



BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI
EGYETEM ÉPÍTÉSZMÉRNÖKI KAR
Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék

Kis elemekből épült torony összedőlésének elméleti és kísérleti vizsgálata

Fenyő Csillag, Mosoni Aliz Lea

Konzulens: Dr. Várkonyi Péter

Tartalomjegyzék

Absztrakt.....	3
1. Téma bevezetése, a KEVA torony [1].....	4
2. Korábbi adatok, cikkek felhasználása.....	5
3. Kísérlet ismertetése.....	9
3.1. Tornycok felépítése, építés menete.....	9
3.3. Az eredményeket befolyásoló tényezők.....	11
4. Kísérletek eredményei.....	13
4.1. Előzetes feltételezések.....	13
4.2. A kísérletek eredményei.....	13
5. Modell.....	16
6. A modellparaméterek becslése a kísérleti eredmények alapján.....	19
7. Konklúzió.....	21
Irodalomjegyzék.....	22

Absztrakt

Fontos probléma magas épületek bontásánál azon védőtávolság meghatározása, amelyen belül veszélyes tartózkodni a lezuhanó elemek miatt. Erre a kérdésre keres választ TDK dolgozatunk egyszerűsített, kis elemekből álló toronymodell vizsgálata segítségével.

Kutatásunk során kísérleteket végeztünk kisebb, fa elemekből összeállított tornyokkal, és rögzítettük a legtávolabbra eső elem helyét. Több különböző szerkezetű építménnyel is dolgoztunk, és ezeket hasonlítottuk össze. A minél pontosabb eredmény elérése érdekében kísérleteinket többször elvégeztünk, és a kapott adatok átlagával számoltunk, ezek alapján készítettük el saját statisztikáinkat.

Korábbi, hasonló témájú cikkek tanulmányozása után egy általánosan alkalmazható fizikai modellt is kidolgoztunk a fent említett távolság becslésére, melynek során figyelembe vettük, hogy nagy sebességű ütközéseknél az energia nagyobb hányada nyelődik el. Ebben egy ismeretlen paraméter maradt, amit a kísérletek eredményei alapján meg tudtunk becsülni.

Összességében sikeresen magyaráztuk azt a kísérletben megfigyelt jelenséget, hogy a biztonsági távolság nem egyenesen arányos a torony magasságával. A munkánkban javasolt módszerrel akár valós épületbontásoknál is használható modellt lehet a jövőben kidolgozni.

1. Téma bevezetése, a KEVA torony [1]

A KEVA torony, a legmagasabb kis elemekből álló építmény, a Washingtoni DC-ben található National Building Museum-ban épült meg. Az építkezés két napon keresztül zajlott, a munkát egy 3 fős építőcsapat végezte. A torony alapja márványlap volt, mintája egy nyolcszög alapú hasáb. Ez az alak a lehető legstabilabb szerkezet kialakításából következett, mivel a tömbökre ható lefelé irányuló kompresszió egyensúlyban tartja a tornyot alkotó komponenseket abban az esetben is, ha egy-egy elem véletlenül leborul.

„Amikor a torony elérte a 40 lábat (~12 méter), észrevettük, hogy billeg néhány centimétert egyik oldalról a másikra.”

Az instabilitást a múzeum légkondicionáló berendezése okozta, mely nem várt kihívást jelentett az építkezés során. A fa elemekre nehezedő gravitáció és a megtervezett struktúra azonban nem engedte eldőlni a tornyot. A 12 méter magas konstrukció felépítése 10 órát vett igénybe.

Érdekes megfigyelés a kísérlet során, hogy az eldőelő torony nyolc méter vetületig tartotta meg eredeti szerkezetét, utána deformitást és szétesést követően 3-4 méteres sugárban terült a földre.

Dolgozatunk készítésének kiinduló motivációja, hogy ezen sugár ismeretének hiánya az iparban is felmerül problémaként, ennek megoldási javaslatát dolgozzuk ki az alábbiakban részletesen.

2. Korábbi adatok, cikkek felhasználása

A leeső tárgyak által okozott veszély kérdésével elsősorban robbantásos épületbontások, illetve sziklaomlások kapcsán foglalkoznak. Egyéb bontási technikákra vonatkozóan az ipari előírások nem tartalmaznak részletes útmutatást a szükséges biztonsági távolságra nézve.

Dolgozatunk előkészítése során elsőknek összegyűjtöttük azokat az információkat, melyeket a robbantásos épületbontásokkal kapcsolatos ipari gyakorlatról tudunk, hiszen ott általános gyakorlat egy biztonsági zóna kijelölése. A biztonsági zóna a 267/2022. (VII.29.) Kormányrendelet alapján a veszélyességi fokozatba sorolt gyártó, tároló építmény és a környezetében levő védendő építmény vagy létesítmény között – azok irányában – megtartandó olyan legkisebb távolság, amelynek határainál az építményben esetlegesen bekövetkező robbanás ütőhullámának nyomásmaximuma legfeljebb megengedett értéket ér el, vagy azon, a robbantás helyétől mért távolság, amelyen túl a robbantásnak a környezetre, személyekre gyakorolt hatása veszélytelen. Az emberi tényezők (a tervezés és a kivitelezés során elkövetett hibák) miatt esetleg bekövetkező károk újabb nagyságrenddel csökkennek a kötelezően kijelölendő biztonsági zónák következetes alkalmazásának köszönhetően. Ez a rendelet azt mutatja, hogy a jogszabályok elsősorban a lökéshullámok okozta veszélyre koncentrálnak.

