

M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

**Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Építészmérnöki Kar**

Morfológia és Geometriai Modellezés Tanszék

HUN-REN-BME Morfodinamika Kutatócsoport

Tudományos Diákköri Konferencia 2023

SAROKREPEDÉSEK MEGJELENÉSE SÍKBELI MINTÁZATOKBAN

szervezők: Barta Gergely, Encz Emese Sarolta

témavezető: Dr. Domokos Gábor

0. Absztrakt

A repedezési mintázatok geometriája értékes információkat tartalmaz a mintázat kialakulásához vezető fizikai jelenségről: a csomópontok és a cellák átlagos \bar{n}, \bar{v} fokszámai segítségével a mozaikot egyértelműen hozzárendelhetjük *szimbolikus sík* egy pontjához [1,2], és ezen geometriai modell keretében érdekes összehasonlításokat tehetünk természeti mozaikok között [3]. Újabb kutatások arra is rámutattak, hogy a repedésmintázatok olyan információkat is tartalmaznak, melyek alkalmasak lehetnek a folyamat időbeli modellezésére is [4,5]. Az [5] cikkben bemutatott dinamikus evolúciós modell felállításának első, és egyben fizikai szempontból legalapvetőbb lépése azon térben lokalizált, időben diszkrét *elemi lépések* felírása, melyek végtelen, random sorozata generálja a végtelen mozaik időfejlődését. Az [5] cikk modellje elvileg tetszőleges számú, tetszőleges geometriájú ilyen lépést megenged, ugyanakkor mindössze két ilyen lépést tárgyal részletesen: az R_0 lépés során egy cella két különböző élének egy-egy belső pontját új repedés köti össze és így létrejön két új „T” csomópont, míg az R_1 lépés során a hálózatban megjelenő „T” csomópontok „Y” csomópontokká alakulnak. A [3] publikáció sem mutat be olyan mozaikot melynek keletkezése ne volna magyarázható a fent leírt két lépéssel.

Bármennyire alapvetőnek tűnik azonban az R_0 és az R_1 lépés, vannak mégis olyan repedéshálózatok, melyeket, ha le akarunk írni az [5] modell keretében, akkor más elemi lépésre is szükség lehet. Dolgozatunkban az aszfaltburkolatok fáradási repedéseinek mintázatait vizsgáltuk. Ez a feladat fizikai szempontból sem érdektelen [6], dolgozatunkban azonban egy geometriai különlegességre mutattunk rá: az aszfalt mozaikok leírásához a jelzett két elemi lépésen túl még legalább két további elemi lépésre is szükség van: az R_2 lépés esetén egy cella úgy reped ketté, hogy egy él belső pontját egy csúccsal köti össze a repedés, az R_3 lépés esetén pedig a repedés a cella két csúcsát köti össze. Bár az általunk vizsgált mozaikokban a jelzett repedések relatív gyakorisága viszonylag csekély, mindazonáltal szinte az összes mintázatban találtunk ilyen konfigurációt.

Tizenegy repedésmintát vizsgáltunk meg, rögzítettük ezek földrajzi helyét és megjelöltük az egyes mintázatokhoz tartozó pontokat a szimbolikus síkon. Utóbbi ábrázolást összevetettük a falazatok felszíni mintázata alapján készült tanulmány [7] analóg ábrájával. Igyekeztünk a repedéshálózat időbeli fejlődését, kialakulását is megérteni. Ennek érdekében, a repedések kialakulása közti időbeli különbség és a repedés hossza közötti összefüggést feltételezve elkülönítettünk régebbi (elsődleges), illetve újabb (másodlagos) repedéseket, és megnéztük azt is, hogyan igazodik az új repedés a régi mintázathoz.

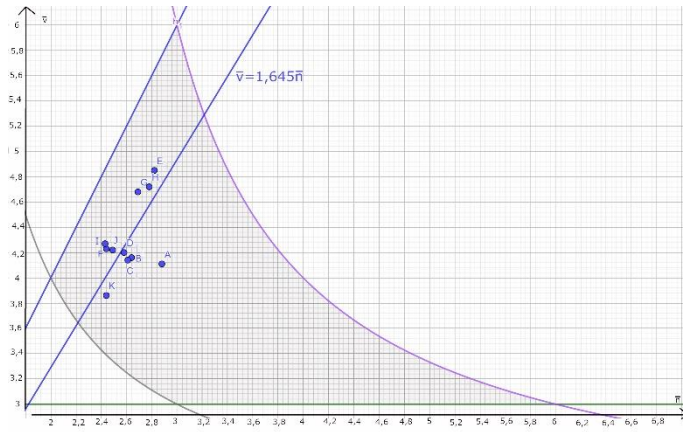
1. Bevezetés

Dolgozatunkban aszfalt repedésmintáit vizsgáltuk a konvex síkmozaikok átlagtér elméletének eszközeivel [1], azaz a repedésmintákat konvex mozaikokkal modelleztük, és ezek átlagos csomópont-, illetve cellafokszámait mértük. Egyrészt elhelyeztük őket e két mennyiség szimbolikus síkján (1. ábra), és összehasonlítottuk más repedésmintázatokkal [3,7], másrészt a repedésminták időben bekövetkező fejlődésével foglalkoztunk. Az [5]-ös forrás mutat egy dinamikus evolúciós modellt a mozaikok fejlődésére, mely szerint a végtelen mozaikok időben és térben véges elemi lépések végtelen számú egymásután bekövetkezéseként jönnek létre. Ezen elemi lépések elvileg bármilyenek lehetnek, azonban a cikk csak kettőt tárgyal részletesen: az R_0 lépés során egy cella egy-egy élének belső pontját új repedés köti össze (ezzel általában két új „T” csomópont keletkezik); az R_1 lépés során pedig egy „T” csomópont mozdul arrébb, úgy hogy a mozaik konvex maradjon, ezáltal egy „T” csomópont „Y” csomóponttá alakul. Mi bevezetjük az R_2 , illetve az R_3 lépéseket (8. ábra): az R_2 lépés során egy cella egyik sarkától egy élének belső pontjáig kettétörik, míg az R_3 lépés során egyik sarkától egy másik sarkáig törik ketté az adott cella. A vizsgált aszfalt repedésminták szinte mindegyikében találtunk R_2 , vagy R_3 típusú sarokrepedéseket (29. táblázat).

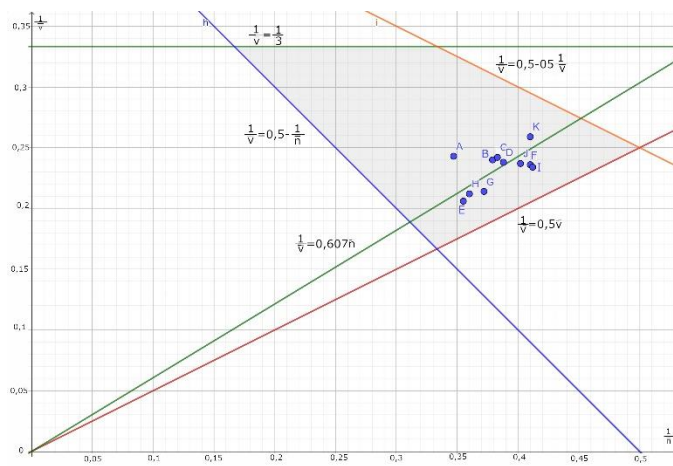
2. Eredmények

Tömören összefoglalva az alábbiakat állapítottuk meg:

- a) Tizenegy repedésmintázatból tízben találtunk sarokrepedéseket, ebből tíz mintában R_2 (sarok-él), hat mintában R_3 (sarok-sarok) típusúakat (29. táblázat).
- b) A megvizsgált mozaikok cellasűrűsége a 1,43-1,75 tartományba esett(27. táblázat).
- c) A megvizsgált mozaikok mindegyikének cellasűrűségét csökkentik a bennük talált sarokrepedések (29. táblázat).
- d) Az „L” jelű mintán feltételezés alapján elkülönítettünk időben két különböző fejlettségű állapotot. Eszerint, időben az átlagos csomópontfokszám és az átlagos cellafokszám is csökkent (25. ábra, 23. táblázat, 24. táblázat, 25. táblázat, 26. táblázat).
- e) A [7]-es forrással összehasonlítva, a vizsgált aszfaltrepedések a falazatok felszíni mintáinál kisebb cellasűrűséggel rendelkeznek (12. ábra).



1. ábra: a megmért repedésminták modelljei a szimbolikus síkon



2. ábra: a megmért repedésminták modellje az inverz szimbolikus síkon

3. Elméleti háttér

3.1. A síkbeli konvex mozaikok elméletének összefoglalása [1] alapján

Konvex mozaikoknak nevezzük a sík hézag-és átfedésmentes felosztását konvex tartományokra. Belátható, hogy ezen tartományok csak sokszögek lehetnek. Ezeket nevezzük a mozaik celláinak. A sokszögek egy jellemző tulajdonsága az oldaszáma, melyet a konvex mozaikokban cellafokszámnak nevezünk v -vel jelölünk. A sokszögek éleiken, illetve csúcaikban érintkeznek egymással. A sokszögek csúcsait csomópontoknak nevezzük és a csomópontfokszámmal jellemezzük, mely azt fejezi ki, hogy hány sokszögnek van csúcsa az adott pontban. A csomópontfokszám jele n . Egy csomópont lehet reguláris (szabályos) vagy irreguláris (szabálytalan). A reguláris csomópontokban minden, az adott csomópontot tartalmazó sokszögnek csúcsa van, míg irreguláris az összes olyan csomópont, melyre ez nem igaz. Belátható, hogy irreguláris esetben pontosan egy cella van, mely az adott csomópontot tartalmazza, de nem csúcsa az adott csomópont, hanem csak az élén van. Egy mozaikot

regulárisnak nevezünk, ha csak reguláris csomópontok vannak benne, irregulárisnak pedig, ha csak irreguláris csomópontok vannak benne. Minden egyéb mozaikot vegyes mozaiknak hívunk. Egy mozaik átlagos cellafokszámát \bar{v} -vel, átlagos csomópontfokszámát \bar{n} -nel jelöljük, ezek hányadosa pedig a cellasűrűség: $\rho := \frac{\bar{v}}{\bar{n}}$.

