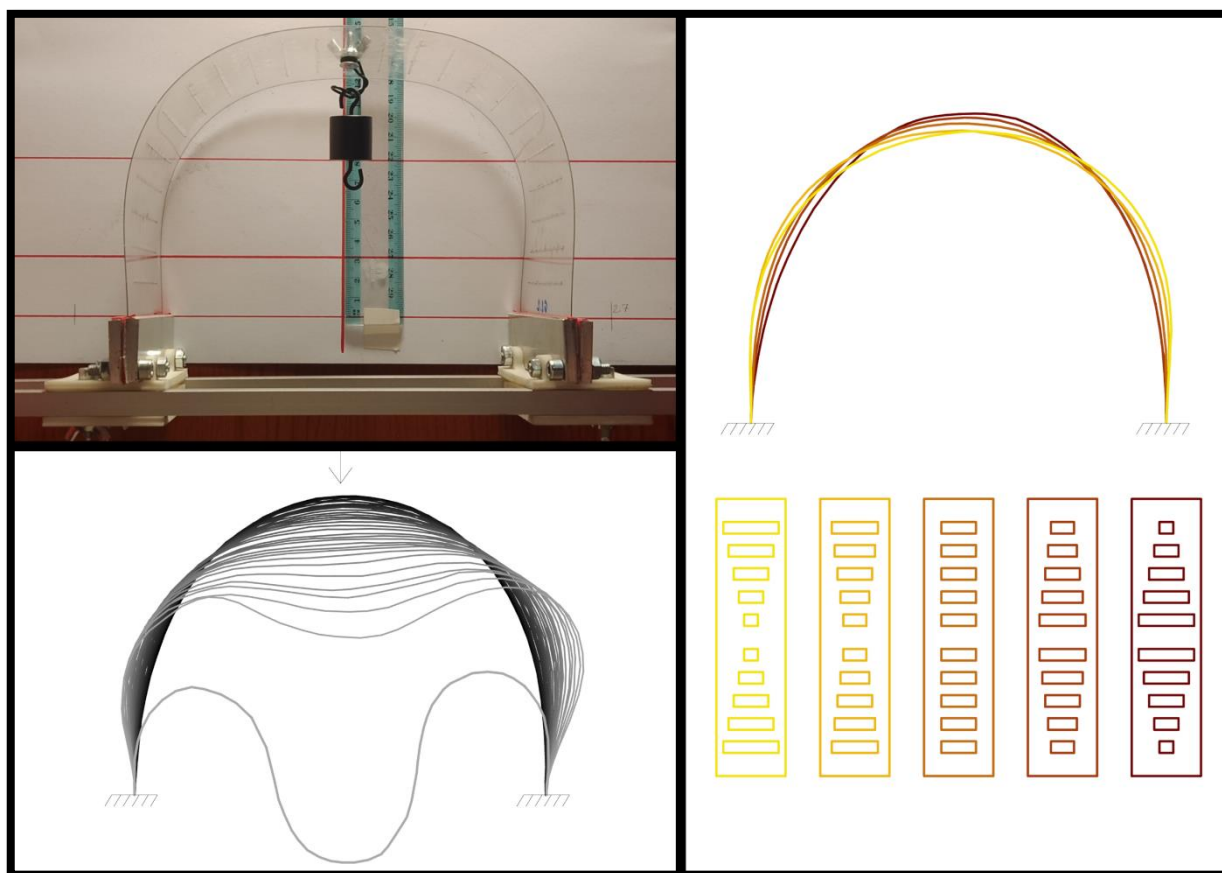


A KIRIGAMI PARADOXON

Készítette: Gyetvai Zsófia

Témavezető: Dr. Fehér Eszter



TDK dolgozat

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Morfológia és Geometriai Modellezés Tanszék

