



VÁLTOZÓ PROFILELTOLÁSÚ, ÁLLANDÓ ÁTTÉTELŰ
FOGASKERÉKPÁROK GÉPÉSZETI ÉS GEOMETRIAI
FEJLESZTÉSE

Lóki Dániel János BSc II. évf.



Konzulensek:

Dr. Baka Ernő Zsolt

Gép- és Terméktervezés Tanszék

Dr. Póka György Lajos

Gyártástudomány és -technológia Tanszék

Abstract.

A folyékony közeg továbbítására számtalan technológiát fejlesztettek ki az évszázadok során, ezek egyik még ma is használatban lévő típusa a fogaskerékszivattyú, melyet többnyire nagyobb viszkozitású anyagok, például olaj szállítására, főként nagy méretű erőgépek hidraulikus berendezéseihez használnak. A fejlesztés célja, hogy megállapítsuk milyen előnyökkel és hátrányokkal, milyen szempontrendszer figyelembevételével növelhető az áramoltatható közeg nagysága, ha nem csak a fogárkokat hanem a poligon fogaskerékgeometria és a hengeres szivattyúház fala közti teret is hasznosíthatjuk.

A dolgozatban áttekintjük a külső fogazású fogaskerekek általános tulajdonságait és gyártástechnológiáit, tárgyaltuk ezen geometriák számítógépes modellezését és a változó profileltolás technológiáját. Bemutatjuk az ezt a profileltolást transzformáló és a fogaskerék körvonalát kirajzoló program működését és összehasonlítjuk a hatásfokukat a hagyományos geometriával a fogaskerékszivattyúban történő használat közben.

A poligon fogaskerék tervezésekor alapul kell venni egy hagyományos külső fogazású változatának paramétereit és azon olyan, a körvonal mentén, egy általunk megválasztott függvénnyel, folytonosan változó profileltolást kell alkalmazni, hogy a kívánt alakú, esetünkben adott oldalszámú poligon formát kapjunk.

A megfelelő geometria megalkotása során olyan körülményekre érdemes figyelmet fordítani, mint a nagymértékű profileltolódásból adódó fogalámetszettség és fogkihegyesedés kiküszöbölése, mely bizonyos határokon belül a megfelelő fogszám – modul viszony megválasztásával, később jobban optimalizált függvények segítségével elérhető el. A fogtorzulások elkerülése azért is fontos mert míg egy hengeres fogaskerék minden foga tömít a szivattyúház falán, addig esetünkben csak a poligon sarkain álló így megfelelő élszalag nélkül könnyen működésképtelenné válhatna a konstrukció. Mivel a tömítő fogak a poligon sarkain helyezkednek el, így a hirtelennek mondható irányváltások miatt halmozottan ki vannak téve az előbb megnevezett folyamatoknak.

Ez jelenleg nem egy elterjedt geometria, számos előnye ellenére sem, például, hogy így növelhető az átvitt térfogat, a külső fogazás nyomástartományát megőrizve is. Nincs szükség a belső fogazású fogaskerékszivattyú komplexebb kialakítására és anyagszükségletére, valamint az ezzel együtt járó nyomáscsökkenésre, ami általában a kevésbé merev felépítés miatt következik be. Egy dugattyús szivattyúval ellentétben ez a technika az ellenkező irányba is képes továbbítani a közeget és egy forgódugattyús szivattyúval ellentétben (Bár ehhez hasonlít elvében legjobban) nem szükséges mindkét forgóelemet meghajtani mert egyik kerék hajtja a másikat.

Alulírott, Lóki Dániel János, a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem hallgatója, büntetőjogi és fegyelmi felelősségem tudatában kijelentem és sajátkezű aláírással igazolom, hogy ezt a TDK dolgozatot meg nem engedett segítség nélkül, saját magam készítettem, és dolgozatomban csak a megadott forrásokat használtam fel. Minden olyan részt, melyet szó szerint vagy azonos értelemben, de átfogalmazva más forrásból átvettem, egyértelműen, a hatályos előírásoknak megfelelően, a forrás megadásával megjelöltem.

Budapest, 2023

TARTALOM:

1. Fogaskerékajtás általános tulajdonságai	4.oldal
1.1. Fogaskerek gyártása	
1.1.1. Profilozó eljárás	
1.1.2. Lefejtő eljárás	
1.1.3. Fogaskerek finommegmunkálása	
1.2. Egy fogaskerék méretei	5.oldal
1.3. A fogaskerekkel szemben támasztott követelmények	6.oldal
1.3.1. A Willis tétel, fognormális tétel	
1.3.2. Profileltolás	7.oldal
1.3.3. Fogaskerek kapcsolódása	
2. Poligon fogaskerek készítése	8.oldal
2.1. Cél meghatározása	
2.2. Program Excel táblán	
2.2.1. Az alapprofil kiszámítása diszkét pontokban	9.oldal
2.2.2. Az alapprofil pontjainak transzformálása	
2.2.3. Az eredményül kapott koordináták rendezése	10.oldal
2.2.4. Ábrázolás	11.oldal
2.3. C++ program	13.oldal
2.3.1. Túl sok felesleges adat okozta szoftverlassulás	
2.3.2. Adatok könnyű eltárolhatósága későbbi felhasználásra.	
2.3.3. Könnyen változtatható betétfüggvények és struktúra.	
2.4. Poligon alak készítése	14.oldal
2.4.1. Poligon fogaskerekkel szemben támasztott követelmények	
2.4.2. Egy jól használható betétfüggvény	15.oldal
2.4.3. Az ideális betétfüggvény	16.oldal
2.4.4. Anomáliát mutató fogalakok	17.oldal
3. A hagyományos és poligon kerek összehasonlítása.	
3.1. Első mérés – Azonos fogszámok, eltérő átmérők	18.oldal
3.2. Második mérés – Közel azonos átmérők, eltérő fogszámok	19.oldal
3.3. Harmadik mérés – Fogaskerek kis fogszámmal	20.oldal
3.4. Negyedik mérés – Különböző oldalszámú poligonok	21.oldal
4. Eredmények, konklúzió	22.oldal
5. Források, referenciák	23.oldal

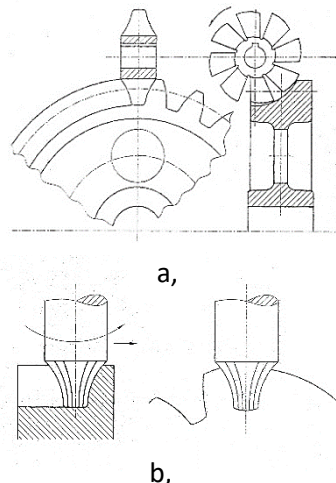
A fogaskerékajtás egyike a legrégebben és legsokoldalúbban használt forgó mozgást, illetve nyomaték továbbító hajtásoknak. Előnye, hogy megfelelő tervezéssel és gyártással, egymással szinte bármilyen pozícióban álló tengelyek közt megvalósítható a hajtás. Kis méret mellett is nagyteljesítményű erőátvitel valósítható meg vele. A fogaskerékajtásokon belül a hajtásban résztvevő tengelyek pozíciója alapján megkülönböztetünk párhuzamos, egymással szöget bezáró és kitérő helyzetű hajtásokat. Ezek közül, a dolgozat további részének felvezetéséül most csak a párhuzamos tengelyek közti hajtásról lesz szó.

1. Fogaskerékajtás általános tulajdonságai

1.1. Fogaskerek gyártása

1.1.1. Profilozó eljárás

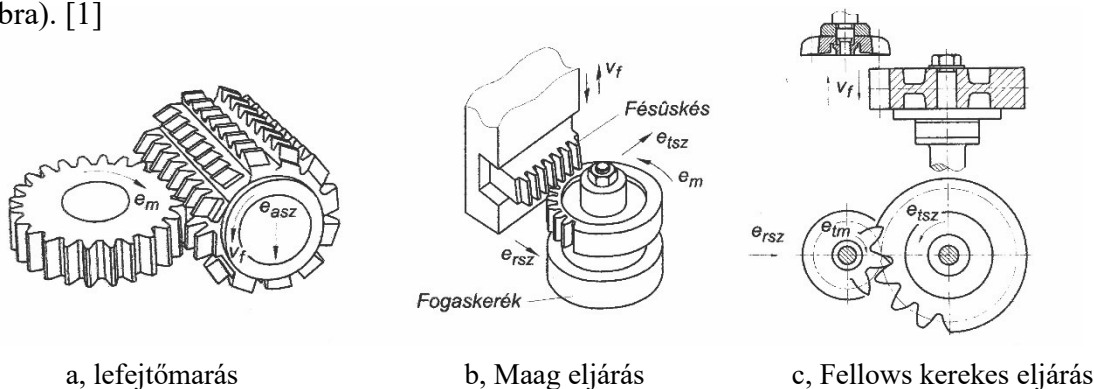
Profiló eljárás alkalmazásakor a fogárok alakjának megfelelő tárcsa (1.a ábra) vagy ujjmaró (1.b ábra) alakítja ki a fogaskerek alakját. Hátránya, hogy egy szerszámmal csak egy modulú és egy bizonyos fogszám tartományba tartozó kerek gyárthatók, eltolt profilú hajtások ezzel a technológiával nem készíthetők. Használatuk bármilyen marógépen lehetséges, de termelékenységük alacsony. [1]



1. ábra. Profilozó eljárások
a, tárcsamérés b, ujjmarás
([1] 138.o. 5.22 ábra)

1.1.2. Lefejtő eljárás

Lefejtő eljárás alkalmazásakor a szerszám vágóélei egy fogaslemez felületén ütik ki a fogaskerék geometriát. A megmunkálásra tekinthetünk úgy mintha az előgyártmányt egy fogaslelceen legördítve, arról átörökítve kapnánk a fogaskerék geometriát. (3. ábra) Ilyen eljárások a lefejtőmarás (2.a ábra), a foggyalulás Maag féle fésűs késsel (2.b ábra), és a Fellows féle metszőkéses megmunkálás (2.c ábra). [1]

