

Tudományos Diákköri Konferencia

Ther Péter Pál

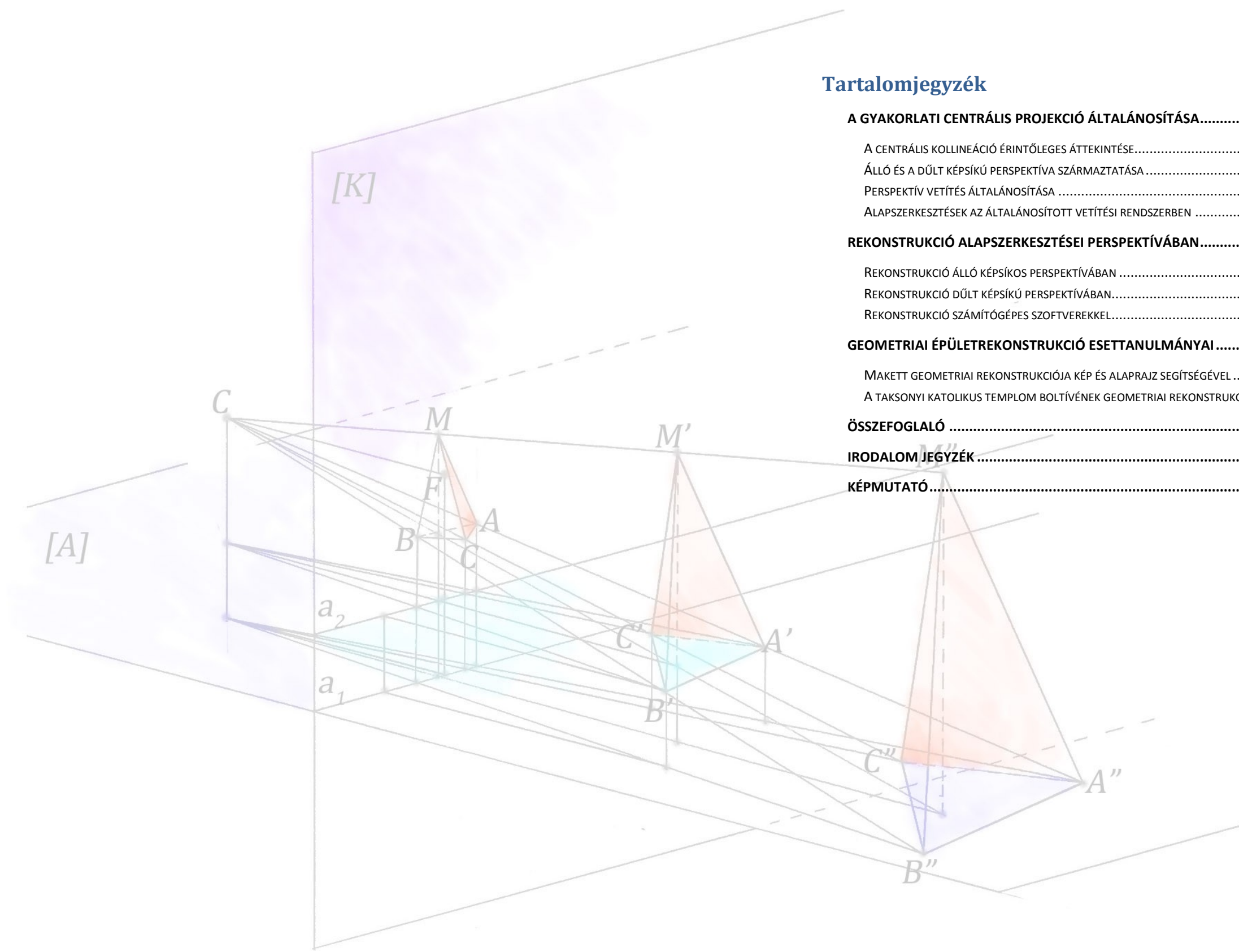
II. éves építész hallgató

Perspektív vetítés és geometriai épületrekonstrukció

Konzulens:
Szoboszlai Mihály
egyetemi docens

**Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Építészeti Ábrázolás Tanszék**

2013



Tartalomjegyzék

A GYAKORLATI CENTRÁLIS PROJEKCIÓ ÁLTALÁNOSÍTÁSA.....	4
A CENTRÁLIS KOLLINEÁCIÓ ÉRINTŐLEGES ÁTTEKINTÉSE.....	4
ÁLLÓ ÉS A DÜLT KÉPSÍKÚ PERSPEKTÍVA SZÁRMAZTATÁSA	5
PERSPEKTÍV VETÍTÉS ÁLTALÁNOSÍTÁSA	6
ALAPSZERKESZTÉSEK AZ ÁLTALÁNOSÍTOTT VETÍTÉSI RENDSZERBEN	6
REKONSTRUKCIÓ ALAPSZERKESZTÉSEI PERSPEKTÍVÁBAN.....	11
REKONSTRUKCIÓ ÁLLÓ KÉPSÍKOS PERSPEKTÍVÁBAN	11
REKONSTRUKCIÓ DÜLT KÉPSÍKÚ PERSPEKTÍVÁBAN.....	14
REKONSTRUKCIÓ SZÁMÍTÓGÉPES SZOFTVEREKSEL.....	16
GEOMETRIAI ÉPÜLETREKONSTRUKCIÓ ESETTANULMÁNYAI	18
MAKETT GEOMETRIAI REKONSTRUKCIÓJA KÉP ÉS ALAPRAJZ SEGÍTSÉGÉVEL	18
A TAKSONYI KATOLIKUS TEMPLOM BOLTÍVÉNEK GEOMETRIAI REKONSTRUKCIÓJA	20
ÖSSZEFOGLALÓ	23
IRODALOM JEGYZÉK	23
KÉPMUTATÓ.....	23



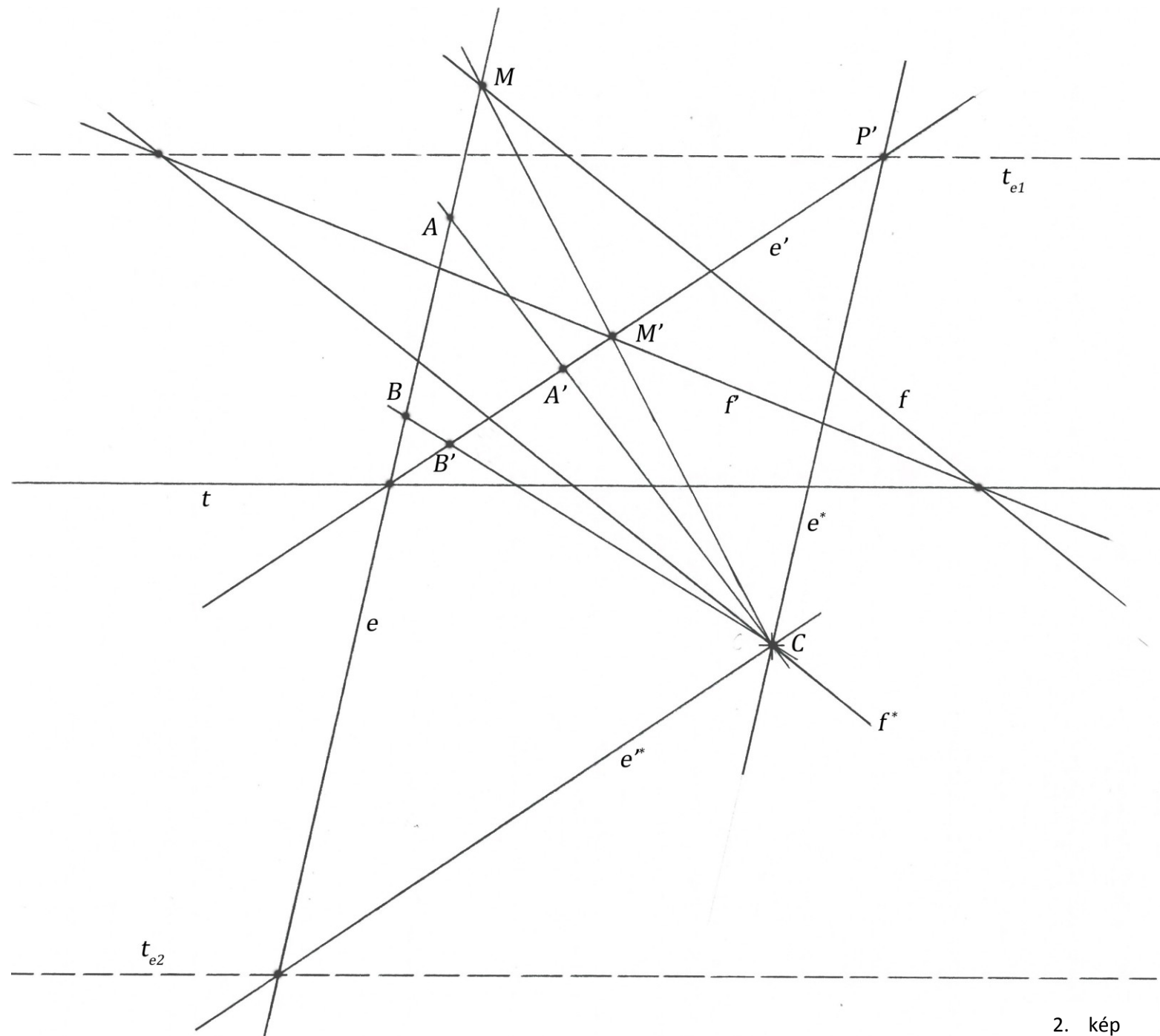
BEVEZETŐ

A kutatás kezdetén a fő célom az volt, hogy egy perspektív belső tér képe (legyen az dűlt, vagy álló képsíkos), és egy hozzá tartozó lehetőleg pontos alaprajz alapján meghatározzam a tér függőleges, és egyéb, alaprajzban nem szereplő adatait, tehát rekonstruáljam azt. Ez manapság szerkesztő geometriailag nem gyakran vizsgált probléma, főleg, ha az adott belső tér már nem létezik, vagy az épp szükséges adatokért több száz kilométert kellene utazni. A kutatást a taksonyi római katolikus Szent Anna templom földrengésben beomlott boltozata inspirálta, mely a dolgozat végén esettanulmányként is szerepelni fog.

A kutatás kezdetén is tudatában voltam annak, hogy ez nem egy kiaknázatlan területe a tudománynak, sőt szoftveresen gazdagon fel van már dolgozva. A dolgozatban két programmal is fogok érintőlegesen foglalkozni. Ezek a szoftverek nagyon jó hatásfokkal működnek bizonyos korlátok között. Nem külön perspektív rekonstrukcióra dolgozták ki őket, ez csak egy plusz belső funkció.

A dolgozat írása közben felmerült problémák alapján beláttam, hogy a feladat megoldásához óhatatlanul is szükséges mélyebben megismerkednem a perspektív vetítés rendszerével, annak belső összefüggéseivel, alapszerkesztéseivel, ábrázolási korlátaival. Ez vált végül a dolgozat fő témájává, hogy a későbbiekben a hasonló feladatokkal és problémákkal felkészültebben tudjak szembenézni, és a számítógépes szoftverek hiányosságai ne korlátozzák a lehetőségeimet.

A dolgozat nagy része szerkesztésekből áll, melyekhez külön-külön tartoznak ábrák. A láthatóan szerkesztett ábrák a leírás alapján mutatják be a szerkesztést, a kézzel készülttek pedig inkább a szerkesztés szemléltetését célozzák.



2. kép

A gyakorlati centrális projekció általánosítása

A centrális kollineáció érintőleges áttekintése

A centrális kollineáció egy vetítési centrumon át és egy vetítési tengelyen keresztül egyenesek kapcsolatát vizsgálja. Szokták perspektivitásnak is nevezni.

A centrum szerepe az, hogy az abba állított vetítősugár határozza meg, hogy mely egyenesen van egy pont képének a helye. A tengely az az egyenes melynek minden pontja fix, minden pontjának a képe magán a tengelyen van.

