Tudományos Diákköri Konferencia

Gergye Menyhért

Lineáris vetítési eljárás

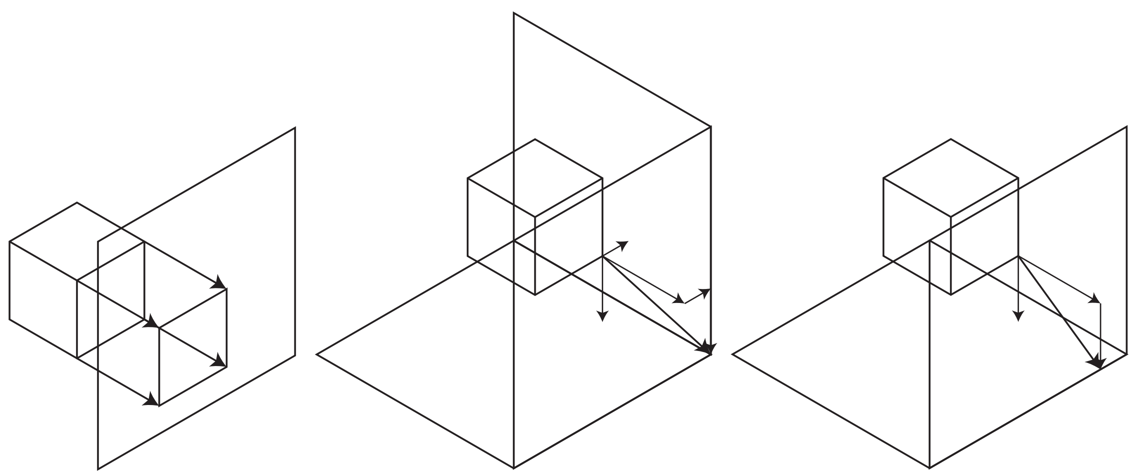
Konzulens:
dr. Szoboszlai Mihály
egyetemi docens

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Építészeti Ábrázolás Tanszék
2014

Tartalom

Mindig is foglalkoztatott a geometriai egybevásóság kérdése, és az a gondolat, hogy különböző vetítési eljárásokkal egyetlen képet végtelenféleképpen kialakíthatunk. Az optikai csalódások, anamorfózisok festményen, vagy térben, optikai térnövelés az építészetben trapéz alakú terekkel és bármilyen más eszközzel. Geometriával olyan illúziókat hitethetünk el az agyunkkal, amikről tudjuk, hogy képtelenség. “Hiszem, ha látom”, mondják, de geometriával azt is megmutathatjuk, ami nem létezik. Nem hazugság ez, csupán egy másik nézőpont felvillatása, a nyitottság megalapozása. Ezen gondolatok mentén indultam el kutatásom során, amikor azt kezdtem el vizsgálni, hogy milyen vetítésekkel lehet ugyanazon alakzatból újabb és újabb képeket kihozni.

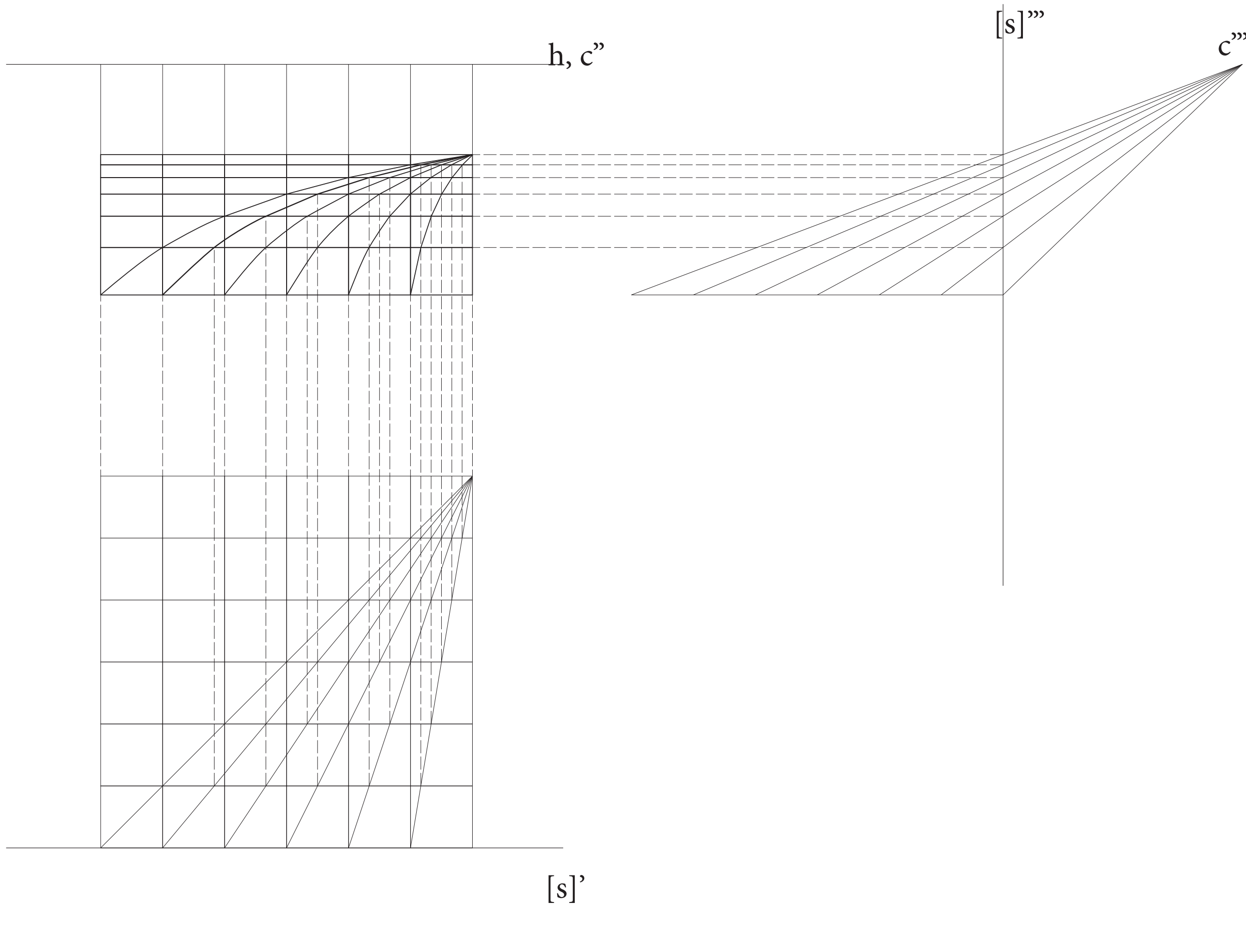
Az ábrázoló geometria nagy részben a tér síkban való egyértelmű ábrázolásával foglalkozik, erre a célra különböző vetítési eljárásokat használ. Ezek az eljárások mind-mind a térnek különböző tulajdonságait adják vissza, kiegészítik egymást. Hasonlóságaik, hogy mindegyik rendszer vetítősugarakat használ, amelyek döféspontjai adják meg a képsíkon a keresett képet, a különbség közöttük pedig mindössze az, ahogy a vetítősugarakat meghatározzák. A Monge-projekció és az axonometria által használt vetítősugarak párhuzamosak, míg a perspektíva által használt vetítősugarak egy pontban, a centrumban találkoznak.
A Monge-rendszer féle párhuzamos vetítősugarakat felfoghatjuk egy adott síkra merőleges irányként (ez a sík nem azonos a képsíkkal), akkor a vetítősugarak ráesnek a pontok és a sík távolságát megadó szakaszra. Ugyanígy a centrális vetítés vetítősugarai is ráesnek a centrum és a pontok távolságát jelölő szakaszra. A lineáris projekció ebben a felfogásban egy adott egyenes és a tér pontjainak távolságára eső vetítősugarakkal alkot képet. Egy másik, matematikusabb megközelítés, ha a Monge-rendszer vetítősugaraira mint a pontból a vetítési irányt megadó síkra mutató normálvektorra gondolunk. Három ilyen sík esetén ezen normálvektorok összegvektora a három sík metszéspontjába, a centrumba mutat - ez a perspektíva. A Lineáris projekció pedig két ilyen sík esetén jön létre /ezt szemlélteti az al ábra/. Ezekből a megközelítésekből a Lineáris vetítés /számomra legalábbis/ a hiányzó láncszem a Monge-rendszer /+ axonometria/ és a perspektíva között. A Lineáris vetítéssel vizsgálhatjuk a perspektíva sajátságainak: a párhuzamosok találkozásának, az iránypontoknak a letrejöttét.



