



BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM  
ÉPÍTÉSZMÉRNÖKI KAR  
SZILÁRDSÁGTANI ÉS TARTÓSZERKEZETI TANSZÉK

Hellenpárt Gábor  
Tudományos diákköri konferencia  
Nyomóerőknek ellenálló hajlékony láncok

Konzulens:  
Dr. Várkonyi Péter  
egyetemi tanár,  
Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék

BUDAPEST, 2023

## Tartalom

Összefoglaló.....	3
Abstract.....	4
1. Bevezetés.....	5
2.A kitűzött kutatási feladat.....	12
3.Négy csuklós mechanizmus kinematikai vizsgálata .....	15
4.Négycsuklós mechanizmus statikája .....	17
5.Négy csuklós mechanizmusokból épített láncok .....	19
6.Kísérletek.....	20
7.Összefoglalás.....	21
Hivatkozások .....	22

## Összefoglaló

A szokványos (húzott) láncokat modellezhetjük csuklós kapcsolatokkal összekötött merev testek sorozataként. Egy lánc legfontosabb tulajdonságai közé tartozik, hogy összecukható és így könnyebben szállítható; nyomóerővel terhelve ugyan labilis, de a húzóerőknek ellenáll; a teher megváltozására alakváltozással reagál, így tetszőleges statikus, rögzített nagyságú és irányú, a lánc meghatározott csomópontjában ható terhet képes húzóerőkkel egyensúlyozni, valamint arányaiban anyagtakarékos szerkezetet lehet létrehozni belőle, amellyel nagy fesztávokat is át lehet hidalni.

Ezzel szemben a hagyományos nyomásvonal alakú szerkezetek stabilitása jelentős hajlítási merevséget igényel, ezért egyrészt nem összecukhatóak, valamint nem alkalmazkodnak a változó terhekhez.

Dolgozatom alapkérdése, hogy létre lehet-e hozni olyan konstrukciót, amely a láncok fent említett tulajdonságai közül minél többel bír, de nyomóerőknek áll ellen. Az általam vizsgált konstrukcióban a hagyományos láncok csuklós kapcsolatait egy szabadságfokú, négy csuklós mechanizmusra cserélem, amely elfordulás és eltolódás meghatározott kombinációjára képes. Különböző lehetséges geometriai kialakításokat javaslok, melyekkel a nyomóerőknek való ellenállás megvalósítható. Az elméleti kinematikai vizsgálat eredményét fizikai modellel ellenőrzöm.

## Abstract

Ordinary (tensioned) chains can be modelled as a series of rigid bodies connected by articulated links. The most important properties of a chain are that it can be folded so it's easily transport; it is unstable under compressive load but resists tensile forces; it responds to load changes by deformation, so that it can balance tensile forces on any static load of fixed magnitude and direction at a given node in the chain; and it can be used to create a relatively material-efficient structure that can span large spans.

In contrast, the stability of conventional compression-formed structures requires significant bending stiffness, and therefore they are both non-foldable and not adaptable to changing loads.

The basic question of my thesis is whether it is possible to create a structure that has as many of the above mentioned properties of chains as possible, but is resistant to compressive forces. In the design I investigate, I replace the conventional chains' articulated links with a four-joint mechanism with a one degree of freedom, capable of a specific combination of rotation and displacement. I propose various possible geometric configurations to achieve resistance to compressive forces. I verify the results of the theoretical kinematic study with a physical model.

## 1. Bevezetés

A síkbeli, rúdszerű tartószerkezetek a teherhordás módja szerint lehetnek egyrészt hajlított szerkezetek (ahol a terhek hatására a hajlítási igénybevétel a domináns) másrészt hajlításmentes szerkezetek (ahol döntően vagy nyomással vagy húzással egyensúlyozza a szerkezet a terhet és a hajlítás elhanyagolható vagy nincs is). A hajlításmentességet jellemzően megfelelő geometriai kialakítással érjük el. Hajlításmentes szerkezetek például a kötelek, láncok, és a felületszerkezetek közül a boltozatok, és (membrán) héjak (Hegyi et al, 2022)

Láncoknak azt a szerkezetípust nevezzük, amikor merev rúdelemeket csak csuklókval kapcsolunk össze és egy vagy több helyen megtámasztjuk csuklós támaszokkal. A láncokra jellemzően csak a csuklóknál hat teher. Azt az esetet leszámítva, amikor csak egy vagy két rúd van, és mindkét végpont rögzített, az ilyen láncszerkezetek labilisak, viszont a teher hatására végbemenő alakváltozással már olyan lesz a szerkezet, amely felveszi az adott terhet húzó igénybevételekkel (Hibbeler, 2018).

A kötelek hasonló szerkezetek a láncokhoz. Két pont közé kifeszített kötél teher hatására elmozdul és az új geometriájával veszi fel a terhet. Karcsúságuk miatt csak húzó erők felvételére képesek (még akkor is, ha maga az anyag például acél, és ezért fel tudna venni nyomóerőket is). A köteleknél minden pont meg tud törni és minden pontban hathat teher (Hegyi et al, 2022).

A boltozatok szintén hajlításmentes szerkezetek, melyek jellemzően olyan anyagból (kő, tégl, beton) épülnek melyeknek nincs húzószilárdságuk. Ennek megfelelően olyan geometriai kialakítással alkalmazhatóak, mellyel dominánsan csak nyomóerő ébred benne: tehát nyomásvonal alakúak.

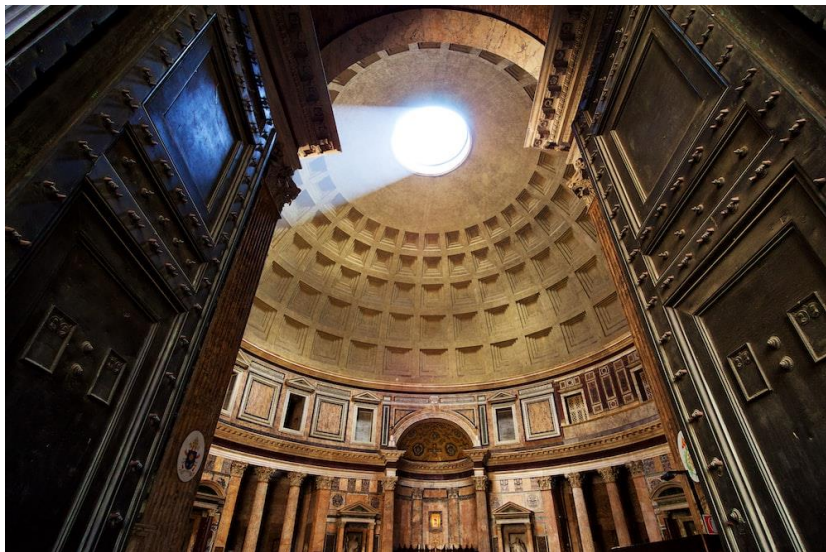
Ezen szerkezetek esetén azzal, hogy megtaláljuk a megfelelő geometriát, jelentősen csökkenthetjük a felhasználandó anyagok mennyiségét egy hajlított szerkezethez képest. Ez fenntarthatósági szempontból igen nagy előny. Emellett ezekkel a szerkezetekkel olyan nagy fesztávokat is át lehet hidalni, amelyeket hajlított tartókkal nem. (Hegyi et al, 2022), (Sandaker et al., 2019)