Tehát, ha adott A pont és annak A' képe, B pont, A -t és B -t tartalmazó e egyenes, valamint a vetítés C centruma és t tengelye, akkor a következő vetítési lépések hajthatók végre:

Az e egyenes e' képének meghatározása

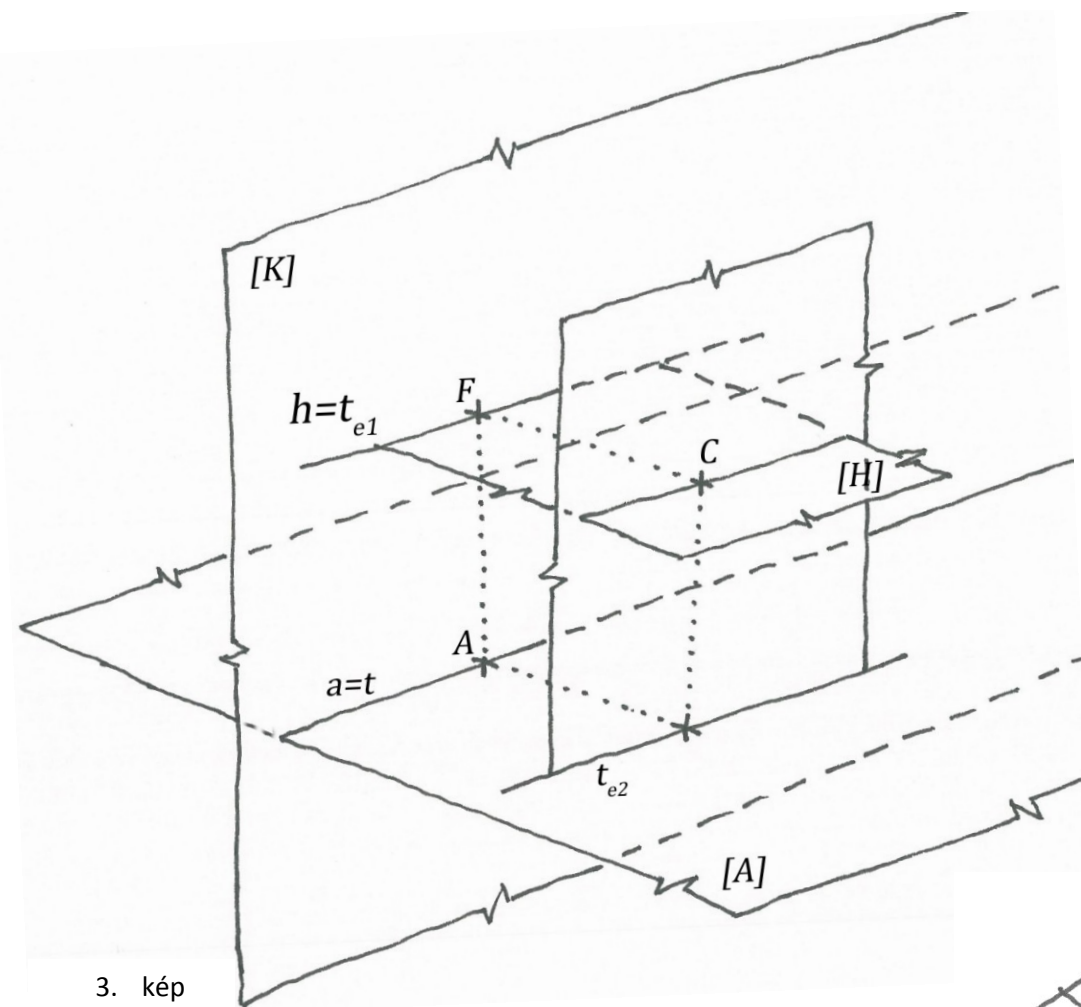
Ha e egyenes tartalmazza A pontot és A pontnak A' a kollineáltja (képe, a vetítés alapján), akkor e egyenes kollineáltjának tartalmaznia kell A' pontot. Mivel a tengely minden pontja fix, ezért az egyenes és a tengely által metszett pont mind e -nek, mind pedig e' -nek ponja lesz. Tehát e' egyenes átmegy A' ponton, valamint e és t egyenes metszéspontján.

B' pont meghatározása

Ha B pont rajta van e egyenesen, akkor B kollineáltjának rajta kell lennie e képén, tehát e' egyenes tartalmazza B' pontot, és mivel B' -nek rajta kell lennie a B -be állított, C -n átmenő vetítősugáron, ezért a vetítősugár és e' metszéspontja egyértelműen megadja B' helyét. Beláthatjuk tehát, hogy e minden pontjának megfeleltethető e' minden pontja, és fordítva.

Az e egyenes végtelen távoli pontja

Ha tehát a két egyenes minden pontja megfeleltethető egymásnak, akkor e végtelen távoli pontjának is kell, hogy legyen megfeleltett pontja. Ha tehát egy olyan vetítősugarat állítunk a centrumba, ami csak a végtelenben metszi e egyenest, akkor a vetítősugár kimetszi nekünk a végesben e végtelen távoli pontjának kollineáltját az e' egyenesen. Ez a vetítősugár pedig az e -vel párhuzamos C -n átmenő egyenes lesz.

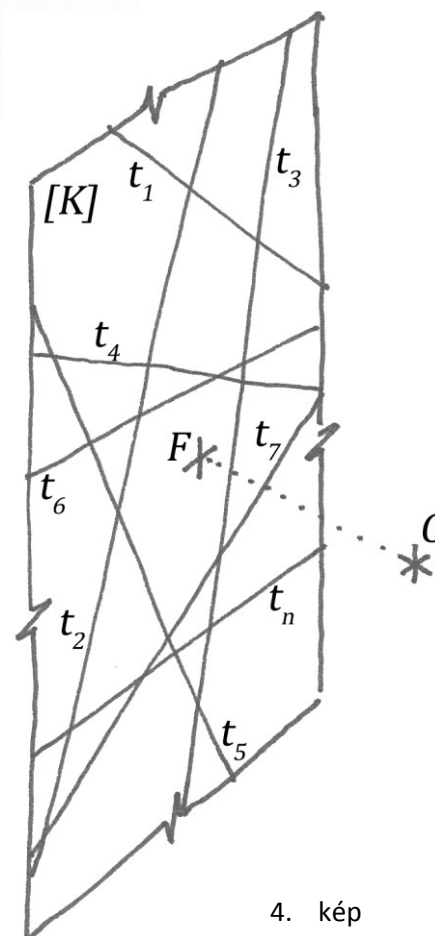


3. kép

Ha ugyanebben a rendszerben egy újabb f egyenest veszünk fel, és annak is meg akarjuk keresni a végtelen távoli pontját, akkor azt tapasztaljuk, hogy a kérdéses pont ugyanolyan messze lesz a tengelytől, mint amennyire e végtelen távoli pontjának képe volt. Ezek a pontok tehát egy egyenesen vannak, ami párhuzamos a tengellyel. Ezt nevezzük a centrális kollineáció ellentengelyének.

A rendszernek azonban nem csak egy ellentengelye van. Ha ugyanis e' egyenes végtelen távoli pontját keressük e egyenesen, ugyanúgy párhuzamosost állítva vele a centrumtól, megkapjuk. Az előzőekben tapasztaltak alapján beláthatjuk, hogy nem csak e' egyenes végtelen távoli pontjának kollineáltja lesz ekkora távolságra a tengelytől, hanem minden kollineált egyenesé. Ez tehát meghatározza a rendszer előzőekben említett másik ellentengelyét.

Ha tekuntjük az e , és az e -vel párhuzamos vetítősugar, valamint az e' és az azzal párhuzamos vetítősugar által meghatározott paralelogrammát, akkor az is egyértelműen látszik, hogy az alsó ellentengely pont ugyanakkora távolságra van a C centrumtól, mint a felső ellentengely magától a tengelytől, vagy az alsó ellentengely a tengelytől, mint C a felső tengelytől. Ennek alapján értelmezhető a következőkben az alsó ellentengely szerepe az álló képsíkú perspektívában.



4. kép

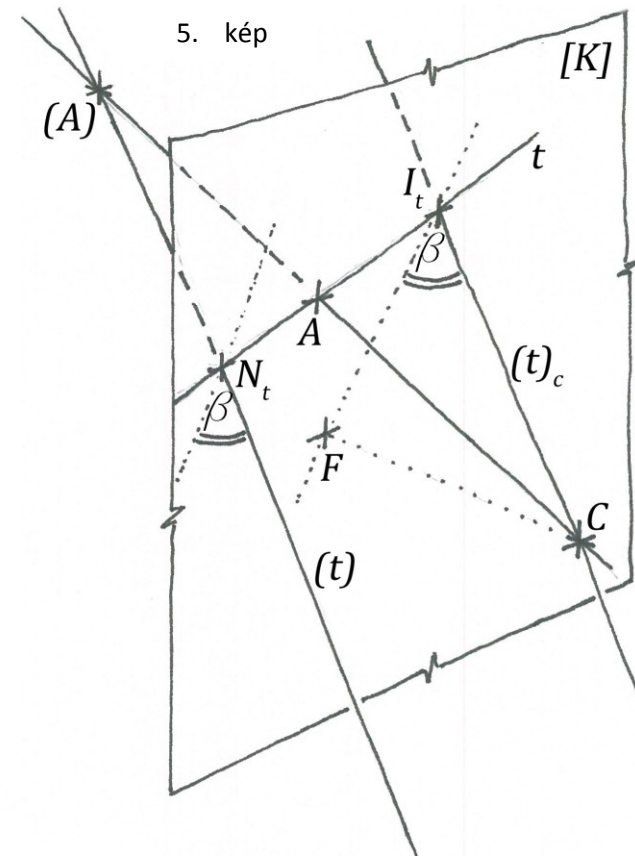
Álló és a dűlt képsíkú perspektíva származtatása

Az előzőekben leírtak alapján érezhetjük a kísérteties hasonlóságot a két rendszer között annak ellenére, hogy tudjuk, az álló képsíkú perspektív vetítési rendszer, egy tér ábrázolásra kidolgozott geometriai módszer, a centrális kollineációt pedig síkmértani szeresztéseknél használjuk előszeretettel.

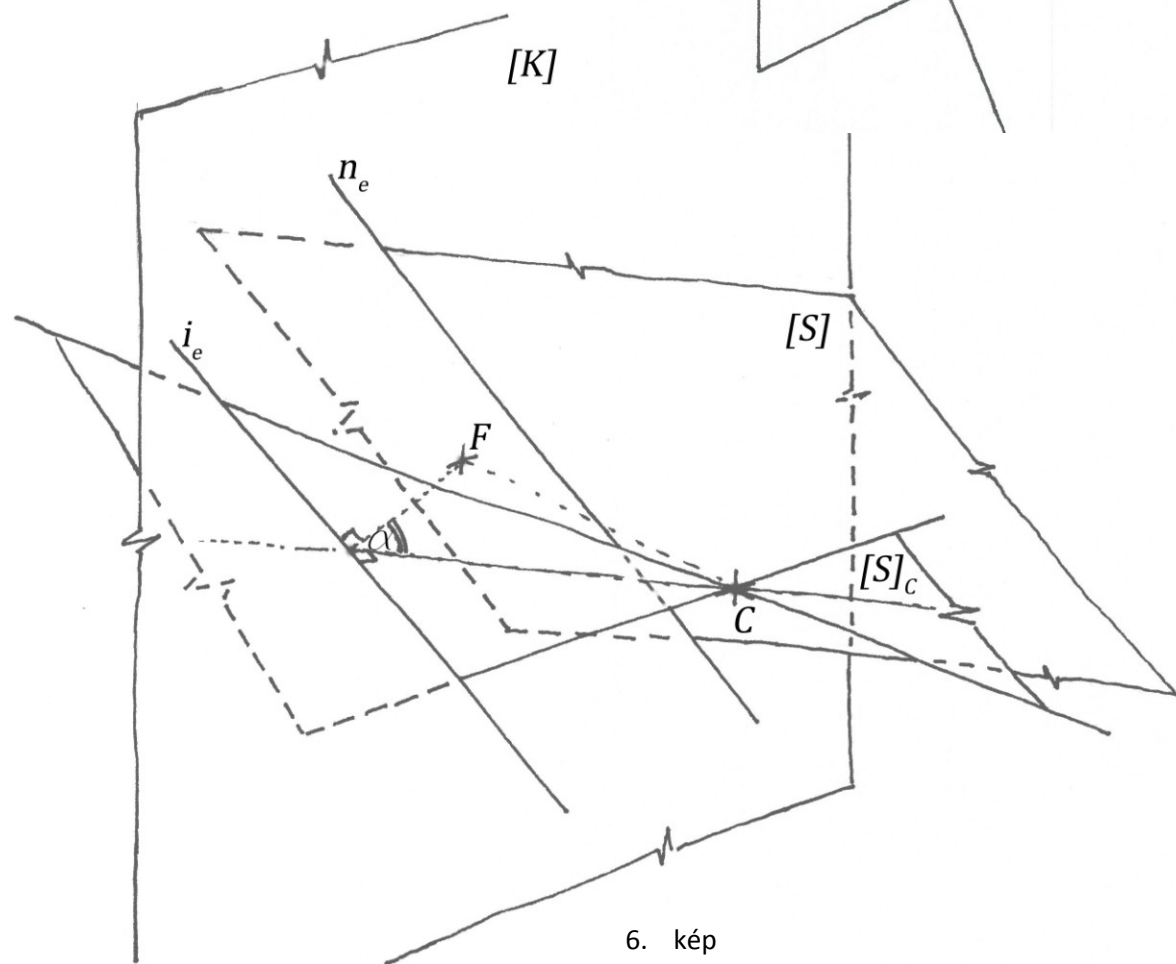
Ha visszatekintünk arra, hogy az ábrázoló geometria tárgy tanulása során a nevezetes síkok képsíkba való forgatásával kaptuk meg a horizont- és alapvonalakat, a centrumot és a főpontot, akkor értelmet nyernek az előzőekben kapott ellentengelyek, és egyéb hasonlóságok.

Az álló képsíkú perspektíva tehát egy térbeli vetítési rendszer, melyet képsíkba forgatása után centrális kollineációként is vizsgálhatunk. A centrum fölötti ellentengelyt horizontvonalaként, a tengelyt alapvonalként a centrum alatti ellentengelyt pedig a C pontba állított függőleges sík, és az alapsík metszésvonalaként értelmezhetjük.

Dűlt képsíkú perspektívában az álló képsíkú perspektívát általánosítjuk, ahol nincs kötött helye a horizont és az alapvonalaknak. Tehát csak egy C centrumunk és egy képsíkunk adott. Ez pont ugyanaz a helyzet térbe helyezve, mint amikor a centrális kollineációban csak a tengelyünk és a centrumunk van, ekkor mi határozzuk meg a kollineáció belső összefüggéseit, mi határozzuk meg az első egyenest, és annak képét, mikor is már határozottá válik a rendszer.



5. kép



6. kép

Perspektív vetítés általánosítása

Az ábrázoló geometria tárgyban megszokottakkal ellentétben a perspektíva általános ábrázolása kizárólag az F főponttal és a distanckörrel történik. A distanckör a főponton átmenő, képsíkban lévő forgatási tengelyek által meghatározott lehetséges helyeit adja meg a C centrumnak. Tehát a kör sugara maga a d distanc távolság¹.