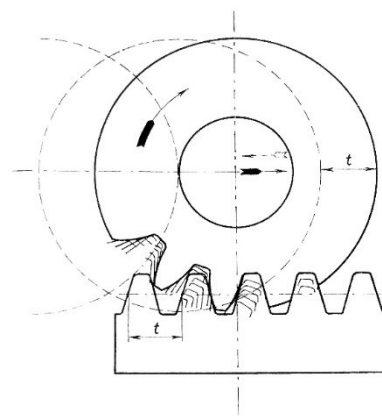


2. ábra. Lefejtő eljárások ([1] 139.o. 5.23 ábra)

1.1.3. Fogaskerek finommegmunkálása

A fogaskerek felületi minőségét a főmegmunkálás közbeni kismértékű előtolás és az utómegmunkálások szolgálják. Ez nem csak a pontos geometria, a finom járás és a beszorulás elkerülése miatt igen lényeges, hanem az egymáson elmozduló fogaskerek túl nagymértékű súrlódását is megelőzi. Történhet profilozó és lefejtő köszörüléssel, valamint a fogak hántolásával. [1]

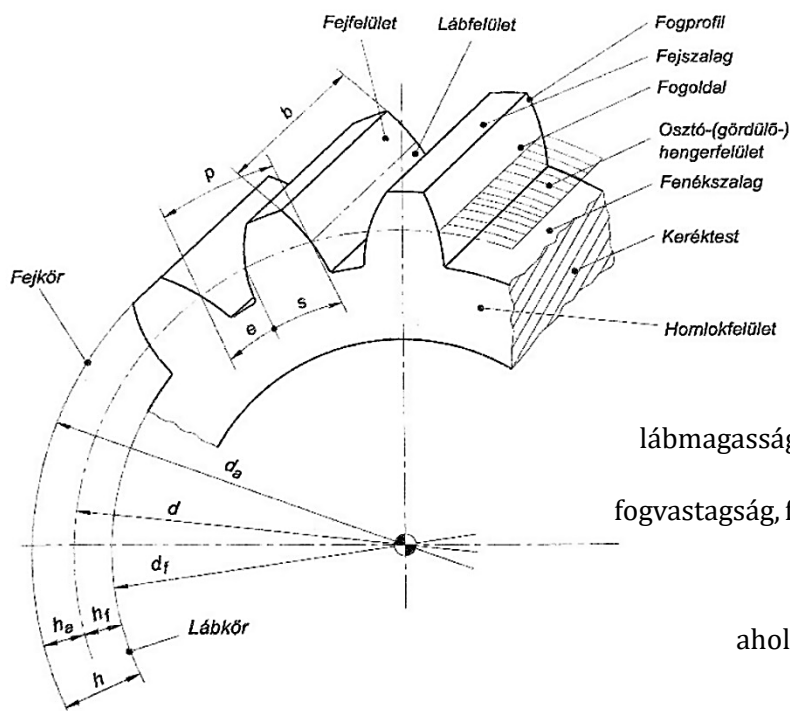
A fogaskerek grafikus megvalósításához mintául szolgáló Maag eljárás működési elve a következő. A kés az előgyártmány tengelyével párhuzamos alternáló és a [2.b ábrán] látható irányú e_{tsz} tangenciális irányú előtoló mozgást végez mialatt az előgyártmány saját tengelye körül forog. Hogy ne kelljen a munkadarab kerületével megegyező hosszúságú szerszámot használni a gyártást időnként a szerszám visszahúzása szakítja meg. Ezen mozgások összessége adja meg a lefejtő eljárásokra jellemző [3. ábrán] látható legördítést. [1] A kerék fej és lábkör átmérői a tárcsa tengelye és a szerszám adott felületei közti távolságok, osztása az osztókör mentén mérhető „t” vagy „p”, a fog két azonos pontja közti távolság. Az osztókör azon képzetes átmérő, amelynek átmérője a kerek fogszámainak és moduluknak szorzata.



3. ábra. Fogaslécen legördített előgyártmány ([2] 63.o. 42.ábra)

1.2. Egy fogaskerék méretei

A fogaskerek méreteit, hogy azok egyszerűen számolhatók legyenek arányosítva adjuk meg, a használt arány-paramétert pedig **modulnak** nevezzük. A modul az osztás és pi arányában visszafelé számolva is megkapható, de a gyakorlatban szabványosított adattáblából választjuk és ez alapján számoljuk a többi paraméter értékét. Jól látható, hogy a modul minden képletben fellelhető, minden méret ennek ismeretében számolható, a kapott geometriát ennek ellenére nem befolyásolja.



4. ábra. Fogaskerék alapvető méretei ([1] 123.o. 5.4 ábra)

osztóköri átmérő: $d = m \cdot z$

osztás: $p = m \cdot \pi$

fejmagasság: $h_a = h_a^* \cdot m$

lábhézag: $c = c^* \cdot m$

fogmagasság: $h = h_a + h_f$

fejkörátmérő: $d_a = d + 2 \cdot h_a$

lábkörátmérő: $d_f = d - 2 \cdot h_f$

lábmagasság: $h_f = h_f^* \cdot m$ ahol: $h_f^* = h_a^* + c^*$

fogvastagság, fogárokszélesség: $s = e = \frac{p}{2} = \frac{m \cdot \pi}{2}$

ahol: z – fogszám[db] m – modul[mm]

h_a^* – fejmagasság tényező [–]

c^* – lábhézag tényező [–]

1.3. A fogaskerekkel szemben támasztott követelmények

„

1. Az ω_1 / ω_2 szögsebességviszony állandó legyen, így a tehetetlenségi erők $\omega_1 = \text{áll}$ esetén nem lépnek fel.
2. Bármely azonos fogméretű fogaskerék kapcsolódjék bármelyikkel – legyenek un. soros kerek. Ennek az a feltétele, hogy a kapcsolóvonal centrál-szimmetrikus legyen.
3. Legyen érzéketlen a tengelytávvaltozásra.

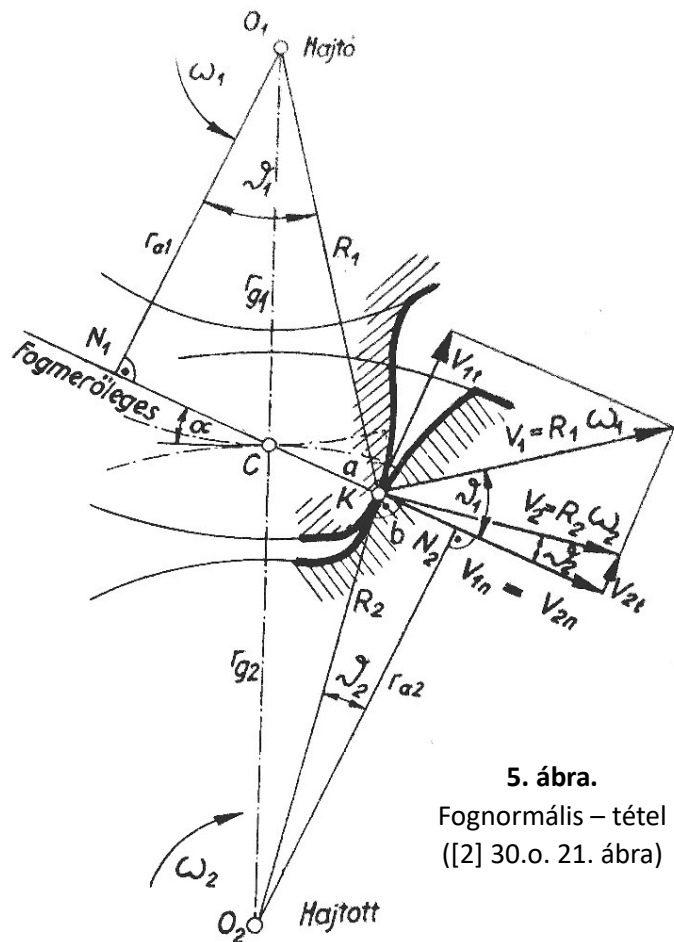
„ [1]

1.3.1 A Willis tétel, fognormális tétel

A fogaskerék-hajtásban egymással csatlakozó fogakat úgy kell megtervezni, hogy azok a bekapcsolódástól a kilépésig, gördülés és csúszás mellett mindig egy vonal vékony felület mentén csatlakozzanak. A fogaskerék tengely iránya felől tekintve az érintkező felületek közös érintőjére rajzolható fognormális folyamatosan átmenjen a C főponton.

„

1. Az $\omega_1 / \omega_2 = \text{állandó}$ biztosításához a két fogprofil bármely érintkezési pontjában a közös fogmerőlegesnek keresztül kell mennie C főponton, amely a gördülőkörök középpontja.
2. A közös fogmerőleges az O_1O_2 távolságot a szögsebességek arányában osztja.
3. Az O_1 és O_2 pontokból húzott ra_1 és ra_2 merőlegesek nagysága változhat, de az arányuknak állandónak kell lennie.



5. ábra.
Fognormális – tétel
([2] 30.o. 21. ábra)

„ [1]

„A kapcsolóvonal azon pontok mértani helye (egy álló koordináta rendszerben), amelyekben a kerek elfordulása közben a foggörbék érintkeznek.