2023. november

ABSZTRAKT

A kirigami egy japán művészeti technika, mely során a vékony papírt vágásokkal és hajtásokkal formáljuk. Előnye, hogy sík lapból készíthető segítségével háromdimenziós szerkezet. A modern világban számos műszaki területen jelent inspirációt, például az építészetben, a robottechnikában, az űrtechnikában és a metaanyagok kutatásaiban is. A közelmúltban több publikáció megjelent a hajlított kirigami ívek [1-3] és kupolák [3] témájában, melyekben vékony lemezekből különféle bevágásokkal építészetben is használatos formákat értek el. Keveset tudunk azonban arról, hogy a bevágások milyen hatással vannak a végső forma merevségére. Dolgozatomban koncentrált erővel terhelt, befogott, perforált ívek merevségét és alakját vizsgáltam úgy, hogy különböző területű és elrendezésű felületeket vágtam ki az anyagból. A perforáció által a szerkezet merevsége csökken, de az elrendezésétől függően az alak is változik, amely hathat kedvezően a merevségre. Munkánk célja meghatározni, hogy a porozitás mértéke és elrendezése milyen hatással van az alakra és a merevségre.

Különböző mintázatokot terveztünk, melyeket PET lemezekből lézervágással vágunk ki. A mintázatok három csoportba sorolhatók: 1) a porozitás változó, de az elrendezés rögzített, 2) a porozitás rögzített, az elrendezés különböző, 3) mindkettő paraméter változik. A perforált lemezeket íves alakban meghajlítottuk, majd az így létrejött ív két végét befogással támasztottuk meg. A szerkezet legmagasabb pontján súllyal terheltük, a terhelt és a terheletlen alakot fotókkal rögzítettük. A merevséget a középső pont deformációjából számítottuk.

Míg az irodalomban csak a porozitás mértékével magyarázzák a perforált lemezekből készült szerkezetek merevségét [2], a kísérleteink alapján megállapítható, hogy ívek esetén a porozitás mértéke és elrendezése azonos nagyságrendben befolyásolja a merevséget.

[1] Lee, T. U., Gattas, J. M., & Xie, Y. M. (2022). Bending-active kirigami. *International Journal of Solids and Structures*, 254, 111864.

[2] Liu, M., Domino, L., & Vella, D. (2020). Tapered elasticæ as a route for axisymmetric morphing structures. *Soft Matter*, 16(33), 7739-7750.

[3] Zhang, Y., Yang, J., Liu, M., & Vella, D. (2022). Shape-morphing structures based on perforated kirigami. *Extreme Mechanics Letters*, 56, 101857.

Tartalom

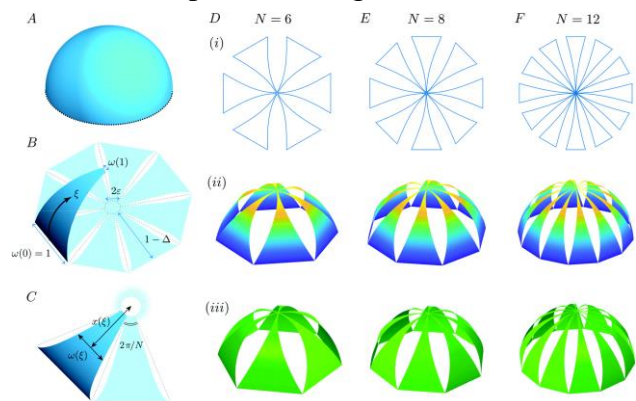
Bevezetés.....	3
A probléma bemutatása	4
A téma megközelítése	6
Előzetes vizsgálatok	6
A kísérletek menete	6
Minták létrehozása	7
Tapasztalatok, következtetések	8
Vizsgálatok PET anyaggal	9
A kísérletek menete	9
A vizsgált mintázatok.....	11
Eredmények.....	14
Változó lokális porozitás rögzített globális porozitás esetén	14
Egyenletes mintázat, változó globális porozitás mellett	16
Változó globális, változó lokális porozitás	17
Konklúzió.....	21
Köszönetnyilvánítás	22
Irodalomjegyzék.....	22