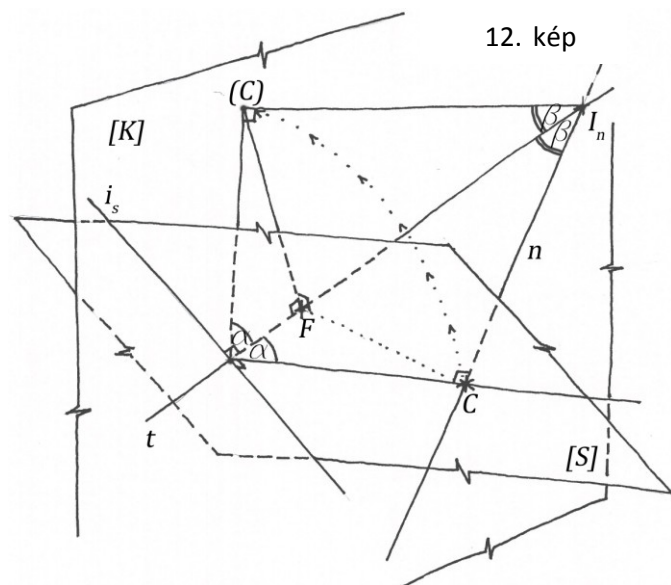
Általános dűlt képsíkú perspektívában a pontokat, egyeneseket és síkokat a következő képen adhatjuk meg:

- pontot mindig tartóegyenésével adunk meg
- egyenest iránypontjával, és nyompontjával adunk meg. Az iránypont az egyenessel C -n átmenő párhuzamos egyenes (iránysugár) és a képsík dőléspontja, mindig nagy l -vel jelöljük, és a jobb alsó indexben konkretizáljuk (pl.: l_a, l_b). A nyompont az a pont, ahol a valódi egyenes dőli a képsíkot, nagy N -nel jelöljük, jobb alsó indexben konkretizáljuk (pl.: N_a, N_b).
- síkot irányvonalával és nyomvonalával adunk meg. Az irányvonal a síkkal C -n átmenő párhuzamos sík (iránysík) és a képsík metszésvonala, kis i -vel jelöljük, és szintén a jobb alsó indexben konkretizáljuk (pl.: i_a, i_b). A nyomvonal a sík és a képsík metszésvonala, ezért mindig párhuzamos az irányvonalal, kis n -nel jelöljük, és ezt is a jobb alsó indexében konkretizáljuk (pl.: n_a, n_b).

Alapszerkesztések az általánosított vetítési rendszerben

A következőkben az imént felvázolt rendszerben oldjuk meg azokat az alapproblémákat, melyek minden vetítési rendszer alapszerkesztéseihez kapcsolódnak. Ez pedig nem más, mint a metszések, dőlések, és távolságmérések témaköre. Az utóbbi különösen is fontos, mert perspektívában a rövidülés okozta kiváló térérzékeltetés következménye, hogy a párhuzamos távolságokat nem ugyanakkorának látjuk, ábrázoljuk.

¹A distanc távolság, vagy szemtávolság a centrum távolsága a képsíktól, tehát az FC szakasz maga.



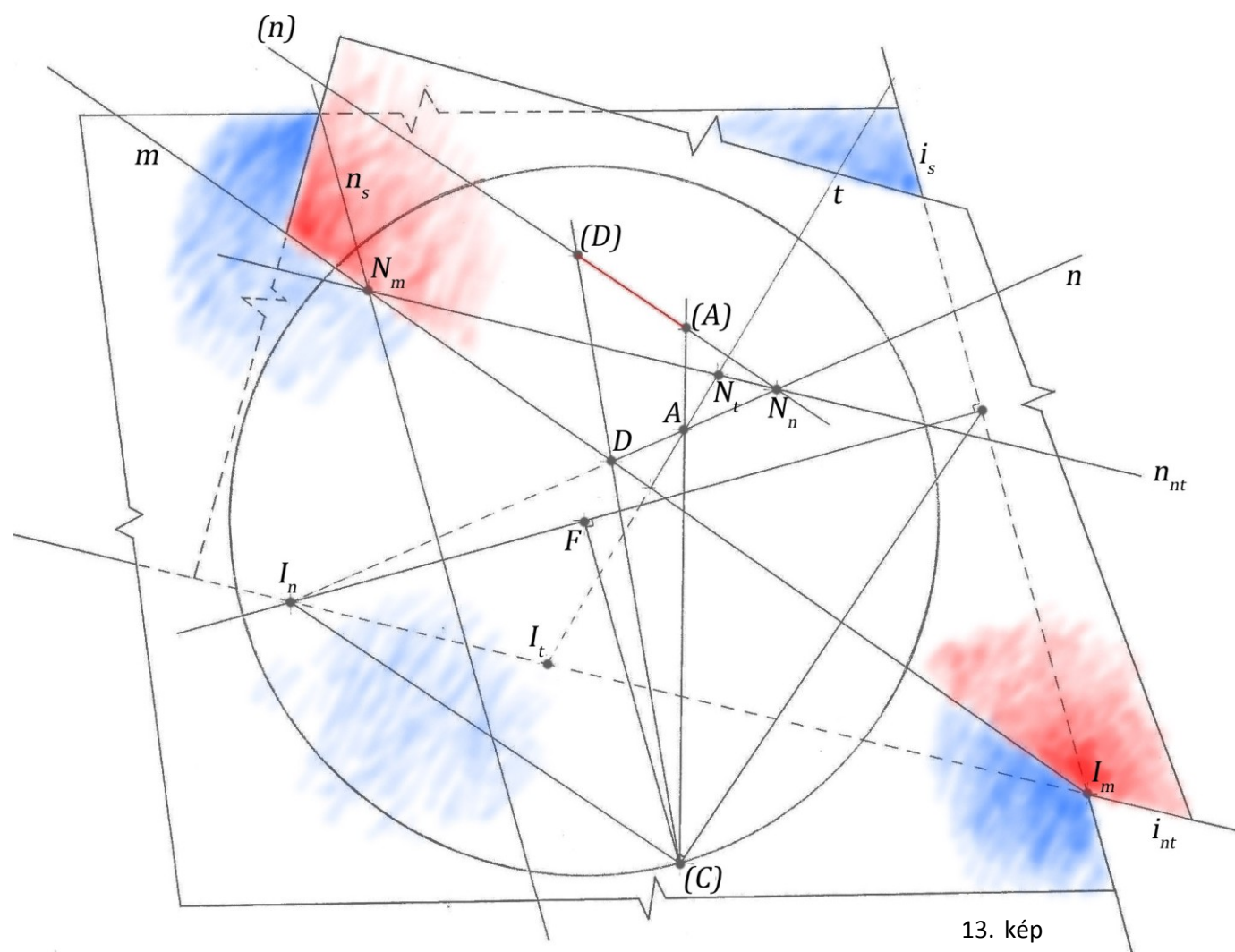
12. kép

Sík és pont távolsága

Adott a térben $[A]$ sík i_a irányvonalával és n_a nyomvonalával, valamint egy t tartóegyenesen (I_t, N_t) lévő A pont.

Egy síktól egy pont távolságát egy a síkra merőleges, és a ponton átmenő egyenes pont és dőléspont közti szakasza határozza meg. A síkra merőleges egyenesek a sík normálisai. Az A ponton átmenő normális tehát megmutatja a két térelem távolságát.

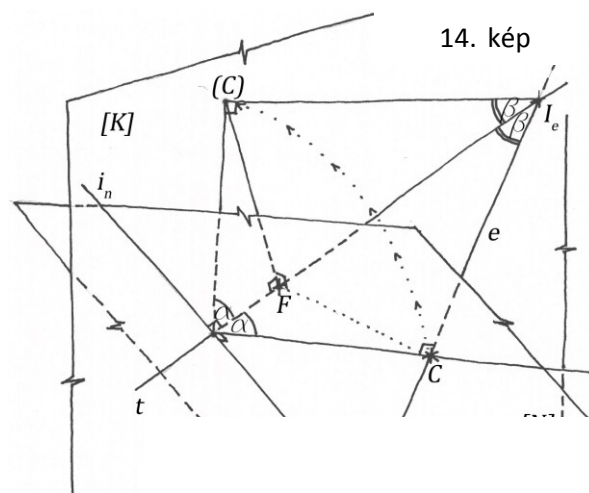
A következőben a sík normálisainak iránypontját (I_n) határozzuk meg. Ennek szemléltetésére láthatjuk a felső fekete-fehér ábrát. Merőlegest állítunk i_a irányvonalra F főponton át. A merőleges egyenes a tengely, ami körül leforgatjuk a sík esésvonalát a képsíkba, ezzel megkapjuk a centrum leforgatottját. (C) pontot tehát úgy határozzuk meg, hogy merőlegest állítunk F ponton át a tengelyre, a kérdéses pont pedig ott lesz, ahol az elmettzi a distanc kört. A centrum leforgatottjába egyenest húzunk a tengely és az irányvonal metszéspontjából. Ez lesz a sík esésvonalának leforgatottja. A normális mindig merőleges az esésvonalra, tehát merőlegest állítunk rá (C) -n keresztül. Ahol az előbbi egyenes elmettzi a tengelyt, ott lesz a síkunk normálisainak iránypontja, I_n .



13. kép

Ebből a pontból egy n normális állítunk A ponton keresztül, mely így egy síkban van t tartóegyenessel is, ugyanis két metsző egyenes mindig síkot határoz meg. Ezt a síkot i_{nt} irányvonal és az ezzel párhuzamosan n_{nt} nyomvonal adja meg. A nyomvonal N_t ponton keresztül ki-metszi nekünk n normális N_n nyompontját. A dőléspontját az eddigiekhez hasonlóan szerkeszthetjük, mely szerkesztés végeredményeként megkapjuk D pontot. D dőléspont és A pont közti szakasz tehát a keresett távolság.

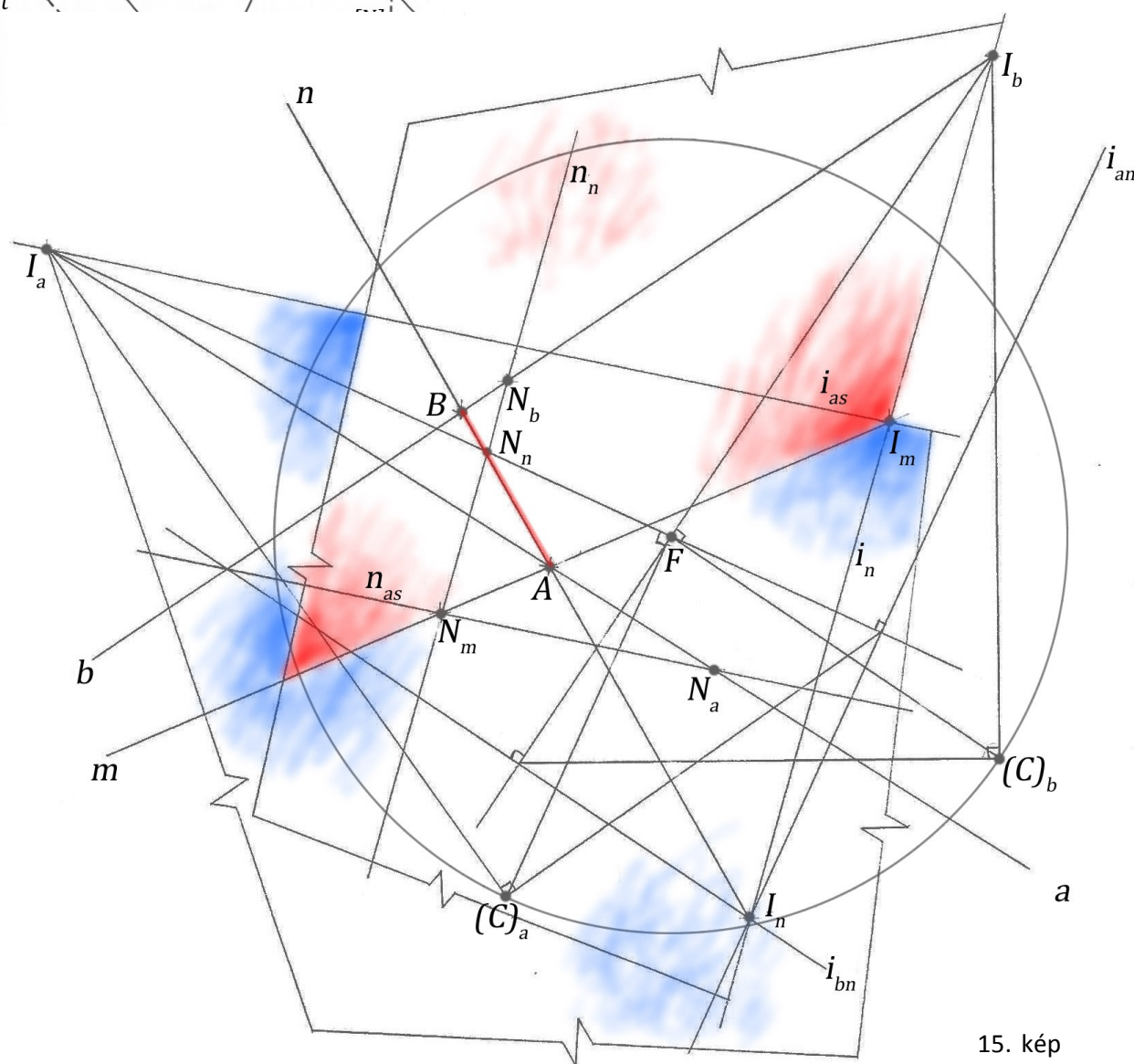
A normális beforgatása pedig a következő képpen zajlik. Az egyenes iránypontját a feladat elején az irányának beforgatásával találtuk meg (esésvonal beforgatottjára merőlegesen), tehát a (C) és I_n közti szakasz a normális irányok beforgatottja. Ezt az irányt N_n pontba állítva, és a (C) ponton keresztül A és D pontokat rávetítve, megkapjuk (n) egyenest, a normális leforgatottját, valamint rajta (A) és (D) pontokat, A és D pontok leforgatottját. A leforgatott pontok közti távolság valódi méretű, ez tehát a keresett távolság.