Monge-rendszer és axonometria Centrális vetítés Lineáris vetítés

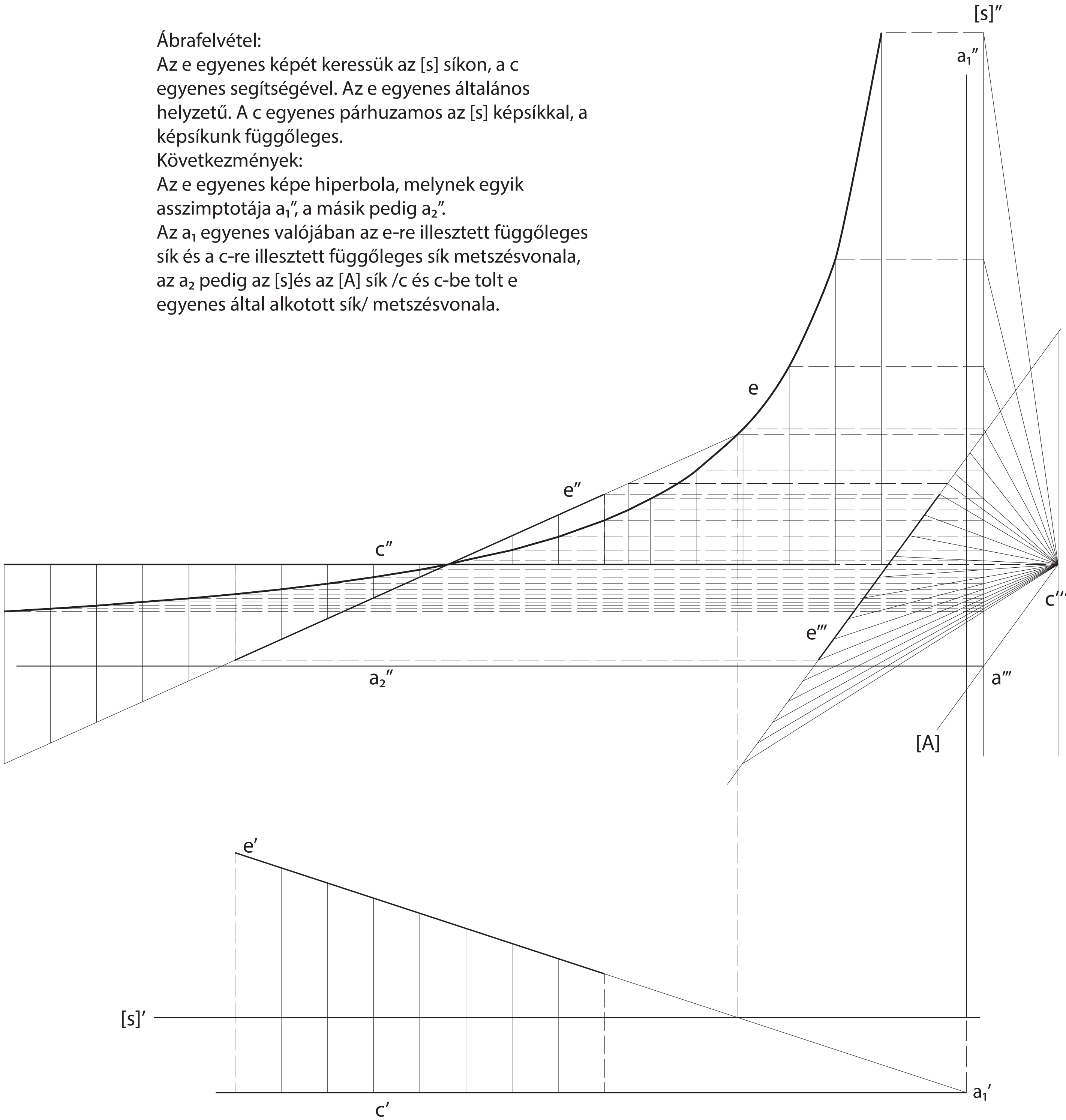
A továbbiakban a vetítés sajátságait fogom vizsgálni, olyan esetekkel, mint síkbeli alakzatok képei, illetve az alakzat és vetítősugarai által letrehozott vonalfelületek metszetei illetve térbeli alakzatok képei. A leghosszabban az egyenes képei részt elemzem, hiszen korunk térfelfogása egyenesekkel határolt felületekre szorítkozik, ha a görbék érintővel való megadására, vagy ha számítógépes polygonok illetve ebből gyártott síkokra egyszerűsített kifejthető felületekre gondolunk.

A Lineáris projekció tehát úgy adja meg egy egyenes képét, hogy annak minden pontjából a vetítést meghatározó egyenesre /továbbiakban centrumegyenes/ merőleges vetítősugarakat állít és ezekkel döfi a képsíkot. A vetítősugarak által létrehozott felületek hiperbolikus paraboloidok, melyek metszete leggyakoribb esetben hiperbola, speciális esetben egyenes, illetve parabola. A következő képen egy speciális állású négyzethálós sík, illetve arra fektetett diagonálisok képét vizsgáltam. Megfigyelhető, hogy a centrumegyenessel párhuzamos egyenes képei nem torzulnak és nem rövidülnek, úgy viselkednek, mint bármely egyenes axonometriában, a centrumegyenesre merőleges egyenesek képei rövidülnek, mint bármely egyenes a perspektívában de nem tartanak közös iránypontba, és megőrzik “egyenességüket”. Ezzel szemben a diagonálisok hiperbolákká torzulnak. Ezen hiperbolák mivel azonos, speciális helyzetű síkban elhelyezkedő, egymással affín kapcsolatban lévő egyenesek képei, ők maguk is egymással affín kapcsolatban álnak. A létrejövő hiperboláknak az egyik asszimtotája közös, a centrumegyenes magasságában létrejött horizontvonal.