A hajlításmentes szerkezetek között is a húzott szerkezetek további előnye a nyomottakkal szemben, hogy kis helyre összecukhatóak (feltekerhetőek), így könnyebben szállíthatóak,

valamint, mivel nem kapnak nyomóigénybeváltelt ezért nem áll fent az ebből adódó stabilitásvesztés veszélye.

Ezen szerkezetek alkalmazásait fogom most illusztrálni pár példával. Először az építőiparból majd az űriparból.

A boltozatokra híres példa a római Pantheon félgömbkupolája (1.1 ábra) vagy az Ely-ben található Lady Chapel katedrális hálóboltozata (1.2 ábra)



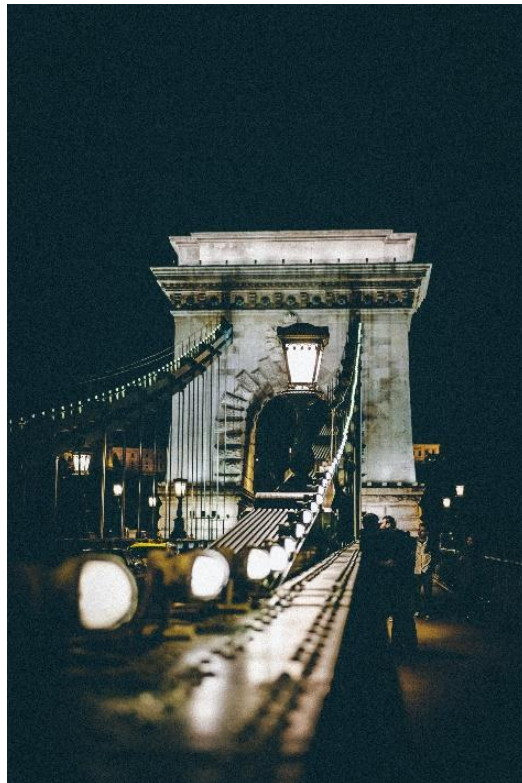
1.1 ábra A Pantheon [A kép készítője: Evan Qu; forrás: unsplash.com]



1.2 ábra A Lady Chapel katedrális [A kép készítője: Mario La Pergola; fottás: unsplash.com]



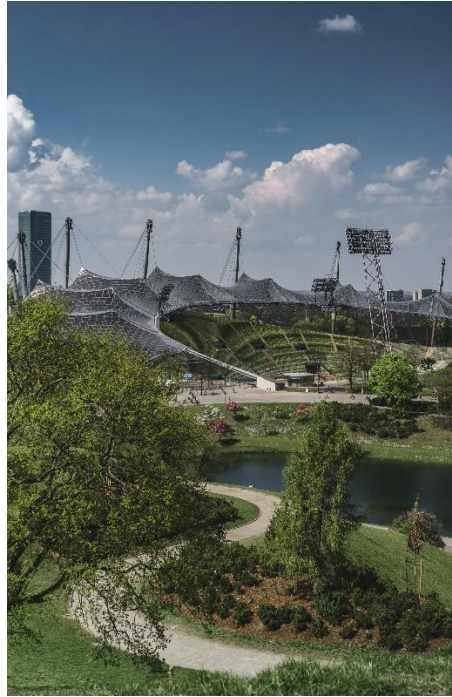
A Lánchíd (1.3 ábra) főtartója láncszerkezet, az Erzsébet-hídé (1.4 ábra), illetve az 1972-es müncheni olimpiai stadion fedésének (1.5 ábra) pedig kötél szerkezet.



**1.3 ábra A Lánchíd [A kép készítője: Chris Yang, forrás: unsplash.com]**

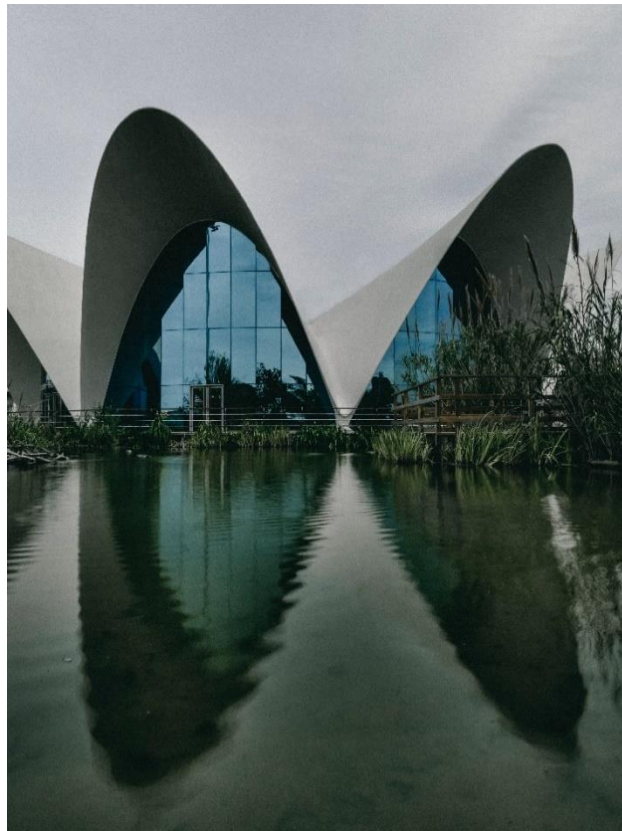


**1.4 ábra Az Erzsébet híd [A kép készítője: Lily, forrás: unsplash.com]**



**1.5 ábra A müncheni olimpiai stadion [A képet készítette: Patrick Mueller, forrás: unplash.com]**

Korunkban előszeretettel használják a héjszerkezeteket. Ilyen szerkezet a Félix Candela által tervezett Óceániárium Valenciában (1.6 Ábra) vagy a CNIT párizsi épülete (1.7 Ábra).