Az átlagos cellafokszámuk és csomópontfokszámuk alapján minden konvex mozaikot egyértelműen hozzárendelhetünk az $\bar{n} - \bar{v}$ szimbolikus sík egy pontjához. A szimbolikus síknak csak egy zárt tartományába eshetnek ezek a pontok (lásd a függelékben). Az $\bar{n} - \bar{v}$ szimbolikus síkon elfoglalt helyük alapján összehasonlításokat tehetünk különböző természetes mintázatok konvex mozaik modelljei vagy mesterséges mozaikok között [3].

3.2. Az aszfalt repedéseiről

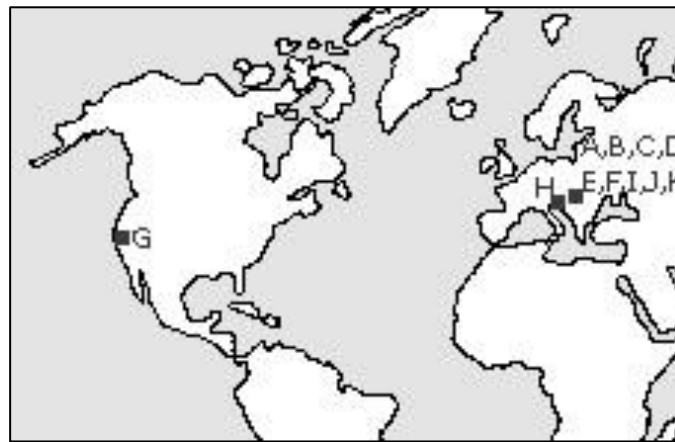
Az aszfalt gyakori tönkremenetele, illetve meghibásodása a repedések általi fölaprózódása. Ennek fizikai okai különfélék lehetnek, például az alapozás megsüllyedése, használat, időjárási hatások, úgymint nedvesség, hőingás, fagyás-olvadás, rendkívüli igénybevétel [6]. A mozaikot alkotó minták két leggyakoribb típusa a [6]-os forrás szerint angolul a „block cracking”, illetve az „alligator cracking”. Az általunk vizsgált repedésmozaikok az „alligator cracking” (alligátor vagy krokodíl repedés) csoportba tartoznak. A repedésmintázatok összefüggésben állnak azzal is, hogy az azokat létrehozó erők az aszfalt síkjában hatottak, vagy azzal szöveget zártak be. A vizsgált mintázatok létrejöttében valószínűleg egyszerre játszottak szerepet síkbeli és síkon kívüli erők, illetve nyomatékok. A létrejött repedések okai lehetnek a rendszeres gépjárműforgalom miatti anyagfáradás (fáradási repedések), útalap süllyedése miatti hajlító igénybevétel, járművek dinamikus hatásai.

4. Mérések

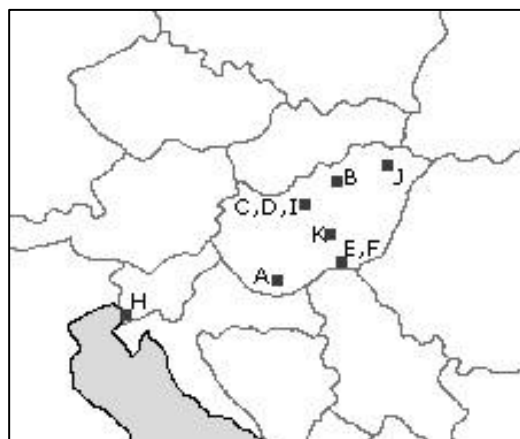
Aszfaltok repedésmintáit vizsgáltuk konvex síkmozaik modelljeiken keresztül, rögzítettük őket az $\bar{n} - \bar{v}$ szimbolikus síkon, és próbáltuk az időbeli fejlődésüket is megérteni. Tizenegy mintázatot mértünk meg, melyek főleg Magyarországról valók, de kettő külföldi példát is tartalmaznak (3. ábra, 4. ábra). A mérés folyamata: a mozaikokról fényképet készítettünk, illetve fölhasználtuk a Magyar Kétfarkú Kutypárt fényképeit festett járdákról, köztterekről. A fényképeken olyan tartományokat vizsgáltunk, melyek nem tartalmaztak a törésmintázat szélén levő cellát. A fénykép alapján elkészítettük a konvex mozaik modellt, azaz olyan konvex mozaikot rajzoltunk, mely minél inkább közelíti a valós repedésmintát. Itt a hangsúlyt arra fordítottuk, hogy a törések valószínű sorrendje, illetve hierarchiája szerint döntsük el egy-egy csomópont fokszámát. Például a láthatóan hosszan futó repedések mentén-

ha azokhoz csak az egyik irányból csatlakozott egy pontban másik repedés-irregulárisnak tekintettük a csomópontokat, még ha kissé meg is tört vagy görbült is a hosszú repedés (5. ábra). Ezután a kijelölt tartományokon megszámoztuk a csomópontok, illetve a cellák fokszámain, valamint darabszámukat (6. ábra, 7. ábra). A részletes mérési eredményeket az 1-29. táblázatok tartalmazzák a függelékben.

Megkíséreltük feltárni egy-egy mozaik fejlődését is oly módon, hogy elkülönítettünk bennük vélhetően régebbi (elsődleges) repedéseket, és újabb (másodlagos) repedéseket. A feltételezésünk alapja az volt, hogy a hosszabb, viszonylag sok cellán átmenő egyenes, vagy kis görbületű repedéseket elsődlegesnek, míg a rövidebb, elsődleges repedéstől elsődleges repedésig tartó, vagy egy-egy cella háromba törését okozó repedéseket másodlagosnak tekintettük.



3. ábra: a mérések helyei



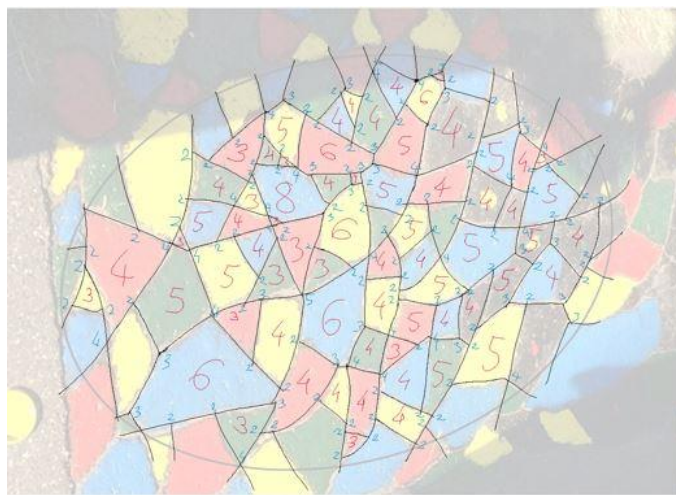
4. ábra: a mérések helyei



5. ábra: hosszan végigfutó repedés



6. ábra: a „J” jelű repedésminta fényképe



7. ábra: a „J” jelű repedésminta modellje

5. Következtetések

5.1. A repedésminták időbeli fejlődése

Sok természeti mozaikra jellemző, hogy nem egy pillantás alatt keletkeznek, hanem több lépésben alakulnak ki. Ilyenek például a repedésmintázatok, amilyenekkel mi is foglalkoztunk. Ezeknél a mozaikoknál kérdéses, hogy a mozaik fejlődése milyen lépésekkel történik, illetve az átlagfokszámok hogyan változnak. Erre mutat egy evolúciós modellt az [5]-ös forrás, mely értelmében térben és időben véges diszkrét elemi lépések egymásutánja alakítja ki a mozaikot. A modell bármilyen ilyen lépést megenged, de csupán kettőt fejt ki részletesen. Az R_0 lépést, mely során egy cellát kettévágunk egy egyenessel, mely két élének egy-egy belső pontját köti össze egymással, valamint az R_1 lépést, mely során egy $n = 2$ fokszámú („T”) csomópont arrébb mozdul, úgy, hogy a mozaik konvex maradjon. Mi aszfaltok repedésmintáit nézve azt vettük észre, hogy a vizsgált mintázatok feltételezett időbeli változását csupán e két lépéssel nem lehet elégségesen leírni. Különösen a néhány (legfeljebb négy) cellán átmenő, a korábbi cellák kettétörését okozó repedéseket figyeltük. R_1 lépést nem tudtunk megfigyelni, mivel a már létrejött csomópontok helye nem változik, viszont majdnem az összes megvizsgált mozaikban találtunk olyan cellákat, melyek ketté repedtek, és a repedés egyik végpontja az eredeti cella egyik csúcsába futott be. Ezért bevezettük az R_2 és az R_3 lépéseket.