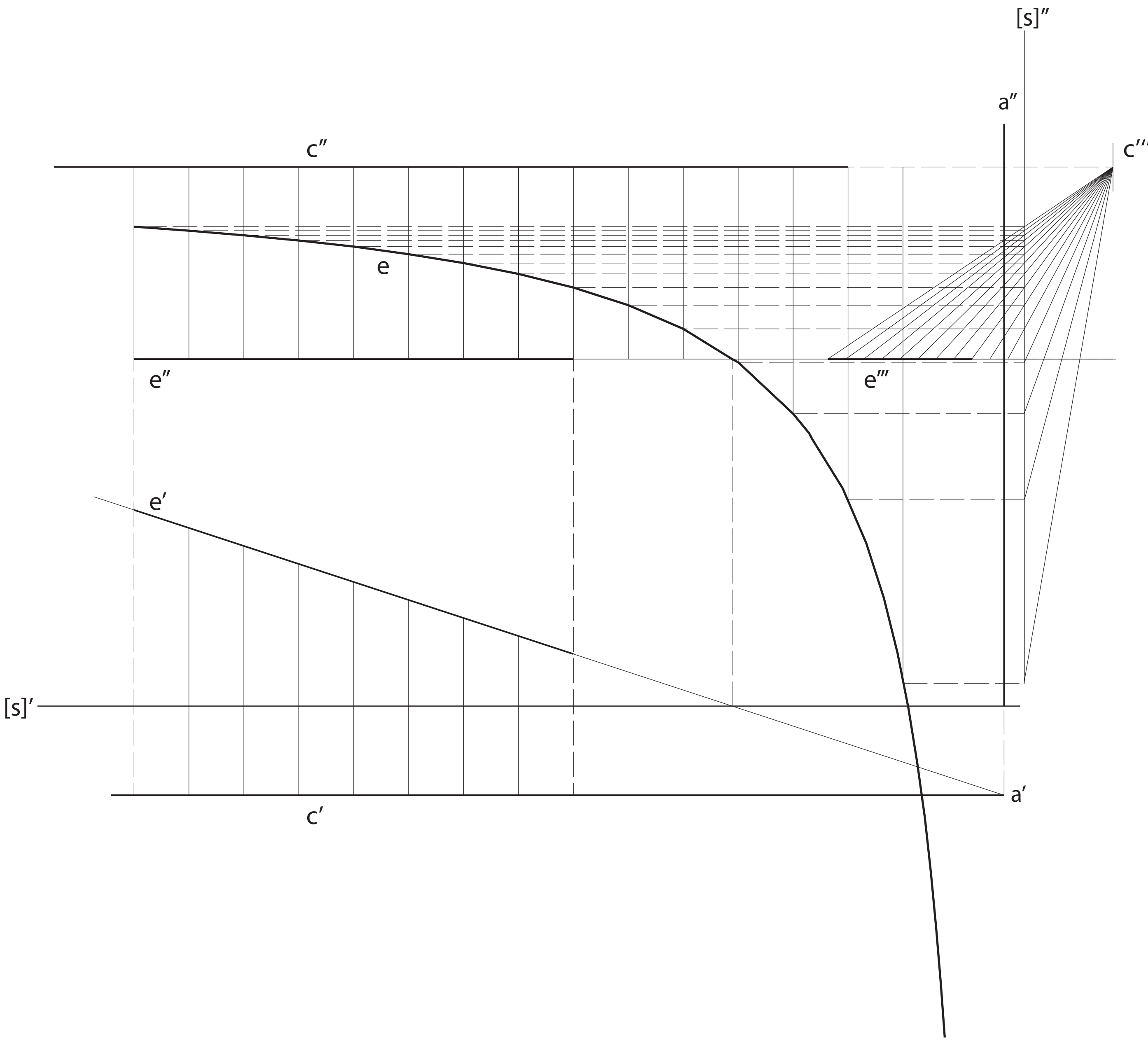


A következő két szerkesztés egyenesek képeit mutatja a rendszerben.

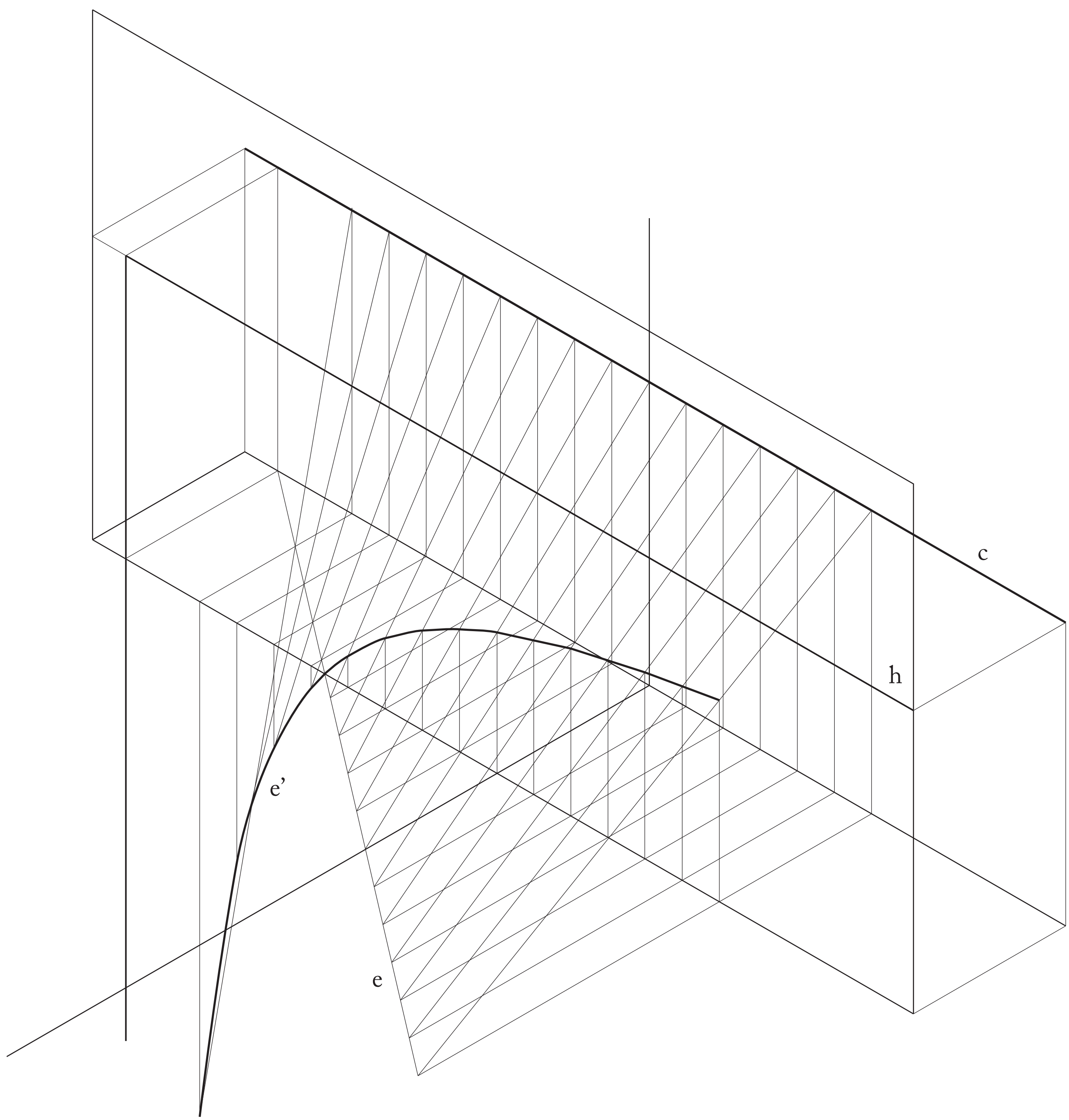
Ábrafelvétel:
Az e egyenes képét keressük az [s] síkon, a c egyenes segítségével. Az e egyenes általános helyzetű. A c egyenes párhuzamos az [s] képsíkkal, a képsíkunk függőleges.
Következmények:
Az e egyenes képe hiperbola, melynek egyik asszimptotája a_1'', a másik pedig a_2''.
Az a_1 egyenes valójában az e-re illesztett függőleges sík és a c-re illesztett függőleges sík metszésvonala, az a_2 pedig az [s]és az [A] sík /c és c-be tolt e egyenes által alkotott sík/ metszésvonala.