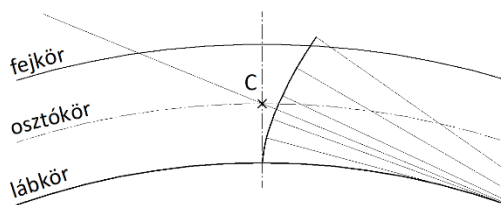
A kapcsolószög a gördülőkörök C főponti közös érintője és a fogmerőleges által bezárt szög.” (A 4. ábrán az α szög)

1.3.2. Profileltolás

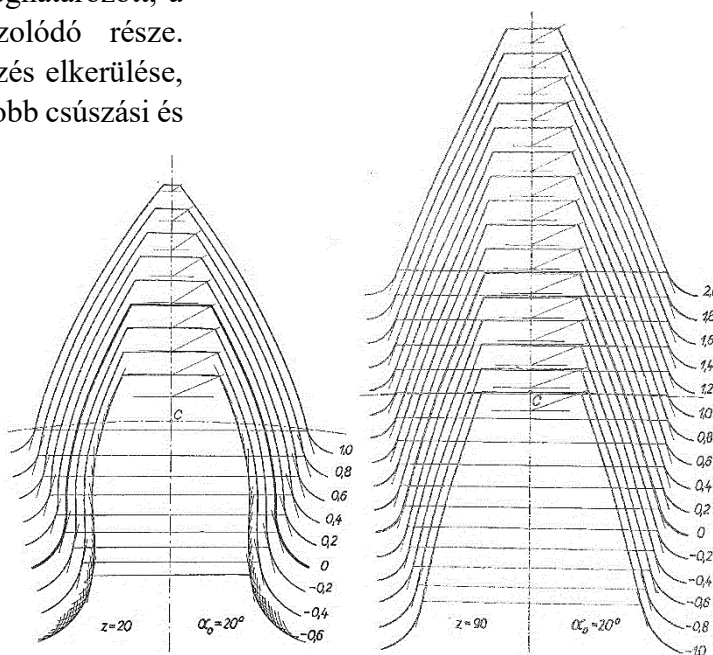
Azt nevezzük profileltolásnak amikor lefejtő gyártásnál a szerszám középvonalától eltérő osztókörre gördül a fogaskerék osztókörén. Ekkor a fogak profiljának az evolvens görbe elemitől eltérő szakaszát használjuk. Elemi esetben ez a szakasz a lábkörön legördített egyenes által meghatározott, a lábkör és a fejkör között kirajzolódó része. A profileltolás célja lehet az alámetszés elkerülése, szabványos tengelytáv alkalmazása, jobb csúszási és kopási viszonyok elérése vagy nagyobb teherbírás megvalósítása.

[1]

A profileltolás hatását a [7.ábra] szemlélteti kis és nagy fogszámokra. Látható, hogy a pozitív irányú profileltolás a fog megvastagodását és végső esetben fogkihegyesedést, a negatív profileltolás pedig a fog elvékonyodását és legrosszabb esetben fogalámetszést okozhat.



6. ábra. Evolvens profil



a, kis fogszámnál
([2] 101.o. 75. ábra)

b, nagy fogszámnál
([2] 102.o. 76. ábra)

7. ábra. Profileltolás hatása a fogalakra

1.3.3 Fogaskereknek kapcsolódása

Hengeres, külső fogazású evolvens fogazatoknál a fogprofilok eltoltsága alapján három fogazati rendszert különböztetünk meg. Ezek az elemi, a kompenzált, és az általános fogazat.

Elemi fogazat esetén a hajtásban résztvevő mindkét kerék eltolása nulla. $\xi_1 = \xi_2 = 0$

Elemi fogazat tengelytávja: $a = r_1 + r_2 = \frac{z_1 + z_2}{2} \cdot m_t = \frac{z_1 + z_2}{2} \cdot \frac{m}{\cos(\beta)}$

Kompenzált fogazat esetén mindkét keréken azonos nagyságú, de ellentétes előjelű profileltolást alkalmazunk, az eltolások előjelhelyes összege nulla. $\xi_1 = -\xi_2$; $\xi_1 + \xi_2 = 0$

Mivel a két kerék ilyenkor ismét az osztókörökön gördül a tengelytáv változatlan marad. Gyakran alkalmazzák alámetszés elkerülésére, ekkor a kiskék pozitív, a nagykerék negatív profileltolással készül. Az eltolás nagyságát úgy kell meghatározni, hogy ekkor ne a nagykeréken jelentkezzen alámetszés. Alámetszés elkerülésére akkor alkalmazható, ha teljesül, hogy $z_1 + z_2 \geq 2z_{lim}$.

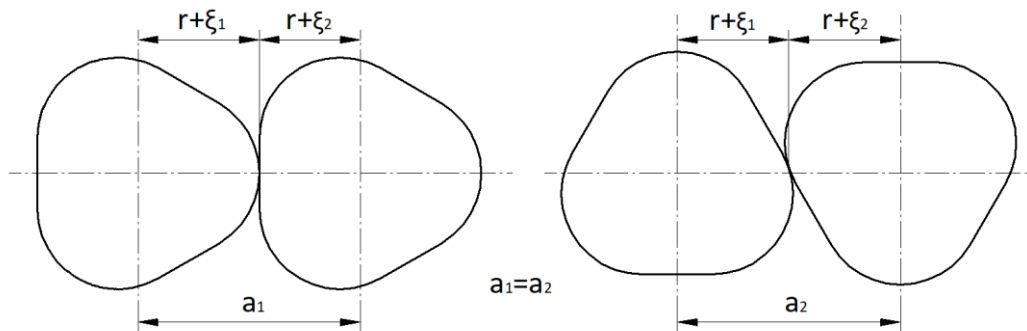
Általános fogazat esetén a két profileltolás összege nem zérus, a hajtás tengelytávolsága és a kerek geometriája is érdemben megváltozik. Ennek ismertetése túlmutat a dolgozaton nem képezi annak részét.

2. Polygon fogaskerek készítése

2.1. Cél meghatározása

Jelen dolgozat célja az 1.3. fejezetben bemutatott profileltolás segítségével olyan összetett, kompenzált fogazat megtervezése melynek profileltolása a két fogaskerék körül trigonometrikus függvények szerint folyamatosan változik. Mivel a hagyományos kompenzált fogazathoz hasonlóan a két kerék adott pillanatban érintkező pontjainak profileltolása zérus, így a tengelytáv itt is minden pillanatban állandó. Ezt szemlélteti a [8. ábra]

$$\xi_1 \neq \text{áll.} ; \xi_2 \neq \text{áll.} ; \xi_1 = -\xi_2 ; a = \text{áll.}$$



8. ábra. Tengelytáv állandósága különböző kapcsolódási helyzetekben

Mivel a lábkör, amelyen a fogoldalként használt evolvenst generáló egyenest legördítjük nem kör így az ezzel kapott fogprofil sem evolvens. Ennek bizonyítása túlmutat ennek a TDK-nak a keretein, habár igen érdekes geometriák is nyerhetők vele. (lásd 17. ábra.) Ennek ellenére az irodalomkutatásban használt megállapodások közelítőleg használhatók, ilyenek például a határfogszám.

A dolgozat a változó profileltolással készülő fogaskerék geometria létrehozásával, elemzésével, illetve felhasználásával foglalkozik. Potenciális felhasználási területei a fogaskerékszivattyúk mivel feltételezzük, hogy itt nagyobb térfogatáramot tudunk ezzel elérni.

Első lépésként 2D geometriákkal foglalkozunk mivel ez egyenes fogazat később már egyszerűen 3D testté alakítható

2.2. Program Excel táblán

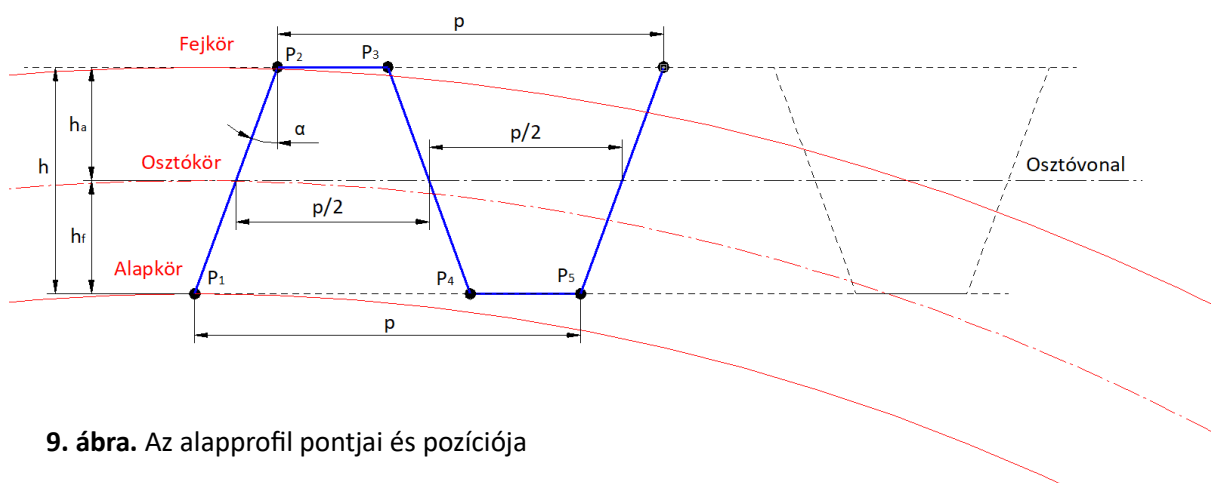
Mivel a polygon fogaskerék az iparban nem elterjedt termék így a jelenleg elérhető vektorgrafikus szoftverek sem rendelkeznek erre a célra rendszeresített generáló funkcióval. A számításokhoz és a 3D modell elkészítéséhez szükséges, fogaskerék körvonalat definiáló adathalmazt így magamnak kellett előállítanom.

Az első ezt a funkciót ellátó program Excel-ben készült. Az Excel tábla főbb funkciói:

1. Az alapprofil kiszámítása diszkét pontokban.
2. Az alapprofil pontjainak transzformálása legördítésnek és változó profileltolásnak megfelelően.
3. Az eredményül kapott koordináták rendszerezése
4. Ábrázolás.