Így a rövid másodlagos repedéseket három csoportba tudtuk osztani. Az első csoport az [5]-ös forrás szerinti R_0 lépés, a másik két csoport pedig a bevezetőben leírt R_2 , illetve R_3 lépések. E három lépés segítségével próbáltunk közelebb jutni a mozaikok átlagos fokszámainak változásaihoz. Azt szeretnénk meghatározni, hogy egy-egy adott csoportba (R_0, R_2, R_3) tartozó repedés hatására, a mozaik átlagos csomópontfokszáma, valamint átlagos cellafokszáma nő, csökken, vagy nem változik. Ehhez minden esetben fölírunk egy relációt, melynek bal oldalán a repedés előtti mozaik átlagos cella-vagy csomópontfokszáma, jobboldalán meg ugyanezen mennyiség repedés utáni értéke áll. A kettő mennyiség közötti ismeretlen relációt jelöljük R -rel, így:

kezdeti \bar{v} átl. cellafokszám R új átl. cellafokszám

1. R_0 : ha egy cella élének belső pontjától élének belső pontjáig kettétörük, akkor négy új cellacsúcs keletkezik, és eggyel nő a cellák száma, azaz a fenti egyenlőség az átlagos cellafokszámokra:

$$\frac{\sum_{i=1}^V v_i}{V} R = \frac{(\sum_{i=1}^V v_i) + 4}{V + 1}$$

$$\bar{v} R \frac{\bar{v}V + 4}{V + 1}$$

$$\bar{v} R \bar{v} + \frac{-\bar{v} + 4}{V + 1}$$

$$0 R \frac{-\bar{v} + 4}{V + 1}$$

A jobboldal nevezője $0 < V + 1$, ezért

- ha $\bar{v} < 4$, akkor $R \equiv <$, tehát az R_0 repedés következtében nő az átlagos cellafokszám
- ha $\bar{v} = 4$, akkor $R \equiv =$, tehát az R_0 repedés következtében az átlagos cellafokszám nem változik
- ha $4 < \bar{v}$, akkor $R \equiv >$, tehát az R_0 repedés következtében csökken az átlagos cellafokszám.

Tehát R_0 -ás repedés hatására mindig a 4 felé mozdul el az átlagos cellafokszám.

Az átlagos csomópontfokszám pedig attól függően változik, hogy az új repedés végei eltalálnak-e már meglévő irreguláris csomópontokat vagy új „T” csomópontot hoznak létre:

1. **$R_{0,0}$** (8. ábra): ha a repedés mindkét végén meglévő irreguláris csomópontból keletkezik reguláris csomópont, akkor nem keletkezik új csomópont, azaz az átlagos csomópontfokszámok relációja egy $R_{0,0}$ típusú reppedés előtt (baloldal), illetve utána (jobboldal):

$$\frac{\sum_{i=1}^N n_i}{N} R \frac{(\sum_{i=1}^N n_i) + 4}{N}$$

$$0 R 4$$

$R \equiv <$, azaz mindenképpen növekszik az átlagos csomópontfokszám.

2. **$R_{0,1}$** (8. ábra): ha a repedés egyik végén új „T” csomópont keletkezik, másik végén már meglévő irreguláris csomópontból lesz reguláris csomópont, akkor egy új csomópont keletkezik, azaz a fenti egyenlet a repedés előtti (baloldal) és utáni (jobboldal) átlagos csomópontfokszámokra a következőre módosul:

$$\frac{\sum_{i=1}^N n_i}{N} R \frac{(\sum_{i=1}^N n_i) + 4}{N + 1}$$

$$0 R \frac{-\bar{n} + 4}{N + 1}$$

A jobboldal nevezője $0 < N + 1$, ezért

- ha $\bar{n} < 4$, akkor $R \equiv <$, tehát az $R_{0,1}$ repedés következtében nő az átlagos csomópontfokszám

- ha $\bar{n} = 4$, akkor $R \equiv =$, tehát az $R_{0.1}$ repedés következtében az átlagos csomópontfokszám nem változik
- ha $4 < \bar{n}$, akkor $R \equiv >$, tehát az $R_{0.1}$ repedés következtében csökken az átlagos csomópontfokszám

Azaz $R_{0.1}$ -es repedés hatására mindig a 4 felé mozdul el az átlagos csomópontfokszám.

3. **$R_{0.2}$** (8. ábra): ha a repedés mindkét végén új „T” csomópont keletkezik, akkor két új csomópont keletkezik, azaz a fenti egyenlet a repedés előtti (baloldal) és utáni (jobboldal) átlagos csomópontfokszámokra a következőre módosul:

$$\begin{aligned} \frac{\sum_{i=1}^N n_i}{N} R & \frac{(\sum_{i=1}^N n_i) + 4}{N + 2} \\ \bar{n} R & \frac{\bar{n}N + 4}{N + 2} \\ \bar{n} R \bar{n} & + \frac{-2\bar{n} + 4}{N + 2} \\ 0 R & \frac{-2\bar{n} + 4}{N + 2} \end{aligned}$$

A jobboldal nevezője $0 < N + 2$, ezért

- (lehetetlen eset: ha $\bar{n} < 2$, akkor $R \equiv <$, tehát az $R_{0.2}$ repedés következtében nőne az átlagos csomópontfokszám)
- ha $\bar{n} = 2$, akkor $R \equiv =$, tehát az $R_{0.2}$ repedés következtében az átlagos csomópontfokszám nem változik
- ha $2 < \bar{n}$, akkor $R \equiv >$, tehát az $R_{0.2}$ repedés következtében csökken az átlagos csomópontfokszám

Tehát $R_{0.2}$ -ás repedés hatására mindig a 2 felé mozdul el az átlagos csomópontfokszám. A csomópontfokszámok tekintetében e három eset ($R_{0.0}, R_{0.1}, R_{0.2}$) kombinációi történnek, ha néhány cellán átmenő új repedés keletkezik.

R_2 : ha egy cella saroktól él belső pontjáig kettétörik, akkor hárommal nő a cellacsúcsok összege, és eggyel nő a cellák száma, azaz a fenti egyenlet a repedés előtti (baloldal), illetve repedés utáni (jobboldal) átlagos cellafokszámokra a következőre módosul:

$$\begin{aligned} \frac{\sum_{i=1}^V v_i}{V} R & \frac{(\sum_{i=1}^V v_i) + 3}{V + 1} \\ \bar{v} R & \frac{\bar{v}V + 3}{V + 1} \end{aligned}$$

$$\bar{v} R \bar{v} + \frac{-\bar{v} + 3}{V + 1}$$

$$0 R \frac{-\bar{v} + 3}{V + 1}$$

A jobboldal nevezője $V + 1 > 0$, ezért

- (lehetetlen eset: ha $\bar{v} < 3$, akkor $R \equiv <$, tehát az R_0 repedés következtében nőne az átlagos cellafokszám)
- ha $\bar{v} = 3$, akkor $R \equiv =$, tehát az R_0 repedés következtében az átlagos cellafokszám nem változik
- ha $3 < \bar{v}$, akkor $R \equiv >$, tehát az R_0 repedés következtében csökken az átlagos cellafokszám.

Tehát R_2 -es repedés hatására mindig a 3 felé mozdul el az átlagos cellafokszám (csökken, esetleg nem változik):

Az átlagos csomópontfokszám változása tekintetében két esetet különböztethetünk meg:

1. $R_{2,0}$ (8. ábra): ha a repedésnek az adott cella éle közbenső pontjába futó vége már meglévő irreguláris csomópontból csinál regulárisat, akkor nem keletkezik új csomópont, azaz a fenti egyenlet a repedés előtti (baloldal) és utáni (jobboldal) átlagos csomópontfokszámokra a következőre módosul:

$$\frac{\sum_{i=1}^N n_i}{N} R \frac{(\sum_{i=1}^N n_i) + 3}{N}$$

$$\bar{n} R \frac{\bar{n}N + 3}{N}$$

$$0 R 3$$

$R \equiv <$, azaz nő az átlagos csomópontfokszám.

2. $R_{2,1}$ (8. ábra): ha a repedésnek az adott cella éle közbenső pontjába futó vége új „T” csomópontot hoz létre, akkor egy új csomópont keletkezik, azaz a fenti egyenlet a repedés előtti (baloldal) és utáni (jobboldal) átlagos csomópontfokszámokra a következőre módosul:

$$\frac{\sum_{i=1}^N n_i}{N} R \frac{(\sum_{i=1}^N n_i) + 3}{N + 1}$$

$$\bar{n} R \frac{\bar{n}N + 3}{N + 1}$$

$$\bar{n} R \bar{n} + \frac{-\bar{n} + 3}{N + 1}$$

$$0 R \frac{-\bar{n} + 3}{N + 1}$$

A jobboldal nevezője $0 < N + 1$, ezért

- ha $\bar{n} < 3$, akkor $R \equiv <$, tehát az R_1 repedés következtében nő az átlagos csomópontfokszám
- ha $\bar{n} = 3$, akkor $R \equiv =$, tehát az R_1 repedés következtében az átlagos csomópontfokszám nem változik
- ha $3 < \bar{n}$, akkor $R \equiv >$, tehát az R_1 repedés következtében csökken az átlagos csomópontfokszám.