**1.6 ábra A valenciai óceániárium [A képet készítette:Eugene Chystiakov, forrás:unplash.com]**



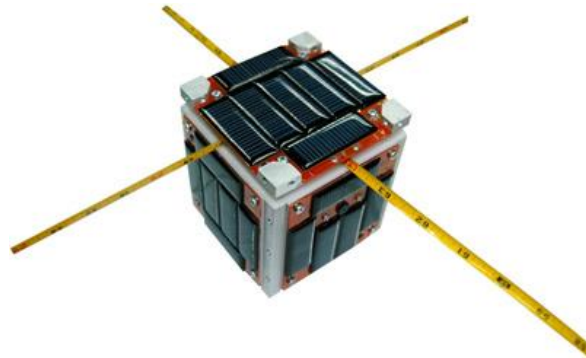


**1.7 ábra A CNIT párizsi épülete [forrás: wikiwand.com]**

A láncok és kötelek azon tulajdonsága, hogy anyagtakarékosak, illetve összecukhatók (helytakarékosak) nagyon fontos szempont az űripárban, a költségek minimalizálása érdekében. (Jones és Harry,2018)

A hely, illetve anyagtakarékosságra vannak a láncoktól, kötelektől eltérő megoldások is.

Az F-1 nevű szatellit (1.8 Ábra) esetén például antenna gyanánt mérőszalagot használtak, mely indításkor össze volt tekercselve és csak az űrben engedték ki.



**1.8 ábra Az F-1 satellite [forrás: [https://space.skyrocket.de/doc\\_sdat/f-1.htm](https://space.skyrocket.de/doc_sdat/f-1.htm)]**

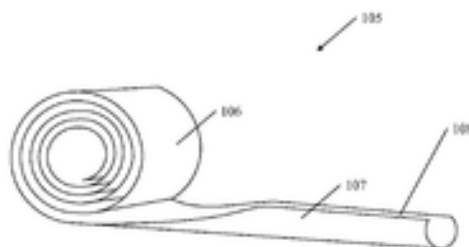
Az űripárban sokféle úgynevezett telepíthető struktúrát (deployable structure) használnak, melyek a megfelelő helyre való kitelepítés után alakulnak át használható alakra, előtte pedig összecsomagolva vannak. Ilyen szerkezet a felfújható rúd (1.9 Ábra), a teleszkópos kar (1.10 Ábra), az összecukható csőoszlop (1.11 Ábra), a csuklós mobilszervíz kar (1.12 Ábra), a telepíthető rácsszerkezet (1.13 Ábra), vagy a tekercselhető gém (1.14 Ábra). (Puig et al,2010), (Block et al,2011), (Wang et al,2020) ,(Belvin et al 2016)



1.9 ábra Felfújható rúd [forrás: <https://www.desmi.com/products-solutions-library/desmi-boom/>]



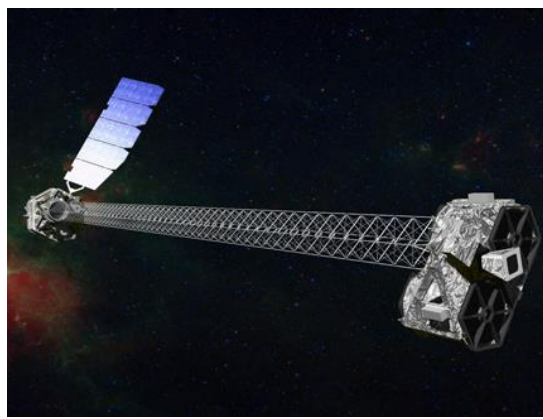
1.10ábra a teleszkópos kar [A képet készítette Luana De Marco, forrás: unplsah.com]



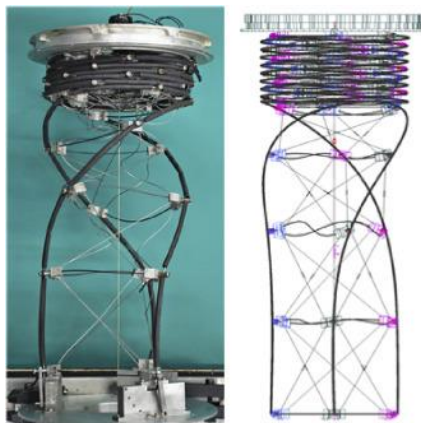
1.11 ábra az összehúzható csőszlop [[forrás: <https://patents.google.com/patent/US20150284955A1/en>]



1.12 ábra csuklós mobilszerviz kar [forrás: wikiwand.com]



1.13 ábra telepíthető rácsszerkezet [forrás: <https://sbir.nasa.gov/SBIR/successes/ss/7-047text.html>]

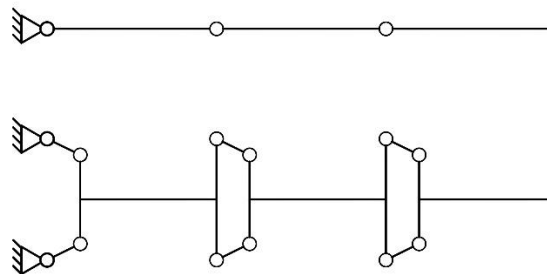


2.14 ábra a tekerceselhető gém [forrás: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0094576517307208>]

Mindezek az ipari igények adták a dolgozatom célkitűzését, ami egy olyan szerkezet kialakítása, amely nyomóerőknek áll ellen és a húzást nem ellensúlyozza, azonban a láncokhoz hasonlóan anyag- és helytakarékos, összecsukható szerkezet.

## 2.A kitűzött kutatási feladat

Dolgozatom alapötlete az, hogy egy olyan láncszerű szerkezetet hozok létre, melyben a szomszédos elemek csuklós kapcsolatait valamilyen egy szabadságfokú mechanizmusra cserélem, Egy lánc átalakítása során minden csuklós kapcsolatot a kiválasztott mechanizmusra cserélek úgy, hogy a két szomszédos láncszem egyikét megtámasztó felületnek tekintve, arra felépítem a mechanizmust, majd annak egy mozgó eleméhez erősítem a következő láncszemet (2.1 ábra). Ez a szerkezeti kialakítás azt eredményezi, hogy a kapcsolat elfordulása közben eltolódás is létrejön, melynek nagysága és iránya az alkalmazott mechanizmustól függ.