14. kép

Két kitérő egyenes normáltranszverzálisa

A normáltranszverzális két egyenes legrövidebb távolsága. Egy pont és egy egyenes távolsága az egyenesre merőleges egyenesen van. Ha az egyik egyenesen olyan pontot keresünk, ami a másik egyenesen a legközelebb van hozzá, akkor ez fordítva is igaz, tehát a másik egyenesen is egy olyan pontot keresünk, ami az egyikben a legközelebb van hozzá. Így könnyen belátható, hogy a normáltranszverzális egyik legfontosabb tulajdonsága az, hogy mindkét egyenesre merőleges.



15. kép

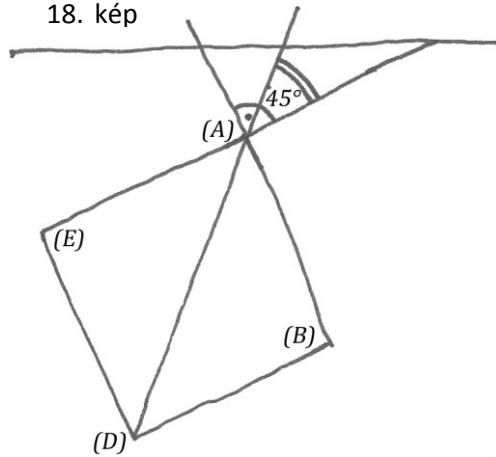
Adott a térben a egyenes I_a iránypontjával és N_a nyompontjával, valamint b egyenes I_b iránypontjával és N_b nyompontjával.

Az a egyenes normálisíkját úgy kapjuk, hogy felvesszük a sík esésvonalát fordítottan ahhoz, ahogy az előzőekben megszerkesztettük a sík normálisát. Ennek szemléltetésére láthatjuk a felső fekete-fehér ábrát. Tehát az F főpontot és I_a iránypontot át felvesszük egy tengely egyenest, mely körül az előző feladatban ismertetett módon leforgatjuk az a -val párhuzamos, centrumon átmenő irányvonalat, ezzel megkapjuk, hogy a egyenes milyen szöget zár be a képsíkkal. Erre merőlegesen, a $(C)_a$ -n át fel kell vennünk a normálisíkját leforgatott esésvonalát. Ez a tengelyen kimetsz egy pontot, melyen át merőlegest állítva a tengelyre megkapjuk i_{na} irányvonalat.

Ezt végrehajtjuk b egyenes esetében is, majd a szerkesztés végén i_{na} és i_{nb} irányvonalak metszéspontjaként megkapjuk I_n iránypontját a normáltranszverzálisnak. I_n iránypontból egyenest állítunk, mely metszi b egyenest, tehát egy síkban van vele. Ezt úgy biztosítjuk, hogy I_b és I_n irányponton keresztül felvesszük az i_n irányvonalat, mely a normáltranszverzális és a b egyenes közös irányvonala, ezzel párhuzamosan pedig N_b nyompontra át megkapjuk n_n nyomvonalat.

Az n_n nyomvonallal és i_n irányvonallal meghatározott sík az, amelyik tartalmazza a normáltranszverzális, méghozzá ott, ahol az a egyenes dőli a síkot. A dőféspontot a szokott módon kiszerveztjük (második szerkesztés), majd az A dőféspontot át I_n -ből állítunk egy egyenest, mely elmetszi b egyenest B pontban. A normáltranszverzális N_n nyompontja pedig ott lesz, ahol az egyenes metszi n_n nyomvonalat. Az előbb állított egyenes AB szakasza a keresett távolság. Ezt az előző feladatokban használt módszerek egyikével a képsíkba forgatva megkapjuk a szakasz valódi hosszát.

18. kép

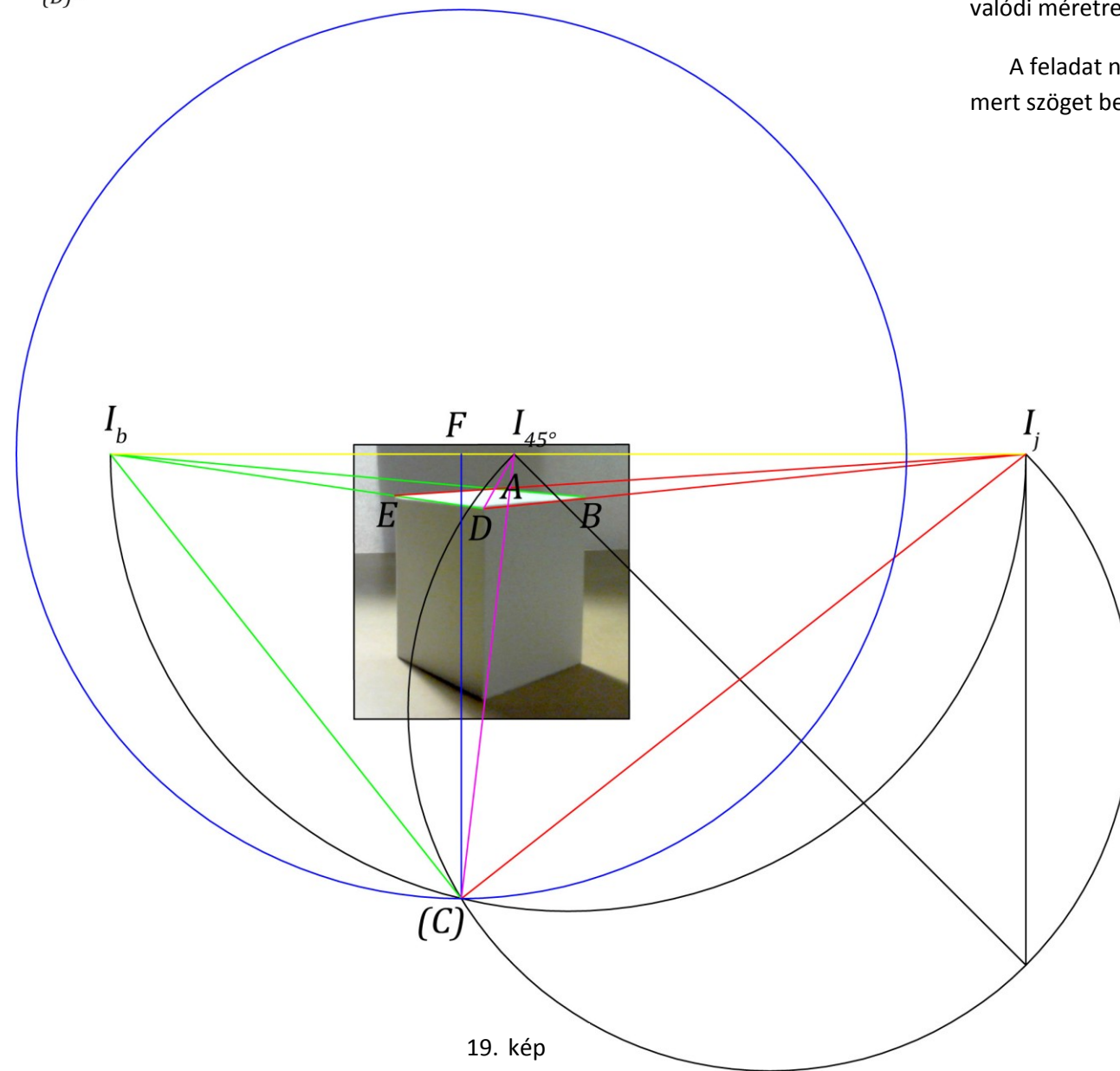


Az előzőekből azonban nem csak az következik, hogy egy perspektív képhez akármilyen léptékű alaprajzot hozzá tudunk rendelni, hanem az is, hogy az egybevágó alaprajzok annak ellenére hozzákapcsolhatók a képhez, hogy léptékük különbözik. Tehát ha van két különböző méretű gúlánk, amelyek hasonlóak, készíthető olyan perspektív kép róluk, melyek egybevágónak ábrázolják a két testet. Sőt a kép maga csak annyit árul el, hogy a test a centrumból induló, és a kép kontúrjai által meghatározott vetítógúlában van benne érintőlegesen (a vetítógúla minden alkotóját érinti a test).

Négyzet alapú egyenes hasáb rekonstrukciója

A fenti cím szükséges és elégséges információval szolgál ahhoz, hogy a kép perspektív rendszerét megtaláljuk, valamint, hogy a képen lévő hasáb alapoldal és magasság közti arányát meghatározzuk. Ahhoz azonban már legalább egy valódi méretre szükség van, hogy megmondjuk a hasáb összes többi adatát.

A feladat nem csak a hasáb esetén segít, hanem bármilyen egymással derékszöget, valamint azokhoz képest ismert szöget bezáró egyenespár által meghatározott perspektív rendszer rekonstrukciójában.

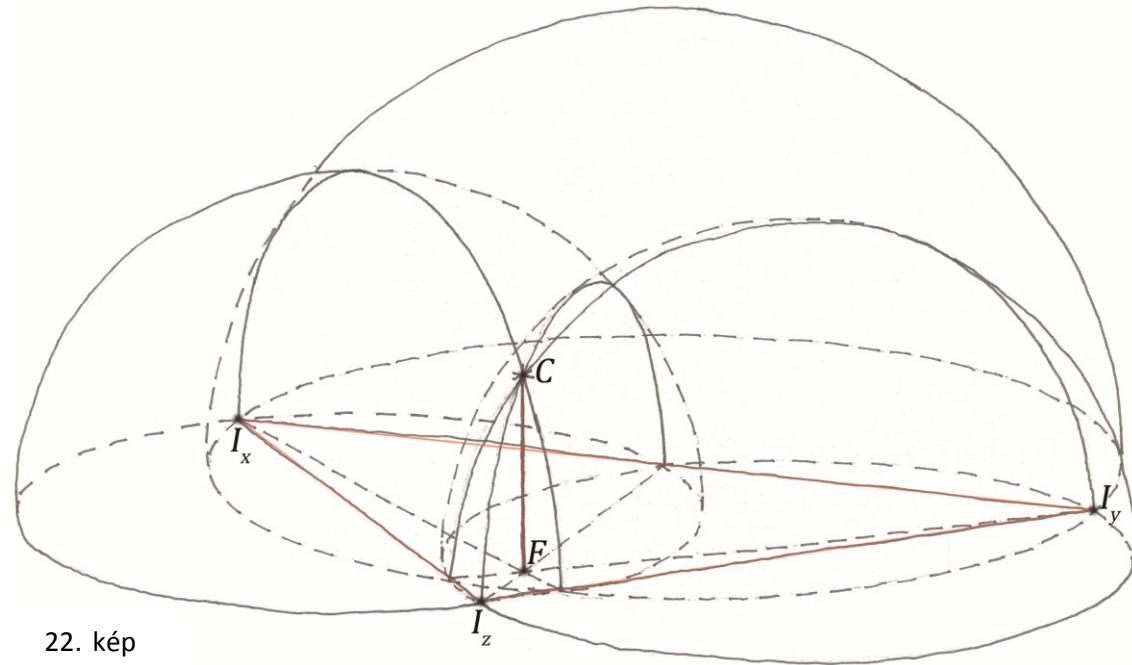


19. kép

A hasáb felső négyszögét vesszük alapnak. AB és DE oldalak meghosszabbításával megkapjuk a két egyens iránypontját, I_b -t. AE és BD oldalak meghosszabbításával megkapjuk I_j -t. Mivel a négyszög oldalai egy síkban vannak, mely párhuzamos az alapsíkkal, iránypontjai meghatározzák az alapsík irányvonalát, a horizontvonalat. I_b -be és I_j -be állított Thalesz-kör ívén kell keresnünk a centrum leforgatottját, (C) -t, ugyanis a két pontba tartó, egy síkban lévő egyenesek látószöge 90° . Ha meghosszabbítjuk AD átlót, és megkeressük annak horizonttal alkotott metszéspontját, akkor megtaláljuk az előbb említett egyenesekkel 45° -os szöget bezáró egyenesek iránypontját, melyet nevezünk I_{45} -nak. I_j -nek és I_{45} -nak tehát 45° -os szög alatt kell látóznia a centrumból. Ezt a két pontra állított 45° -os látókörrel tudjuk biztosítani.

Ott ahol a két kör metszi egymást egyszerre teljesül mind a két feltétel a három pont kapcsán (45° -os és 90° -os látószög), tehát ott kell lennie a centrum leforgatottjának, (C) -nek. Álló képsíkos perspektívában a C centrum mindig a horizontsíkban van, így az F főpontnak a horizontvonalon kel lennie, ami a horizontsík irányvonala és nyomvonala is egyben. Tehát (C) -ből állított horizontvonalra merőleges egyenes kimetszi F főpont helyét. Ezek után megrajzolható a distanckör F -ből FC sugárral, így már egyértelműen megvan a perspektív rendszerünk teljes belső tájolása.²

² LŐRINCZ PÁL – DR. PETRICH GÉZA: *Ábrázoló geometria*. Budapest, 1998, Nemzeti Tankönyvkiadó. 247. p.