Ugyanakkor egy épület robbantásos döntése során a poron, mérgező gázokon, töltet ellátásokon, szeizmikus hatásokon, és léglökéseken kívül repeszhatás is jelentkezik, mely szintén indokolja egy specifikus biztonsági zóna kijelölését. Az ipari gyakorlatban leggyakrabban használt képletek azonban tisztán tapasztalati úton lettek megállapítva, nem nyugszanak fizikai alapokon: csupán a robbanótöltet nagyságát veszi figyelembe, az épület magasságát, szerkezetét nem. Például a Magyarországon robbantásos bontásokkal foglalkozó Detonet Kft. válaszában arra a kérdésünkre, hogy ők hogyan határozzák meg épületrombolásoknál a biztonsági zónájukat, arra derült fény, hogy annyiban veszik figyelembe az épület struktúráját, hogy acél tartószerkezetű építményeknél lehetőség szerint „kumulatív, fémvágó tölteteket” használnak, mellyel azok tömegét nagymértékben csökkenteni lehet.

Erre a problémára hívja fel a figyelmet Nemes József írása [3] is: *„Sokan nem gondolnak arra, hogy a magasban működő szerszámok alól kifelé eső darab, jelentős távolságra jut oldalra is. Biztonsági okokból a mindenkori H magasság felével kell számolni, mint a várható repeszhatás övezetének R méretével ($R = H/2$). Ezek a korlátozó rendszabályok a robbantás sajátosságaitól függenek, körzet, amelyben érvényt kell szerezni nekik a néhány métertől, a több*

Kis elemekből épült torony összedőlésének elméleti és kísérleti vizsgálata

kilométerig változhatnak. Elég csak megemlítenünk a szeizmikus célú, földfelszín alatti robbantásokat, ahol 30 m-ben szabja meg a szabályzat a veszélyzóna határát.”

A tudományos irodalomban néhány helyen foglalkoznak a repeszhatás vizsgálatával is. Van der Voorta és Weerheijm [4] tanulmányában robbantás okozta szóródást vizsgálnak, statisztikai modellekkel és kísérletekkel. Ugyan a mi kísérleteink alapvetően az épületek vízszintes lökés okozta összedőlését vizsgálják, a cikk számításai és modellje valamelyest hasonlít az általunk létrehozott modellre, így esetünkben relevánsnak tekinthető. Munkájukban statisztikai megközelítést alkalmaznak a repeszhatás okozta veszély becslésére. Ennek alapja a repeszek vízszintes és függőleges sebességéhez tartozó valószínűségi eloszlás becslése. A kilövési körülményekre vonatkozó mérnöki modellekkel kombinálva előrejelzések készíthetők, a mozgásegyenletek analitikus megoldása pedig gyors számításokat tesz lehetővé.

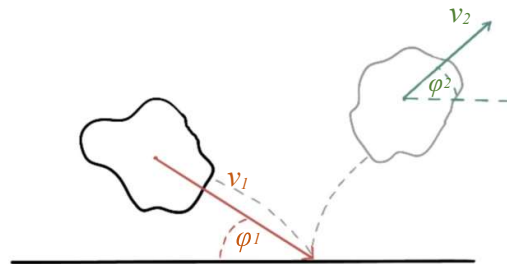
A cikk alapos leírást ad a modell érvényességéről és korlátairól, valamint kitekintést kaphatunk a jelenlegi és jövőbeli kutatásokra. A TDK-hoz hasonlóan, a kezdeti sebességgel rendelkező test szabadesés egyenleteinek segítségével számolják, milyen messzire jut egy darab. A mi dolgozatunkhoz képest eltérő körülmény, hogy a kezdősebességeket a robbantások kísérleti vizsgálatából számolják, míg mi a leeső darabok ütközését modellezzük, és ebből vonunk le következtetéseket.

Hasonlóan az előbbi tanulmányhoz, melyben a robbantás okozta szóródást vizsgálták, Xua és társai [5] írása a pattanás modellezésével foglalkozik. Fókuszukban az a megfigyelés áll, hogy puha felületről is visszapattanhatnak a törmelékek, ha lapos a becsapódási szög, így a törmelék messzebbre jut.

