [5] X. Chen, H. Yu, K. Cao, J. Zhou, T. Wei, és S. Hu, „Uncertainty-Aware Flight Scheduling for Airport Throughput and Flight Delay Optimization”, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, köt. 56, sz. 2, o. 853–862, ápr. 2020, doi: 10.1109/TAES.2019.2921193.
- [6] S. Yan és C.-H. Tseng, „A passenger demand model for airline flight scheduling and fleet routing”, *Computers & Operations Research*, köt. 29, sz. 11, o. 1559–1581, szept. 2002, doi: 10.1016/S0305-0548(01)00046-6.
- [7] C. Barnhart, „Airline Schedule Optimization”, in *The Global Airline Industry*, John Wiley & Sons, Ltd, 2009, o. 183–211. doi: 10.1002/9780470744734.ch7.
- [8] G. Stojković, F. Soumis, J. Desrosiers, és M. M. Solomon, „An optimization model for a real-time flight scheduling problem”, *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, köt. 36, sz. 9, o. 779–788, nov. 2002, doi: 10.1016/S0965-8564(01)00039-8.
- [9] V. Deshpande és M. Arıkan, „The Impact of Airline Flight Schedules on Flight Delays”, *M&SOM*, köt. 14, sz. 3, o. 423–440, júl. 2012, doi: 10.1287/msom.1120.0379.
- [10] B. Bubalo és A. A. Gaggero, „Flight delays in European airline networks”, *Research in Transportation Business & Management*, köt. 41, o. 100631, dec. 2021, doi: 10.1016/j.rtbm.2021.100631.
- [11] M. Lambelho, M. Mitici, S. Pickup, és A. Marsden, „Assessing strategic flight schedules at an airport using machine learning-based flight delay and cancellation predictions”, *Journal of Air Transport Management*, köt. 82, o. 101737, jan. 2020, doi: 10.1016/j.jairtraman.2019.101737.
- [12] S. Choi, Y. J. Kim, S. Briceno, és D. Mavris, „Prediction of weather-induced airline delays based on machine learning algorithms”, in *2016 IEEE/AIAA 35th Digital Avionics Systems Conference (DASC)*, szept. 2016, o. 1–6. doi: 10.1109/DASC.2016.7777956.
- [13] Y. Wang, J. Zhan, X. Xu, L. Li, P. Chen, és M. Hansen, „Measuring the resilience of an airport network”, *Chinese Journal of Aeronautics*, köt. 32, sz. 12, o. 2694–2705, dec. 2019, doi: 10.1016/j.cja.2019.08.023.
- [14] S. Dunn és S. M. Wilkinson, „Increasing the resilience of air traffic networks using a network graph theory approach”, *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, köt. 90, o. 39–50, jún. 2016, doi: 10.1016/j.tre.2015.09.011.