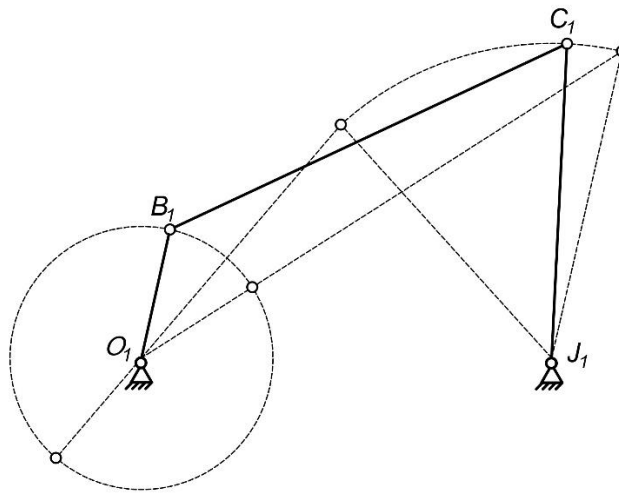
**2.1 ábra hagyományos lánc kialakítás (fent) és a változtatott verzió (lent)**

Rengeteg egy szabadságfokú szerkezetet használnak különböző szerkezeti és gépészeti alkotásokban. Ilyenek a kerekek, ahol a tengely és a kerék között egy csuklós kapcsolat van, vagy az autók kormány működése, mely négycsuklós mechanizmusra épül (szintén egy-szabadságfokú) vagy éppen egyes mikro ugró robotokban (Rao J. S., 2011), (Zhang, ZiQiang, et al,2020). Négycsuklós mechanizmust használnak különböző orvosi és robotikai alkalmazások esetén is tartószerkezetnek, például térdízület protézisnek vagy a három szabadságfokú gömb alakú manipulátoroknál (Wu et al, 2019), (Chauhan et al, 2020).Ebben a dolgozatban a négycsuklós mechanizmust fogom használni.

A négycsuklós mechanizmus szerkezeti felépítése az, hogy négy csuklóval összekapcsolunk négy merev rudat, és az egyiket rögzítjük. A rögzített rudat a továbbiakban állványnak hívom.

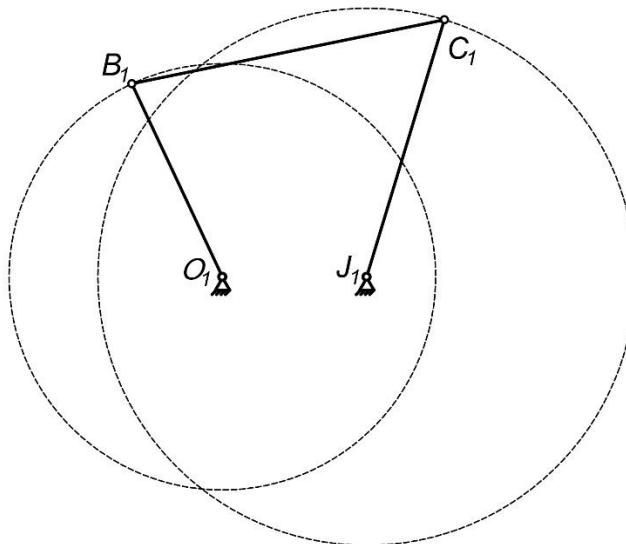
Az állványhoz kapcsolódó tagok mozgásától függően három változatát szokták megkülönböztetni (Koltay J és Benkő J., 2021):

1. egyik tag körmozgást tud végezni, a másik lengő mozgást (2.2 ábra), ennek a geometriai feltétele, hogy  $|J_1C_1| + |B_1C_1| \geq |O_1J_1| + |O_1B_1|$  és  $|O_1B_1| + |B_1C_1| < |O_1J_1| + |J_1C_1|$



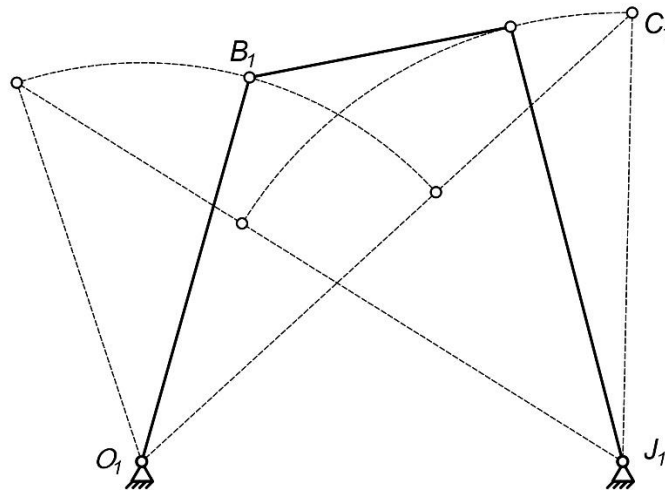
**2.2 ábra egyforgattyús lengőtágos négysuklós mechanizmus**

2. mind a kettő tag körmozgást végez (2.3 ábra), ennek a geometriai feltétele, hogy  $|J_1C_1| + |B_1C_1| \geq |O_1J_1| + |O_1B_1|$  és  $|O_1B_1| + |B_1C_1| \geq |O_1J_1| + |J_1C_1|$ . Speciális esete a gyakran alkalmazott paralelogramma alakú mechanizmus.



**2.3 ábra kétforgattyús négysuklós mechanizmus**

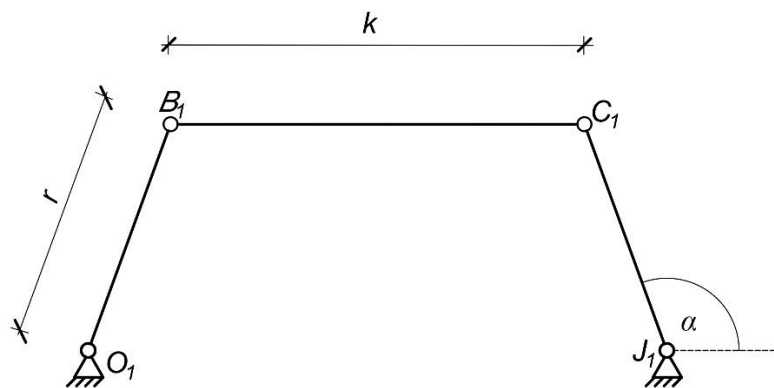
3. mind a kettő tag lengőmozgást végez (2.4 ábra), ennek a geometriai feltétele, hogy  $|J_1C_1| + |B_1C_1| < |O_1J_1| + |O_1B_1|$  és  $|O_1B_1| + |B_1C_1| < |O_1J_1| + |J_1C_1|$



2.4 ábra két lengőtagos négycsuklós mechanizmus

A négycsuklós mechanizmusoknak egy másik fajta csoportosítása a szimmetria alapján lehetséges. Vannak tengelyesen szimmetrikus és nem szimmetrikus négycsuklós mechanizmusok. Szimmetrikusság esetén csak a 2. és a 3. variáció él az előző csoportosításból. Én a továbbiakban csak szimmetrikus mechanizmusokkal fogok foglalkozni, ami azért logikus megközelítés, mert a hagyományos láncok is rendelkeznek tükörszimmetriával.