A vizsgálatokban háromféle törmeléket, köztük 50 mm-es betongömböket, 60 mm-es és 100 mm-es oldalhosszúságú betonkockákat alkalmaznak. A törmelék ütközésre adott válaszai és az ütközés körülményei közötti kapcsolatot vizsgálják. A tanulmány fő célja olyan empirikus formulák levezetése, amelyek képesek megjósolni a robbanásból származó betontörmelék talajfelületre történő becsapódási reakcióit (kimenő sebesség és kimenő szög; v_2 és φ_2) adott beesési feltételek (beesési sebesség és beesési szög; v_1 és φ_1) mellett (1.1. ábra); ezen ütközéseket modellezéssel szimulálják. Numerikus modellezésen alapuló parametrikus vizsgálatot végeznek a talaj belső súrlódási szögének a törmelék ütközési válaszára gyakorolt hatásának tanulmányozására.

Kis elemekből épült torony összedőlésének elméleti és kísérleti vizsgálata

Knock és társainak tanulmánya [2] szintén az ütközésekre fókuszál. Részletesen bemutatják egy olyan kísérleti és modellezési program eredményeit, melyben bemutatják, mi történik egy törmelék első találkozásakor a talajjal. A betongömböket és betonkockákat 50-150 m/s sebességgel és 5-25° beesési szöggel lőtték ki beton, homok, víz és más különböző agyagok felületére. Az eredmények azt mutatták, hogy az ütközés utáni sebesség egyszerű empirikus képletek segítségével előre jelezhető. Az elemzés azt is kimutatta, hogy a kockákat gömbként lehet kezelni, és hogy a becsapódó anyagokat két típusra lehet osztani, olyanokra, amelyek az ütközés hatására deformálódnak, és olyanokra, amelyek nem. Az ütközés utáni forgás vizsgálata azt mutatta, hogy csak bizonyos esetekben lehet megjósolni, de a forgási sebesség elég nagy ahhoz, hogy a Magnus-erő által generált felhajtóerő jelentősen befolyásolja a törmelék repülését.



1.1 ábra: betontörmelék talajfelületre történő becsapódási reakciói

A visszapattnás és a leeső egységek várható távolságának számítógépes szimulációkkal való vizsgálatába Leine és társai [6] írása ad betekintést. A dolgozat célja egy 3D-s szimulációs technika kidolgozása sziklaomlás modellezése számára, amely figyelembe veszi a tömbök alakját, és felhasználja a nem sima érintkezési dinamika legkorszerűbb szimulációs módszereit. A kőomlás-szimulációs technika a nem sima érintkezési dinamika módszerén alapul, kemény érintkezési törvényekkel. A kőzetet tetszőlegesen konvex poliéderként modellezik, a terepmodell pedig egy nagy felbontású digitális domborzati modellen alapul. A szikla geometriájának a sziklaomlás dinamikájára gyakorolt hatását két jól összehangolt számszerű szimuláción keresztül vizsgálják.

Kis elemekből épült torony összedőlésének elméleti és kísérleti vizsgálata

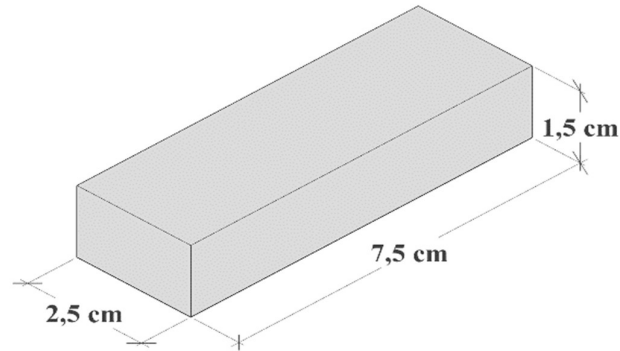
A zuhanó kőzet szimulációja rendkívül nagy kihívást jelent, mivel amikor a kőzet lefele mozog, különböző mozgásformák lehetségesek: szabadesés, csúszás, gördülés, gurulás és pattogás csúszással vagy megakadással. A kifutási távolságot, az oldalirányú terjedést és az ugrás magasságát erősen befolyásolja a szikla alakja, valamint a tereppel és más akadályokkal, például fákkal való kölcsönhatás.

Szintén sziklaomlásokkal foglalkozik Kawai és társainak munkája [7]. Munkájuk motivációját az adja, hogy lejtőkkel körülvett nukleáris létesítmények biztonsági értékelése során figyelembe kell venni a földrengés okozta lejtőtörések következtében lezuhanó kőzettömegek viselkedését. Tanulmányukban rámutatnak az egyszerre mozgó kőtömbök közötti kölcsönhatás szerepére. A Kawai és társai [7] által végzett kutatásban a kísérletek célja az volt, hogy feltárják azokat a domináns tényezőket, amelyek befolyásolják a maximális megtett távolságot, amikor egy sziklatömeg csoportosan omlik össze. A kísérletsorozatban a lezuhanás kezdeti feltételeit variálták, hogy megvizsgálják az egyidejűleg lezuhanó különböző mennyiségű kőzettömegek közötti különbségeket, valamint a felhalmozódott kőzettömegek eloszlását és a maximális kifutási távolságát. A vizsgálati eredmények azt mutatták, hogy az egyes kövek alakjának és felületi simaságának hatása jelentősebb, mint az ebben a kutatásban figyelembe vett többi tényezőé.