BEVEZETÉS

Kutatásom során perforált lemezekből készített szerkezetek merevségét és alakváltozását vizsgáltam a kirigami módszerével. A kirigami egy japán művészeti technika, mely során a vékony papírt vágásokkal és hajtásokkal formáljuk. Előnye, hogy sík lapból készíthető segítségével háromdimenziós szerkezet. A tanulmányomban a vizsgált, téglalap alakú lemezeken a perforáció mértékét és elhelyezését változtatva, azonos terhelés mellett vizsgáltam a perforáció hatását a lemezekből meghajlítással készített ívek alakváltozására.

Ezzel a témával több kutató is foglalkozott. Liu és társai [1] azt keresték, hogy hogyan lehet hajlítható lapokból előállítani bizonyos 3D-s formákat a lapok szélességének változtatásával.

Megfigyelték, hogy ha a lemez szélességét változtatják, akkor megváltozik a meghajlított lemez alakja. Amikor az eredetileg téglalap alakú lap közepéből vettek el több anyagot, akkor keskenyebb lett az ív, de ha a lap két végéből, akkor gömbölyűbb. Eljárást készítettek, amely megadja a lemez változó szélességét úgy, hogy a meghajlítás után a kívánt alakot vegye fel a szerkezet.



1. ábra. Liu és társai eljárása: félgömb létrehozása lapokból kivágással. Forrás: [1]

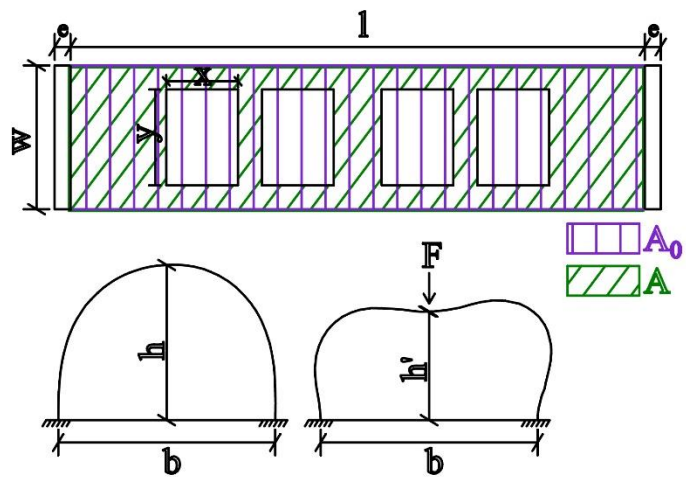
Erre alapozva megpróbálták egy félgömbnek az alakját elkészíteni (1. ábra). Ugyan a kapott felület gömb alakú, inkább egy koronára emlékeztetett, mivel nagy lyukakkal rendelkezett.

Zhang és társai [2] a lemez közepébe vágta kis téglalap alakú lyukakat, és próbálták ezzel befolyásolni a meghajlítottlemezből készülő ív alakját. E két cikk szerzői között volt átfedés, ezért e második cikkben felhasználták az előbbi során szerzett tudásukat, eljárást készítettek, amellyel meghatározzák, hogy milyen perforáció szükséges ahhoz, hogy a kívánt alakot vegye fel a szerkezet. Ezzel a módszerrel készítettek gömb alakot közelítő perforált lemezeket, melynek így kevésbé lyukacsos lett a felülete. A cikkben az így kapott szerkezetek merevségét kísérletekkel és számításokkal vizsgálták és arra jutottak, hogy minél kevesebb anyag távolítanak el a lemezből, annál erősebb a kapott szerkezet. Mivel a vizsgált esetek egymástól nagyon különbözőek voltak, ezért nem lehetett megmondani, hogy mi befolyásolta pontosan a végeredményt. Minket a jelen kutatás során az érdekelt, hogy a lemezbe vágott minta pontosan hogyan befolyásolja a merevséget, mivel erről ebben a cikkben nem volt elég információ.