Egy szimmetrikus mechanizmus egyértelműen megadható 3 paraméterrel. Az én általam használt paraméterek: az állványhoz kapcsolódó tagok hossza:  $r$ , az állvánnyal szemközti tag hossza:  $k$ , valamint az állvány és a hozzá kapcsolódó tag által bezárt (külső) szög:  $\alpha$  (2.5 ábra)

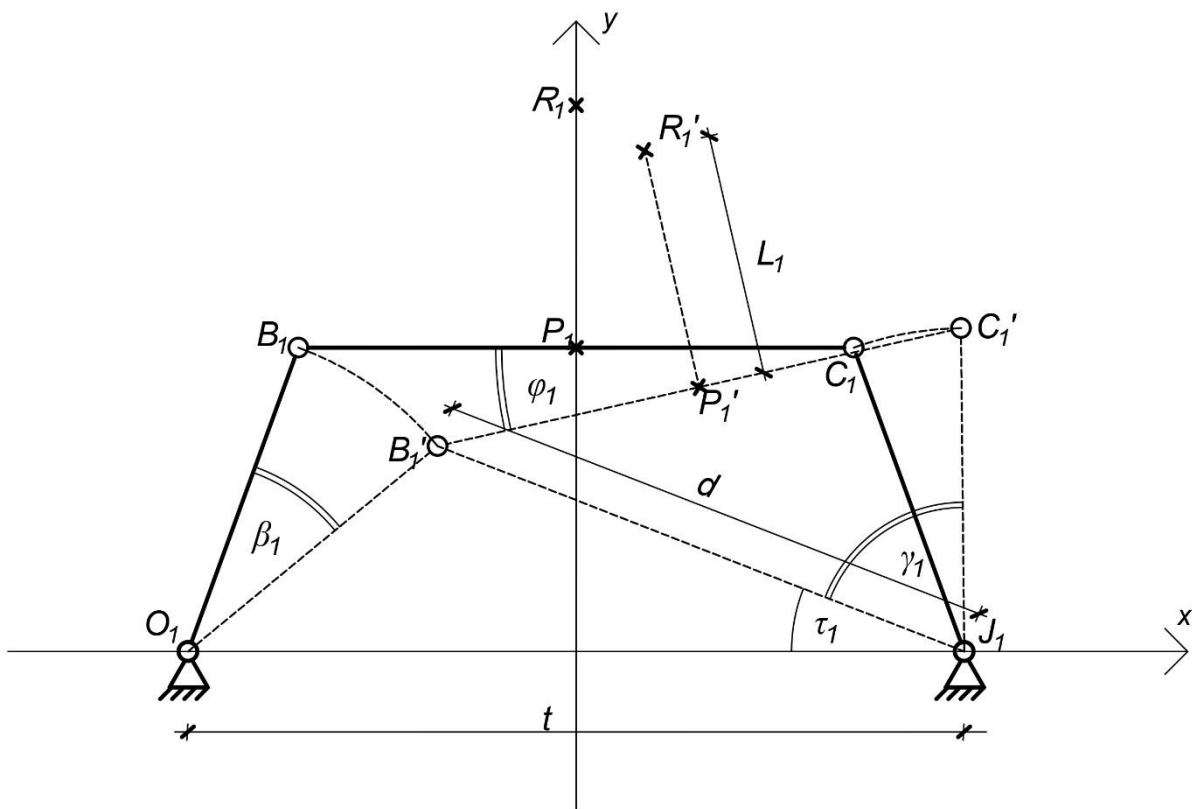


2.5 ábra A szimmetrikus négycsuklós mechanizmus általam használt 3 paramétere



### 3.Négy csuklós mechanizmus kinematikai vizsgálata

A kinematikai vizsgálathoz a mechanizmus állványához egy Descartes-féle derékszögű koordinátarendszert rögzítünk. A csuklókat  $O_1$ ,  $J_1$ ,  $B_1$  és  $C_1$ -Gyel jelölöm. Az  $O_1$  és a  $J_1$  pont fix, a mozgó pontok elmozdult állapotban levő helyét aposztróf jelöli. A koordinátarendszer origójának az  $O_1J_1$  rúd felezőpontját veszem.  $P_1$  pont jelöli az állvánnyal szemközti rúd felezőpontját. A  $P_1$  pontban a  $B_1C_1$  rúdra egy rá merőleges  $L_1$  hosszúságú rudat rögzítünk, melynek túlsó vége az  $R_1$  pont. Később ide fogom rögzíteni a lánc következő mechanizmusának az állványát. A  $B_1'J_1$  szakasz hossza legyen  $d$ . A  $B_1'J_1$  rúd és az  $O_1J_1$  rúd által bezárt szög:  $\tau_1$  és a  $B_1'J_1$  és  $J_1C_1'$  által bezárt szög:  $\gamma_1$ . A  $B_1C_1$  rúd szögelfordulása:  $\varphi_1$ . Az  $O_1J_1$  rúd hossza:  $t$ . Megadott paraméterek:  $a$ ,  $k$ ,  $r$ . A mozgást leíró ismeretlen az  $O_1B_1$  rúd  $\beta_1$ -gyel jelölt szögelfordulása. Minden pont  $x$ , illetve  $y$  koordinátáját  $x$ , illetve  $y$  alsó index jelöli. (3.1 ábra.)



3.1 ábra a négycsuklós mechanizmus kezdeti (folytonos, vastag vonalak) és elmozdult (szaggatott vonalak) alakja és a dolgozat elnevezései.

Az alább kapott képletek érvényessége szempontjából szét kell választani a különböző geometriai eseteket. Jelen esetben kikötjük, hogy  $k$  és  $r$  pozitív,  $0 < \alpha < \pi$ , továbbá  $0 < \alpha + \beta_1 < \pi$ . Ekkor az alábbi képletek érvényesek. Más eseteket most nem vizsgálók.

Az  $\alpha$ ,  $r$ ,  $k$  paramétereiből számítható a  $t$  és  $d$  hossz:

$$t = k - 2r \cos(\alpha)$$

$$d = \sqrt{(r^2 + t^2 + 2rt \cos(\alpha + \beta_1))}$$

A cosinus tétel alapján pedig meghatározhatjuk az ábrán szereplő  $\tau_1$  és  $\gamma_1$  szögeket:

$$\tau_1 = \arccos\left(\frac{d^2 + t^2 - r^2}{2dt}\right)$$

$$\gamma_1 = \arccos\left(\frac{d^2 + r^2 - k^2}{2dr}\right)$$

Az elmozdult pontok koordinátái pedig az alábbi módon határozhatóak meg.