A jelen dolgozatban a fenti munkákhoz hasonlóan egyszerű, közelítő modellt szeretnénk kidolgozni a leeső tárgyak által megtett maximális távolság becslésére. A modell verifikálására kis léptékű fizikai kísérletek eredményeit használjuk. A munka során az irodalomban megtalálható feltételezéseket a vizsgált folyamat jellegzetességeinek megfelelően adaptáljuk.

3. Kísérlet ismertetése

3.1. Tornyok felépítése, építés menete



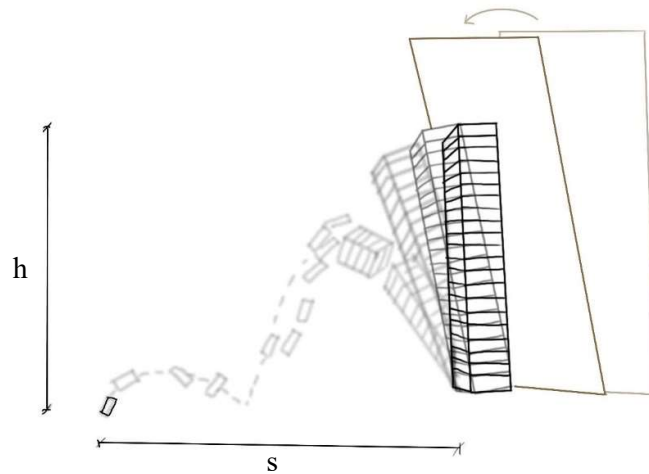
3.1.1. ábra: fa építőelem dimenziói

Az általunk vizsgált tornyok egyforma elemekből épültek föl: ezek $7,5 \times 2,5 \times 1,5$ cm oldalú fahasábok voltak (3.1.1. ábra). Egy ilyen elem tömege 11,33 g, és az önsúlyon kívül semmilyen függőleges irányú terhet nem helyeztünk a tornyokra. Ragasztóanyagot nem használtunk, kizárólag a gravitáció, és az egymással való súrlódás tartotta össze az elemeket. Az építést mindig vízszintes felületen hajtottuk végre, de alátétet, hozzáadott kiegyenlítő réteget nem használtunk, csak a talajra építkeztünk.

A kísérletek során egy nagy felületű lemezt a torony egyik oldalával párhuzamosan lassan közelítettünk az építményhez, a két felület érintkezésekor fokozatosan döntöttük a lemezt, majd a torony egyensúlyi pontjából való kibillenésének pillanatában hagytuk eldőlni azt (3.1.2. ábra). Ezután egy előre leterített mérőszalaggal meghatároztuk a legtávolabb leeső darab helyét, és ezt jegyzőkönyvbe vettük. A feljegyzett táv (s) a torony lábától az legtávolabb leeső elem közepéig mért hossz. A visszakeresésnél segítségünkre voltak a lassított videófelvevételek, amiket a borításról készítettünk.

Minden kísérletet 3-5 alkalommal végeztünk el, és utána az eredmények átlagával számoltunk tovább.

Kis elemekből épült torony összedőlésének elméleti és kísérleti vizsgálata






2.1.2. ábra: kísérletek kivitelezése nagy felületű lemezzel

3.2. Tornycok típusai

A célunk elérése érdekében több magasságú toronnyal kísérleteztünk, egészen 129 cm-ig. A tanulmánynak része, hogy különböző típusú, azonos magasságú tornycok leborulását összehasonlítjuk egymással, így a következő bekezdésben ezek a típusok kerülnek ismertetésre:

típus	leírás	Emelet- magasság [cm]	ábra
1.	Egy szinten három egymással párhuzamos elem helyezkedik el. A felette levő szint ugyanilyen felépítésű, előbbire merőleges. Egy emelet két szintből áll.	1,5	

Kis elemekből épült torony összedőlésének elméleti és kísérleti vizsgálata

2.	Egy szinten két egymással párhuzamos elem helyezkedik el, közöttük egy elem széles szünettel. A felette levő szint ugyanilyen felépítésű, csak rá merőleges. Egy emelet két szint	1,5	
3.	Minden emelet négyszer kettő elemből álló szintből (az 1. típusnál leírt módon), és négy, egy képzeletbeli négyzet sarkain elhelyezett álló elemből áll. a stabilitás érdekében az ilyen típusú tornyokat 4×2 elemre alapoztuk, és azzal is zártuk le.	13,5	
4.	Minden emelet kétszer kettő elemből álló szintből (az 1. típusnál leírt módon), és négy, egy képzeletbeli négyzet sarkain elhelyezett álló elemből áll. a stabilitás érdekében az ilyen típusú tornyokat 2×2 elemre alapoztuk, és azzal is zártuk le.	10,5	

3.3. Az eredményeket befolyásoló tényezők

A kísérleteinket több helyszínen végeztük, így változott a talaj, amire a torony épült, ahova az elemek estek, a légmozgás mértéke, de próbáltunk mindig hasonló körülményeket teremteni. Természetesen az emberi pontatlanság tényezője is folyamatosan jelen van, így a lökések ereje, a torony stabilitása, pontossága nem lehetett azonos minden alkalommal.