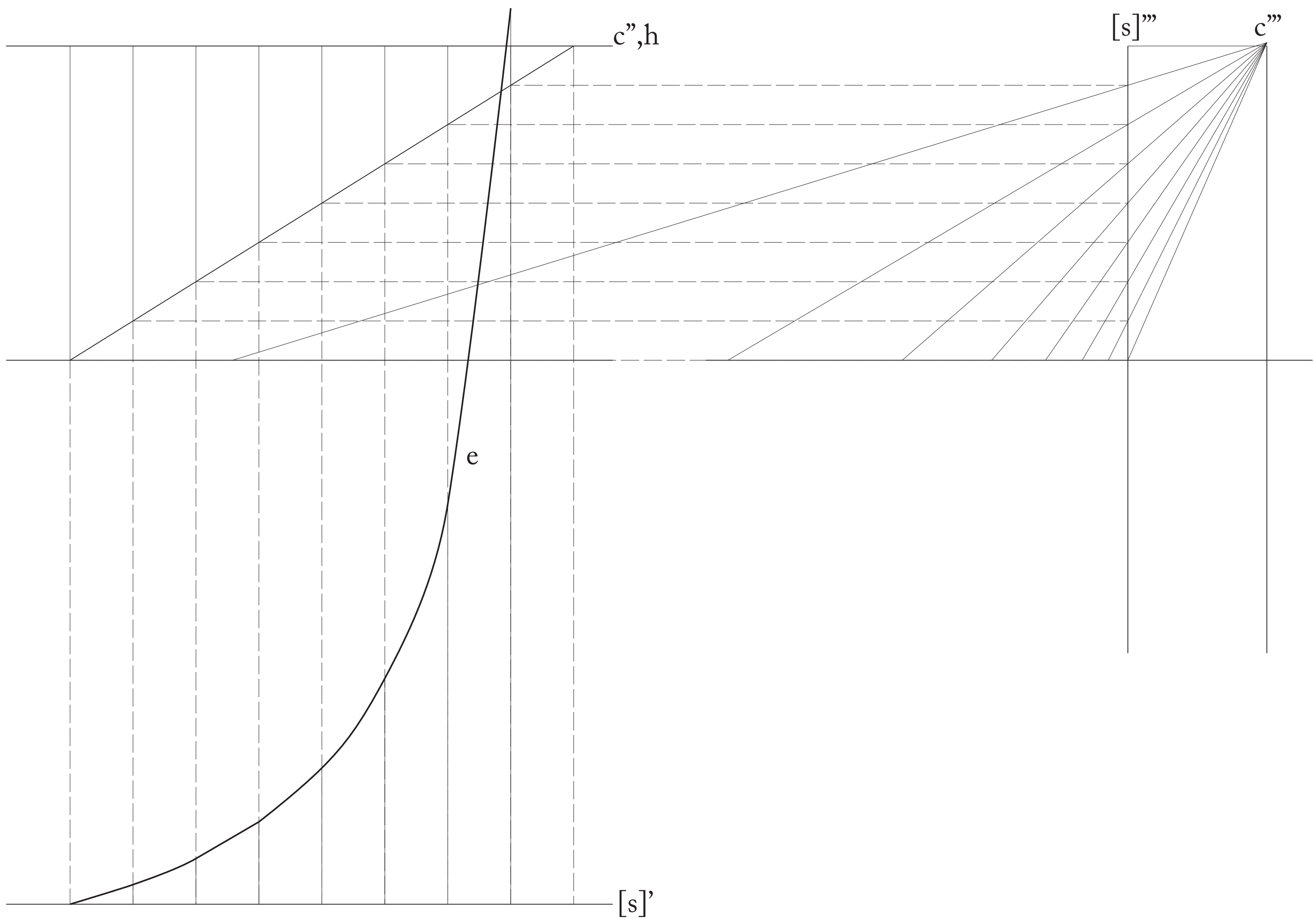
Ábrafelvétel:
Az e egyenes képét keressük az [s] síkon, a c egyenes segítségével. Az e egyenes az alapsíkban helyezkedik el. A c egyenes párhuzamos az [s] képsíkkal, a képsíkunk függőleges.
Következmények:
Az e egyenes képe hiperbola, melynek egyik asszimptotája c″, a másik pedig a″.
Az a egyenes valójában az e-re illesztett függőleges sík és a c-re illesztett függőleges sík metszésvonala.



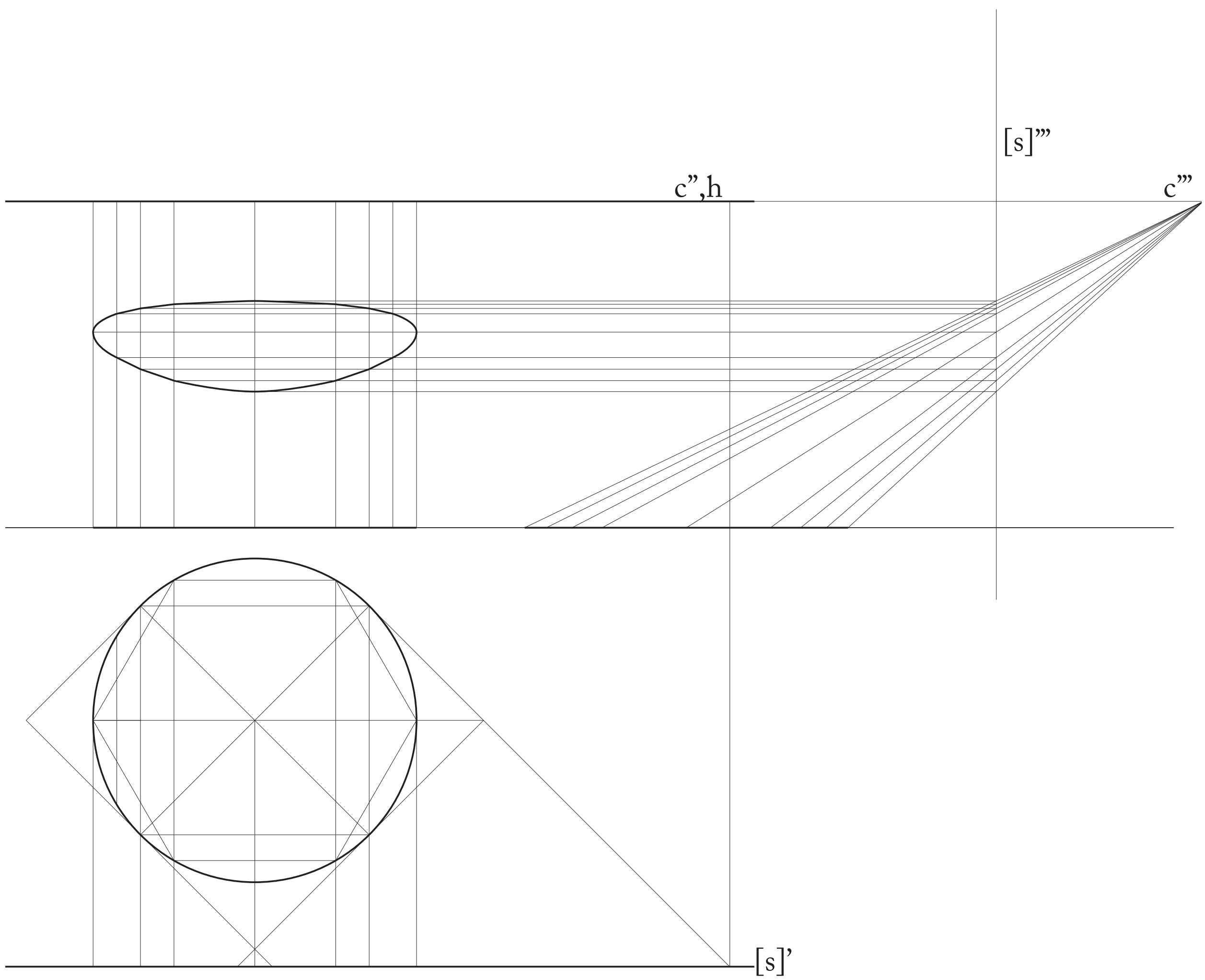
Az előző szerkesztések izometrikus ábrája:



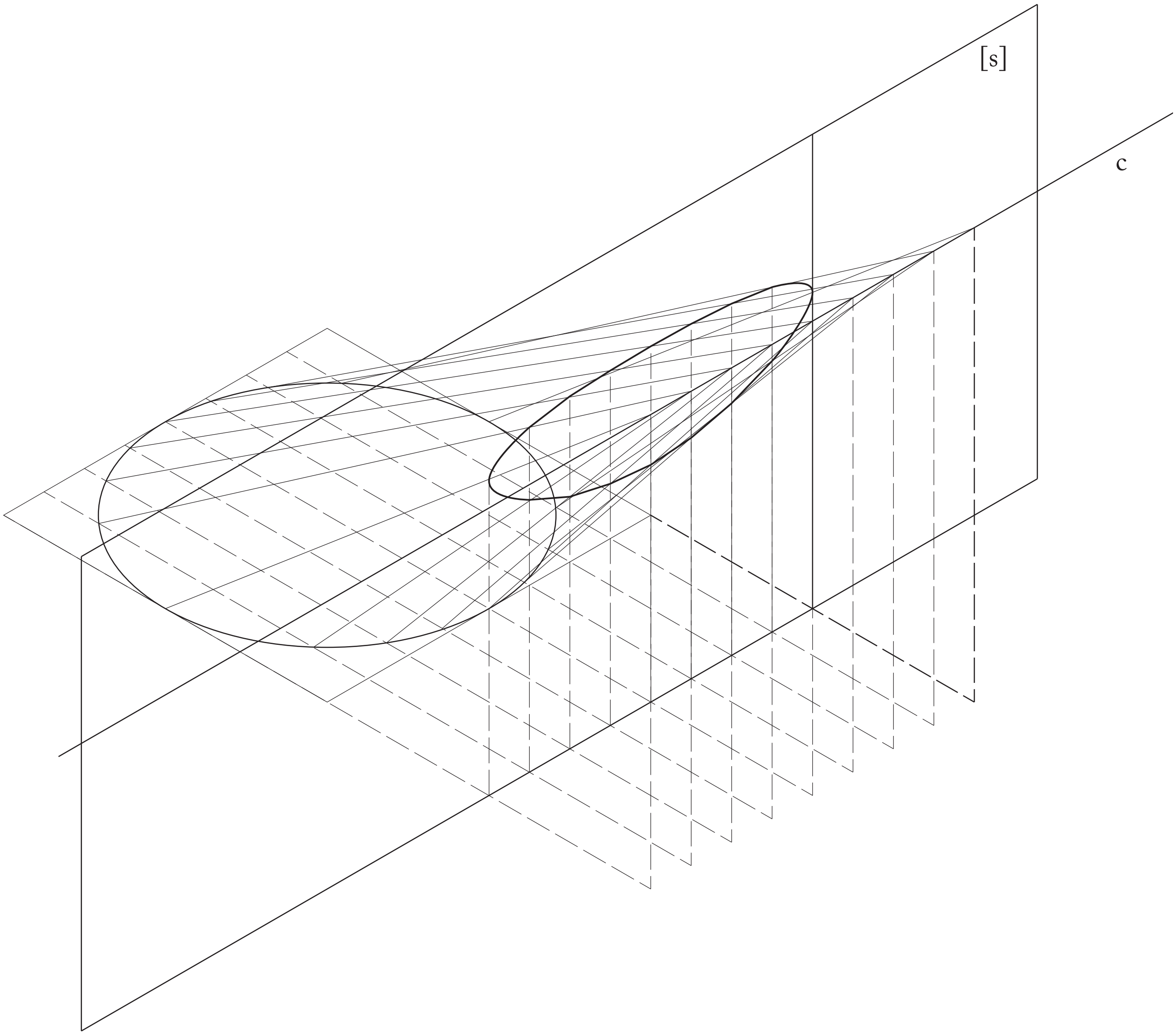
A következő szerkesztés arra a kérdésre ad nem túl meglepő választ, hogyha az alapsíkban van egy alakzatunk, melynek képe képsíkon általános egyenes, akkor mégis mi lehet az alakzatunk? A válasz nem túl meglepő: hiperbolaív. A hiperbolaív két asszimptotája pedig a centrumegyenes és a hiperbola képét összekötő a hiperbolával párhuzamos egyenesre illesztett alapsíkra merőleges sík metszésvonala az alapsíkkal; illetve a centrumegyenesre illesztett képsíkkal párhuzamos sík metszésvonala az alapsíkkal.



Kör képe Lineáris projekcióban torzult ellipszis. A következő szerkesztés mutatja, hogy a rendszer sajátosságai miatt az ellipszis képsíkkal párhuzamos és képsíkra merőleges érintői irányukat megtartották, míg az általános helyzetűek hiperbolaívekké váltak, az érintési pontban iránytváltoztattak. Az eredmény egy torzult ellipszis.