A  $B_1$  pont az  $O_1$  pont körül végez forgó mozgást, ezért koordinátái:

$$B_1': (O_{1x} - r \cos(\alpha + \beta_1); O_{1y} + r \sin(\alpha + \beta_1))$$

A  $C_1$  pont a  $J_1$  pont körül végez forgó mozgást, ezért

$$C_1': (J_{1x} - r \cos(\tau_1 + \gamma_1); J_{1y} + r \sin(\tau_1 + \gamma_1))$$

A  $P$  pont a  $CB$  szakasz felezőpontja, így koordinátái:

$$P_1': ((B_1'_x + C_1'_x) / 2; (B_1'_y + C_1'_y) / 2)$$

A  $\varphi_1$  szög pedig számítható a  $B_1'$ ,  $C_1'$  helyéből és  $k$  értékéből az alábbi módon:

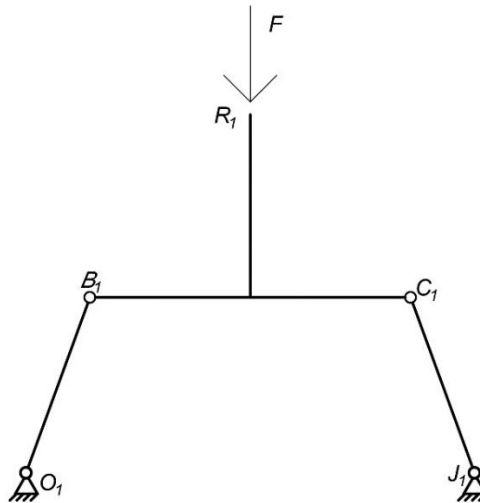
$$\varphi_1 = \arcsin\left(\frac{C'_{1y} - B'_{1y}}{k}\right)$$

Végül pedig az  $R_1'$  pont koordinátái a  $P_1'$  pont koordinátáiból a  $\varphi_1$  és az  $L_1$  értékből határozhatóak meg:

$$R_1': (P'_{1x} - L_1 \cos(\pi/2 - \varphi_1); P'_{1y} + L_1 \sin(\pi/2 - \varphi_1)).$$

## 4. Négycsuklós mechanizmus statikája

Tekintsünk most egy olyan szerkezetet, mely egy végén talajhoz rögzített, egy elemű, nyomott lánc általánosításának tekinthető. Ehhez a talajhoz rögzítünk egy négycsuklós mechanizmust, és a tetején lévő rúd  $R_1$  végpontjában egy függőlegesen lefelé mutató terhet helyezünk el (4.1 ábra).



4.1 ábra A talajhoz rögzített egy elemű lánc és az  $R_1$  pontjában ható terhelés

Ez a szerkezet akkor van egyensúlyban, ha az  $R_1$  pont  $y$  koordinátájának  $\beta_1$  szerinti deriváltja 0, ami a szimmetria miatt  $\beta_1=0$  esetén mindig teljesül.

A stabilitás feltétele pedig az, hogy  $R_1$  pont  $y$  koordinátájának  $\beta_1$  szerinti második deriváltja pozitív.

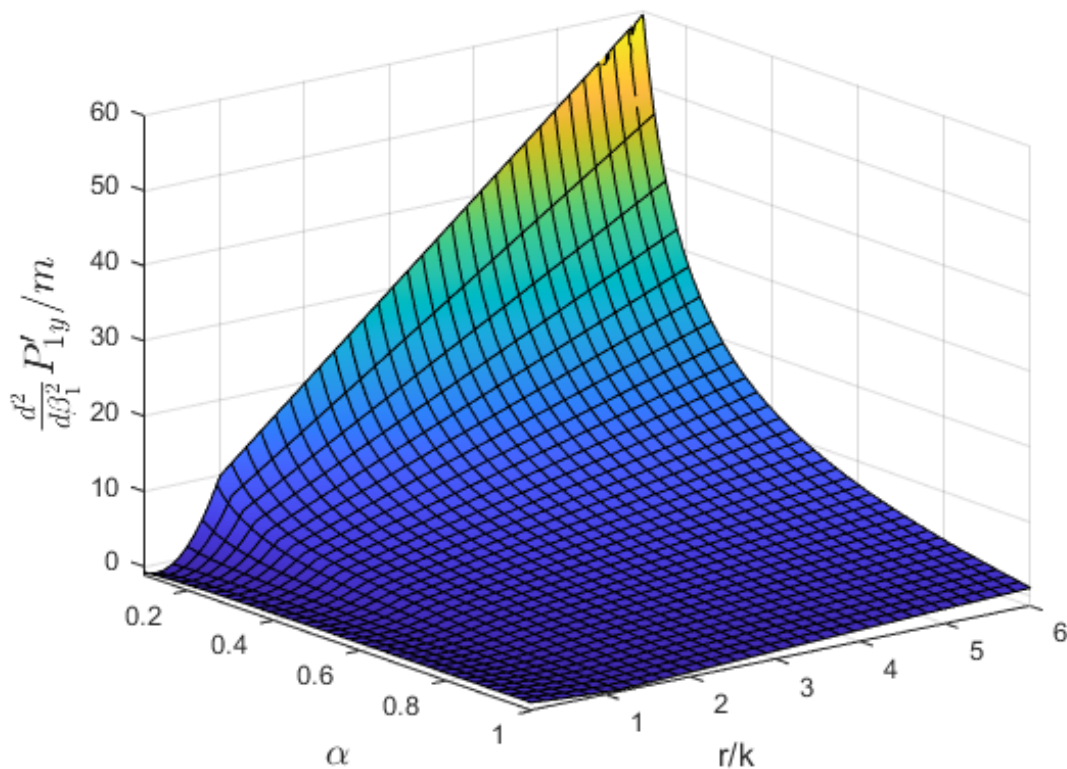
A második feltételt megvizsgáltam olyan módon, hogy az  $R_1$  pont  $y$  koordinátáját kifejeztem a korábban ismertetett kinematikai összefüggések segítségével az  $\alpha$ ,  $r$ ,  $k$ ,  $L_1$  paraméterek és a  $\beta_1$  szögelfordulás függvényében a MatLab szoftverben végzett szimbolikus számítás segítségével, majd előállítottam annak második deriváltját zárt alakban. A kapott képletek hossza miatt nincs mód itt azok megadására. Céлом annak kiderítése volt, hogy a paraméterek mely értékei esetén veszi fel a második derivált a legnagyobb értéket. Mivel a gyakorlati alkalmazások szempontjából lényeges, hogy egy szerkezetben alkalmazott mechanizmusok mérete ne legyen túlságosan nagy, ezért a második deriváltat dimenziótlantottam oly módon, hogy leosztottam egy, a mechanizmus méretét jellemző  $m$  mérőszámmal. Konkrétan  $m$  a mechanizmus szélessége és a magassága közül a nagyobbik volt. Ilyen módon a mechanizmus mérete nem

befolyásolja a vizsgálat eredményét, csak a mechanizmus formáját jellemző  $r/k$ ,  $L/m$  arányok és az  $\alpha$  szög értéke.