22. kép

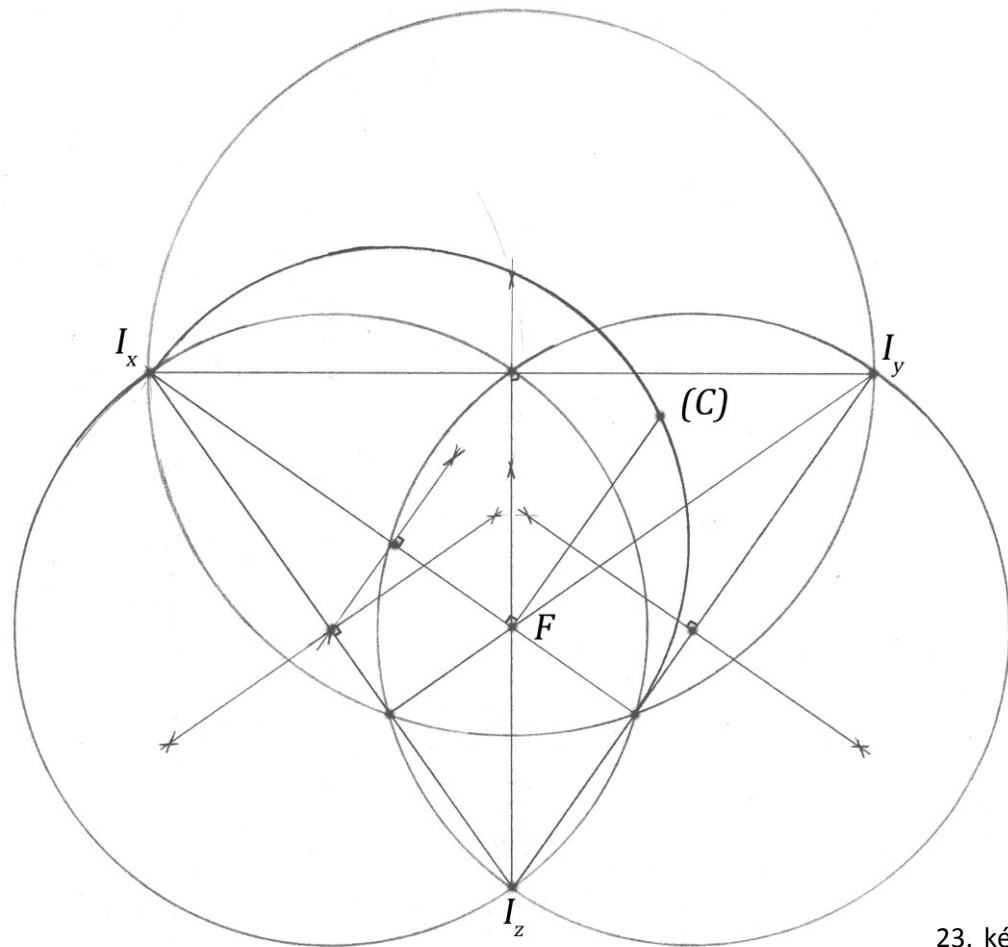
Rekonstrukció dűlt képsíkú perspektívában

Dűlt képsíkú perspektíva esetén a perspektív rövidülés bármely irányban fennálhat, így nincs kitüntetett alapvonal, nincs kitüntetett sík a képsíkon kívül. Így a fő nehézség az, hogy bármely méret képsíkba való forgatásához külön-külön forgatási technikát kell alkalmazni.³

Rekonstrukció a három koordinátairány segítségével

A dűlt képsíkú perspektívát gyakran nevezik 3 iránypontos perspektívának is, ugyanis ebben az általános vetítési esetben mind a három koordináta irány iránypontja a képsíkon található⁴, így ha ismerjük e három iránypont helyét, az alábbi szerkesztési módszerrel megtalálhatjuk a főpontot, a centrumot és a távolságot.

Az iránypontokat könnyedén megtalálhatjuk az előző feladatok alapján. A kapott három iránypont egy háromszöget határoz meg. Mivel a centruból mind a három iránypont (I_x, I_y, I_z) derékszögben látszódik, ezért az oldalakra állított 90°-os látókörök (Thalesz-kör) segítségével megkapjuk a 3 kör közös metszéspontját, a képsíkon található F fókuszpontot.



23. kép

Ez a pont minden esetben a háromszög magasságpontja, ugyanis a Thalesz-körök valójában a képsíkot legnagyobb körökkel metsző gömbök, melyeknek C centrumon átmenő szintén kör metszetét a háromszög oldalai körül forgattuk le. Mivel mind a három gömb középpont a képsíkban található (oldalak felezőpontja), a gömbök metszete a képsíkra merőleges síkban lévő kör lesz⁵. Két gömb közös pontja lesz mindenképpen az a pont, amely körül mindkettőjük centrumon keresztüli metszetét leforgattuk (az egyik iránypont), és a ponttal szemközti oldal azon pontja, ahonnan a mind a két forgatási tengely derékszögben látszódik. Ez a háromszög harmadik oldalának magasság talppontja. Mind a három gömbmetszet a háromszög egy-egy magasságvonalát adja ki, melyeknek metszete a háromszög magasságpontja.

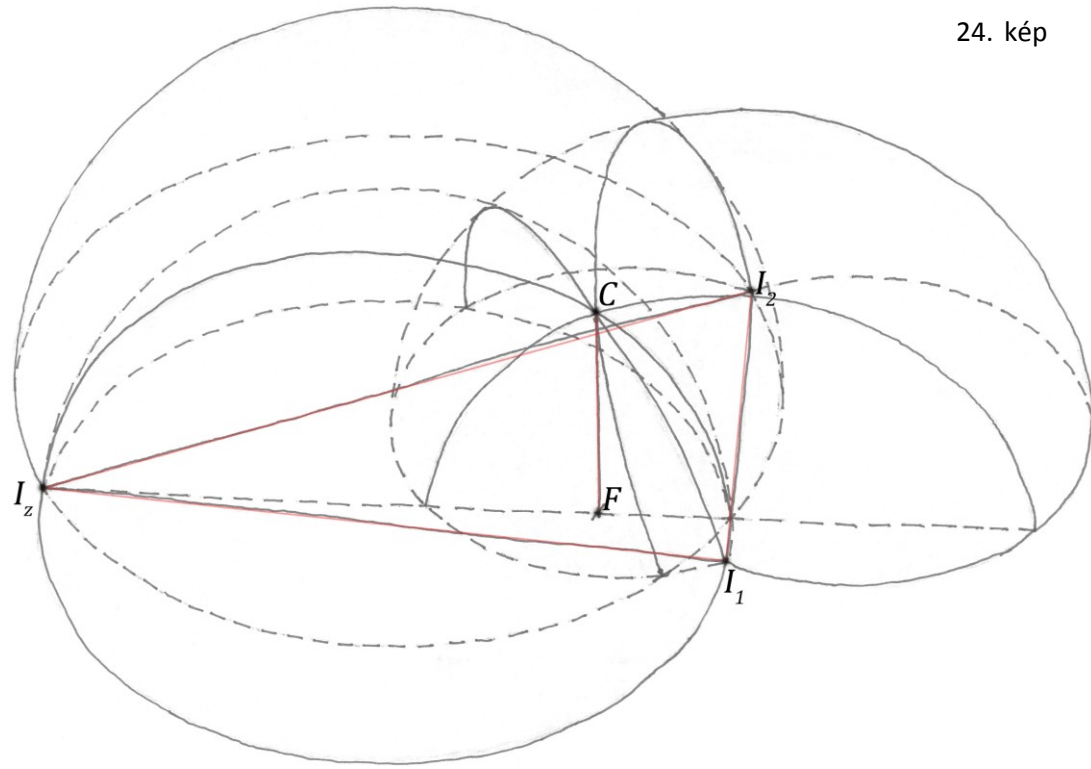
Egy magasságvonal tehát két gömb metszetének képe, mely mindenképpen kör. Így, ha leforgatjuk az egyik magasságvonal körül a hozzá tartozó körmetszetet, megtalálhatjuk a C pont egyik leforgatottját. (C) leforgatottja pedig F pontból állított, forgatási tengelynek használt magasságvonalra merőleges egyenes, és a leforgatott kör metszéspontja. Ebből rögtön két leforgatottat is kapunk, de mindkettőnek megegyezik a távolsága F ponttól. (C)F távolsággal körözve F pontból pedig megkapjuk a távolságvonalat.

³ Isd.: az *Alapszerkesztések az általánosított vetítési rendszerben* c. fejezet távolság feladatai

⁴ Álló képsíkú perspektívában a függőleges irány párhuzamos a képsíkkal, így nincs iránypontja.

⁵ Egy gömb bármely metszete kör.

24. kép

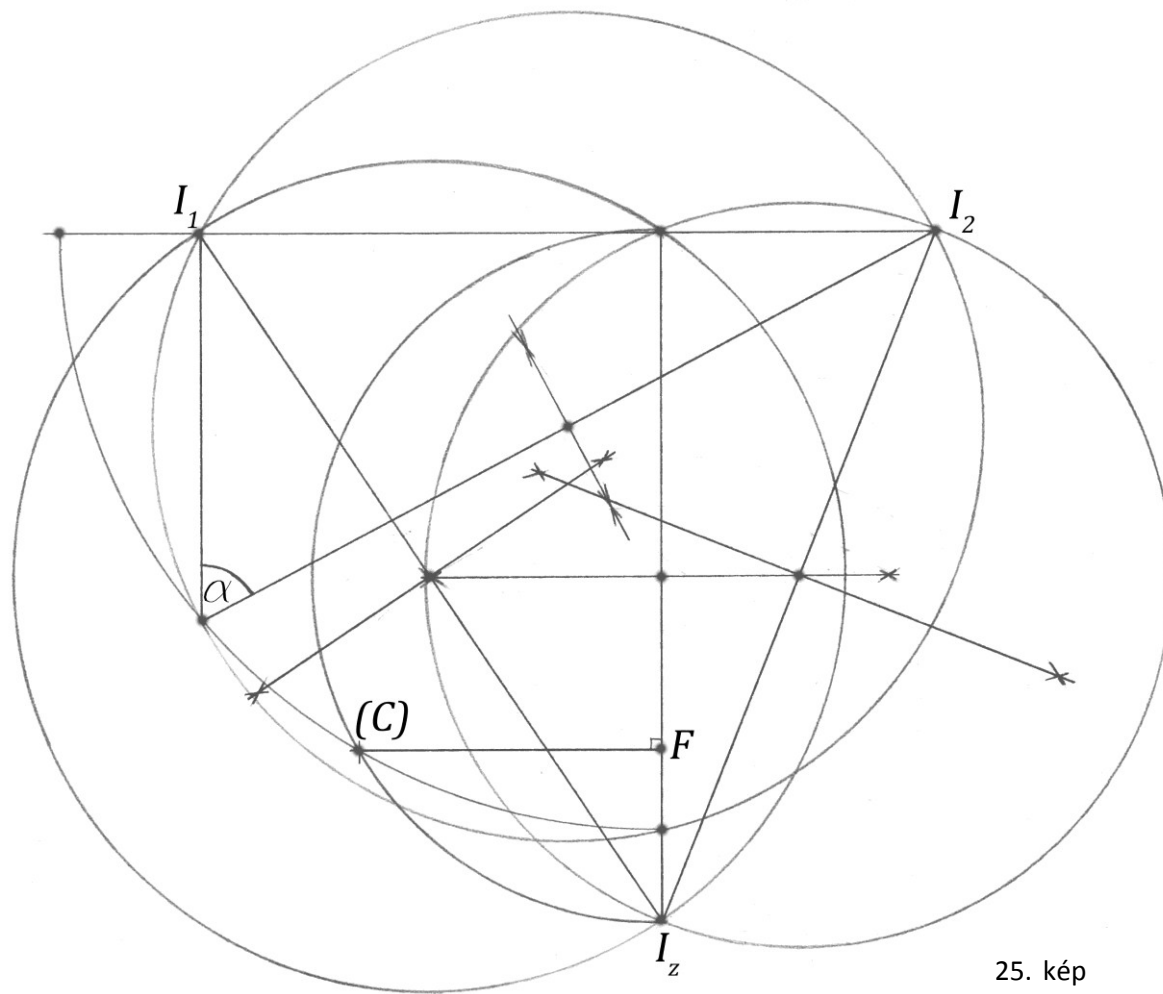


Rekonstrukció egy síkban lévő és arra merőleges egyenesekkel

Az építészeti gyakorlatban sűrűn előfordulhat, hogy egy épület falai alaprajzilag nem derékszöveget zárnak be egymással, de a falak mégis függőlegesek. Ebben az esetben a falak metszészonalai alapján megtalált iránypontokra a következő igaz:

- a centrumból az alaprajzi irányok által meghatározott két iránypont α szögben látszik, valamint,
- a centrumból a függőleges iránypont és bármelyik alapsíkban lévő iránypont derékszögben látszik.

Adott tehát egy újabb háromszögünk, melyet a fenti 3 iránypont határoz meg (legyenek: I_z , I_1 és I_2). I_z pontot tartalmazó mindkét oldalra egy-egy Thalesz-kör rajzolható, mely megmutatja a két Thalesz-gömb metszatkörét, az I_z -hez tartozó magasságvonalat.



25. kép

Ha a síkban azokat a pontokat keressük, melyek megmutatják, hogy két pont (jelen esetben I_1 és I_2), tehát egy szakasz, honnan látszik α szögben, akkor az α szöghöz tartozó látókört használjuk. Ha azonban a térben keresünk ilyen pontokat a kérdéses szakaszhoz, akkor bármely, a szakaszt tartalmazó síkba rajzolható látókör, tehát az α szöghöz tartozó látóköröket a szakasz körül megforgatva egy felületet kapunk, melynek minden pontjából α szöggel látjuk a két pontot. Ez a felület pedig egy csonka tórusz lesz.