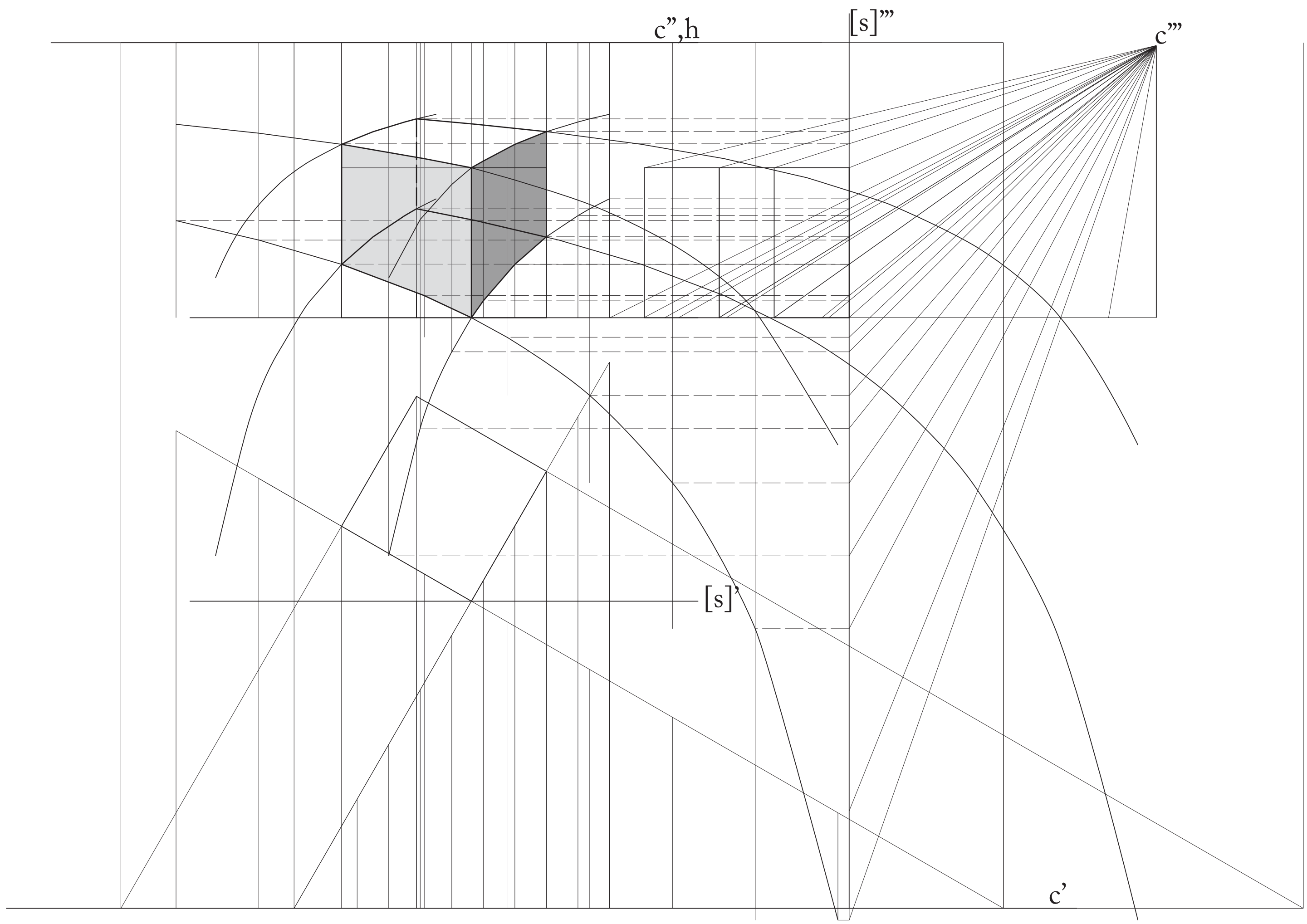


Az előszó szerlesztés képe izometriában. Itt megfigyelhető, hogy a vetítősugarak által létrehozott vonalfelület egy ferde körkonoid, ennek metszete a torzellipszis.



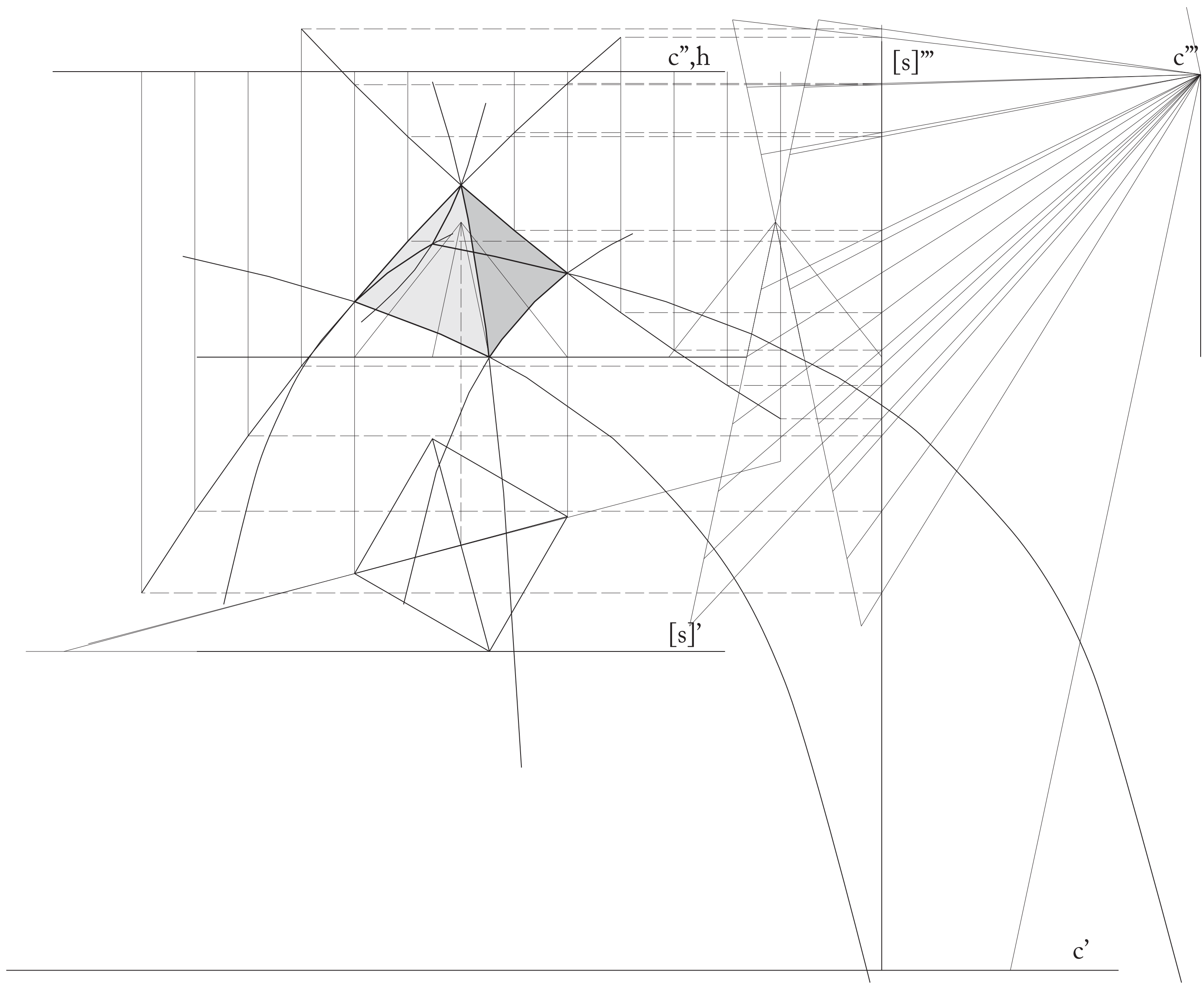
Kocka képe Lineáris projekcióban

A szerkesztésen megfigyelhető, ahogy a kocka speciális elhelyezkedésű /függőleges, centrumegyenesre merőleges/ élei egyenesek maradnak, míg a többi hiperbolává torzul. Megfigyelhető továbbá, hogy az azonos irányú élek azonos hiperbolák különböző szakaszai, illetve hogy az egymással párhuzamos síkban elhelyezkedő, egymással párhuzamos egyenesek /a kocka fölső-alsó élei/ képei affín kapcsolatban vannak egymással.