Tehát $R_{2,1}$ -es repedés hatására mindig a 3 felé mozdul el az átlagos csomópontfokszám

R_3 (8. ábra): ha egy cella saroktól sarokig kettétörik, akkor kettővel nő a cellac+súcsok száma, és eggyel nő a cellák száma, azaz a fenti egyenlet a repedés előtti (baloldal), illetve repedés utáni (jobboldal) átlagos cellafokszámokra a következőre módosul:

$$\begin{aligned} \frac{\sum_{i=1}^V v_i}{V} R &\frac{(\sum_{i=1}^V v_i) + 2}{V + 1} \\ \bar{v} R &\frac{\bar{v}V + 2}{V + 1} \\ \bar{v} R \bar{v} &+ \frac{-\bar{v} + 2}{V + 1} \\ 0 R &\frac{-\bar{v} + 2}{V + 1} \end{aligned}$$

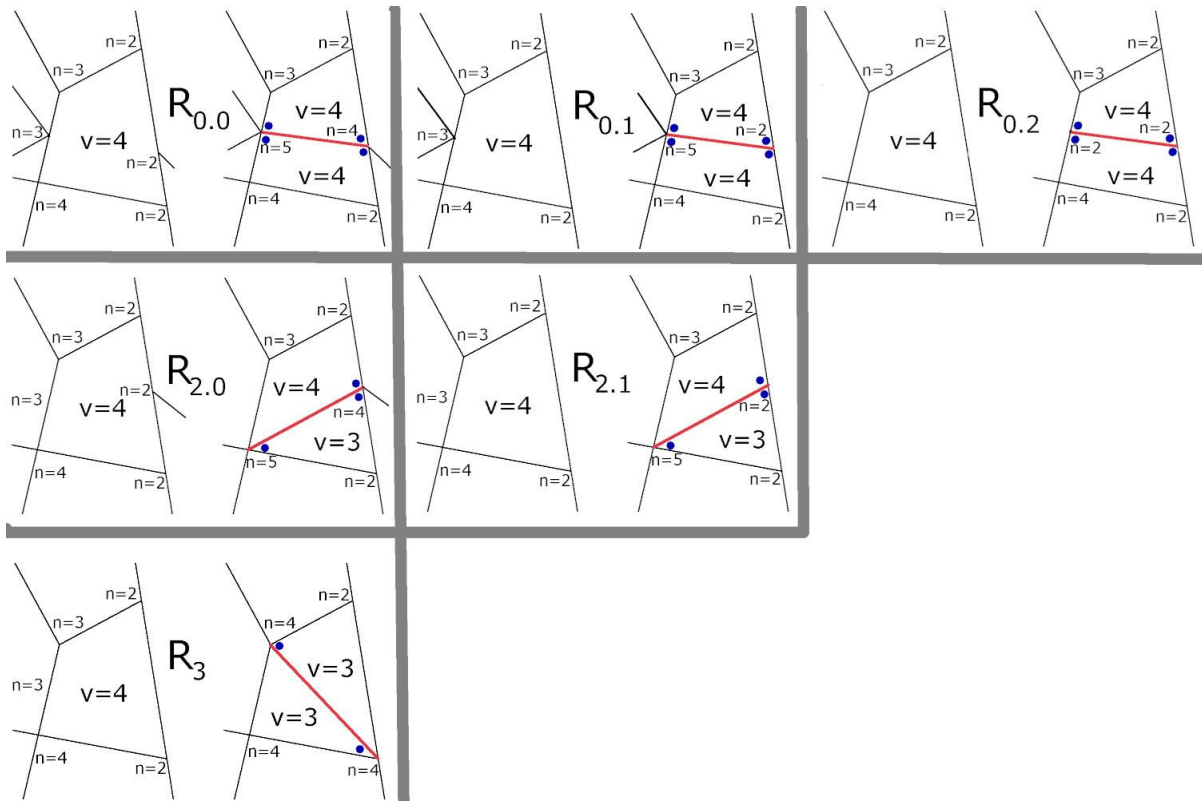
A jobboldal nevezője $0 < V + 1$ és $3 \leq \bar{v}$, azaz az átlagos cellafokszám mindig csökken R_3 lépés esetén.

Az átlagos csomópontfokszám pedig növekszik, mivel nem keletkezik új csomópont:

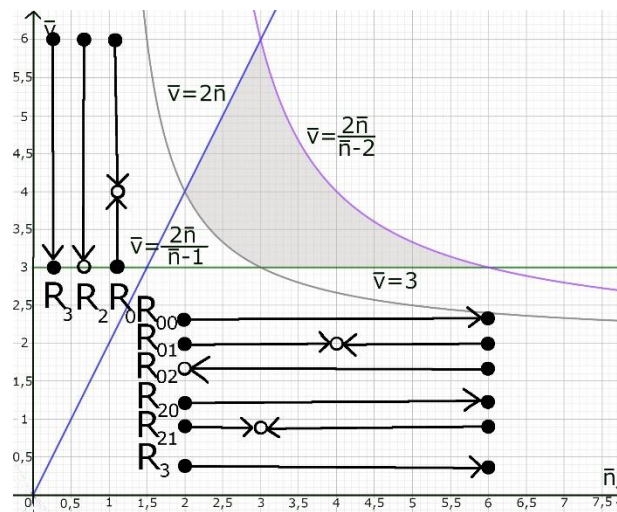
$$\begin{aligned} \frac{\sum_{i=1}^N n_i}{N} R &\frac{(\sum_{i=1}^N n_i) + 2}{N} \\ \bar{n} R &\frac{\bar{n}N + 2}{N} \\ 0 R &2 \\ R &\equiv < \end{aligned}$$

Megjegyzés: belátható, hogy az $R_{0,2}, R_{0,0}, R_{0,1}, R_{2,0}, R_{2,1}$, illetve R_3 típusú repedések közül nem történhet meg bármelyikből bármennyi egy adott véges mozaikban. Legegyszerűbb belátni, hogy az R_3 -as repedés csak addig ismétlődhet egymás után, amíg van $3 < v$ cella a mozaikban.

A vizsgált másodlagos repedések-azaz az $R_{0,0}, R_{0,1}, R_{0,2}, R_{2,0}, R_{2,1}$ és R_3 lépések-hatásait szemlélteti a 9. ábra. Látszik, hogy ha $\bar{n} < 4$, akkor a sarokrepedések ($R_{2,0}, R_{2,1}$ és R_3) esetén mindenképpen csökken a cellasűrűség. Az általunk vizsgált mozaikok mindegyikére: $\bar{n} < 4$, és a mérések szerint is a megfigyelt sarokrepedések csökkentették a cellasűrűségüket.



8. ábra: a másodlagos repedések vizsgált fajtái



9. ábra: a vizsgált másodlagos repedések hatása az átlagfokszámokra. A nyilak azt jelzik, hogy az adott intervallumban lévő átlagfokszám az adott lépés hatására milyen irányba változik.

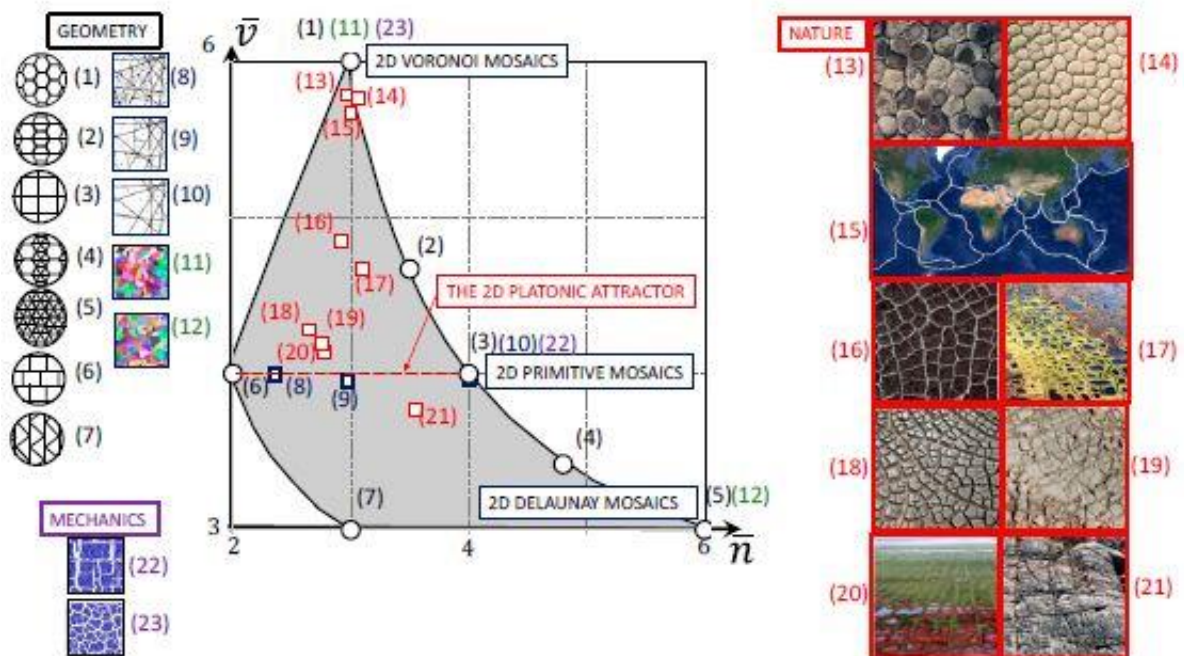
5.2. A repedésminták összehasonlítása más mintázatokkal

A megvizsgált mozaikokat ábráztuk az $\bar{n} - \bar{v}$ szimbolikus síkon (1. ábra), valamint az $\frac{1}{\bar{n}} - \frac{1}{\bar{v}}$ szimbolikus síkon (2. ábra), és összehasonlítottuk más repedésmintázatokkal.