2.2.1. Az alapprofil kiszámítása diszkét pontokban

A [4. ábrán] ismertetett alapvető fogaskerékgeometriák számításához bemeneti adatként modul (m), fogsorszám (z), profilszög (α) fejmagasságtényező (h_a^*) és lábhezagtényező (c^*) áll rendelkezésre. A fogasléc profil első öt pontját szükséges kiszámolni, az ezután következők mindig osztásnyi távolságra követik az őket megelőző azonos helyzetű pontokat. Addig kell folytatni újabb pontok kiszámítását amíg a profil hossza el nem éri a legnagyobb gyártani kívánt kerék kerületét. (Mint a gyakorlatban kiderült a fogaskerék kerületét érdemes túllépni a legördítés során megközelítőleg 10° -al, hogy az utolsó fog geometriája is helyes legyen. Ezzel érdemes számolni és a kerületnél néhány osztással hosszabb alapprofil generálni.) A fogasléc pontjait úgy határoztuk meg, hogy a szerszámprofil megtestesítő alapprofil osztóvonalára az osztókör-sugár magasságában legyen, ez megfelelő bázis a transzformált profiloknak.

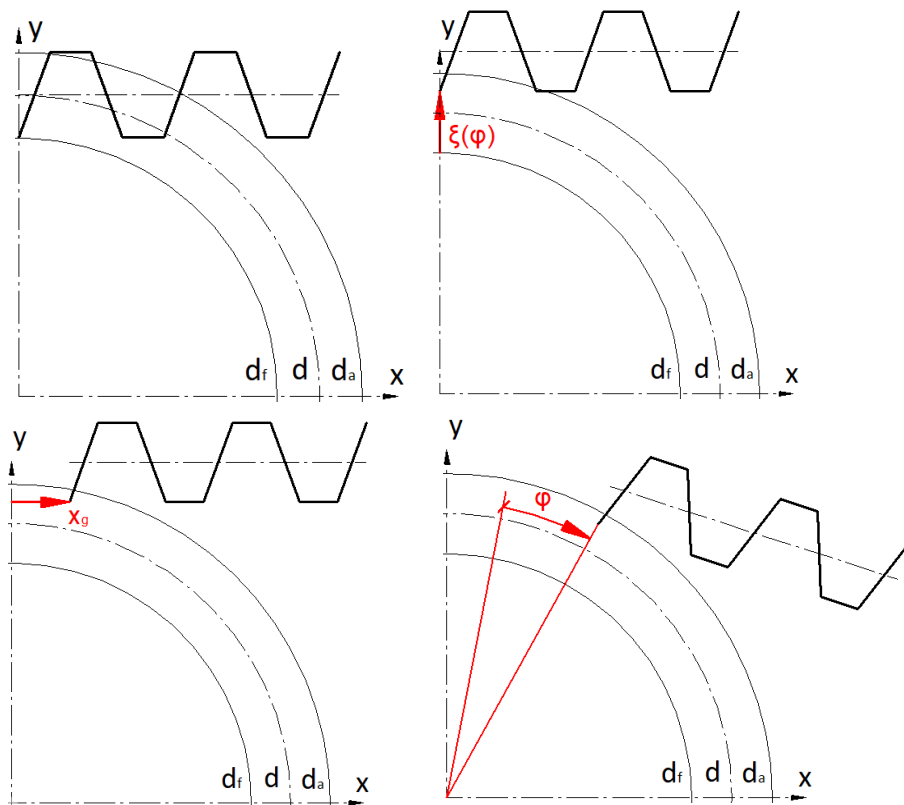


9. ábra. Az alapprofil pontjai és pozíciója

2.2.2. Az alapprofil pontjainak transzformálása

A program logikai működése a Maag eljárásán alapszik. A valós szerszám és munkadarab megmunkálás közbeni mozgásviszonyai a használt matematikai modell segítségével szimulálhatók. Maag típusú megmunkálás közben a fogaskerék saját tengelye körül forog, origója egy pontban rögzített. A vele kapcsolatban lévő szerszámprofil x irányban rögzített, y irányban lineáris mozgást végez. Ez a mozgásviszony ekvivalens azzal, ha egy fogaskerék statikus helyzetben áll és rajta egy szerszámprofil gördül. Ezutóbbi metódust követi a használt program is.

A program a legördítést diszkrét pontokban valósítja meg. Minden választott szögértékhez az alapprofil pontjait transzformálja és az alapján adja meg az aktuális szögben álló profilt. Első lépésben a fogaslécet eltoljuk az alapprofil osztóvonalára merőleges vonalban a $\xi(\varphi)$ betétfüggvénnyel definiált változó profileltolás értékével. (A betétfüggvények működését és tulajdonságait később részletezzük.) Ezután a profilt az osztóvonal irányával párhuzamosan toljuk el az adott szöghöz tartozó gördítés osztóvonal irányú nagyságával. Utolsó lépésként az így kapott profilt az origó körül forgatjuk adott diszkrét szögértékhez.



10. ábra. Az alapprofil transzformációjának lépései

Ezt a folyamatot számtanilag az alábbi legördítés mátrix és bázispont-koordináta mátrix szorzata reprezentálja:

$$\begin{bmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{alap} + x_g \\ y_{alap} + \xi(\varphi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix}$$

Az állandó áttétel az itt bemutatott transzformációk következménye. Feltételezzük, hogy egy y irányban kötött, x irányban elmozdítható poligon fogaskerék állandó szögsebességgel forog. Ezzel a fogaskerékkel áll kapcsolatban az a szerszámprofil, ami x irányban kötött, y irányban pedig egyenletes sebességgel lineáris mozgást végez. A fogaskerék miközben a szerszámprofilon gördül, x irányban $\xi(\varphi)$ nagyságú alternáló mozgást végez. Mivel a forgás és a lineáris mozgás állandó sebességgel megy végbe, a hajtás áttétele állandó. Ez teljesül a megfelelő ellenkerék (kompenzált fogazat, $\xi_1(\varphi) = -\xi_2(\varphi)$) használatával is, az áttétel itt is állandó.

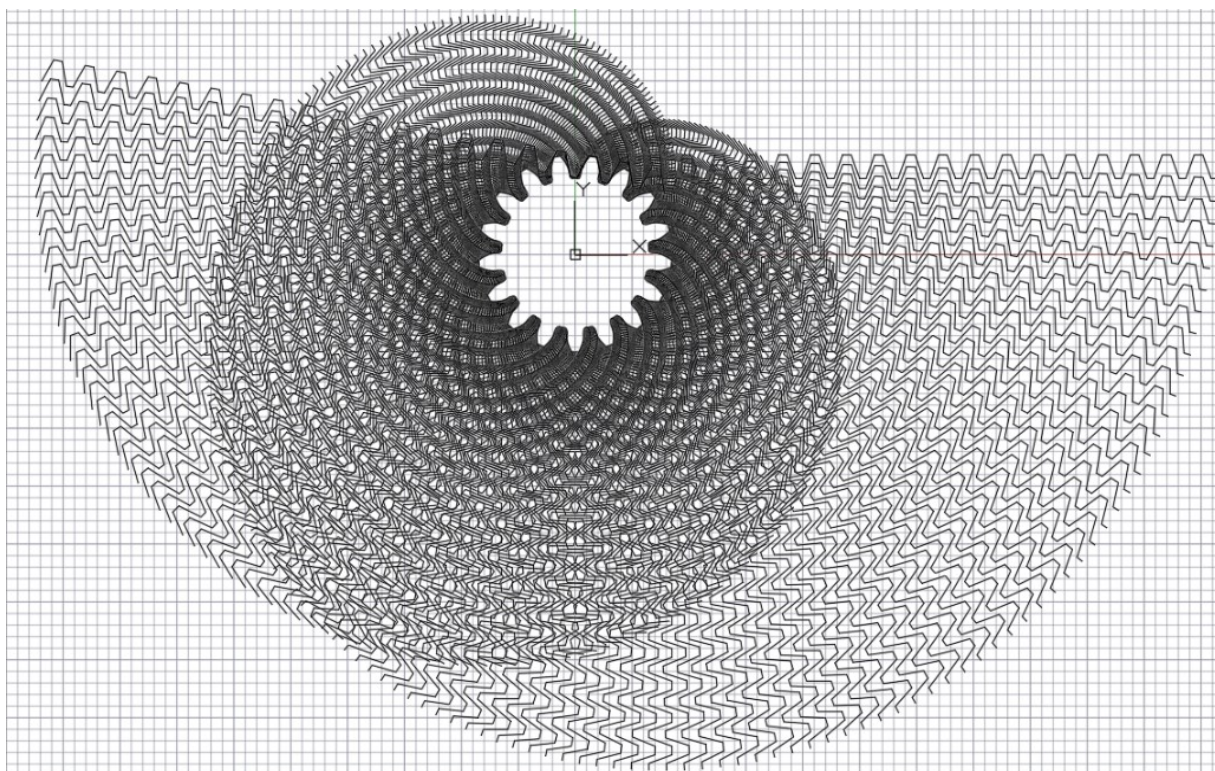
2.2.3. Az eredményül kapott koordináták rendezése

Az Excel szűkös funkcionális és adatfeldolgozási keretei miatt szükséges még a kapott adatokat utólag sorba rendezni. Az adatok generálása során érdemes mátrixhoz hasonló formában kezelni azokat a függvények „lehúzhatósága” miatt. Ez az elrendezés később nem optimális, a vektorgrafikus szoftverek pontsor beolvasásához egy máshol üres, egymás mellett két oszlopban álló X és Y koordinátasort várnak.