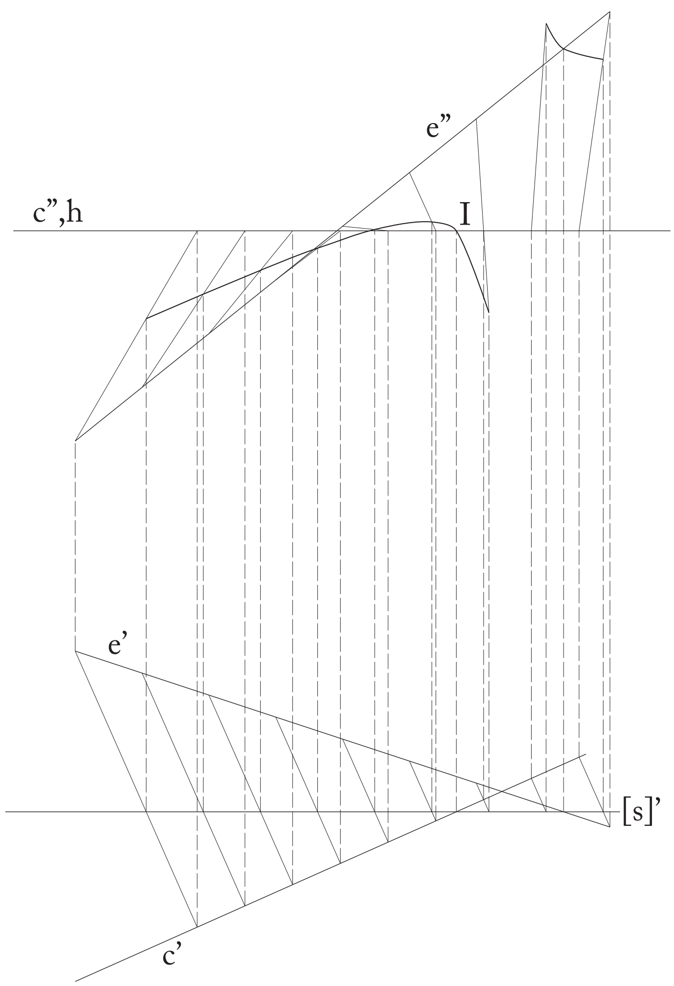


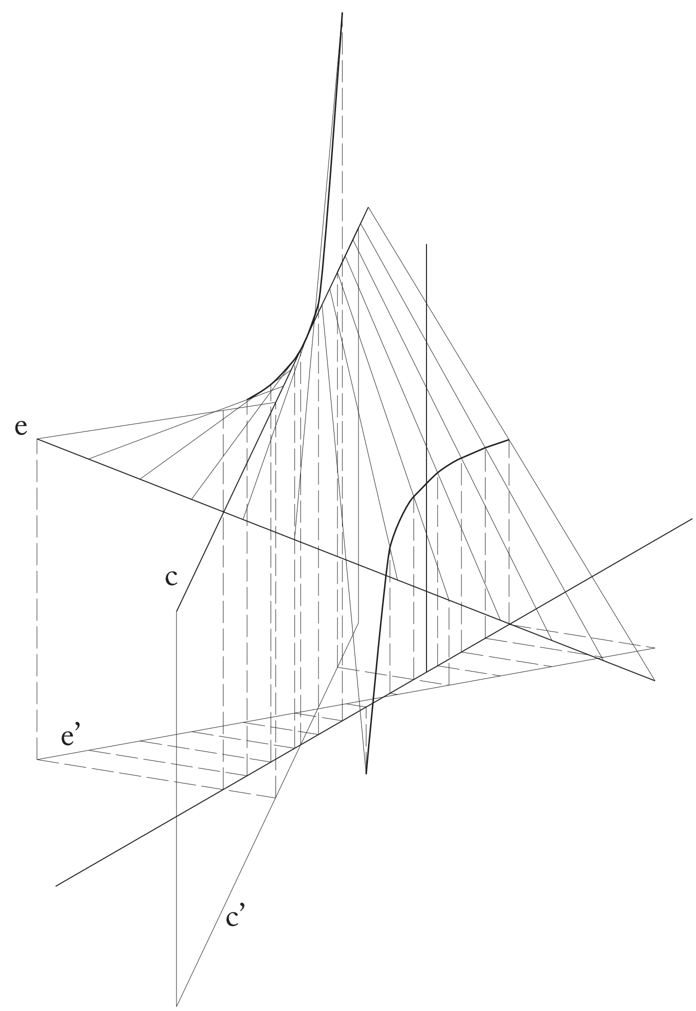
Gúla képe Lineáris projekcióban

Hasonló dolgok megállapíthatóak, mint az előző szerkesztésnél, de itt eltűnnek a speciális helyzetű élek, a test minden éle hiperbola lesz. A szerkesztés mutatja, hogy a rendszer még egy általánosan elhelyezett testhez viszonylag közel felvett centrumegyenessel is képies képet ad, a torzulások nem teszik értelmezhetetlenné a látványt.

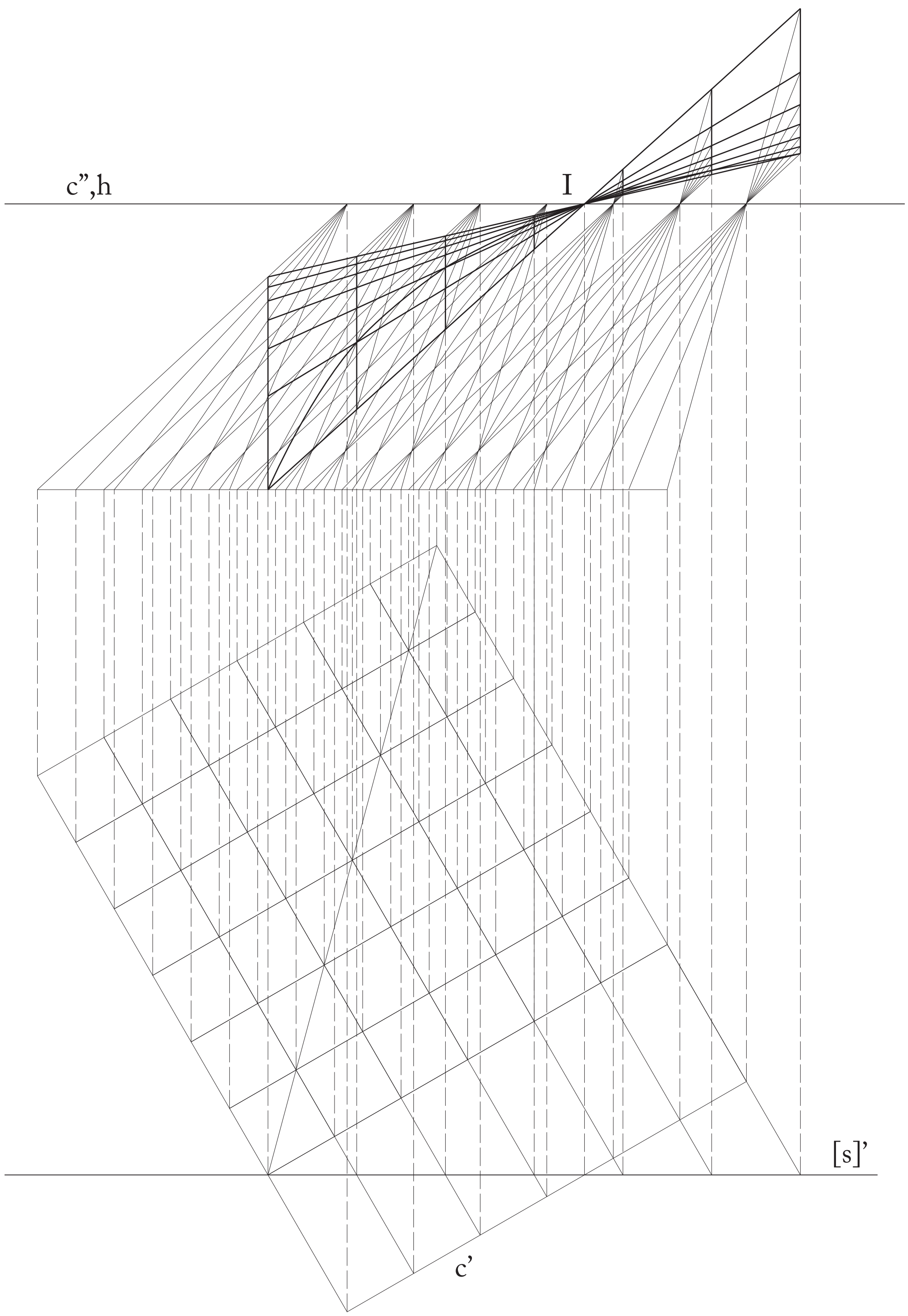


A következőkben a lineáris vetítés dűlt képsíkos változatát fogom vizsgálni. Az eddigiekben a képsíkunk minden esetben párhuzamos volt a centrumegyenessel, ezt most változtatjuk. Ezáltal a képsíkon létrejön a centrumegyenesnek egy döféspontja, amit leginkább ahhoz lehetne hasonlítani, mintha a perspektívában a centrumot a képsíkba raknánk. Ebben az egy pontban jelenik meg a tér centrumegyenes ezen ponjához rendelt összes pontja. A rendszer további torzulásait leginkább a merőleges és a ferde axonometria közötti különbségekhez hasonlítanám. Megbomlik az eddig lefektetett speciális helyzetű egyenesek viszonya, a centrumegyenessel párhuzamos egyenesek képei a képsíkon létrejött iránypontba tartanak, míg a centrumegyenesre merőleges egyenesek továbbra is függőlegesek maradnak. A szerkesztés menete is egyszerűsíthető két nézetre, hiszen itt a vetítősugarak képe szöget zár be a képzeletbeli x_{12} tengellyel, így két nézetből is megállapítható a képsíkon vett döféspontjuk. A következő két szerkesztés általánons helyzetű egyenes képét, illetve a szerkesztés rendszerét mutatja izometriában.