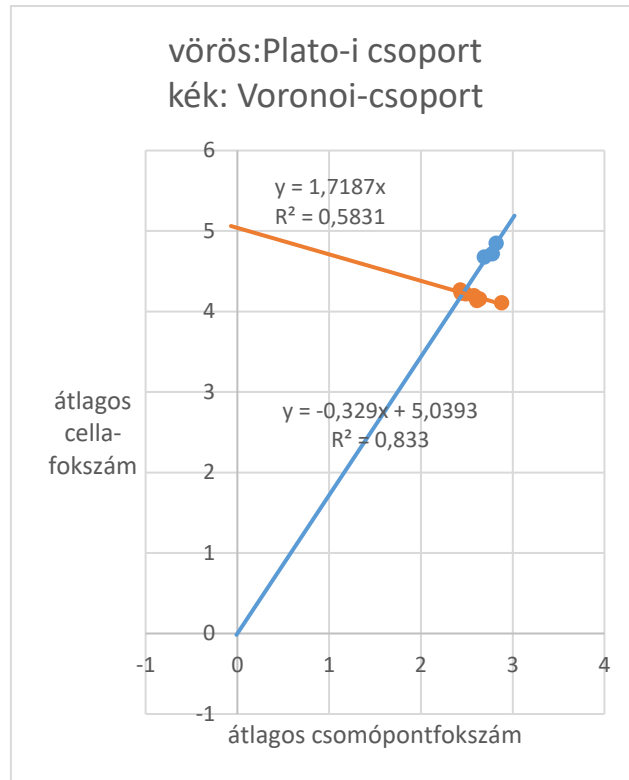
A mintázatok nagy része („A”, „B”, „C”, „D”, „F”, „I”, „J”) a $4,0 \leq \bar{v} \leq 4,3$ tartományba esett, a Plato-i tartomány közelébe [3], mely a [3] szerint arra utalhat, hogy egy elsődleges mozaik úgy fejlődött tovább, hogy celláit egyenes repedések szelték ketté, melyek

vagy „X” formában kereszteződtek, vagy „T” formában csatlakoztak. Ezt alátámasztandó, az „L” jelű mozaiknak felrajzoltunk egy feltételezett elsődleges mozaikját (25. ábra, 23. táblázat, 24. táblázat, 25. táblázat, 26. táblázat), és megszámoztuk az átlagmennyiségeket. Látszik belőle, hogy valóban a $\bar{v} = 4$ egyeneshez közelebb került a mozaik ($\bar{n}; \bar{v}$) helye. A „G”, „H” és „E” jelű mozaikokra magasabb cellafokszám jellemző, ezek közelebb vannak a Voronoi-mozaikhoz [3], és nagyjából azonos a cellasűrűségük is (11. ábra) A „K” jelű mozaikra pedig $\bar{v} = 3,86$, azaz egyedül ennek az átlagos cellafokszáma kevesebb 4-nél. Más repedésmintázatokkal összehasonlítva a [3]-as forrás alapján, megállapíthatjuk, hogy az $\bar{n} - \bar{v}$ -síkon való elhelyezkedés alapján az „A”, „B”, „C”, „D”, „F”, „I”, „J” jelű aszfaltrepedések mintázata a [3]-as forrás 18-20-as méréseivel, rokon, azaz talajfelszín száradási repedéseivel, egy alaszakai permafrost mintázattal, valamint aprózódott dolomit felületének képével, míg az „E”, „G”, „H” aszfaltrepedések a [3]-as forrás 16-os méréseivel, azaz a Mars felszínén egy mintázattal (10. ábra).

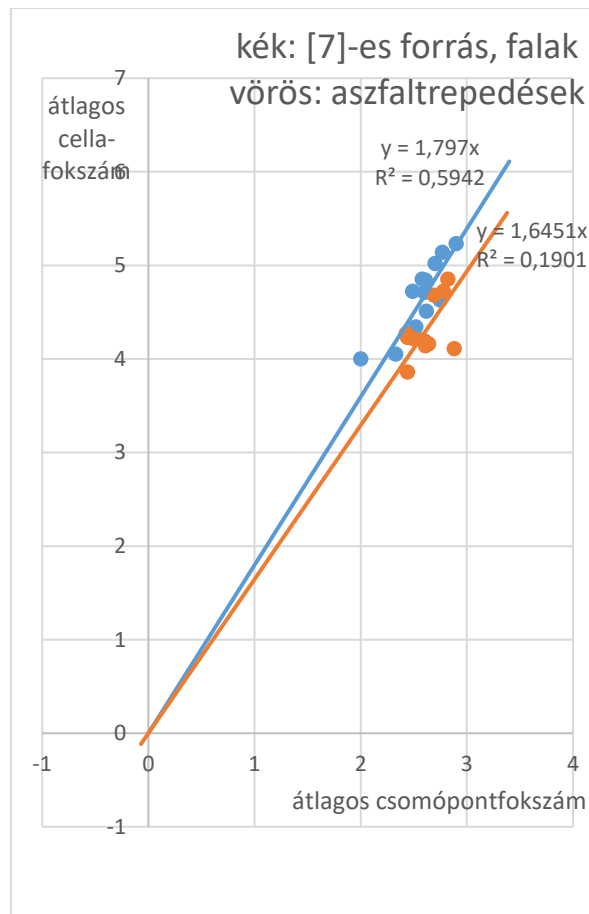
Méréseinket összehasonlítottuk a [7]-es forrás mérési eredményeivel is. A [7]-es forrás falazatok felszíni rakási mintáit dolgozza fel, hasonló szempontok szerint. A megvizsgált aszfaltrepedések mintái a falazatokéhoz hasonló területen helyezkednek el az $\bar{n} - \bar{v}$ szimbolikus síkon. Az aszfaltrepedések cellasűrűsége kissé alacsonyabb, valamint kevésbé illeszkednek egy homogén egyenesre, mint a falazatok mintái (12. ábra).



10. ábra [3]



11. ábra: a méréseink a szimbolikus síkon: Plato-i (inhomogén), illetve Voronoi (homogén) típusú repedésekre illesztett egyenesek



12. ábra: a mérések összehasonlítása a [7]-es forrás méréseivel

5.3. További vizsgálati lehetőségek

További vizsgáltként érdemes lehet kapcsolatot keresni a mozaikok $\bar{n} - \bar{v}$ viszonya és a keletkezésük okai között, valamint az időbeli változásra több mérést készíteni, beleértve valós megfigyeléseket is, úgy, hogy egy új, még kezdetleges repedésmintát körülbelül havonta újra megfigyelni, és rögzíteni a változásokat.

6. Irodalomjegyzék

1. G. Domokos, Zs. Lángi, 'On some average properties of convex mosaics.' *Exp. Math.*,10.1080/10586458.2019.1691090 (2019).
2. G. Domokos, A.G. Horváth and K. Regős, A two-vertex theorem for normal tilings. *Aequat. Math.* 97, 185–197 (2023). <https://doi.org/10.1007/s00010-022-00888-0>
3. G. Domokos, D. J. Jerolmack, F. Kun, J. Török (2020). 'Plato's cube and the natural geometry of fragmentation.' *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 117(31), 18178-18185.
4. G. Domokos and K. Regős, 'A discrete time evolution model for fracture networks', *Central European Journal of Operations Research*, Dec. 2022, doi: 10.1007/s10100-022-00838-w.
5. P. Bálint, G. Domokos, and K. Regős, 'An Evolution Model for Polygonal Tessellations as Models for Crack Networks and Other Natural Patterns', *Journal of Statistical Physics*, vol. 190, no. 8, Jul. 2023, doi: 10.1007/s10955-023-03146-y.
6. Haroun Rababaah, Dana Vrajitoru, and James Wolfer. 'Asphalt pavement crack classification: a comparison of GA, MLP, and SOM.' *Proceedings of Genetic and Evolutionary Computation Conference, LateBreaking Paper*. 2005.
7. Nagy Klaudia: 'Falak geometriája' BME TDK dolgozat, 2020, témavezető: Domokos Gábor

7. Ábrajegyzék

1. ábra: a megmért repedésminták modelljei a szimbolikus síkon-saját ábra.....	3
2. ábra: a megmért repedésminták modellje az inverz szimbolikus síkon-saját ábra	3
3. ábra: a mérések helyei-saját ábra	5
4. ábra: a mérések helyei-saját ábra	5
5. ábra: hosszan végigfutó repedés-saját fénykép.....	6
6. ábra: a „J” jelű repedésminta fényképe-Magyar Kétfarkú Kutypárt fényképe.....	6
7. ábra: a „J” jelű repedésminta modellje-MKKP fényképe és saját ábra.....	6
8. ábra: a másodlagos repedések vizsgált fajtái-saját ábra.....	12
9. ábra: a vizsgált másodlagos repedések hatása az átlagfokszámokra-saját ábra.....	12

10. ábra [3]	13
11. ábra: a méréseink a szimbolikus síkon: Plato-i(inhomogén), illetve Voronoi (homogén) típusú repedésekre illesztett egyenesek-saját ábra.....	14
12. ábra: a mérések összehasonlítása a [7]-es forrás méréseivel-[7] és saját ábra	14
13. ábra: a konvex síkmozaikok lehetséges zárt tartománya-saját ábra.....	18
14. ábra: „A” jelű repedésminta- MKKP fényképe és saját ábra	19
15. ábra: „B” jelű repedésminta- MKKP fényképe és saját ábra.....	20
16. ábra: „C” jelű repedésminta-saját fénykép és ábra	21
17. ábra: „D” jelű repedésminta-saját fénykép és ábra	22
18. ábra: „E” jelű repedésminta-saját fénykép és ábra	23
19. ábra: „F” jelű repedésminta-saját fénykép és ábra.....	24
20. ábra: „G” jelű repedésminta-maps.google.com és saját ábra	25
21. ábra: „H” jelű repedésminta-saját fénykép és ábra	26
22. ábra: „I” jelű repedésminta- saját fénykép és ábra	27
23. ábra: „J” jelű repedésminta- MKKP fényképe és saját ábra.....	28
24. ábra: „K” jelű repedésminta- MKKP fényképe és saját ábra.....	29
25. ábra: „L” jelű repedésminta- saját fénykép és ábra.....	30

8. Függelék

8.1. a konvex síkmozaikok lehetséges tartománya az $\bar{n} - \bar{v}$ szimbolikus síkon [7] alapján

Egy vizsgált mozaikdarab N darab csomópontot, és V darab cellát tartalmaz. A cellafokszámok átlaga

$$\bar{n} = \frac{\sum_{i=1}^N n_i}{N} \quad (1)$$

A csomópontfokszámok átlaga

$$\bar{v} = \frac{\sum_{i=1}^V v_i}{V} \quad (2)$$

Ha elég sok cellát, illetve csomópontot vizsgálva \bar{n} és \bar{v} konvergálnak, akkor $\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^N n_i}{N}$ és $\lim_{V \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^V v_i}{V}$ a mozaik jellemző tulajdonságának mondható.