A feladatunkban adott I_1 és I_2 iránypontokra tehát egy α szöghöz tartozó látó tóruszt kell rajzolnunk, melyet valahol (2 pontban) dőf az előbb kiserkesztett 2 gömb által meghatározott körmetszet. Mivel a körmetszet a háromszög magasságvonalára állított függőleges síkban van, mely síkra az előbbiekből következően merőleges I_1 és I_2 által meghatározott szakasz, ezért a tórusznak az ebben a síkban lévő metszetét fogja metszeni a fentebbiekben meghatározott kör. Mivel a tórusznak minden tengelyre merőleges metszete kör, ezért két kör metszetét keressük. Ezt a két kört tehát a magasságvonal körül leforgatva megtalálhatjuk C centrum 1-1 leforgatottját, és a két leforgatottat összekötő, magasságvonalra merőleges egyenes pedig kimetszi F főpont helyét a magasságvonalon. Ezek után $(C)F$ szakasszal megrajzolható F -ből a distanckör.



26. kép



27. kép

Rekonstrukció számítógépes szoftverekkel

A filmes iparban a Motion Capture⁶ már régóta alkalmazott technológia, mely a mozgások folyamatos követésével és annak térbeli viszonyaival foglalkozik több kamera segítségével.

A tervező programok nagy része képes képek perspektív rendszerének meghatározására, ilyen például az AutoCAD, a Nemetschek, a 3D Studio Max, és a SketchUp is. A következőkben a két utóbbival foglalkozunk részletesebben.

Mind a két program 3 dimenziós tervezésre kiválóan alkalmas szoftver, melyeknek csak kiegészítő funkciója az, hogy az elkészített modellt egy kép perspektív rendszerébe tudja helyezni, így azt a tájba, városképbe, vagy egyéb környezetbe illeszteni, vagy annak perspektív rendszerét meghatározva a kép alapján a teret részlegesen modellezni, rekonstruálni.

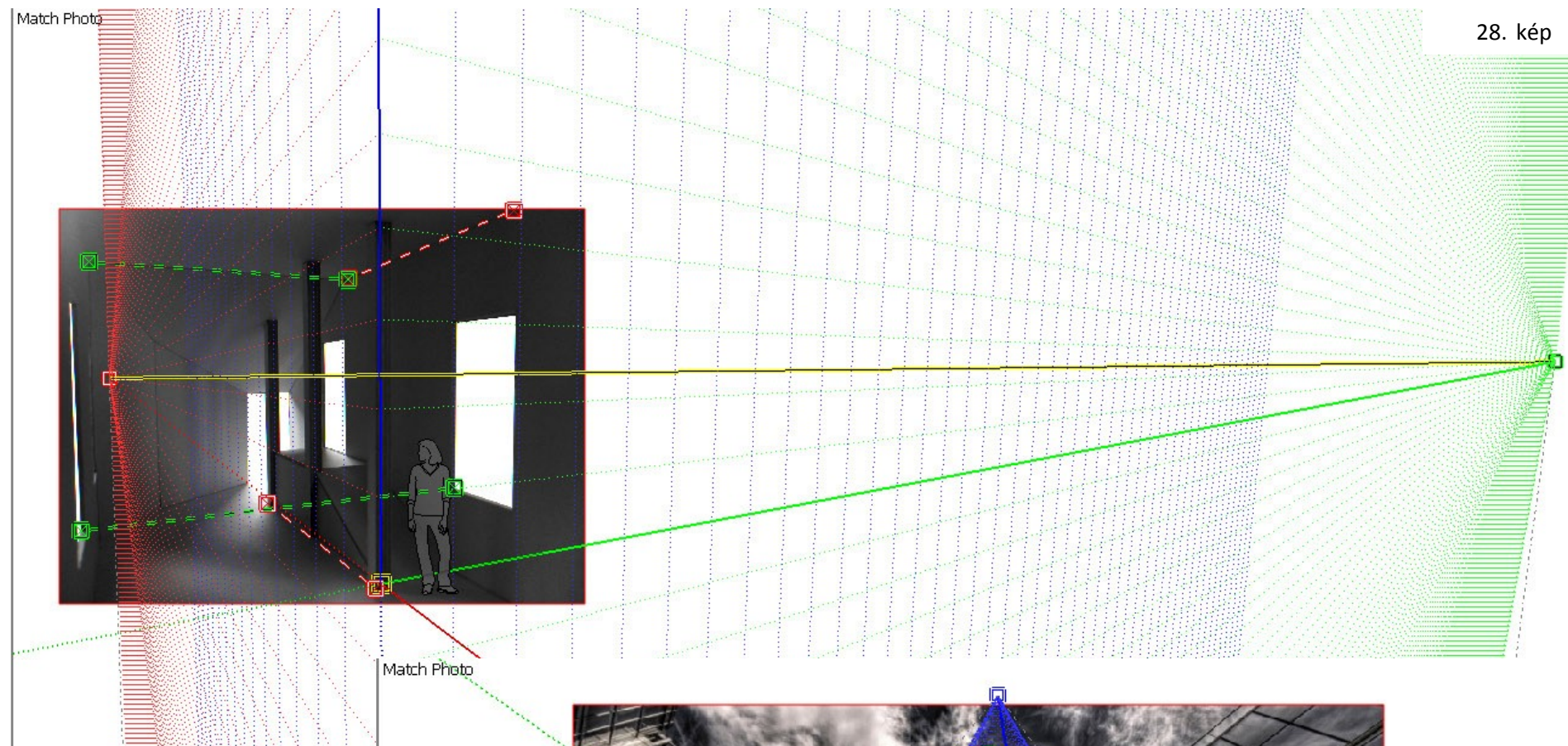
Rekonstrukció 3D Studio Max program segítségével

A 3D Studio Max (következőekben: 3ds Max) az Autodesk zárt forráskódú 3 dimenziós modellező programja. A program a 3d Studio for DOS jogutódja.

A 3ds Max Picture Motion funkciója főleg látványtervek megtámogatásához ad segítséget, ugyanis a kész modellt egyszerűen illeszti be a kép terébe.

A program a kép perspektív rendszerét úgy keresi meg, hogy meg kell adnunk a kép 3 koordináta irányát 1-1 egyenespárral. Ebből a szoftver meghatározza a 3 fő irány iránypontjait, melyekből a fentebb leírt szerkesztés alapján megkapja a perspektív rendszer centrumát és főpontját is legyen szó akár álló, akár dűlt képsíkú perspektíváról.

⁶ <http://www.ptiphoenix.com/>



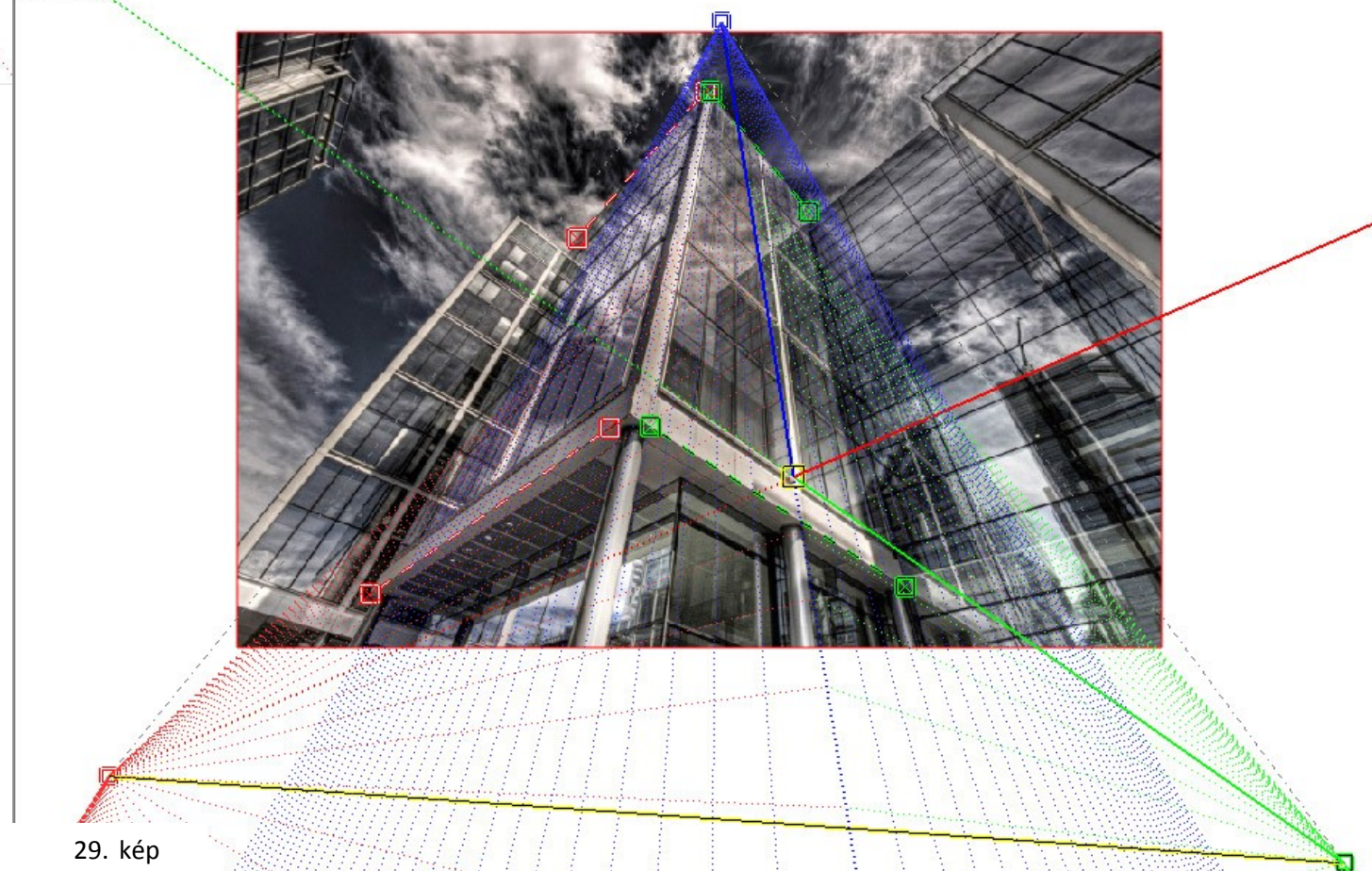
28. kép

Rekonstrukció SketchUp szoftvettel

Az @Last Software, majd a Google a térképalkalmazásához dolgozta ki ezt a programot, hogy amatőr modellezők is tudjanak maketteket, modelleket feltölteni a Google Föld alkalmazásba, így felépítve szépen lassan az egész világ épületállományát. A program természetesen sokkal többet tud, mint egy egyszerű rajzprogram, sok mérnökirodában is használják komplett tervek elkészítésére.

A fejlesztések azonban eljutottak odáig, hogy a Google-autók segítségével egyszerűbben, és gyorsabban felmérhető az összes épület. Ebből lett a Street View, és ezért is vált meg a cég a SketchUp fejlesztésétől, és licenzétől. Így került a program a Trimble Navigation birtokába.

A Picture Motion funkcióval a program egy képet illeszt be, és a két vízszintes, egymásra merőleges koordináta irány segítségével felveszi a horizontvonalat. Az érdekes azonban az, hogy valamilyen matematikai háttér segítségével, valószínűleg egy általános egyenlettel, beilleszti a függőleges irányt, és rögtön egy enyhén dült képsíkban kezeli a képet. Ez egy kiváló példa arra, hogy a bemenő adatok elégtelensége miatt a számítógépes szoftver saját egyenletei, és függvényei alapján meghatároz egy harmadik iránypontot is. Erre kézi szerkesztéssel a két vízszintes irány ismeretéből egyáltalán nem tudunk következtetni, de nem véletlen, hogy nem is tesszük. Hosszas vizsgálódás után ugyanis kiderült, hogy a program által meghatározott függőleges iránypont a majdnem álló képsíkú fényképek esetében nagyon jó közelítés, ám egy meglehetősen döntött képsík esetében már egyáltalán nem felel meg a valóságnak. Erről tanúskodnak az oldalt látható kép.



29. kép

Geometriai épületrekonstrukció esettanulmányai

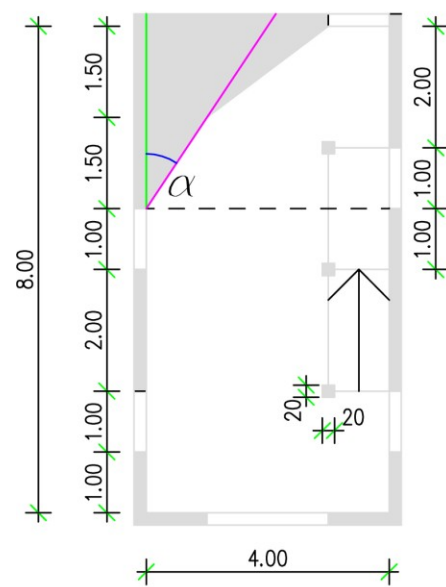
Makett geometriai rekonstrukciója kép és alaprajz segítségével

A képen látható makett egy általam készített, a szemléltetés céljából készült modell. Mind magassági, mind pedig alaprajzi adatai ismeretesek számomra, ezért jó ellenőrzése tud lenni a rekonstrukció pontosságának.