Tisztában vagyunk vele, hogy a változó körülmények némileg befolyásolhatták az eredményeinket, de mindezeket a torzításokat a dolgozat további részeire elhanyagolhatónak

Kis elemekből épült torony összedőlésének elméleti és kísérleti vizsgálata

tekintjük. Továbbá a hibák kiküszöbölése érdekében minden kísérletet többször végeztünk el, és az eredmények átlagával számoltunk, hogy minél pontosabb végeredményt kapjunk.

4. Kísérletek eredményei

4.1. Előzetes feltételezések

Már a kísérletezés előtt volt elképzelésünk arról, hogy milyen eredményeket várunk. Ezek egyrészt intuíciókon, másrészt pedig hasonló témában készült videókról tett megfigyeléseinken alapultak.

Az első pillanattól kezdve világos volt, hogy egy ilyen torony nem egyben dől el, hanem a borulás egy bizonyos pontja után szétesik, és az elemek sebességében nagyobb lesz a függőleges komponens, mint a vízszintes. A tanulmány egyik alapvető kérdése az volt, hogy mekkora lehet a több méteres tornyok körül írható biztonsági zóna, mivel a korábbi ilyen jellegű kísérletekről készült videókban meglepően kicsi volt a magassághoz képest. Ez pedig arra enged következtetni, hogy a torony nem úgy dől el, mint egy darab fa, tehát a torony magassága nem egyenlő a biztonsági zóna sugarával.

Megérzéseink alapján azt feltételeztük, hogy a ritkább, ugyanazon magasságú, de kevesebb elemből épülő torony veszélyzónája kisebb lesz, mint a tömörebb építményé.

A távolság – toronymagasság függvény. (a továbbiakban: $s-h$) grafikon) formájára több feltételezésünk volt. A legvalószínűbbnek valamilyen ellaposodó függvény tűnt, de a lineáris modellt sem zártuk ki.

4.2. A kísérletek eredményei

A kísérletek eredményeit az alábbi táblázatok foglalják össze.

1. Toronytípus

h [cm]	s ₁ [cm]	s ₂ [cm]	s ₃ [cm]	s átlag [cm]	s szórás [cm]	Jelölés grafikonon
20	63	67	65	65,00	1,63	A ₁
30	117	136	125	126,00	7,79	B ₁
40	143	132	155	143,33	9,39	C ₁
50	162	185	178	175,00	9,63	D ₁

Kis elemekből épült torony összedőlésének elméleti és kísérleti vizsgálata

2. Toronytípus

h [cm]	s ₁ [cm]	s ₂ [cm]	s ₃ [cm]	s ₄ [cm]	s ₅ [cm]	s átlag [cm]	s szórás [cm]	Jelölés grafikonon
10	26,5	27	26	30	24	26,70	1,94	A ₂
20	55	55	56			50,33	0,47	B ₂
30	112	120	105	104		110,25	6,42	C ₂
40	105	95	140	155	140	127,00	22,93	D ₂
50	160	160	145	154	138	151,40	8,66	E ₂

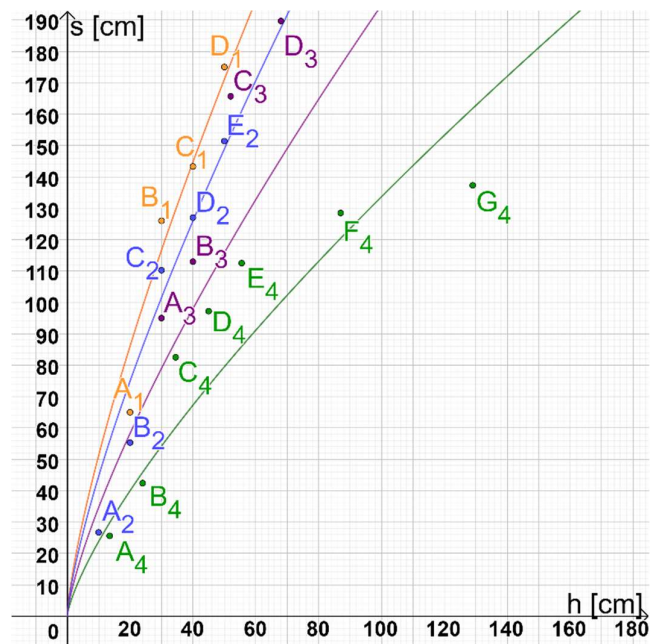
3. Toronytípus

h [cm]	s ₁ [cm]	s ₂ [cm]	s ₃ [cm]	s átlag [cm]	szórás [cm]	Jelölés grafikonon
30	90	101	94	95,00	4,55	A ₃
40	110	113		111,50	1,22	B ₃
52	151	183	163	165,67	13,20	C ₃
68	188	197	184	189,67	5,44	D ₃