Az (1)-es és (2)-es egyenletből adódik

$$\frac{\bar{v}}{\bar{n}} = \frac{N}{V} \quad (3)$$

Határozzuk meg a konvex síkmozaikok lehetséges zárt tartományának határológörbét!

1. $3 \leq v$ (egy sokszögnek legalább három csúcsa van)
2. reguláris mozaikokban bármely csomópontban a sokszögek csatlakozó csúcsai belső szögeinek összege 2π . Az i -edik cella belső szögeinek összege $(v_i - 2) \cdot \pi$. Összegezve a szögeket a teljes mozaikra csomópontonként, illetve cellánként, ugyanazt az eredményt kell kapjuk:

$$2\pi \cdot N = \sum_{i=1}^V (v_i - 2) \cdot \pi \quad (4)$$

$$2N = \left(\sum_{i=1}^V (v_i) \right) - 2V$$

$$2 \cdot \frac{N}{V} = \bar{v} - 2$$

fölhasználva a (3)-as egyenletet

$$2 \cdot \frac{\bar{v}}{\bar{n}} = \bar{v} - 2$$

azaz

$$\bar{v} = \frac{2\bar{n}}{\bar{n}-2} \quad (5)$$

adódik.

3. irreguláris mozaikokban bármely csomópontban a sokszögek csatlakozó csúcsai belső szögeinek összege π . Az i -edik cella belső szögeinek összege $(v - 2) \cdot \pi$.

Összegezve a szögeket a teljes mozaikra csomópontonként, illetve cellánként, ugyanazt az eredményt kell kapjuk:

$$\pi \cdot N = \sum_{i=1}^V (v_i - 2) \cdot \pi \quad (6)$$

ugyanúgy megoldva, mint a reguláris esetben, kapjuk:

$$\bar{v} = \frac{2\bar{n}}{\bar{n}-1} \quad (7)$$

4. vegyes mozaikokban legyen $p = \frac{N_R}{N}$, ahol N_R a reguláris csomópontok száma.

Összegezve a szögeket csomópontonként, illetve cellánként, most is ugyanazt kell kapjuk:

$$pN \cdot 2\pi + (1 - p)N \cdot \pi = \sum_{i=1}^V (v_i - 2) \cdot \pi \quad (8)$$

Megoldva kapjuk:

$$\bar{v} = \frac{2\bar{n}}{\bar{n}-1-p} \quad (9)$$

5. reguláris csomópontokra $3 \leq n$, irreguláris csomópontokra $2 \leq n$, vegyes mozaikban:

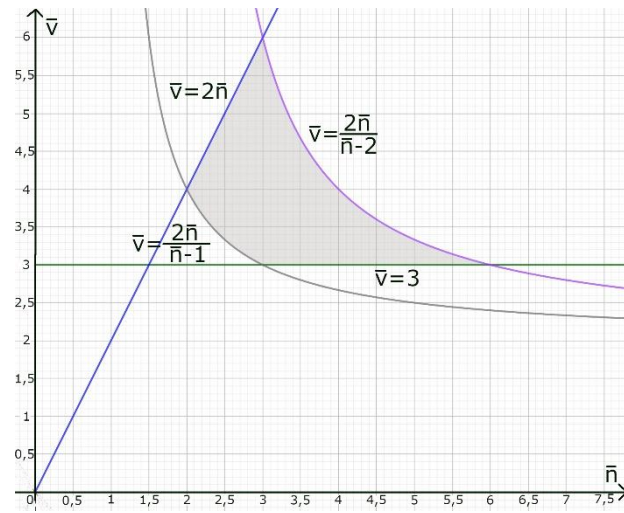
$$3p + 2(1 - p) \leq \bar{n}$$

$$2 + p \leq \bar{n} \quad (10)$$

Ezt fölhasználva, a (9)-es egyenlet szerint

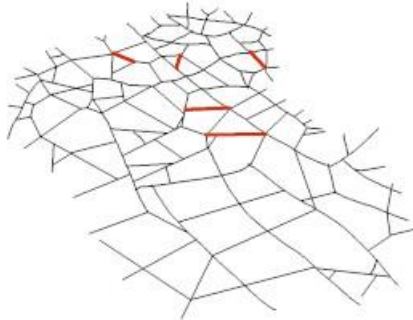
$$\bar{v} \leq 2\bar{n} \quad (11)$$

Ezzel körülhatároltuk azt a zárt tartományt az $\bar{n} - \bar{v}$ szimbolikus síkon, melyen a konvex síkmozaikok elhelyezkedhetnek: lásd a 13. ábraát.



13. ábra: a konvex síkmozaikok lehetséges zárt tartománya

8.2. Részletes mérési adatok



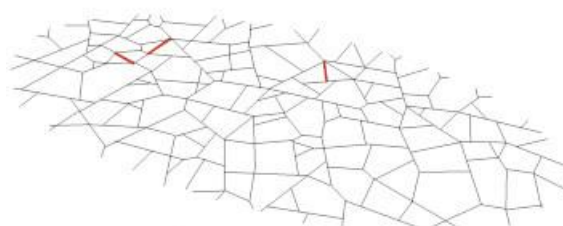
14. ábra: „A” jelű repedésminta

jel	A
helyszín	Magyarország, Pécs
földrajzi koordináta	nem ismert
átlagos csomópontfokszám (n)	2,88
átlagos cellafokszám (v)	4,11
cellasűrűség (ρ)	1,43
megvizsgált reguláris csomópontok száma (N_R)	67
megvizsgált irreguláris csomópontok száma (N_I)	69
megvizsgált cellák száma (V)	73

1. táblázat: „A” jelű repedésminta

A			
csomópontok fokszáma	darabszám	cellák fokszáma	darabszám
n=2 irreguláris	67	v=3	19
n=3 reguláris	21	v=4	33
n=3 irreguláris	2	v=5	15
n=4 reguláris	42	v=6	6
n=5 reguláris	4	v=7	0
		v=8	0

2. táblázat: „A” jelű repedésminta



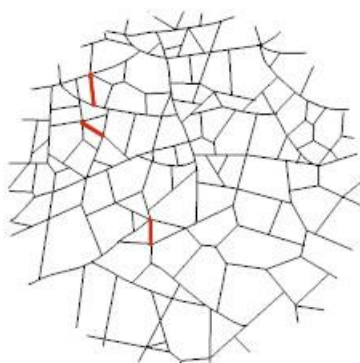
15. ábra: „B” jelű repedésminta

jel	B
helyszín	Magyarország, Eger
földrajzi koordináta	é.sz.47,8998° k.h.20,3738°
átlagos csomópontfokszám (n)	2,64
átlagos cellafokszám (v)	4,16
cellasűrűség (ρ)	1,57
megvizsgált reguláris csomópontok száma (N _R)	81
megvizsgált irreguláris csomópontok száma (N _I)	118
megvizsgált cellák száma (V)	99

3. táblázat: „B” jelű repedésminta

B			
csomópontok fokszáma	darabszám	cellák fokszáma	darabszám
n=2 irreguláris	118	v=3	27
n=3 reguláris	37	v=4	41
n=3 irreguláris	0	v=5	20
n=4 reguláris	41	v=6	10
n=5 reguláris	3	v=7	1
		v=8	0

4. táblázat: „B” jelű repedésminta



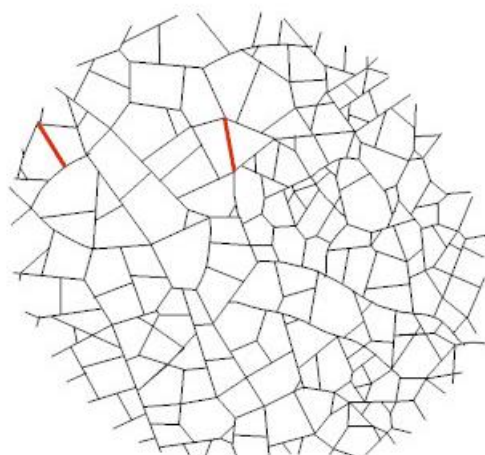
16. ábra: „C” jelű repedésminta

jel	C
helyszín	Magyarország, Budapest
földrajzi koordináta	é.sz.47,5152° k.h.19,0901°
átlagos csomópontfokszám (n)	2,61
átlagos cellafokszám (v)	4,14
cellasűrűség (ρ)	1,59
megvizsgált reguláris csomópontok száma (N _R)	67
megvizsgált irreguláris csomópontok száma (N _I)	119
megvizsgált cellák száma (V)	97

5. táblázat: „C” jelű repedésminta

C			
csomópontok fokszáma	darabszám	cellák fokszáma	darabszám
n=2 irreguláris	116	v=3	24
n=3 reguláris	31	v=4	39
n=3 irreguláris	3	v=5	31
n=4 reguláris	29	v=6	2
n=5 reguláris	7	v=7	1
		v=8	0