- [15] J. J. Rebollo és H. Balakrishnan, „Characterization and prediction of air traffic delays”, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, köt. 44, o. 231–241, júl. 2014, doi: 10.1016/j.trc.2014.04.007.
- [16] Y. Lin, J. Zhang, és H. Liu, „Deep learning based short-term air traffic flow prediction considering temporal–spatial correlation”, *Aerospace Science and Technology*, köt. 93, o. 105113, okt. 2019, doi: 10.1016/j.ast.2019.04.021.
- [17] H. Liu, Y. Lin, Z. Chen, D. Guo, J. Zhang, és H. Jing, „Research on the Air Traffic Flow Prediction Using a Deep Learning Approach”, *IEEE Access*, köt. 7, o. 148019–148030, 2019, doi: 10.1109/ACCESS.2019.2945821.
- [18] G. Chatterji és B. Sridhar, „Measures for air traffic controller workload prediction”, in *1st AIAA, Aircraft, Technology Integration, and Operations Forum*, American Institute of Aeronautics and Astronautics. doi: 10.2514/6.2001-5242.
- [19] A. Cook, G. Tanner, és A. Lawes, „The Hidden Cost of Airline Unpunctuality”, *Journal of Transport Economics and Policy*, köt. 46, sz. 2, o. 157–173, 2012, Elérés: 2023. november 5. [Online]. Elérhető: <https://www.jstor.org/stable/24396360>
- [20] Földes D. és Csiszár C., „Assessment Method for Individual Value of a Location”, *Transportation Research Procedia*, köt. 27, o. 841–848, jan. 2017, doi: 10.1016/j.trpro.2017.12.036.
- [21] M. Kulcsár, D. Földes, és S. Nagy, „Determining the number of collection points for autonomous vehicle-based service using gravity model”, in *2021 Smart City Symposium Prague (SCSP)*, 2021, o. 1–6. doi: 10.1109/SCSP52043.2021.9447388.
- [22] L. H. Lee, C. U. Lee, és Y. P. Tan, „A multi-objective genetic algorithm for robust flight scheduling using simulation”, *European Journal of Operational Research*, köt. 177, sz. 3, o. 1948–1968, márc. 2007, doi: 10.1016/j.ejor.2005.12.014.
- [23] J.-J. Salazar-González, „Approaches to solve the fleet-assignment, aircraft-routing, crew-pairing and crew-rostering problems of a regional carrier”, *Omega*, köt. 43, o. 71–82, márc. 2014, doi: 10.1016/j.omega.2013.06.006.
- [24] M. E. Ciftci és V. Özkır, „Integrated optimisation model for airline bank structure and fleet assignment problem”, *Ann Oper Res*, okt. 2023, doi: 10.1007/s10479-023-05615-9.
- [25] A. Mercier és F. Soumis, „An integrated aircraft routing, crew scheduling and flight retiming model”, *Computers & Operations Research*, köt. 34, sz. 8, o. 2251–2265, aug. 2007, doi: 10.1016/j.cor.2005.09.001.
- [26] S. Birolini, A. P. Antunes, M. Cattaneo, P. Malighetti, és S. Paleari, „Integrated flight scheduling and fleet assignment with improved supply-demand interactions”, *Transportation Research Part B: Methodological*, köt. 149, o. 162–180, júl. 2021, doi: 10.1016/j.trb.2021.05.001.
- [27] E. K. Burke, P. De Causmaecker, G. De Maere, J. Mulder, M. Paelinck, és G. Vanden Berghe, „A multi-objective approach for robust airline scheduling”, *Computers & Operations Research*, köt. 37, sz. 5, o. 822–832, máj. 2010, doi: 10.1016/j.cor.2009.03.026.
- [28] J. Evler, E. Asadi, H. Preis, és H. Fricke, „Airline ground operations: Schedule recovery optimization approach with constrained resources”, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, köt. 128, o. 103129, júl. 2021, doi: 10.1016/j.trc.2021.103129.

- [29] O. Babic, M. Kalic, D. Babic, és S. Dozic, „The airline schedule optimization model: validation and sensitivity analysis”, *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, köt. 20, o. 1029–1040, jan. 2011, doi: 10.1016/j.sbspro.2011.08.112.
- [30] S. Yan, C.-H. Tang, és M.-C. Lee, „A flight scheduling model for Taiwan airlines under market competitions”, *Omega*, köt. 35, sz. 1, o. 61–74, febr. 2007, doi: 10.1016/j.omega.2005.03.002.
- [31] C.-H. Tang, S. Yan, és Y.-H. Chen, „An integrated model and solution algorithms for passenger, cargo, and combi flight scheduling”, *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, köt. 44, sz. 6, o. 1004–1024, nov. 2008, doi: 10.1016/j.tre.2008.02.002.
- [32] S. Yan, C.-H. Tang, és T.-C. Fu, „An airline scheduling model and solution algorithms under stochastic demands”, *European Journal of Operational Research*, köt. 190, sz. 1, o. 22–39, okt. 2008, doi: 10.1016/j.ejor.2007.05.053.
- [33] Mason A. és Dunning I., „OpenSolver: Open Source Optimisation for Excel”, *Proceedings of the Annual Conference of the Operations Research Society of New Zealand*, jan. 2010.
- [34] „Flightradar24”. Elérés: 2023. október 30. [Online]. Elérhető: <https://www.flightradar24.com/>

## Mellékletek





Q1, Q3 és átlag értékek járatpáronként

Járatpár	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Q1	-18,8	-22,3	-14,8	-19,3	-7,3	1,0	-1,5	-10,3	0,0	-10,3	2,0	-13,0	-5,3	-5,5	-18,0	-2,8
Q3	-3,0	-8,8	3,0	17,3	17,8	43,3	32,3	9,8	42,3	9,8	95,3	28,0	34,3	39,0	31,0	51,0
Átlag	-12,2	-16,5	-7,7	-9,7	3,9	20,1	12,4	-2,3	16,2	-2,3	28,8	2,9	7,6	12,7	-2,7	19,1