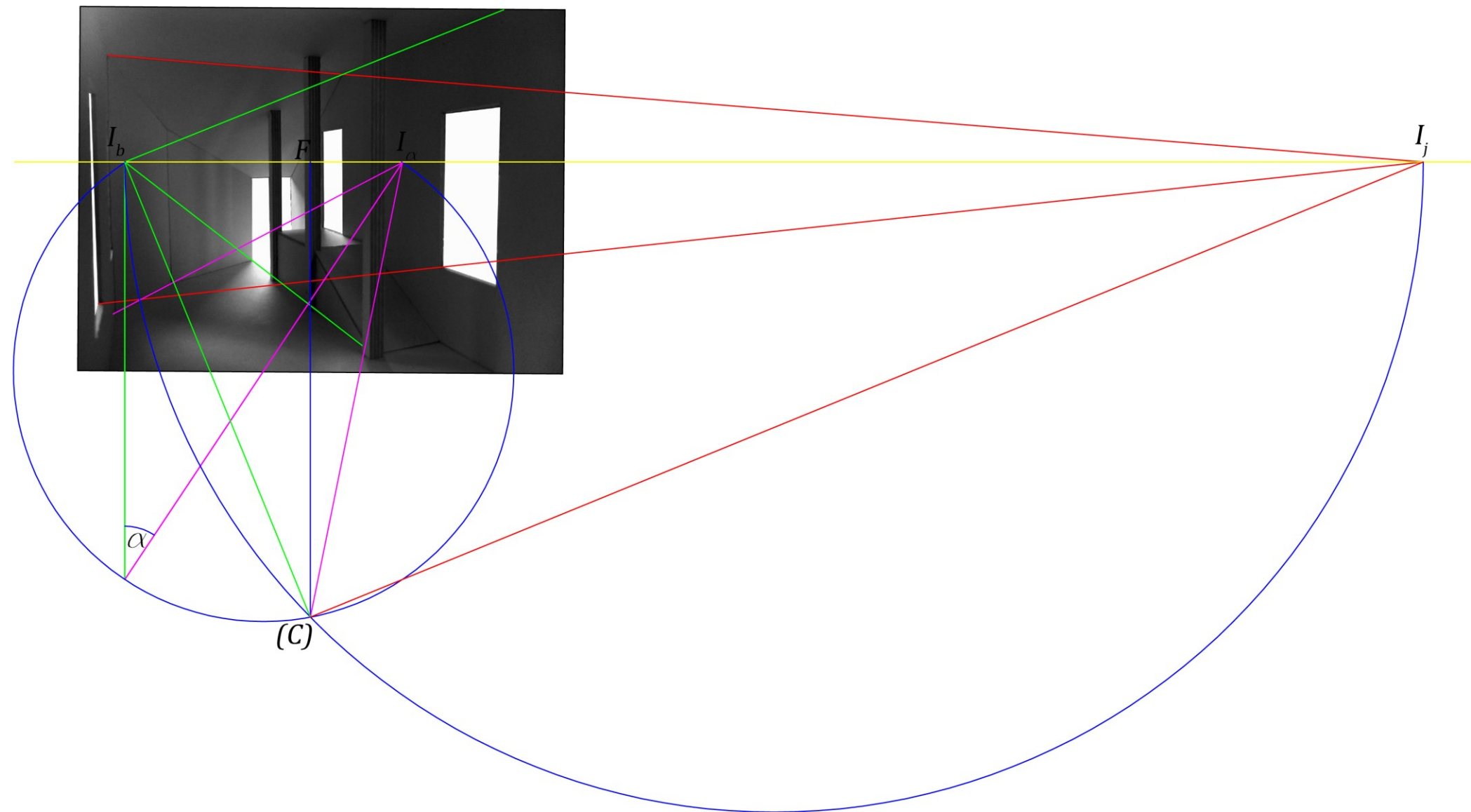
A kép szerkesztése elején két feltételezést kell tennünk: az általunk látott perspektív kép álló képsíkú, valamint hogy a képen függőlegesnek látszó egyenesek a valóságban is azok.

Első lépésként megkeressük a kép fő irányainak segítségével a horizontvonalat. A jobb oldali iránypontot a födém-törés (alapr rajzon szaggatott vonal), és az előrébb lévő ablakok alsó-hátsó párkánysarkainak segítségével keressük meg, a bal oldali iránypontot a rámpa alsó éle, és a jobb oldali födém és fal között húzódó él használatával. Így a két iránypont (I_j , I_b) meghatározza a horizontvonalat.

A főpont és a centrum meghatározásához szükség van még egy iránypontra. Ezt az alaprajzon α szöggel jelölt irány segítségével keressük meg. Ez lesz I_α . A bal oldali iránypont és I_α iránypont a centrumból α szögből látszik, így erre a két pontra egy ilyen szögű látókört illesztünk. I_j és I_b C-ből derékszögben látszódnak, így a keresett centrum leforgatott az utóbbi két pontra rajzolt Thalesz-félkör és a látókör metszésében lesz.



30. kép



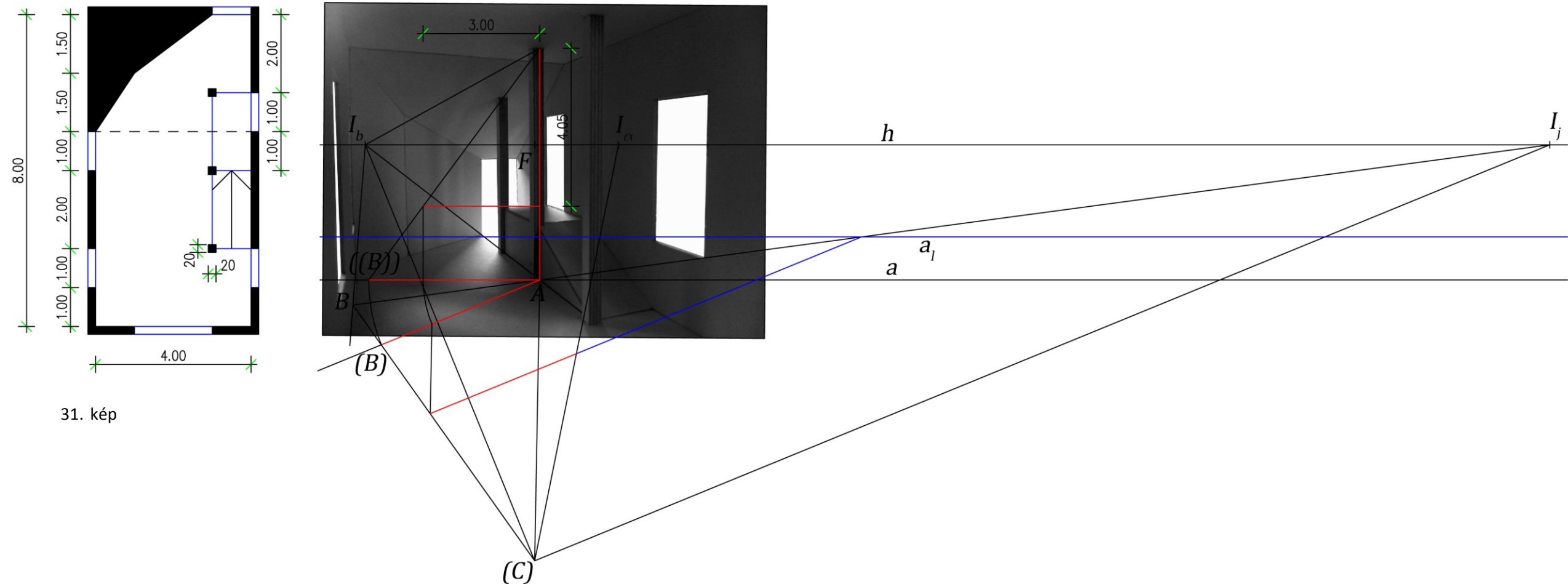
A továbbiakban a belső tájolás segítségével meghatározzuk a makett magasságát. Ezt egy önkényesen megválasztott alapvonal segítségével, majd hasonló háromszögekkel tesszük.

A magasságot a középső oszlopnál határozzuk meg (legyen ez A pont), így ide rajzolunk egy függőleges egyenest, mely az oszlop és a rámpa metszésvonalán keresztül felfut a födémig. A pontban megmérjük a rámpa és a fal közti távolságot is. Ehhez egy I_j -ből A ponton átmenő egyenest húzunk a fal és a padló csatlakozásáig (legyen ez B pont). Így az alapvonalat legegyszerűbb A pontba tennünk, ekkor az oszlop kiemelt egyenese a képsíkban lesz, így nem kell már odavinni mérés céljából, valamint AB egyenes nyompontja A pont lesz. A nyompontba állítva $(C)I_j$ irányt, megkapjuk az egyenes leforgatott képét. Ezen az egyenesen van B pont (B) leforgatottja, ezt a centrum leforgatottja és a B pont közé húzott egyenes adja meg. $A(B)$ szakaszt az alapvonalra forgatva egy háromszöget alkot az A -ból induló függőleges egyenessel. Ha ebbe a háromszögbe felvesszük az alaprajzi 3 métert

úgy, hogy a beforgatott hosszal párhuzamosan éppen metszse a háromszög átfogóját, akkor egy hasonló háromszöget kapva lemérhetjük a függőleges távolságot. Ez 4,05 méter lesz. A valódi makett egy 4 méter magas belső tér modellje, így a szerkesztés hibahatára 1,25%-os. Az eddigi adatok alapján a további szerkesztésekre nagy biztonságot hagyva azt lehet mondani, hogy az 5 %-os hibahatár elvárható.

A továbbiakban még az ehhez a léptékű alaprajzhoz tartozó alapvonal lehet érdekes. Ezt szintén hasonló háromszögekkel oldhatjuk meg.

Ha az alaprajzi 3 méteres szakaszt a képből kiforgatott egyenesre visszarendezzük, akkor az A -ba tartó vetítősugárral párhuzamosan, a szakasz végéből elmetshetjük a B -be tartó vetítősugarat. A metszéspontba párhuzamosan eltolva a 3 méteres szakaszt megkapjuk, hogy a vetítősugarak melyik helyen zárnak közre 3 méteres szakaszt (lépték szerint). Ha ezt az egyenest meghosszabbítjuk annyira, hogy elmetssze BI_j egyenest, akkor a nevezett metszéspontban megtaláljuk az egyenes alaprajzi léptékbeli nyompontját. Az alapsíkban lévő egyenesek nyompontjai pedig mind az alapvonalon helyezkednek el. Tehát ezen a ponton megy át az alaprajzhoz tartozó a_l alapvonal.