6. táblázat: „C” jelű repedésminta



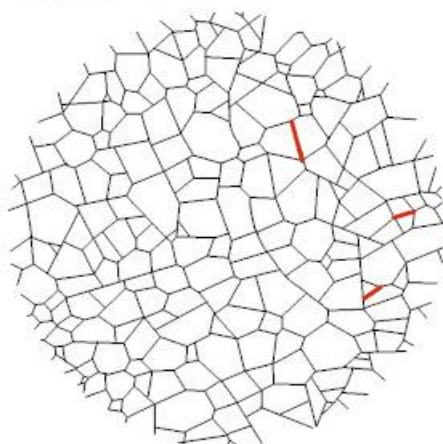
17. ábra: „D” jelű repedésminta

jel	D
helyszín	Magyarország, Budapest
földrajzi koordináta	é.sz.47,4749° k.h.19,0597°
átlagos csomópontfokszám (n)	2,58
átlagos cellafokszám (v)	4,2
cellasűrűség (ρ)	1,63
megvizsgált reguláris csomópontok száma (N _R)	114
megvizsgált irreguláris csomópontok száma (N _I)	199
megvizsgált cellák száma (V)	168

7. táblázat: „D” jelű repedésminta

D			
csomópontok fokszáma	darabszám	cellák fokszáma	darabszám
n=2 irreguláris	197	v=3	36
n=3 reguláris	53	v=4	74
n=3 irreguláris	2	v=5	49
n=4 reguláris	55	v=6	6
n=5 reguláris	6	v=7	3
		v=8	0

8. táblázat: „D” jelű repedésminta



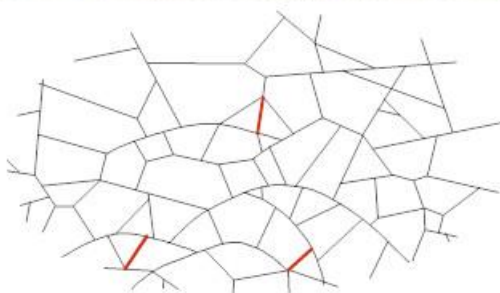
18. ábra: „E” jelű repedésminta

jel	E
helyszín	Magyarország, Szeged
földrajzi koordináta	é.sz.46,2533° k.h.20,134°
átlagos csomópontfokszám (n)	2,82
átlagos cellafokszám (v)	4,85
cellasűrűség (ρ)	1,72
megvizsgált reguláris csomópontok száma (N _R)	252
megvizsgált irreguláris csomópontok száma (N _I)	124
megvizsgált cellák száma (V)	183

9. táblázat: „E” jelű repedésminta

E			
csomópontok fokszáma	darabszám	cellák fokszáma	darabszám
n=2 irreguláris	124	v=3	18
n=3 reguláris	199	v=4	55
n=3 irreguláris	0	v=5	60
n=4 reguláris	51	v=6	37
n=5 reguláris	2	v=7	12
		v=8	1

10. táblázat: „E” jelű repedésminta



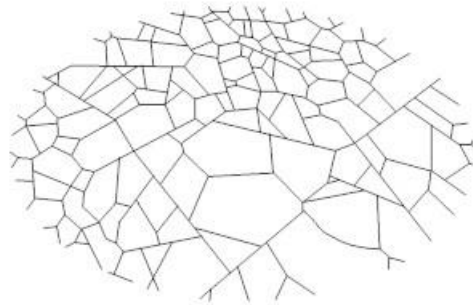
19. ábra: „F” jelű repedésminta

jel	F
helyszín	Magyarország, Szeged
földrajzi koordináta	é.sz.46,2573° k.h.20,1593°
átlagos csomópontfokszám (n)	2,44
átlagos cellafokszám (v)	4,23
cellasűrűség (ρ)	1,73
megvizsgált reguláris csomópontok száma (N _R)	31
megvizsgált irreguláris csomópontok száma (N _I)	73
megvizsgált cellák száma (V)	67

11. táblázat: „F” jelű repedésminta

F			
csomópontok fokszáma	darabszám	cellák fokszáma	darabszám
n=2 irreguláris	72	v=3	11
n=3 reguláris	18	v=4	27
n=3 irreguláris	1	v=5	26
n=4 reguláris	12	v=6	3
n=5 reguláris	1	v=7	0
		v=8	0

12. táblázat: „F” jelű repedésminta



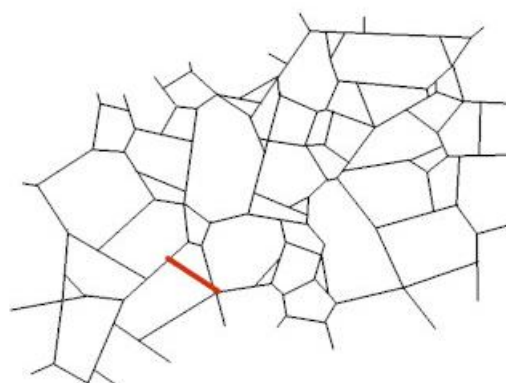
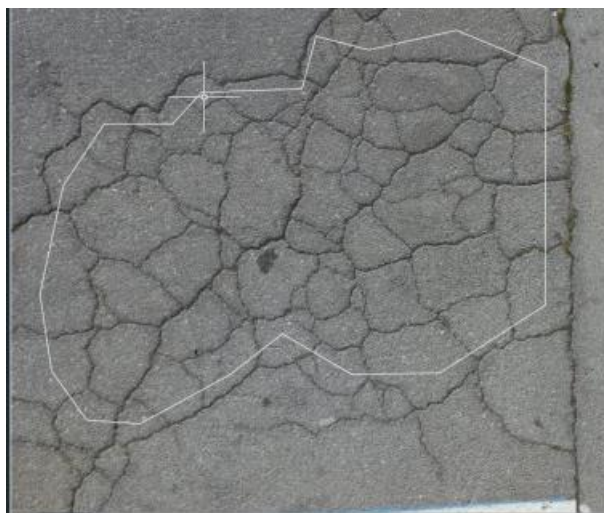
20. ábra: „G” jelű repedésminta

jel	G
helyszín	USA, Kalifornia, Benicia
földrajzi koordináta	é.sz.38,0758°ny.h.122,1689°
átlagos csomópontfokszám (n)	2,69
átlagos cellafokszám (v)	4,68
cellasűrűség (ρ)	1,74
megvizsgált reguláris csomópontok száma (N_R)	122
megvizsgált irreguláris csomópontok száma (N_I)	103
megvizsgált cellák száma (V)	104

13. táblázat: „G” jelű repedésminta

G			
csomópontok fokszáma	darabszám	cellák fokszáma	darabszám
n=2 irreguláris	100	v=3	12
n=3 reguláris	92	v=4	36
n=3 irreguláris	3	v=5	35
n=4 reguláris	30	v=6	16
n=5 reguláris	0	v=7	4
		v=8	1

14. táblázat: „G” jelű repedésminta



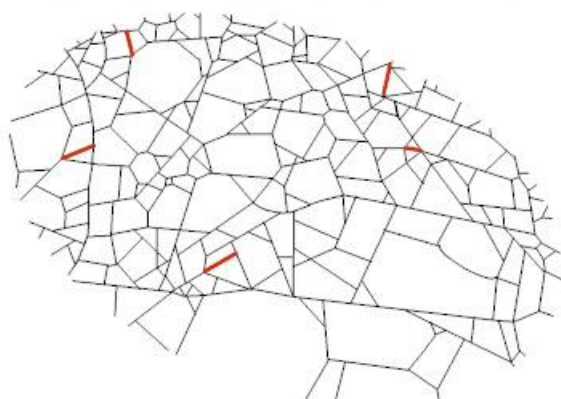
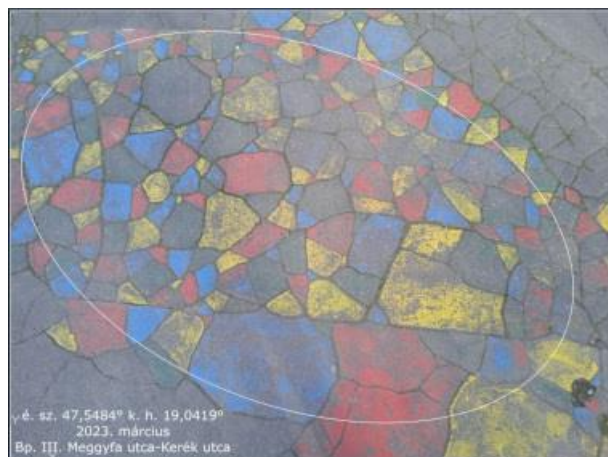
21. ábra: „H” jelű repedésminta

jel	H
helyszín	Szlovénia, Isztriai-fsz.
földrajzi koordináta	nem ismert
átlagos csomópontfokszám (n)	2,78
átlagos cellafokszám (v)	4,72
cellasűrűség (ρ)	1,7
megvizsgált reguláris csomópontok száma (N _R)	62
megvizsgált irreguláris csomópontokk száma (N _I)	37
megvizsgált cellák száma (V)	47

15. táblázat: „H” jelű repedésminta

H			
csomópontok fokszáma	darabszám	cellák fokszáma	darabszám
n=2 irreguláris	37	v=3	7
n=3 reguláris	48	v=4	15
n=3 irreguláris	0	v=5	13
n=4 reguláris	13	v=6	9
n=5 reguláris	1	v=7	2
		v=8	1