4. Toronytípus

h [cm]	s ₁ [cm]	s ₂ [cm]	s ₃ [cm]	s ₄ [cm]	s ₅ [cm]	s átlag [cm]	s szórás [cm]	Jelölés grafikonon
13,5	16	22	23	36	31	25,60	7,06	A ₄
24	44	42	38	43	45	42,40	2,42	B ₄
34,5	90	75	79	86		82,50	5,85	C ₄
45	85	85	100	123	93	97,20	14,06	D ₄
55,5	110	110	113	117		112,50	2,87	E ₄
87	116	129	130	139		128,50	8,20	F ₄
129	155	127	130			137,30	12,55	G ₄

Kis elemekből épült torony összedőlésének elméleti és kísérleti vizsgálata



5.1. ábra: kísérleti eredmények átlaga (pontok) és a dolgozatban javasolt modell jóslatai (folytonos görbék)

A grafikonon (5.1 ábra) ábrázolt pontokon az alsó indexben megjelenő számok a toronytípus sorszámaival egyeznek meg (narancssárga- 1. típus; sötétkék- 2. típus; lila- 3. típus; sötétzöld- 4. típus). A betűk az egyes kísérleteket jelentik pl. A_1 : 1. típusú torony, első magassággal (20 cm) végzett kísérletek átlaga, A_2 : 1. típusú torony, második magassággal (30 cm) végzett kísérletek átlaga stb. a táblázatoknak megfelelően.

A grafikonról első ránézésre leolvasható, hogy az s távolság növekedő függvénye a h toronymagasságnak, de a kapcsolat nem lineáris. Ezenkívül jelentős szerepe van a torony szerkezetének is.

Az ábrán található színes függvényekre az 5. és 6. fejezetekben található magyarázat.

5. Modell

Az alábbiakban olyan modellre teszünk javaslatot, mely az összedőlés fizikai folyamatának egyszerűsített képén alakul, és összhangban van a kísérleti eredményekkel.

Tegyük fel, hogy a torony elemei kezdősebesség nélkül esnek le. Vizsgáljunk most egy merev testet, amely h magasságból esik le 0 kezdősebességgel. A légellenállást elhanyagoljuk.

A földetérés (függőleges irányú) sebessége $v = \sqrt{2gh}$, ahol g a gravitációs gyorsulás. Ennek pillanatában a mozgási energia nagysága $E = mgh$ ahol m a darab tömege.

Szeretnénk durva becslést adni arra, hogy ez a darab milyen messzire jut el vízszintes irányban az első pattanás után.

Az ütközés után a test mozgási energiája:

$$E_{után} = \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}mv_y^2 + \frac{1}{2}\theta\omega^2$$

, ahol v_x és v_y a tömegközéppont ütközés utáni sebességének komponensei, ω a szögsebessége, θ pedig a tehetetlenségi nyomatéka. A három tag a vízszintes és függőleges haladó mozgáshoz, illetve a forgó mozgáshoz tartozó energia.

Ez alapján elmondhatjuk, hogy az első ütközés során a test energiája négy felé oszlik:

- 1) $a \cdot E =$ Függőleges haladó mozgás energiája
- 2) $b \cdot E =$ Vízszintes haladó mozgás energiája
- 3) $c \cdot E =$ Forgó mozgás energiája.
- 4) $d \cdot E =$ Energiaelnyelődés az ütközés során,

ahol $a+b+c+d=1$. A biztonság javára való közelítésképp feltételezzük, hogy $c=d=0$, azaz $b=1-a$.

vagyis részletesen kifejtve:

$$\frac{1}{2}mv_y^2 = amgh$$

$$\frac{1}{2}m v_x^2 = (1 - a)mgh$$

Kis elemekből épült torony összedőlésének elméleti és kísérleti vizsgálata

Ekkor a sebesség x és y komponense:

$$v_x = \sqrt{2(1-a)gh}$$
$$v_y = \sqrt{2agh}$$

A szabadesés kinematikai összefüggései alapján a test a 2. ütközésig ennyi időt tölt a levegőben:

$$t = \frac{2v_y}{g} = \frac{2\sqrt{2agh}}{g}$$

És ezalatt a következő vízszintes távolságra jut:

$$s = v_x t = \sqrt{2(1-a)gh} \times \frac{2\sqrt{2agh}}{g}$$
$$= 4h\sqrt{a(1-a)}$$

Az eredmény függ a -tól, és akkor a legnagyobb, ha $a=1/2$, amely esetben

$$s = 4h \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2}\right)} = 4h \sqrt{\frac{1}{4}} = 2h$$

Egy leeső törmelékdarab további pattanásokat követően még távolabbra is eljuthat. A gyakorlati megfigyelések viszont azt mutatják, hogy az első pattanás során megtett távolság lényegesen nagyobb a többi pattanás hatásánál. Így a fent kapott s értéket használjuk a legnagyobb megtett távolság becslésére. Ez a modell azt jósolja, hogy a távolság egyenesen arányos h -val. Mivel azonban fenti eredmény lényegesen eltér a kísérlet eredményeitől, a modellt pontosítani szükséges. Az alábbiakban két pontosításra teszünk javaslatot.