2.2.4. Ábrázolás

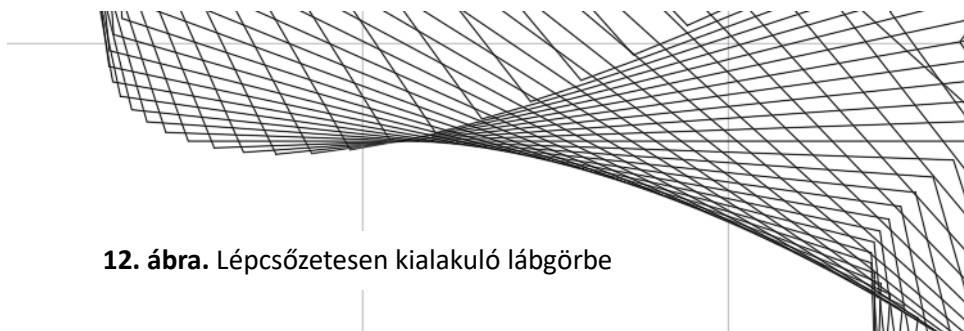
Az Excel beépített pontdiagramm eszközével lehetséges az adatokat már ebben a környezetben is ábrázolni, de ez kizárólag szemléltetési célokra alkalmas. A diagram megjelenítővel maximálisan feldolgozható adatsorok száma 255 így ez csak azt teszi lehetővé, hogy 1.4° -al forgassuk el a profilunkat minden lépésben. Az így kapott profil nem rendelkezik kellő részletességgel sem mérésekhez, sem a kapott profil megfelelőségének kijelentéséhez. (Lépcsőzetes lábgörgék) Ezentúl az Excel szoftverből nem folytatható a 3D modell készítése.

A megfelelően sorbarendezett pontokat lehetőségünk van beolvasatni vektorgrafikus programokkal is, melyeknek megjelenítési képességei jóval felülmúlják a táblázatkezelőt így lehetőségünk van több adattal dolgozni. A [11. ábrán] egy ezzel készült kirajzolatás látható:



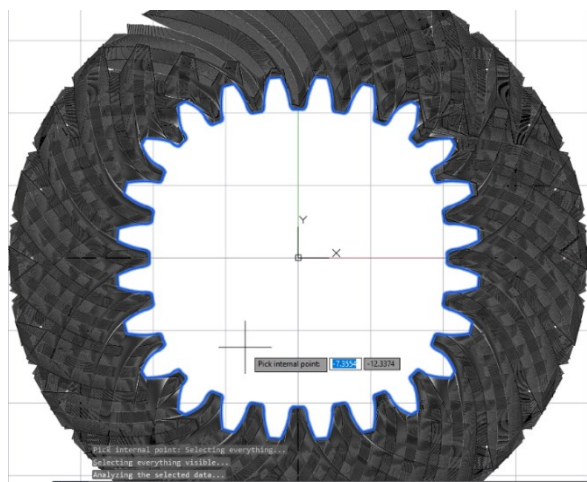
11. ábra. A teljes hosszúságú lécc legördítése

A geometria legördítési technikája miatt a lépcsőzetes lábgörbe felület itt is megmarad, ez a felbontás növelésével (kisebb transzformációnkénti szögelfordulás) vagy az alapprofil lekerekítésével kezelhető. Miután a transzformációnkénti szögelfordulást 0.2° -ra csökkentjük ennek mértéke gyártástechnológia szempontjából már elhanyagolható. Egy lépcső szélessége 5mm-es modulú 40 fogú kerék esetén is csak 0.02mm. Ugyanez a hiba a fogak oldalfelületein és élszalagján nem jelentkezik. (A 12. ábrán szemléltetett hiba nem a szövegben említett keréken látható, azon a bemutatás már nehezen megvalósítható.)

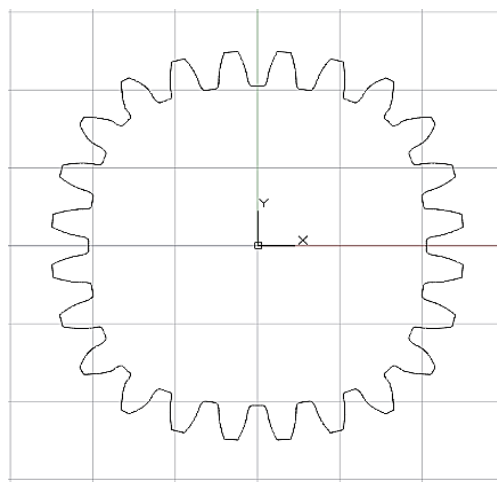


12. ábra. Lépcsőzetesen kialakuló lábgörbe

A keresett fogaskerék geometria a kiosztott profilok által burkolt terület lesz, ennek határalakzatát az egyik még vektorgrafikus szoftver BPOLY nevű parancsával határozhatjuk meg. Miután a felhasználó definiálta a burkolt felület egy belső pontját, program megkeresi a burkoló felületek metszéspontjait és berajzolja az azokat összekötő szakaszokat, végeredményül pedig egy polyline-t ad. Ez később EXTRUDE parancssal alakítható testté.



a, geometria a kiosztott profilok között



b, önálló geometria egy körvonalként

13. ábra. BPOLY parancs működése

2.3. C++ program

A program megírását az optimalizáció és a dinamikusabb munkavégzés indokolta.

C programkörnyezetben megoldott problémák:

1. Túl sok felesleges adat okozta szoftverlassulás
2. Adatok könnyű eltárolhatósága későbbi felhasználásra
3. Könnyen változtatható betétfüggvény és struktúra.

2.3.1. Túl sok felesleges adat okozta szoftverlassulás

A legnagyobb problémát a [11.ábrán] látható, a fogaskerék profilt messze körbevevő felesleges adathalmaz jelentette. A kerék maximális generálható mérete alatt dolgozva az Excel legenerálja a nagyobb fogaskerékhez szükséges és a már „felhasznált” pontokat is így a profil minden pontja által kirajzolt evolvens görbét kapunk a közepén elhelyezkedő, a teljes rajzhoz viszonyítva kicsi fogaskerékkel. Ez a jelenség a résztvevő programok futási idejét mind meghosszabbítja, a vektorgrafikus szoftverek közt van olyan is, aminek ez eléri a maximálisan beolvasható adatmennyiségét és leáll. C programkörnyezetben lehetőségünk van a kapott adatokat feltételhez kötve tovább használni, ez a feltétel itt egy középponttól mért sugárirányú távolság, ami a fejkör felett található valamivel. Ezzel a feltétellel generált kerék látható a [13.a. ábrán]. Látható, hogy itt a meghatározott sugár feletti pontok már nem kerültek feldolgozásra a kirajzoltatás során, ezzel a kiserkesztés gépi idejét csaknem negyedére csökkentve.

2.3.2. Adatok könnyű eltárolhatósága későbbi felhasználásra.

Az Excel tábla hiányossága, hogy amennyiben többször szeretnénk ugyanazt a kereket vizsgálni, akkor annak beállításaira újra és újra át kell írni azt. Ha ebből adatokat szeretnénk kimenteni azt a teljes adatsor kijelölésével, egy új file létrehozásával és beillesztéssel tehetjük meg. Ezzel ellentétben a C program képes minden futtatás után az aktuális fogaskerék paraméterek szerint elnevezett file-t létrehozni és az adatokat abba kiexportálni, ezzel időt megtakarítva és a dokumentálhatóságot segítve.

2.3.3. Könnyen változtatható betétfüggvények és struktúra.

A különböző tulajdonságokkal, bemeneti adatokkal és változtatható betétfüggvénnyel generált fogaskerek tesztelésére átalakított Excel táblák elkészítése hosszadalmas és sok hibalehetőséget adó folyamat. Ezzel ellentétben az új program moduláris, az épp nem használt függvények „kikommentelhetők”, bár nincsenek hatással a program működésére, mégsem vesznek el és később is használhatók.

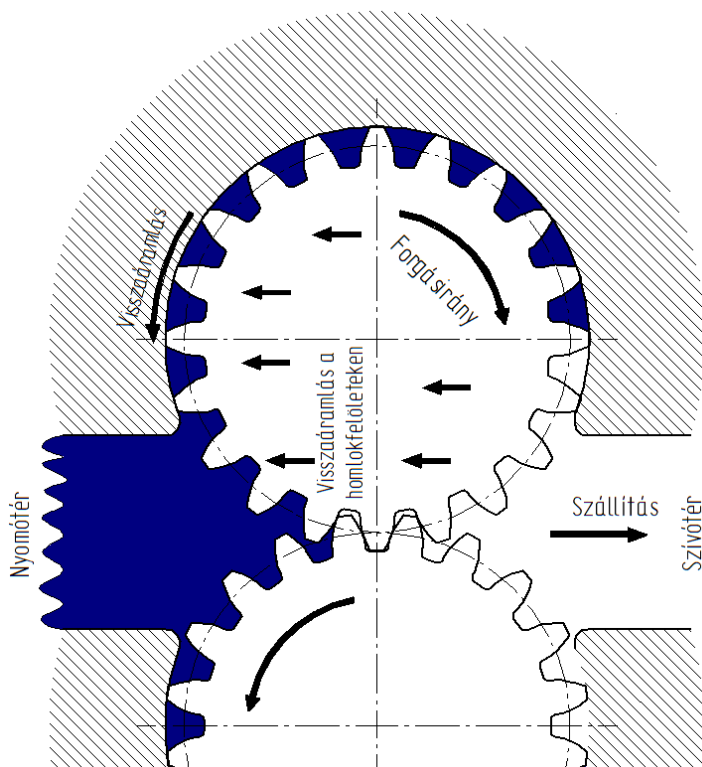
2.4. Poligon alak készítése

2.4.1. Poligon fogaskerekkel szemben támasztott követelmények

Az általunk tervezett fogaskerek poligon alakjáért az alaprofil transzformációjához használt, korábban felvezetett $\xi(\varphi)$ betétfüggvények felelősek. Betétfüggvénynek az igényeknek megfelelően bármilyen szögfüggvényekből álló konstrukció megadható.

Jelen kutatás az általunk megtervezett fogaskerek külső fogazású fogaskerékszivattyúban történő alkalmazására koncentrál és az ezekkel a kerekkel szemben meghatározott követelmények is ezt a használatot ezt célozzák.