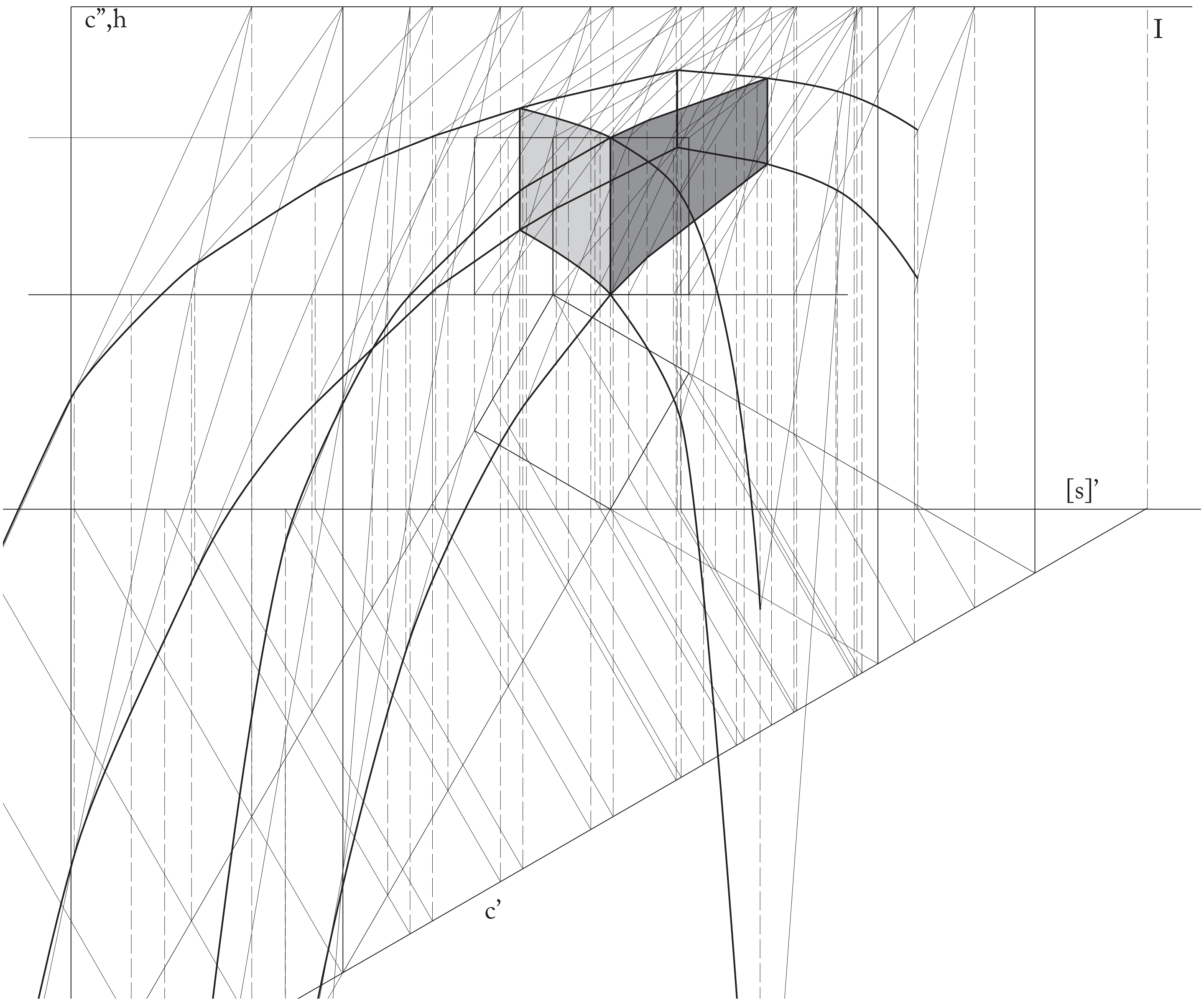




Eztek után az állóképsíkú lineáris projekcióban már vizsgált, alapsíkon fekvő, beátlózott, négyzetrácsos szerkesztést vizsgáltam dűlt képsíkú rendszerben. A szerkesztésen látható, ahogy megjelenik az I iránypont,. Ebben a szerkesztésben ábázoltam az Irányponton túl eső pontokat, amiket normális esetben nem szoktunk. Azért tartottam fontosnak ezen szakaszok képének ábrázolását is, mert így megfigyelhetjük, ahogy az Iránypontban az egyenesekben törés alakul ki, a diagonális képe pedig ezáltal a törés által őrzi meg hiperbola formáját.



Kutatómunkám utolsó szerkesztése egy kocka képe dűltképsíkos lineáris vetítési rendszerben. Megfigyelhető a centrumegyenes és iránypont túlzott közelsége miatt létrejövő erős torzulás. Az állóképsíkos kockaábrázoláshoz hasonlóan itt is föggőleges egyenesek maradtak a kocka függőleges élei, illetve a hiperbolák asszimptotáinak kialakulási elve is megmaradt, köszönhetően annak, hogy a centrumegyenest továbbra is vízszintes helyzetűnek határoztam meg. Hiperbolává torzult élei közül pedig amelyik előbb éri el /illetve előbb nem éri el/ asszimptotáját, annak képzeletbeli párja megy át az irányponton.



A lineáris vetítési rendszer bizonyítja, hogy a geometriai vetítések nem merülnek ki az eddig tanultakban. Annak ellenére, hogy a perspektíva és az axonometrikus ábrázolások közti átmenetet testesíti meg, rendkívül összetett rendszer, összetettsége ellenére viszont képes izgalmas, átlátható, képies képeket adni.

A lineáris projekciót a következő területeken alkalmaznám:

-Ábrázoló geometriai szemléltető szerkesztések a vetítések közötti kapcsolat és a tér leképzésének szemléltetésére

-Nyeregfelületek, azok síkmetszeteinek tanulmányozása, egymással való affín kapcsolataik vizsgálata, ezen felületek alkalmazása építészetben

-A matematikai végtelen vizuális ábrázolására

-Építészeti ábrázolások, koncepciók

-Képzőművészet

A vetítési rendszerek párhuzamba állíthatóak a világfelfogásunkkal. Egy egy új “nézőpont”, “perspektíva”, és másként látjuk az egész világot. Minél többféleképpen tudjuk leképezni az adott szituációt, talán annál jobban értjük a körülöttünk lévő világot. Számomra a lineáris projekció a megismerés és a végtelen megismerésének eszköze.

Irodalomjegyzék:

Pottman-Asperl-Hofer-Kilian: Architectural Geometry, Bentley Institute Press, 2001

Lőrincz-Petrich: Ábrázoló geometria, Nemzeti Tankönyvkiadó, 1998

Pál Imre: Térgeometria a műszaki gyakorlatban, Tankönyvkiadó, 1973