A kinematikai vizsgálatunk eredményei alapján

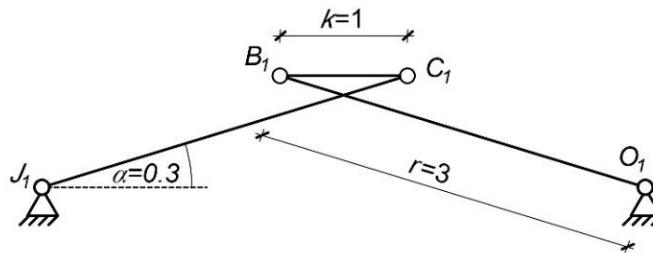
$$\frac{d^2}{d\beta_1^2} R'_{1y} = \frac{d^2}{d\beta_1^2} P'_{1y} - L_1,$$

ezért elsőnek megvizsgálom a  $\frac{d^2}{d\beta_1^2} P'_{1y}$  mennyiséget. A függvényértékek numerikus kiértékelése azt mutatja, hogy nagy  $\frac{d^2}{d\beta_1^2} P'_{1y}$  értéket akkor kapunk, ha az  $r/k$  értéke nagy és  $\alpha$  közel van nullához. (4.2 ábra).



4.2 ábra A  $\frac{d^2}{d\beta_1^2} P'_{1y}$  értéke  $\alpha$  és  $r/k$  függvényében

Ezek ismeretében egy viszonylag kedvező paraméterértékekkel rendelkező négycsuklós mechanizmust fogok tovább vizsgálni:  $\alpha=0.3$   $k=1$  és  $r=3$  (4.3 ábra).



4.3 ábra a további vizsgálatokhoz használt négycsuklós mechanizmus

A stabilitásnál az  $R_1$  pont esetén is ugyanúgy a pont  $y$  koordinátájának a második deriváltjának az értékét kell vizsgálni. A fixált  $\alpha$ ,  $k$ ,  $r$  paraméterek mellett az  $L_1$  értékének függvényében változik a szerkezet stabilitása. A fenti képlet alapján minél kisebb  $L_1$ , annál jobb a szerkezet stabilitása, azonban használati szempontból az a célszerű, ha minél nagyobb az  $L_1/m$  hányados. Különböző geometriák esetén, különböző arányú  $L/m$  arány választása szükséges.

## 5. Négy csuklós mechanizmusokból épített láncok

Az előző fejezetben ismertetett szerkezetből többet egymásra építve létre lehet hozni egy láncot.

A továbbiakban feltételezem, hogy a lánc minden eleme ugyanolyan paraméterekkel rendelkezik. A pontok elnevezései és szögelfordulásait hasonlóan jelölöm, mint az egy elemű láncnál, úgy, hogy az alsó indexben levő szám mutatja, hogy melyik elemre vonatkozik.

A második elem felső pontjának ( $R_2'$ ) helyzetét megkapjuk úgy  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  függvényében, hogy az  $R_1'(\beta_1)$  helyvektorhoz hozzáadjuk az  $R_1'(\beta_2)$  vektor  $\varphi_1$  szöggel való elforgatott képét. Egyenlettel kifejezve:

$$R'_{2x}(\beta_1, \beta_2) = R'_{1x}(\beta_1) + [\cos(\varphi_1); -\sin(\varphi_1)] \cdot [R'_{1x}(\beta_2); R'_{1y}(\beta_2)]$$

$$R'_{2y}(\beta_1, \beta_2) = R'_{1y}(\beta_1) + [\sin(\varphi_1); \cos(\varphi_1)] \cdot [R'_{1x}(\beta_2); R'_{1y}(\beta_2)]$$

Ezzel a módszerrel felírhatóak a tetszőleges  $n$  elemű lánc  $n$ . elemének felső pontjának a koordinátái is iteratív módon:

$$R'_{nx}(\beta_1, \dots, \beta_n) = R'_{(n-1)x}(\beta_1, \dots, \beta_{n-1}) + [\cos(\varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_{(n-1)}); -\sin(\varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_{(n-1)})] \cdot \dots \cdot [R'_{1x}(\beta_n); R'_{1y}(\beta_n)]$$

$$R'_{ny}(\beta_1, \dots, \beta_n) = R'_{(n-1)y}(\beta_1, \dots, \beta_{n-1}) + [\sin(\varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_{(n-1)}); \cos(\varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_{(n-1)})] \cdot \dots \cdot [R'_{1x}(\beta_n); R'_{1y}(\beta_n)]$$

Ha egy több elemű lánc tetején az  $R_n$  pontot terheljük függőleges teherrel, akkor a stabilitásvizsgálat során ezen pont  $y$  koordinátájának az összes változó szerinti második deriváltjaiból képzett Hesse-mátrixnak a sajátértékeit kell nézni. Ha minden sajátértéke nagyobb, mint nulla, akkor van stabil egyensúlyi helyzetben.

Az egy elemű lánc esetén már bevált paraméterekkel épített két elemű lánc esetén zárt alakban előállítottam a Hesse mátrixot, és numerikusan elvégeztem a sajátértékvizsgálatot. A szerkezet  $L_1/m=L_2/m=0.1$  esetén stabil volt, de  $L_1/m=L_2/m=0.2$  és nagyobb hosszok esetén már nem. Ez az eredmény arra utal, hogy ahogyan egyre több elemet adunk a lánchoz, úgy romlik a stabilitása.

Ugyanakkor arra számítok, hogy a közeljövőben a mechanizmus paramétereit szisztematikus módon megvizsgálva fogok tudni olyan paramétereket választani, melyre nagy  $L$  hossz mellett is stabil marad a lánc vagy érdemes tovább keresni másfajta mechanizmusokkal, hátha van olyan, ami jobb eredményeket ad.

## 6. Kísérletek

A négycsuklós mechanizmus és az abból épített láncok fentebb bemutatott számolásának helyességét kísérletekkel is ellenőriztem. A kísérletek során technic legót alkalmaztam a mechanizmus, illetve a lánc megépítésében, tehernek pedig egy gyurmatömböt, hogy ne csússzon le a próbatesten.