31. kép



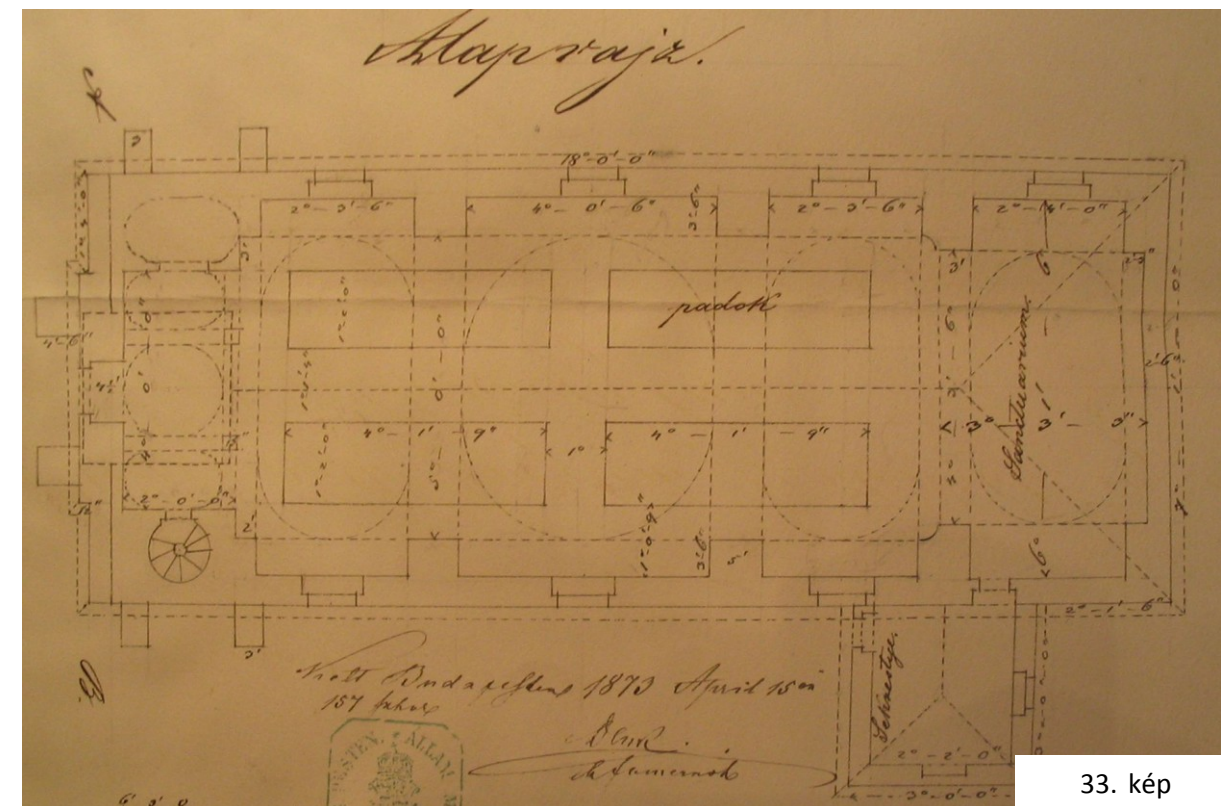
32. kép

A taksonyi katolikus templom boltívének geometriai rekonstrukciója

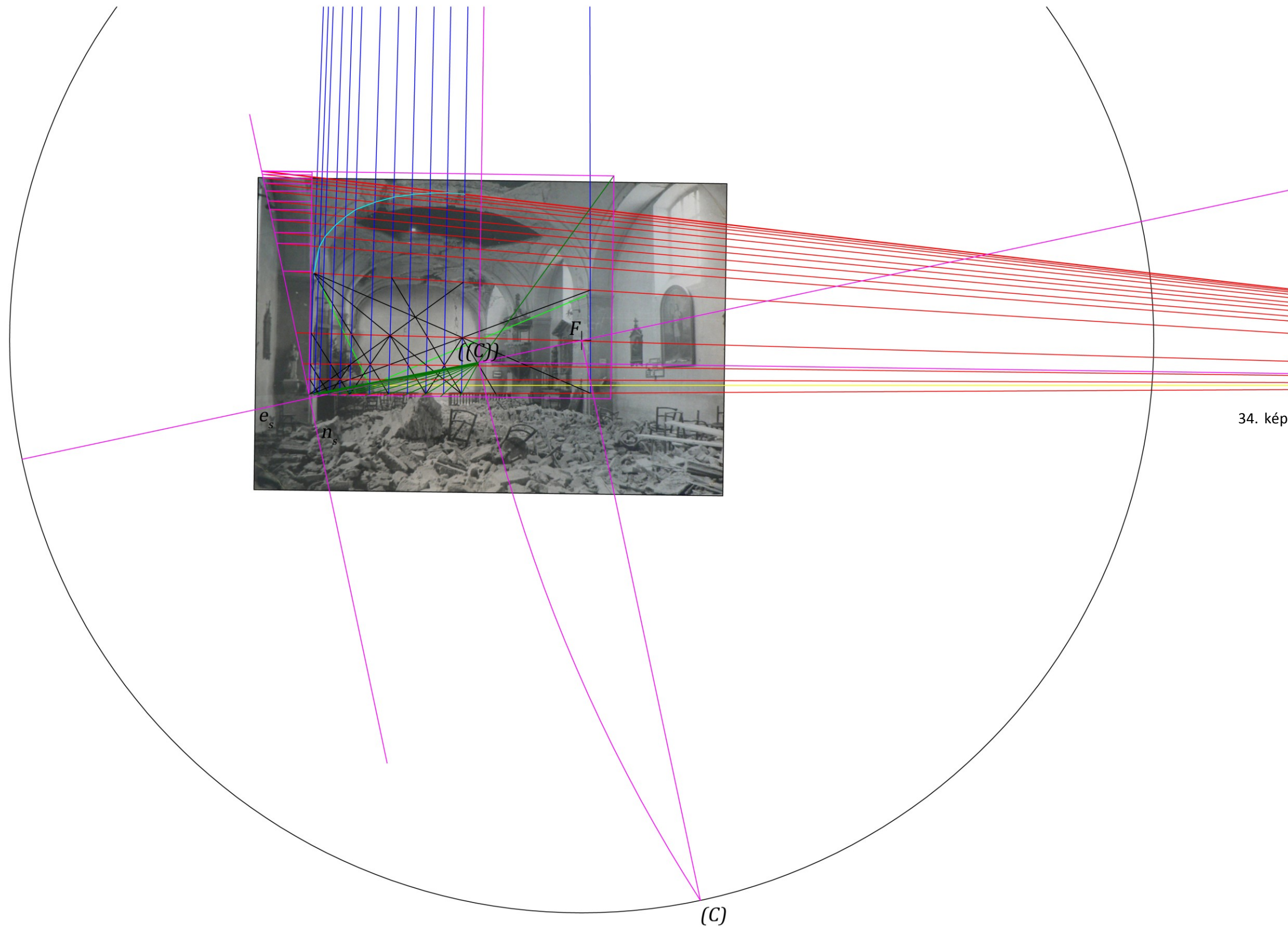
A taksonyi Szent Anna templom az 1956-os földrengésben rongálódott meg. Felújítását meg sem kísérelték a szerkezet teljes meghibásodása miatt (téglából rakott falak, boltívek, boltozatok). A templomról egy alaprajzi és egy főhomlokzati tervrajzon kívül nem maradt ránk semmi.

A megrongálódott, de még el nem bontott templom belsőteréről több kép is készült. Ezek nagy része dűlt képsíkú, de függőleges összetartásuk igen csekély. Ezek közül egyet vizsgálva próbáljuk megállapítani a templom főbb belső magassági méreteit, valamint egy boltív tetszőleges számú ponttal megadott metszetbeli rajzolatát.

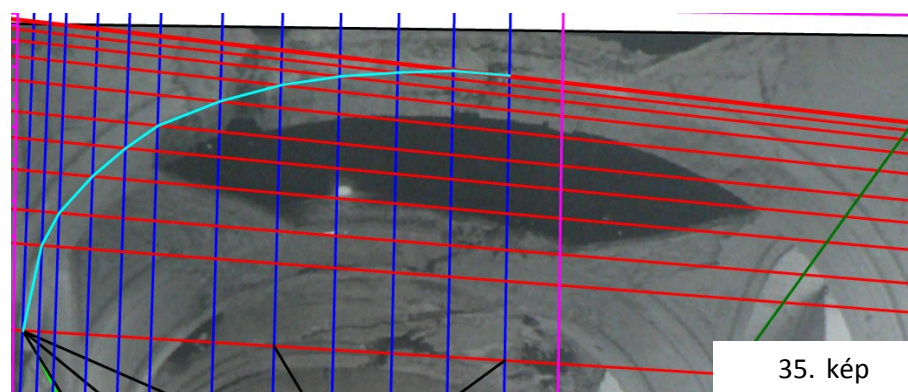
A kis függőleges rövidülés miatt, a belső tájolás szerkesztésének bemutatásától eltekintünk, mert a dolgozat oldalméretei nem alkalmasak ennek átlátható bemutatására. Így a belső tájolást már alapértelmezettnek véve fogjuk a szerkesztéseket végrehajtani.



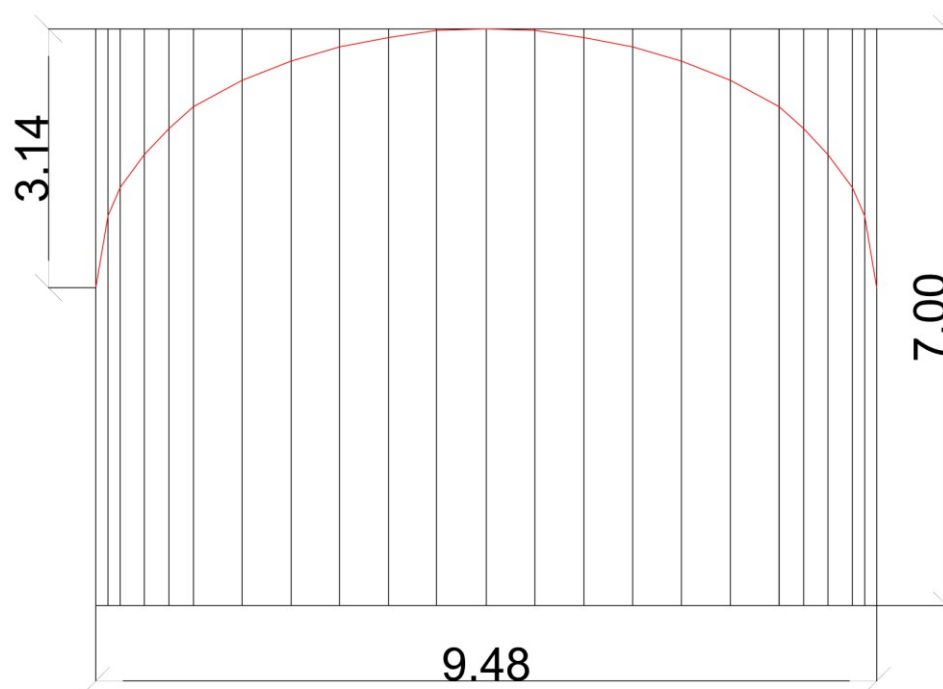
33. kép



34. kép



35. kép



36. kép

A függőleges iránypont segítségével felosztjuk a boltív közti részt egyenlő szakaszokra⁷, ezekbe a pontokba a függőleges iránypontba tartó egyeneseket állítunk. Ezeknek az egyeneseknek az ívvel alkotott metszéspontjaiba a jobb oldali iránypontból szintén egyeneseket húzunk. Az egyenesek egy hálót adnak, melynek metszéspontjaiban az ívet közelítő szakaszokat rajzolhatunk.⁸

A további feladat az, hogy ezt a rasztert a képsíkba forgatva, majd az alaprajzi léptékhez kicsinyítve/nagyítva megállapítsuk az egyes raszterpontok koordinátáit, valamint, hogy mekkora a boltív magassága a lábazattól. A raszterünket a jobb oldali, és a függőleges iránypontok határozzák meg, tehát ennek a két pontnak az összekötésével megkapjuk a síkunk irányvonalát. Ezzel párhuzamosan egy tetszőleges nyomvonalat felvehetünk, ez most a raszterháló bal alsó sarka lesz. Az irányvonalról a főponton át állított merőleges egyenes a síkunk esésvonala, a főpontból erre merőlegesen metszve a distanckört megtalálhatjuk a síkunkhoz tartozó leforgatottját a centrumnak. Ezt a leforgatottat a jobb oldali iránypontból az esésvonalra forgatva megkapjuk a helyet, ahol a síkunkkal párhuzamos irány sík érinti a valódi centrumot.

Ebből a pontból egyenest állítva a függőleges, és a jobb oldali iránypontba megkapjuk, hogy milyen irányúak a síkon az iránypontokba tartó egyenesek. A jobb oldali irányt beillesztjük az összes iránypontba tartó egyenes nyompontjába. Ez megadja a raszterünk beforgatottjának egyik irányát. Ezek az egyenesek végül a centrum leforgatottjának leforgatottjából állított vetítősugarak segítségével megtaláljuk az ív által kimetszett pontokat.

Megvan hát a raszter összes pontja, ezek után a hálót egy lépték szerinti rajz alapján megfelelően lekicsinyítve megkapjuk, hogy a boltív magassága a lábazattól körülbelül 7,00 méter lehetett (±5%), valamint hogy a boltív magassága a válltól a záradékig 3,14 méter (±5%).⁹

⁷ Egy téglalap átlói a síkban kijelölik a téglalap közepét, ez egy perspektív téglalap átlóira is igaz, így a téglalap átlóinak metszéspontján keresztül az iránypontba tartó egyenes felezi a rá merőleges irányban lévő egyenest.

⁸ A rekonstrukciós képen csak a boltív felére rajzoltam a rasztert a szerkesztés átláthatósága végett.

⁹ Az utóbbi ábrát a szerkesztett rajzból kivéve mutatom az átláthatóság miatt.

Összefoglaló

A dolgozatban tematikusan végigvettem a perspektív vetítés alapszerkesztéseit, melyek nélkülözhetetlen tudást adtak a végén leírt esettanulmányok megoldásához. Nem csak axonometriában és Monge-féle vetítési rendszerben fontos, hogy az ember tisztában legyen a legalapvetőbb rendszerbeli kérdésekkel.

A rekonstrukciós témakör feladatainak többségét csak a belső tájolás kiszerkesztéséig vittem, mert az azon túli síkba forgatások és tovább szerkesztések az első fejezet témakörébe tartoznak.

A feladat, ahol az egész dolgozat kutatómunkája szerepet játszott, a taksonyi templom geometriai rekonstrukciója volt. Ennek léptéke sajnos nagyobb, mint amit a dolgozat lapjain bemutathattam, de talán megfelelően aprózva sikerült érzékeltetnem ennek összetettségét.

Mindent összevetve a dolgozat hatalmas szellemi kihívás volt, valamint a taksonyi templom szerkesztésének végigvitele nagy türelmet igényelt. Talán épp ezért nem foglalkoznak ma már szerkesztő geometriailag ezekkel a feladatokkal, mert a számítógép gyorsabban és kényelmesebben elvégzi helyettünk.

Ám a számítógépes programok vak hittel nem használhatók. Például egyetlen statikai program-fejlesztő cég sem vállal felelősséget arra, hogy a szoftverrel számolt épület nem fog összedőlni. Ezért minden mérnöki feladatkörben használt program igényeli azt, hogy az eredményeit mérnökök értékeljék ki.

A kézzel végigvitt szerkesztések bizonyosan használható látásmódot adnak a mérnöki grafikával foglalkozó szoftverekhez, így a dolgozat fő eredményének azt tartom, hogy a későbbiekben bizonyára ergonomikusabban használom majd a számítógépes programok beépített rekonstrukciós modulját, valamint a hibákat könnyebben szűröm ki.

Végül visszatekintve belátható, hogy a dolgozat nem hozott új tudományos felfedezéseket, ahogy ez nem is célja a konferenciának, de talán jó gyűjteménye, és összefoglalója tudott lenni a témának.

Irodalom jegyzék

H. S. M. Coxeter: *A geometriák alapjai*. Budapest, 1973, Műszaki Könyvkiadó.

H. POTTMANN, A. ASPERL, M. HOFER AND A. KILIAN: *Architectural Geometry*. 2007, Bentley Institute Press.

HAJÓS GYÖRGY: *Bevezetés a geometriába*. Budapest, 1999, Nemzeti Tankönyvkiadó.

LŐRINCZ PÁL – DR. PETRICH GÉZA: *Ábrázoló geometria*. Budapest, 1998, Nemzeti Tankönyvkiadó.

NAGY LAJOS ZOLTÁN: *Taksony község története*. 2008.

THER TAMÁS: *A taksonyi Szent Anna templom beszakadt boltozatának vizsgálata*. 2012, Épületszerkezet-történet, fél éves feladat.

Historia Domus. Taksony, 1956.

Képmutató

1. kép – Taksony: História Domus

26. kép – www.youtube.com: 3ds Max 2014 New Features: Perspective Match

27. kép – www.youtube.com: 3ds Max 2014 New Features: Perspective Match

29. kép - <http://de.wallpapersus.com/>: Glass, Building, Reflection

32. kép – Taksony: História Domus

33. kép – Taksony: Nagy Lajos Zoltán

34. kép – Taksony: História Domus

35. kép – Taksony: História Domus