16. táblázat: „H” jelű repedésminta



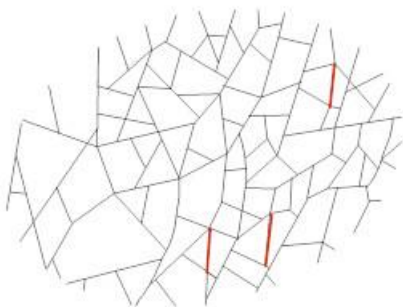
22. ábra: „I” jelű repedés minta

jel	I
helyszín	Magyarország, Budapest
földrajzi koordináta	é.sz.47,5484° k.h.19,0419°
átlagos csomópontfokszám (n)	2,43
átlagos cellafokszám (v)	4,27
cellasűrűség (ρ)	1,75
megvizsgált reguláris csomópontok száma (N_R)	114
megvizsgált irreguláris csomópontok száma (N_I)	259
megvizsgált cellák száma (V)	180

17. táblázat: „I” jelű repedés minta

I	csomópontok fokszáma	darabszám	cellák fokszáma	darabszám
	n=2 irreguláris	259	v=3	46
	n=3 reguláris	72	v=4	65
	n=3 irreguláris	0	v=5	48
	n=4 reguláris	37	v=6	17
	n=5 reguláris	5	v=7	4
			v=8	0

18. táblázat: „I” jelű repedés minta



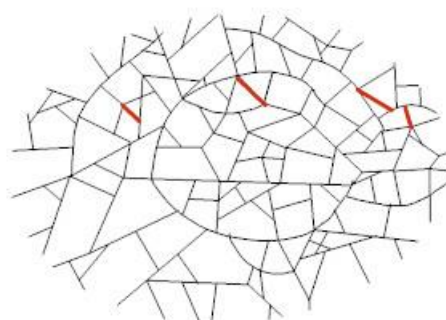
23. ábra: „J” jelű repedésminta

jel	J
helyszín	Magyarország, Nyíregyháza
földrajzi koordináta	nem ismert
átlagos csomópontfokszám (n)	2,49
átlagos cellafokszám (v)	4,22
cellasűrűség (ρ)	1,69
megvizsgált reguláris csomópontok száma (N _R)	47
megvizsgált irreguláris csomópontok száma (N _I)	98
megvizsgált cellák száma (V)	65

19. táblázat: „J” jelű repedésminta

J	csomópontok fokszáma	darabszám	cellák fokszáma	darabszám
	n=2 irreguláris	98	v=3	13
	n=3 reguláris	23	v=4	30
	n=3 irreguláris	0	v=5	16
	n=4 reguláris	23	v=6	5
	n=5 reguláris	1	v=7	0
			v=8	1

20. táblázat: „J” jelű repedésminta



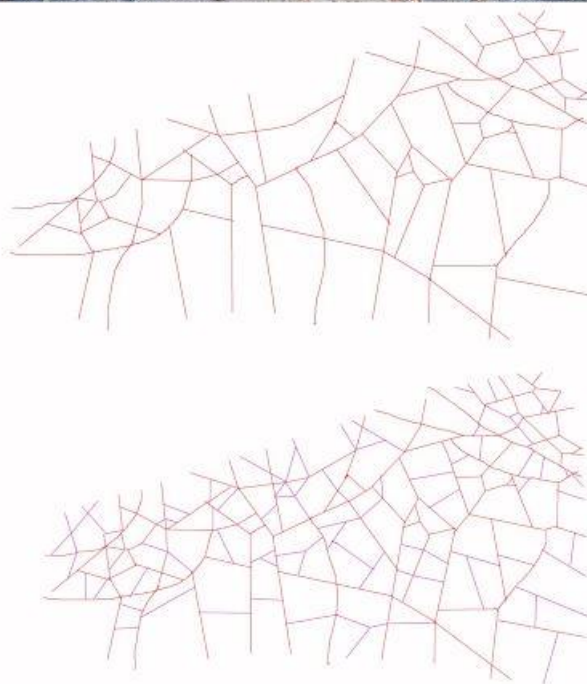
24. ábra: „K” jelű repedésminta

jel	K
helyszín	Magyarország, Kiskunfélegyháza
földrajzi koordináta	é.sz.46,7118° k.h.19,8513°
átlagos csomópontfokszám (n)	2,44
átlagos cellafokszám (v)	3,86
cellasűrűség (ρ)	1,58
megvizsgált reguláris csomópontok száma (N_R)	41
megvizsgált irreguláris csomópontok száma (N_I)	159
megvizsgált cellák száma (V)	115

21. táblázat: „K” jelű repedésminta

K			
csomópontok fokszáma	darabszám	cellák fokszáma	darabszám
n=2 irreguláris	154	v=3	38
n=3 reguláris	2	v=4	56
n=3 irreguláris	5	v=5	20
n=4 reguláris	36	v=6	1
n=5 reguláris	3	v=7	0
		v=8	0

22. táblázat: „K” jelű repedésminta



25. ábra: „L” jelű repedésminta

jel	L feltételezett 1. állapot
helyszín	Magyarország, Budapest
földrajzi koordináta	é.sz.47,4788°k.h.19,0244°
átlagos csomópontfokszám (n)	2,74
átlagos cellafokszám (v)	4,22
cellasűrűség (ρ)	1,54
megvizsgált reguláris csomópontok száma (N _R)	92
megvizsgált irreguláris csomópontok száma (N _I)	1
megvizsgált cellák száma (V)	46

23. táblázat: „L” jelű repedésminta feltételezett 1. állapota

Sarokrepedések megjelenése síkbeli mintázatokban 2023

L feltételezett 1. állapot			
N=	93	V=	46
n=2 irreguláris	50	v=3	10
n=3 reguláris	17	v=4	19
n=3 irreguláris	1	v=5	14
n=4 reguláris	24	v=6	3
n=5 reguláris	1		

24. táblázat: „L” jelű repedésminta feltételezett 1. állapota












jel	L megfigyelt állapot
helyszín	Magyarország, Budaapest
földrajzi koordináta	é.sz.47,4788°k.h.19,0244°
átlagos csomópontfokszám (n)	2,67
átlagos cellafokszám (v)	4,02
cellasűrűség (ρ)	1,51
megvizsgált reguláris csomópontok száma (N_R)	204
megvizsgált irreguláris csomópontok száma (N_I)	3
megvizsgált cellák száma (V)	112

25. táblázat: „L” jelű repedésminta megfigyelt állapota

L megfigyelt állapot			
N=	207	V=	112
n=2 irreguláris	130	v=3	32
n=3 reguláris	21	v=4	49
n=3 irreguláris	3	v=5	28
n=4 reguláris	47	v=6	3
n=5 reguláris	4		
n=6 reguláris	2		












26. táblázat: „L” jelű repedésminta megfigyelt állapota

Sarokrepedések megjelenése síkbeli mintázatokban 2023

mozaik	jel	hely	<n>	<v>	ρ	N_R	N_I	N	V
	A	Magyarország, Pécs	2,88	4,11	1,43	67	69	136	73
	B	Magyarország, Eger	2,64	4,16	1,57	81	118	199	99
	C	Magyarország, Budapest	2,61	4,14	1,59	67	119	186	97
	D	Magyarország, Budapest	2,58	4,2	1,63	114	199	313	168
	E	Magyarország, Szeged	2,82	4,85	1,72	252	124	376	183
	F	Magyarország, Szeged	2,44	4,23	1,73	31	73	104	67
	G	USA, Kalifornia, Benicia	2,69	4,68	1,74	122	103	225	104
	H	Szlovénia, Isztriai-fsz.	2,78	4,72	1,7	62	37	99	47
	I	Magyarország, Budapest	2,43	4,27	1,75	114	259	373	180
	J	Magyarország, Nyíregyháza	2,49	4,22	1,69	47	98	145	65
	K	Magyarország, Kiskunfélegyháza	2,44	3,86	1,58	41	159	200	115












27. táblázat: összesített mérési adatok 1

Sarokrepedések megjelenése síkbeli mintázatokban 2023

mozaik	jel	n=2 i	n=3 r	n=3 i	n=4 r	n=5 r	v=3	v=4	v=5	v=6	v=7	v=8
	A	67	21	2	42	4	19	33	15	6	0	0
	B	118	37	0	41	3	27	41	20	10	1	0
	C	116	31	3	29	7	24	39	31	2	1	0
	D	197	53	2	55	6	36	74	49	6	3	0
	E	124	199	0	51	2	18	55	60	37	12	1
	F	72	18	1	12	1	11	27	26	3	0	0
	G	100	92	3	30	0	12	36	35	16	4	1
	H	37	48	0	13	1	7	15	13	9	2	1
	I	259	72	0	37	5	46	65	48	17	4	0
	J	98	23	0	23	1	13	30	16	5	0	1
	K	154	2	5	36	3	38	56	20	1	0	0

28. táblázat: összesített mérési adatok 2

Sarokrepedések megjelenése síkbeli mintázatokban 2023

mozaik	jel	R_2 lépések száma	R_3 lépések száma	<n>	<n>_0	N	<v>	<v>_0	V
	A	4	1	2,88	2,88	136	4,11	4,21	73
	B	2	0	2,64	2,64	199	4,16	4,19	99
	C	2	1	2,61	2,61	186	4,14	4,19	97
	D	1	1	2,58	2,59	313	4,2	4,22	168
	E	2	1	2,82	2,82	376	4,85	4,89	183
	F	3	0	2,44	2,43	104	4,23	4,38	67
	G	0	0	2,69	2,69	225	4,68	4,68	104
	H	1	0	2,78	2,78	99	4,72	4,76	47
	I	2	1	2,43	2,43	373	4,27	4,29	180
	J	3	0	2,49	2,49	145	4,22	4,32	65
	K	2	2	2,44	2,44	200	3,86	3,91	115

29. táblázat: a sarokrepedések hatása az átlagfokszámokra: <n>, <v> a megfigyelt átl. csomópontfokszám, ill. átl. cellafoksz, <n>_0, <v>_0 ugyanezen mennyiségek értékei a megszámlolt sarokrepedések elhagyása esetén