A külső fogazású fogaskerékszivattyú működési elve, hogy az egymással mechanikai kapcsolatban forgó kerek maguk előtt alacsony nyomású, maguk mögött magas nyomású teret hoznak létre. Ezzel az alacsony nyomású oldalon a szívóágból a fogárokba húzza majd a szivattyúház falán végig vezetve a magas nyomású oldalon a kimenő ágba préseli a folyékony közeget. Működési elve miatt az az ideális, ha kisebb fogszámmal, ezáltal a fejkörátmérőhöz viszonyítva nagy fogmagassággal választjuk meg az alkalmazott fogaskereket. A kis fogszámmal és a nagy fogmagassággal együtt jár a fogárok összesített térfogatának növekedése, ami a szivattyú optimális teljesítményét adja.



14. ábra. Hagyományos fogaskerékszivattyú felépítése

A fő cél, hogy megállapítsuk képesek vagyunk-e, és ha igen, mennyivel jobb térfogatáramot elérni, ha a hagyományos körkereket az általunk tervezett változó profileltolással készített poligon fogaskerekre cseréljük és ezáltal nem csak a fogárokot hanem a profil és a szivattyúház között kialakult térfogatokat is használhatjuk a folyékony közeg továbbítására.

A hagyományos fogaskerékszivattyúban alkalmazott körkerek minden fogának élszalag felülete tömítőfelületként funkcionál a visszaáramló közeggel szemben. Ezzel ellentétben a nemkör fogaskerék a poligon oldalszámával megegyező számú helyen képes csak tömíteni. Ahhoz, hogy biztosítsuk ezen érintkező felületek maximális méretét, kitélt teszünk. Az ilyen kerék fogszáma osztható kell legyen az oldalszámával és a poligon minden csúcspontján fognak kell állnia. Ezentúl fontos, hogy a kerek fogszáma ne csak osztható legyen az oldalszámmal, de a páratlan oldalszámhoz páratlan fogszám és a páros oldalszámhoz páros fogszám társuljon. Ezzel garantálható, hogy a profilok eltolásainak két szélső értékénél, a csúcsokon és a lapközepeken fog és fogárok álljon, ezzel biztosítva, hogy helyesen összerakva a kereket a tengelytáv állandó legyen.

2.4.2. Egy jól használható betétfüggvény

A legegyszerűbb műszakilag is megfelelő poligont leíró betétfüggvény a következő:

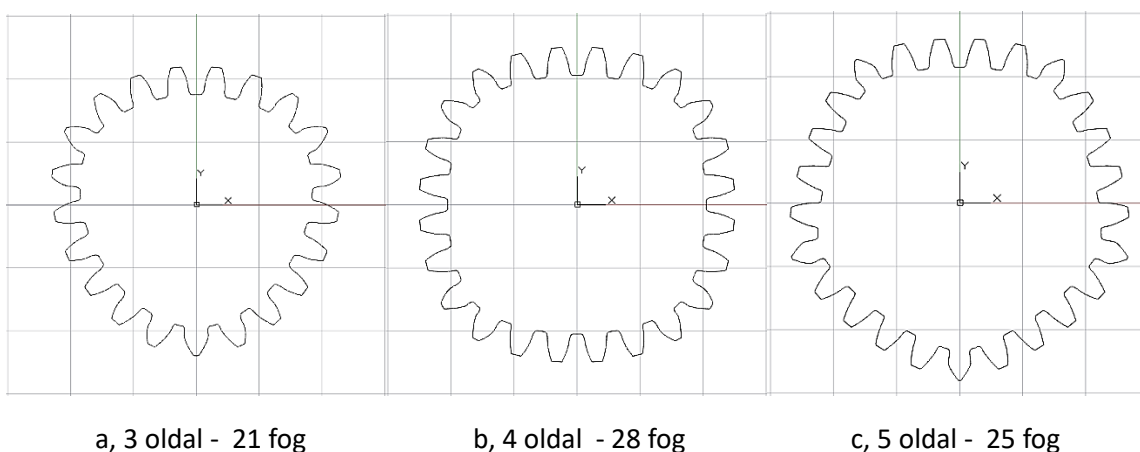
$$\xi(\varphi) = \cos(n * \varphi) * s$$

ahol: „n” - poligon oldalszáma

„ φ ” – paraméter (középponti szög radiánban)

„s” – skálázó tényező

Az alábbiakban néhány ezzel a függvénnyel eltolva generált poligon alak látható:



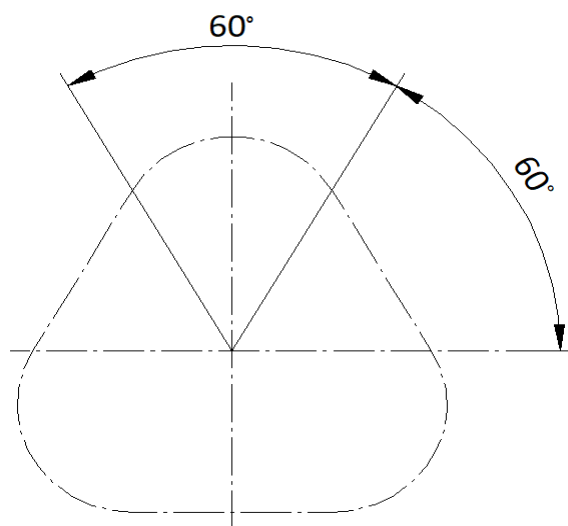
15. ábra. Poligon fogaskerek

A [15.b ábrán] látható négy oldalú fogaskeréknek több hátránya is van a páratlan oldalúakkal szemben. A páros oldalszámú fogaskerek bár teljesítik mind az oldalszámok és fogszámok arányára vonatkozó, mind a páros oldalszámhoz tartozó páros fogszám kritériumát, mégsem illeszthetők össze egy önmagukkal megegyező kerékkel úgy, hogy a tengelytáv forgás közben állandó legyen. Ahhoz, hogy ezek a kerek mégis használhatók legyenek, a fogazatot egy osztásnyival el kell tolni a poligon körül. Ekkor az eredeti kerék egy önmagából képzett másikkal ismét kapcsolhatóvá válik, de a hajtásnak még mindig marad egy hiányossága. A két kerék egyikének és a [15.b ábrán] láthatónak sem esnek fogak a sarkaira. Habár ez a fogaskerék élszalag kismértékű köszörülésével megoldható, de lehetséges, hogy emiatt a szivattyúház egyik felét eltérő mérettel kell gyártani. Mindent összevetve a két különböző fogaskerék és az aszimmetrikus szivattyúház gyártása nem kifizetődő ezért a páratlan oldalszámú poligonok használata javasolt.

2.4.3. Az ideális betétfüggvény

A használt $\xi(\varphi)$ betétfüggvénnyel szemben támasztott kritérium, hogy szimmetrikus legyen x tengelyre. Ennek hiányában a kapott geometria hibás, a kapott kerek kapcsolhatatlanok lesznek. Ezentúl a függvény meredeksége határozza meg a poligon oldalainak görbületét,

A [15. ábrán] bemutatott poligonok, habár jellegükben megfelelők, térfogatszállítás szempontjából nem tökéletesek. Az ideális poligon kerék oldalfelületein fogasléchez hasonlóan egyenesek, a sarkok lekerekítéséhez tartozó középponti szög pedig pontosan megegyezik egy az oldallaphoz tartozó középponti szöggel. Az oldalak kiegyenesítése a körtől való legnagyobb eltérés, amit tehetünk. Ha az oldalakat homorú formára tovább tolnánk a középpont felé azzal már működésképtelen kereket alkotnánk, a fogak beszorulnának gördülés közben. Ennek az „ideális” fogaskeréknek lehetne az osztóvonala a [15.ábrán] látható forma.



16. ábra. Ideális poligon

Ehhez a függvényhez nagyon közel áll az ellipszis polár egyenlete melyet betétfüggvényként használhatunk, ez a következőképp néz ki:

$$\xi(\varphi) = \frac{r \cdot (1 - \varepsilon^2)}{1 + \varepsilon \cdot (\cos(n \cdot \varphi))} - r$$

ahol: „r” – osztókör sugár

„ε” – skálázó tényező

„n” – poligon oldalszáma

„φ” – paraméter (középponti szög radiánban)

Ezentúl megfelelő geometria érhető el még a következő függvényekkel is:

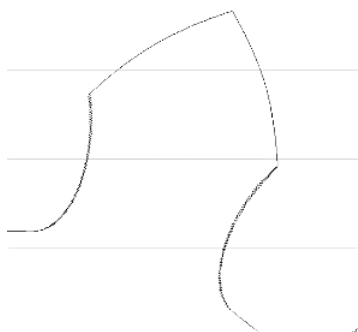
$$\xi(\varphi) = \frac{2 \cdot \cos(n \cdot \varphi) \cdot \sqrt{2}}{\sin^2(n \cdot \varphi) - 2} \quad \text{és} \quad \xi(\varphi) = \frac{2 \cdot \cos(n \cdot \varphi) \cdot \sqrt{2}}{\sin^2(n \cdot \varphi) + 2}$$

ahol: „n” – poligon oldalszáma

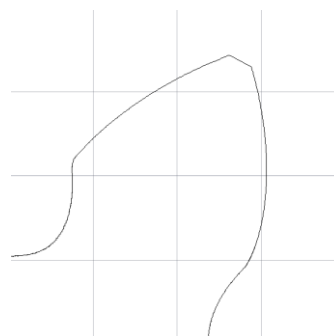
„φ” – paraméter (középponti szög radiánban)