A kísérletek során a négycsuklós mechanizmusnál megvizsgáltam  $[\alpha, r, k]=[0.3 \ 3 \ 1]$  paraméterek mellett, melyre a számolások azt mutatták, hogy stabil (6.1 videó) valamint megvizsgáltam  $[\alpha, r, k]=[2 \ 3 \ 1]$  paraméterek mellett is, melyre a számolások azt adták, hogy nem stabil (6.2 videó).

<https://youtu.be/RcW53YIRmCE>

**6.1 videó  $[\alpha, r, k]=[0.3 \ 3 \ 1]$  paraméterek mellett a mechanizmus stabil**



<https://youtu.be/FVJfzeKsa4>

### **6.2 videó [ $\alpha, r, k$ ]=[2 3 1] paraméterek mellett a mechanizmus nem stabil**

Ezek után rátettem az [ $\alpha, r, k$ ]=[0.3 3 1] paraméterekkel rendelkező mechanizmusra egy  $L=0.5$  rudat, arra pedig egy újabb mechanizmust (6.3 videó), majd erre még egyszer ugyanezt (6.4 videó). Mind a kettő esetben a számolások azt mondják, hogy instabil a szerkezet, azonban a kísérletben megállt. Ez valószínűleg a csuklós kapcsolatoknál lévő súrlódással állhat összefüggésben. Illetve az még érzékelhető volt a kísérlet során, hogy a számolásokkal megegyezően a 6.4-esetben a szerkezet instabilabb volt, mint a 6.3-esetben.

<https://youtu.be/PZBYpH0qV88>

### **6.3 videó kettő [ $\alpha, r, k$ ]=[0.3 3 1] álló mechanizmus és közöttük 0.5 arányú rúd mellett a számolások szerint a szerkezet instabil, a gyakorlat mást mond.**

<https://youtu.be/PqjCSC2yNeA>

### **6.4 videó három [ $\alpha, r, k$ ]=[0.3 3 1] álló mechanizmus és közöttük 0.5 arányú rudak mellett a számolások szerint a szerkezet instabil, a gyakorlat mást mond.**

## 7.Összefoglalás

A hajlításmentes szerkezeteknek, mint a kötelek, láncok, boltozatok, héjak, vannak előnyeik a hajlított szerkezetekkel szemben. A legfontosabb előnyeik a hely- és anyagtakarékosság. Ezek miatt előszeretettel alkalmazzák őket különböző iparágakban. A hajlításmentes szerkezetek között is különbséget kell tenni a húzott (például a láncok), illetve nyomott szerkezetek között (például a boltozatok). Jelen dolgozatomban azt vizsgáltam, hogy vajon lehet-e olyan láncot készíteni, amely nem húzó, hanem nyomó erőknek áll ellen. Ennek során kicseréltem a lánc csuklós kapcsolatait négycsuklós mechanizmusra, mellyel nem csak forgás, hanem eltolódás is létrejön a rúdvégek között.

A vizsgálataim egyrészt igazolták, hogy lehetséges hajlékony, összecsucskozható, de kinyitva nyomóerőknek ellenálló szerkezetet építeni. Ugyanakkor négycsuklós mechanizmus használata esetén kihívást jelent a geometriai paraméterek megválasztása. Ebben a dolgozatban az egy elemű lánc esetén szisztematikusan megvizsgáltam a paraméterek hatását, és kiválasztottam egy kedvező kombinációt. Több elemű lánc esetén pedig ezt a paraméterkombinációt

teszteltem. Az eredmények azt mutatták, hogy minél több elemű a lánc és minél hosszabbak a láncszemek, annál nehezebb a stabilitást elérni. A továbbiakban szeretném a több elemű láncok szisztematikus vizsgálatával megkeresni az optimális láncparamétereket. Reményeim szerint így a jövőben a gyakorlatban is jól alkalmazható újszerű szerkezetípust fogok tudni előállítani. A későbbi vizsgálatok során az egyensúly lokális stabilitása mellett a vonzástartomány nagyságát is tervezem vizsgálni.

## Hivatkozások

Belvin, W. Keith and Straubel, Marco and Wilkie, W. Keats and Zander, Martin and Fernandez, Juan M. and Hillebrandt, Martin. „Advanced Deployable Structural Systems for Small Satellites” *NATO Specialists’ Meeting AVT-257-RSM-041 “Best Practices for Risk Reduction for Overall Space Systems”* 26.-29. Sept. 2016, Àvila, Spain.

Block, Joachim, Marco Straubel, and Martin Wiedemann. "Ultralight deployable booms for solar sails and other large gossamer structures in space." *Acta astronautica* 68.7-8 (2011): 984-992.

Chauhan, Shailendra Singh, and S. C. Bhaduri. "Structural analysis of a Four-bar linkage mechanism of Prosthetic knee joint using Finite Element Method." *EVERGREEN Joint Journal of Novel Carbon Resource Sciences & Green Asia Strategy* 07.02 (2020): 209-215.

Hegyi Dezső, Gáspár Orsolya, Fehér Eszter *Különleges tartószerkezetek*. TERC Kereskedelmi és Szolgáltató Kft, 2022.

Hibbeler, Russell C. *Statics and Mechanics of Materials in SI Units*. Pearson Higher Ed, 2018.

Jones, Harry. "The recent large reduction in space launch cost." 48th International Conference on Environmental Systems, 2018.

Kim, Jin, and Kanggeun Park. "The design characteristics of nature-inspired buildings." *Civil Engineering and Architecture* 6.2 (2018): 88-107.

Koltay, Jenő, and János Benkő. *Mechanizmusok*. GATE Egyetemi jegyzet, 2021.

Macdonald, Angus J. *Structure and architecture*. Routledge, 2018.

Puig, L., A. Barton, and N. Rando. "A review on large deployable structures for astrophysics missions." *Acta astronautica* 67.1-2 (2010): 12-26.

Rao, J. S. *Kinematics of machinery through HyperWorks*. Vol. 18. Springer Science & Business Media, 2011.

Sandaker, Bjørn N., Arne P. Eggen, and Mark R. Cruvellier. *The structural basis of architecture*. Routledge, 2019.

Wang, Sicong, et al. "Blossoming analysis of composite deployable booms." *Thin-Walled Structures* 157 (2020): 107098.

Wu, Guanglei, and Shaoping Bai. "Design and kinematic analysis of a 3-RRR spherical parallel manipulator reconfigured with four-bar linkages." *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 56 (2019): 55-65.

Zhang, ZiQiang, et al. "Kinematic synthesis method for the one-degree-of-freedom jumping leg mechanism of a locust-inspired robot." *Science China Technological Sciences* 63.3 (2020): 472-487.