Elsőként bevezetünk egy α szorzótényezőt is, mellyel módosítjuk a kapott s távolságokat. Ez a tényező a modell által elhanyagolt hatásokat, például a többi pattanás hatását veszi figyelembe durva közelítésként.

Másodikként figyelembe vesszük az ütközés során fellépő energiaelnyelődés hatását. Thornton a [8] tanulmányban vizsgálja különböző ütköző tárgyak esetén az energiaelnyelődés függését a becsapódás sebességétől. Méréseik során az e ütközési számot mérik, melynek jelentése az ütközés utáni és az ütközés előtti sebesség nagyságának hányadosaként definiálnak:

$$e = \frac{v_{kimenő}}{v_{beesési}}$$

Kis elemekből épült torony összedőlésének elméleti és kísérleti vizsgálata

Eredményeik alapján kis sebességek esetén az $e=1$ (azaz 0 energiaelnyelődés) jó közelítést jelent, nagy sebességek esetén pedig az ütközési szám értéke jó közelítéssel

$$e = \sqrt[4]{\frac{p}{v_{beesési}}}$$

ahol p egy, a becsapódó tárgy méretétől és anyagi tulajdonságoktól függő, sebesség dimenziójú, empirikusan meghatározható konstans érték. A modellünkben az egyszerűség kedvéért azt feltételeztük, hogy

$$e = \min \left(1, \sqrt[4]{\frac{p}{v_{beesési}}} \right)$$

Mivel a mozgási energia a sebesség négyzetével arányos, a korábban leírt e ütközési szám értékéből megbecsülhetjük az ütközés során megmaradó d energiahányad értékét:

$$1 - d = e^2 = \min \left(1, \sqrt{\frac{p}{v_{beesési}}} \right)$$

Ennek az energiamegmaradásnak a hatása megegyezik azzal, mintha annak százalékával megegyező mértékben csökkentett h^* magasságból ejtenénk le az elemet:

$$h^* = h \cdot \min \left(1, \sqrt{\frac{p}{v_{beesési}}} \right)$$

A javasolt módosításokat modellbe bevezetve a legnagyobb s távolságra kapott becslés

$$s \leq 2h \cdot \min \left(1, \sqrt{\frac{p}{\sqrt{2gh}}} \right) \cdot \alpha$$

ahol α korrekciós tényező és p empirikusan meghatározható ismeretlen modellparaméterek.

6. A modellparaméterek becslése a kísérleti eredmények alapján

Az elvégzett kísérletek és a modell képletéből visszavezethető a p és az α érték.

Célunk, hogy a modelltől kapott, és a kísérleteinkben mért s értékek minimális eltérést mutassanak. A modell képletét megvizsgálva megállapíthatjuk, hogy s értékére a p paraméter csak egy küszöbértéket meghaladó h magasságok esetén van hatása, ahol a modell képletében szereplő $\min(\dots)$ tag 1-nél kisebb lesz és az $s(h)$ függvény nemlineáris. Kis magasságok esetén p -nek nincs hatása, és az $s(h)$ függvény lineáris. A 4 toronytípus közül csak a 4. típus mérési eredményei térnek el jelentősen a lineáristól, ezért ezek alkalmasak a p paraméter becslésére. Elsőnek a két ismeretlen paramétert a 4. típus kísérleti eredményeiből határoztuk meg az Excel szoftver Solver nevű optimalizáló optimalizáló algoritmusával, amely során az alábbi hibafüggvényt minimalizáltuk

$$H(\alpha, p) = \sum_i \left(s_i - \alpha \times 2h_i \times \min \left(1, \sqrt{\frac{p}{2gh_i}} \right) \right)^2$$

A képletben s_i az egyes toronymagasságoknál mért legnagyobb leesési távolságok átlaga, h_i pedig a torony magassága.

A kapott p paraméter, mint tudjuk a becsapódó tárgy méretétől és anyagi tulajdonságaitól függ, ezért a fenti optimalizálással kapott p értéket használtuk minden toronytípusnál. Esetünkben ez az érték $p=0,51\text{m/s}$. Második körben α értékét meghatároztuk a másik 3 toronytípus kísérleti eredményeiből, rögzített p mellett a fenti hibafüggvény ismételt minimalizálásával. Megfigyelésünk az, hogy az α értéke a tömörség függvényében növekszik.

A végleges, korrigált modell grafikonjai az 5.1. ábrán láthatóak.