2.4.4. Anomáliát mutató fogalakok

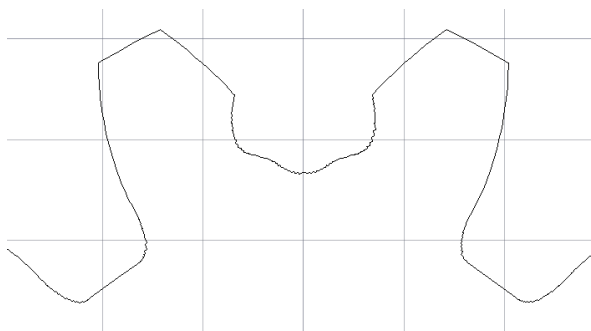
Profileltolással nem kizárólag helyes geometriákat kaphatunk, a nem körültekintően megválasztott betétfüggvényekkel és bemeneti adatokkal különböző szokatlan és evolvenstől eltérő alakot is generálhatunk. A [17.a ábrán] a nagy profilszög és a negatív profileltolás egyszerre okozott a profilon fogkihegyesedést és fogalámetszetséget. A [17.b ábrán] fűrészfoghoz hasonlatos profil látható, ezt a nem megfelelően megválasztott fogszám okozta. A páratlan oldalszámú poligonra írt páros fogszám nagy mértékű negatív profileltolással képes ezt okozni. A [17.c ábrán] a túl nagy szögben megtörő poligon sarkán megtorzult fogárkok láthatók, a negatív profileltolás mértékének csökkentésével és nagyobb fogszámmal elkerülhető.



a, kihegyesedő alámetszett profil



b, fűrészfog alak



c, szögletes fogalámetszetség

17. ábra Különböző szokatlan, evolvenstől nagymértékben eltérő fogalakok

3. A hagyományos és poligon kerek összehasonlítása.

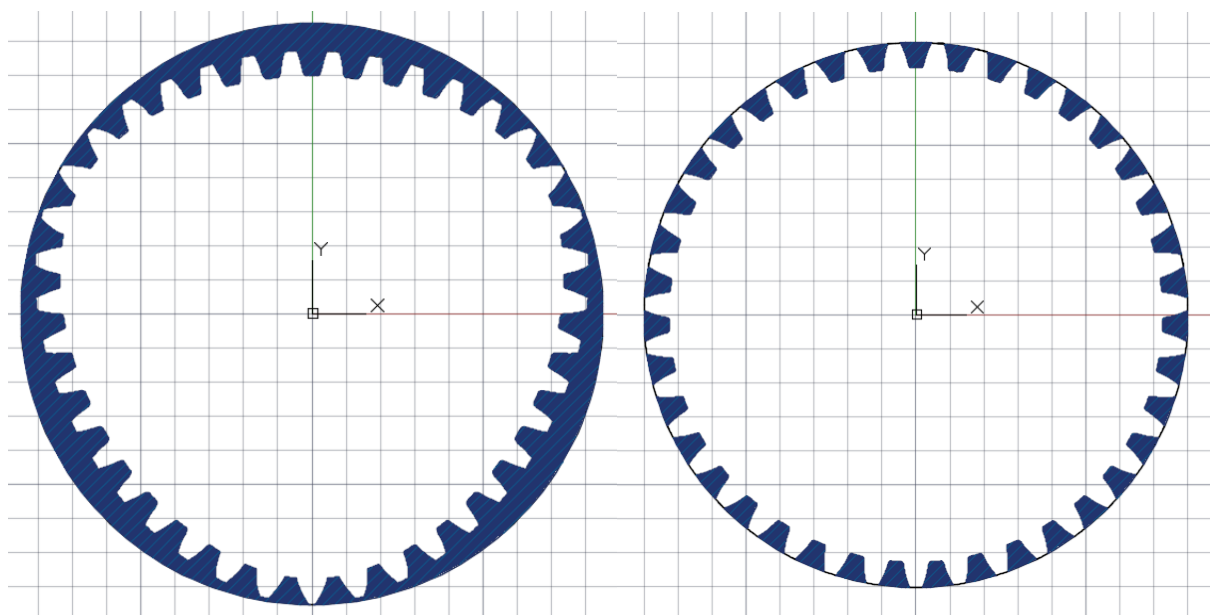
Az összehasonlítás alapját képező mérések a befoglaló vagy fejkörátmérő által befoglalt terület és a fogaskerek által lefedett területek különbségei. A méréseket az AutoCad program területmérő funkciójával végeztük, a fogaskerék körvonalak köré rajzolt befoglaló körrel. Térfogatáramot a kapott területekből a fogaskerek vastagságával és fordulatszámával megszorozva kaphatunk. Fontos megjegyezni, hogy a hagyományos és poligon kerek szállítási karakterisztikája nem egyforma. Míg a körkerek fogárkai nagy fordulatszámmal, gyakori, kis részletekben szinte összefüggő vízhozamot produkálnak addig a poligon kerek egy körül fordulással az oldalszámukkal megegyező részletben mozgatják meg a közeget. Ezzel a jelleggel érdemes számolni, de ez jelen dolgozat keretein túlmutat.

3.1. Első mérés – Azonos fogszámok, eltérő átmérők

Az első mérés alkalmával azt vizsgáltuk mennyivel növekszik a szállítható térfogat poligon kerékekkel, ha a fogszámot nagynak és minden fogalakot meghatározó méretet azonosnak választunk meg. Kiadódó méretnek tekintjük a befoglaló/fejkör átmérőt és a tengelytávot. Az összehasonlításához egy három oldalú poligont használunk mert ez áll legmesszebb a körtől, ettől várjuk a legnagyobb hatásfokot. Az első mérés adatai és mérési eredményei az [1. táblázatban] találhatóak.

1. táblázat	1. mért kerék	2. mért kerék
Fogszám [db]	39	39
Modul [mm]	4	4
Fejmagasság tényező [-]	0,8	0,8
Lábhézag tényező [-]	0,25	0,25
Profilszög [°]	20	20
Oldalak száma [db]	3	kör alakú
Befoglaló / Fejkörátmérő [mm]	170,4	158,4
Betétfüggvény	$\xi(\varphi) = -\cos(n \cdot \varphi) \cdot 4$	nincs profileltolás
F.kerék által lefedett terület [mm ²]	18 679,06	17 928,23
Befoglaló kör területe [mm ²]	22 804,92	19 606,66
Fordulatonkénti szállító terület [mm ²]	4 125,86	1 678,433

A különbség a vizsgált gépelemek szállító területei között **2,46x-os**



a, 1-es számú poligon kerék

b, 2-es számú hagyományos kerék

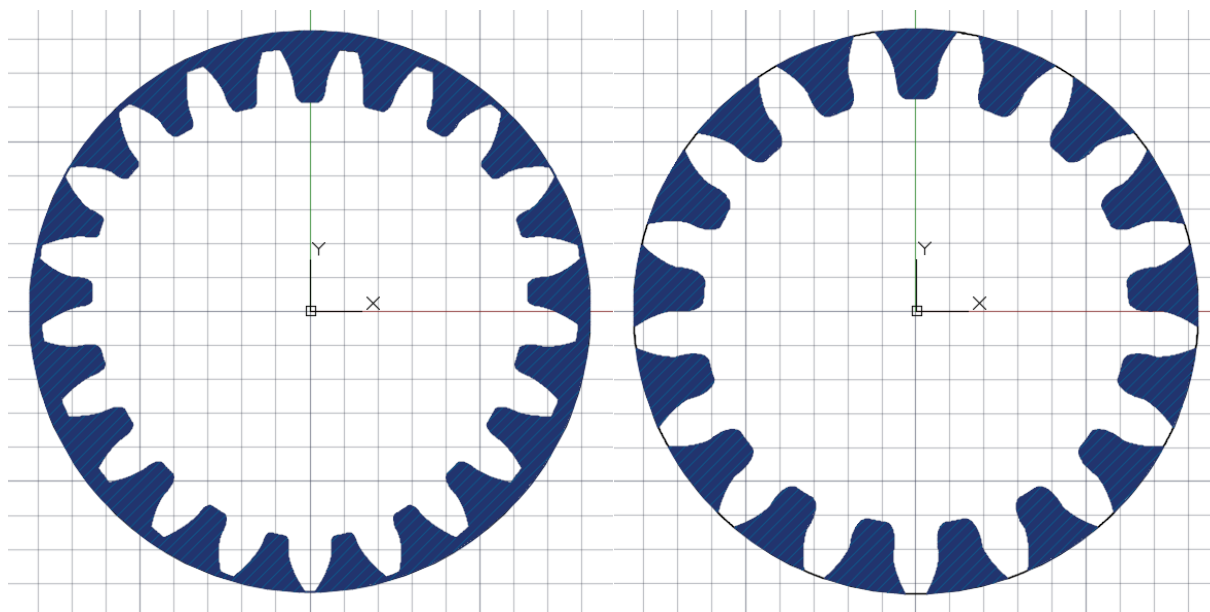
18. ábra. Első összehasonlításban használt fogaskerekek

3.2. Második mérés – Közel azonos átmérők, eltérő fogszámok

A második méréshez egymáshoz közel álló befoglaló átmérőket választottunk, a minimális eltérések a poligon formából és az ehhez alkalmazott eltérő, szabványos modulokból adódnak. A hagyományos körkerék fogszámát a 20° -os evolvens fogazat határfogszámban, 17-ben, a poligon kerékét a 17 feletti legkisebb, hárommal osztható páratlan számban, 21-ben határoztuk meg. A második mérés adatai és mérési eredményei az [2. táblázatban] találhatóak.

2. táblázat	3. mért kerék	4. mért kerék
Fogszám [db]	21	17
Modul [mm]	7	9
Fejmagasság tényező [-]	1	1
Lábhézag tényező [-]	0,25	0,25
Profilszög [$^\circ$]	20	20
Oldalak száma [db]	3	kör alakú
Befoglaló / Fejkörátmérő [mm]	164,87	170
Betétfüggvény	$\xi(\varphi) = -\cos(n \cdot \varphi) \cdot 2,5$	nincs profileltolás
F.kerék által lefedett terület [mm ²]	16 308	17 672,58
Befoglaló kör területe [mm ²]	21 348,77	22 697,99
Fordulatonkénti szállító terület [mm ²]	5 040,77	5025,41

A különbség a vizsgált gépelemek szállító területei között 0,3%. Ha számítás útján kiegyenlítjük a fejkörátmérők különbségeit, a poligon kerék előnye **3,43%**.



a, 3-as számú poligon kerék

b, 4-es számú hagyományos kerék

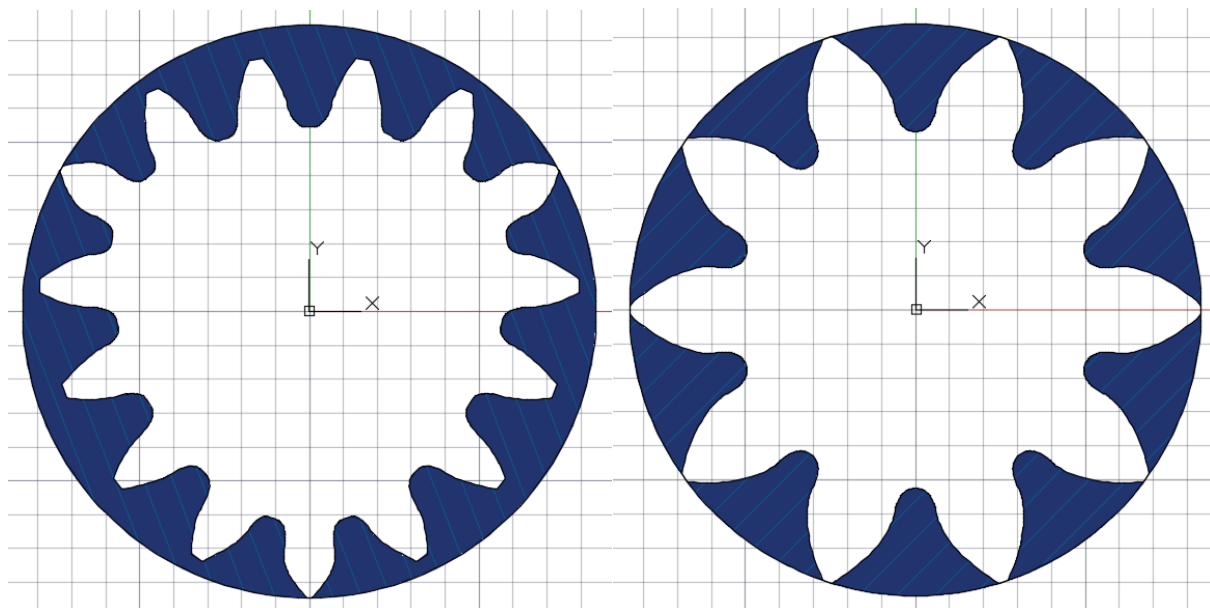
19. ábra. Második összehasonlításban használt fogaskerekek

3.3. Harmadik mérés – Fogaskerekek kis fogszámmal

A harmadik összehasonlításban a profilszög növelésével 17 alatti fogszámokat hasonlítottunk össze. Nagy térfogatáramok elérése érdekében az iparban gyakran használnak alacsony fogszámokat mert ezek méretkihasználtsága a legoptimálisabb. A két kerék fejkörátmérőit itt is közel egyformának választottuk az összehasonlíthatóság érdekében. A harmadik mérés adatai és mérési eredményei az [3. táblázatban] találhatóak.

3. táblázat	5. mért kerék	6. mért kerék
Fogszám [db]	15	10
Modul [mm]	10	14
Fejmagasság tényező [-]	1	1
Lábhézag tényező [-]	0,1	0,25
Profilszög [°]	30	30
Oldalak száma [db]	3	kör alakú
Befoglaló / Fejkörátmérő [mm]	169	168,02
Betétfüggvény	$\xi(\varphi) = \frac{r \cdot (1 - 0,06^2)}{1 + 0,06 \cdot \cos(n \cdot \varphi)} - r$ - 5	nincs profileltolás
F.kerék által lefedett terület [mm ²]	14 648,54	14 972,8
Befoglaló kör területe [mm ²]	22 431,76	22 172,90
Fordulatonkénti szállító terület [mm ²]	7 783,22	7 200,10

A különbség a vizsgált gépelemek szállító területei között **8,1%**



a, 5-ös számú poligon kerék

b, 6-os számú hagyományos kerék

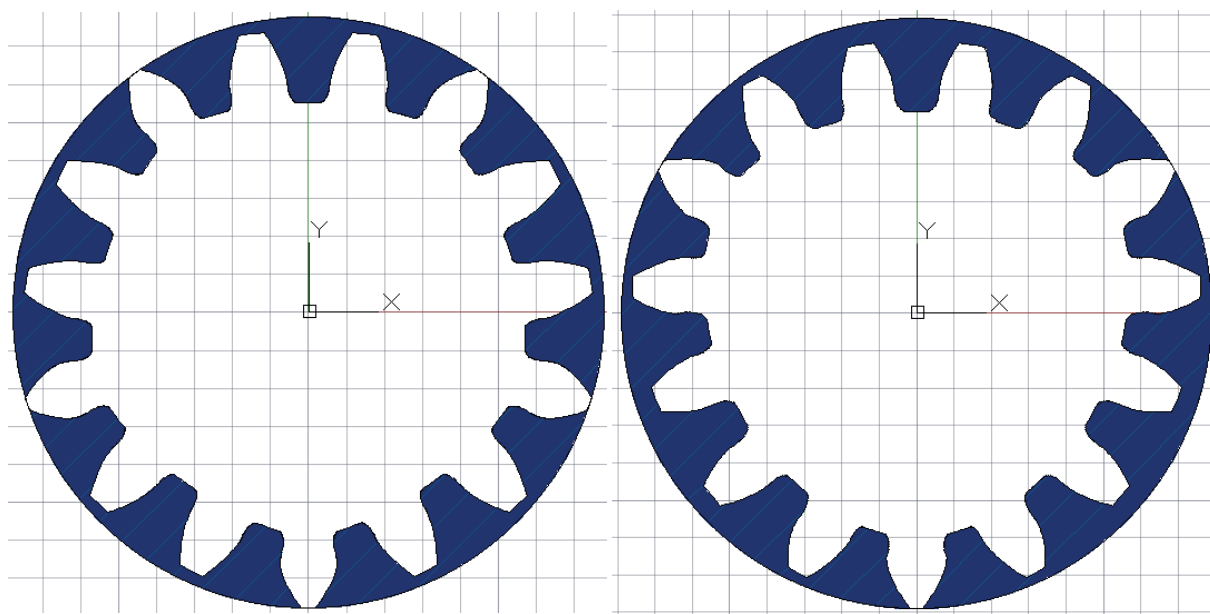
20. ábra. Harmadik összehasonlításban használt fogaskerekek

3.4. Negyedik mérés – Különböző oldalszámú poligonok

A negyedik méréssel azt vizsgáljuk meg igaz-e a feltételezés, miszerint a körtől legnagyobb mértékben eltérő poligon, a háromszög a legalkalmasabb térfogat szállítás céljára. Az összehasonlításához burkolókör átmérőjükben legjobban hasonlító három és ötoldalú kerekeket használunk. A negyedik mérés adatai és mérési eredményei a [4. táblázatban] találhatóak.

4. táblázat	7. mért kerék	8. mért kerék
Fogszám [db]	15	15
Modul [mm]	9	8
Fejmagasság tényező [-]	1	1
Lábhézag tényező [-]	0,1	0,1
Profilszög [°]	20	20
Oldalak száma [db]	5	3
Befoglaló / Fejkörátmérő [mm]	155,54	157,98
Betétfüggvény	$\xi(\varphi) = -\cos(n \cdot \varphi) \cdot 1,8$	$\xi(\varphi) = -\cos(n \cdot \varphi) \cdot 3$
F.kerék által lefedett terület [mm ²]	13 738,74	13 727,04
Befoglaló kör területe [mm ²]	19 001,78	19 602,66
Fordulatonkénti szállító terület [mm ²]	5 263,04	5 875,62

A különbség a vizsgált gépelemek szállító területei között **11,65%**



a, 7-es számú poligon kerék

b, 8-os számú poligon kerék

21. ábra. Negyedik összehasonlításban használt fogaskerekek

4. Eredmények, konklúzió

Áttekintettük a külső fogazású fogaskerekek általános tulajdonságait és gyártástechnológiáit, tárgyaltuk ezen geometriák számítógépes modellezését és a változó profileltolás technológiáját. Bemutattuk az ezt a profileltolást transzformáló és a fogaskerék körvonalát kirajzoló program működését és összehasonlítottuk a hatásfokukat a hagyományos geometriával fogaskerékszivattyúban történő használat közben.

A kapott eredmények alapján kijelenthető, hogy a választott alkalmazási területen van létjogosultsága a változó profileltolással készített fogaskerékprofiloknak, a fejlesztés eredménye egy jobb szállítási képességű hajtás. Az ezekkel kapcsolatos munkát érdemes lehet folytatni, további ideális betétfüggvények meghatározásával lehetséges még növelni az itt kapott eredményeket.

A fogaskerékszivattyúkon túl lehetséges még a poligon kerekek felhasználása olyan szerkezetekben, ahol a fogaslécen gördülő kerék tengelyvonalának egyik koordináta tengely irányában mutató alternáló mozgását szeretnénk kiaknázni.

A megkezdett kutatás igen szerteágazó, bőven akad még benne kiaknázható lehetőség mind felhasználás mind további ismeretszerzés terén, a nemkör fogaskerekek felhasználási lehetőségei ma még kevésbé elterjedtek.

Források, referenciák:

- [1] Gépelemek 2. Simon Vilmos – Kozma Mihály – Molnár László – Karsai Géza – Nguyen Huy Hoang – Király Csaba, Műegyetem Kiadó, 2008
- [2] Gépelemek III. Fogaskerekek, második, javított kiadás, Dr. Vörös Imre, Tankönyvkiadó Budapest, 1977
- [3] Gépelemek 2. kötet, W. Tochtermann – F. Bodenstein, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1986
- [4] Beszéljünk a fogaskerekekről, Szeniczai Lajos, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1959
- [5] Műanyag-feldolgozó fröccsöntőgépek, Dunai Antal, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1976