Kis elemekből épült torony összedőlésének elméleti és kísérleti vizsgálata

Az adatok toronytípusonként történő összesítése az alábbi táblázatokból olvasható ki:

1. Típus

h [m]	0,20	0,30	0,40	0,50
s [m]	0,65	1,26	1,43	1,75
s modellel [m]	0,20	0,27	0,34	0,40
α	4,24			
s korrekcióval [m]	0,86	1,16	1,44	1,70
eltérés a mérésektől [m]	0,21	-0,10	0,01	-0,05

2. Típus

h [m]	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,54	0,90
s [m]	0,27	0,55	1,10	1,27	1,51	1,21	1,30
s modellel [m]	0,12	0,20	0,27	0,34	0,40	0,43	0,62
α	3,69						
s korrekcióval [m]	0,35	0,58	0,79	0,98	1,15	1,22	1,79
eltérés a mérésektől [m]	0,08	0,03	-0,31	-0,29	-0,36	0,01	0,49

3. Típus

h [m]	0,30	0,40	0,52	0,68
s [m]	0,95	1,12	1,65	1,89
s modellel [m]	0,27	0,34	0,41	0,51
α	2,87			
s korrekcióval [m]	1,01	1,25	1,53	1,87
eltérés a mérésektől [m]	0,06	0,13	-0,12	-0,02

4. Típus

h [m]	0,14	0,24	0,35	0,45	0,87	1,29
s [m]	0,25	0,42	0,82	0,97	1,28	1,37
s modellel [m]	0,15	0,23	0,30	0,37	0,61	0,82
α	1,97					
s korrekcióval [m]	0,30	0,46	0,60	0,73	1,20	1,61
eltérés a mérésektől [m]	0,05	0,04	-0,22	-0,24	-0,08	0,24

7. Konklúzió

A kísérleteinkből azt a következtetést vontuk le, hogy az az épület magassága (h) és a legtávolabb leeső elem az eredeti toronytól való távolsága (s) közötti összefüggés nemlineáris, ellaposodó függvényvel írható le. Elméleti megfontolások alapján javaslatot tettünk a függvény pontos típusára, és a modell paramétereit az általunk végzett kísérletekre illesztettük. A kapott függvény egyik jellegzetessége, hogy létezik egy kritikus épületmagasság, amelynél az épület magassága és a leeső elem távolsága, avagy a biztonsági zóna sugara megegyezik, ezen ponton túl a sugár kisebb lesz az épület magasságánál ($s < h$). Ez megegyezik a nagyméretű KEVA torony ledöntésekor megfigyelt viselkedésnek, ugyanis ott a vízszintes távolság a teljes magasság mindössze harmada volt.

Ezen megfigyelés egyik oka az lehet, hogy az eldőlt torony egy bizonyos kicsiny dőlési szögig tartotta meg eredeti szerkezetét, utána szétesett, és az egyes elemek pattogó mozgása szabta meg a legtávolabb eső elem kezdőponttól való távolságát. A másik ok a Modell című fejezetben tárgyalt energiaelnyelődés sebességfüggő volta.

Napjaink építőipari gyakorlata során, többek között épületbontások és robbantások alkalmával nincsen fizikailag alátámasztott, és általánosan alkalmazott képlet a biztonsági zóna sugarának meghatározására, ahogyan ez dolgozatunk elején is említésre került. A szemléltetett kísérleti eredményeink, valamint az ezek segítségével kidolgozott modell ezen munkálatok során a gyakorlatban is hasznosítható, ezzel elősegítve a biztonságos munkavégzést. Mivel a modell paramétereit nagyban függhetnek az ütköző testek anyagától és méretétől, illetve a torony szerkezetétől, ezért a dolgozatban kapott számértékek nem alkalmazhatóak egy az egyben valós építőipari problémákra. Ugyanakkor a dolgozatban alkalmazott módszertan, mely kísérleti méréseken és a modell empirikus illesztésén alapul, alkalmazható ipari körülmények között is.

Irodalomjegyzék

- [1] <https://www.kevaplanks.com/world-record>
- [2] Knock, C., Horsfall, I., Champion, S. M., & Harrod, I. C. (2004). The bounce and roll of masonry debris. *International journal of impact engineering*, 30(1), 1-16.
- [3] József, N. (2008). Kivonat a robbantási technológiai előírás elemeiből II. (Szeizmikus biztonsági távolságok). 1085 Budapest, Baross u. 52.: Nemzeti Szakképzési és Felnőttképzési Intézet.
- [4] Van Der Voort, M. M., & Weerheijm, J. (2013). A statistical description of explosion produced debris dispersion. *International Journal of Impact Engineering*, 59, 29-37.
- [5] Xu, J., Lee, C. K., Fan, S. C., & Kang, K. W. (2014). A study on the ricochet of concrete debris on sand. *International Journal of Impact Engineering*, 65, 56-68.
- [6] Leine, R. I., Schweizer, A., Christen, M., Glover, J., Bartelt, P., & Gerber, W. (2014). Simulation of rockfall trajectories with consideration of rock shape. *Multibody System Dynamics*, 32(2), 241-271.
- [7] Tadashi, K. A. W. A. I., Hitoshi, N., & Shuji, M. (2019). Influence Of Particle Shape Of Falling Rock-mass On The Maximum Travel Distance.
- [8] Thornton, C. (1997). Coefficient of restitution for collinear collisions of elastic-perfectly plastic spheres.