Lee és társai [3] szimmetrikus és aszimmetrikus bevágásokkal formálták a papírfelületbe bevágott sávok alakját és oldalirányú dőlését. A cikkben papírlapokba vágta bele, majd csúsztatási módszerrel készítettek íveket. Megfigyelték, hogy hogyan befolyásolja a papírcsíkok alakját, ha meghajtják a végeiknél, vagy nem. Ez a cikk nem tért ki a merevségre, de elkészítettek egy emberméretű mobil összehajtható ívet, ezzel mutatták be, hogy ezeket a tapasztalatokat hogyan lehet alkalmazni az építészetben idegílenes szerkezetek, installációk készítésénél.

A PROBLÉMA BEMUTATÁSA

Egy w szélességű [mm], és l hosszúságú [mm] lemezt meghajlítva egy b támaszközü [mm] befogásba tettünk, mellyel egy h magasságú [mm] ívet hoztunk létre (2. ábra). A lemezbe x hosszúságú és y szélességű téglalapokat vágunk bele. A lemezt a befogás miatt kicsit hosszabbra készítettük, ezt az extra hosszt az ábrán e -vel jelöltük, ezt a számításokban nem vettük figye-



2. ábra. A tanulmányban használt paraméterek bemutatása

lembe. Az ív közepét koncentrált F súlyerővel [N] terheltük, mely hatására az ív magassága h' -re [mm] változott. Az ív terhelt és terheletlen magasságának d különbségét neveztük deformációnak [mm]. A merevség a deformáció és az erő hányadosa, azt fejezi ki, hogy egységnyi deformációhoz mekkora erő szükséges [N/mm]:

$$K = \frac{F}{d}$$

A merevség a szerkezet egy fontos jellemzője, mely kapcsolatban áll a szerkezet teherbírásával is: minél nagyobb az ív merevsége, annál nagyobb terhet képes viselni anélkül, hogy összedőlné. Ahhoz, hogy az általunk vizsgált szerkezeteket tartószerkezeti szempontból is értékeljük, célszerű tehát a merevségüket meghatározni. F_{max} -nak nevezzük a legkisebb olyan súlyt, melyet az ív még éppen elbír, ennél nagyobb F -re a h' eléri a nullát.

A lapba különböző méretű és mintájú lyukakat vágunk, ezt nevezzük perforálásnak. Meghatározott A_r összterületű téglalapokat vágunk ki az A_0 területű lemezből, és így kaptunk egy A területű perforált lemezt. Az A_0 és az A hányadosával számoltuk ki a φ globális porozitást:

$$\varphi = 1 - \frac{A}{A_0} = 1 - \frac{A_0 - A_r}{A_0}.$$

Tehát a globális porozitás azt fejezi ki, hogy a teljes felület hány százalékát távolítottuk el. Az irodalommal összhangban használjuk a lokális porozitás fogalmát is, ami a kivágások eloszlására utal. A lokális porozitás akkor változik, ha a lemezből való kivágás helyzete megváltozik. A sima lemezként hivatkozunk az olyan lemezre, mely nincs perforálva, azaz $A_r=0$.

Egyes vizsgált esetekben nincs kivágott anyag, csupán bevágások, mint a tradicionális kirigmiban. Ekkor az A_r kiszámolásánál problémába ütköztünk, mert a bevágásnak nincs szélessége, ezért a kivágott terület 0-val egyenlő, mellyel nem lehet kiszámolni a lemez globális porozitását. Ekkor inkább a bevágások hosszainak az összegével számoltunk, azaz a bevágást 1 mm szélesnek tekintettük.

Gondolati úton is lehet következtetni arra, hogy melyik paraméter megváltoztatása hogyan befolyásolja az ív alakját és teherbírását. A nagyobb szélességgel, rövidebb hosszúsággal, kisebb támaszközzel és kisebb porozitással egy erősebb: nagyobb merevségű ívet lehet létrehozni. De ugyanakkor azt is tudjuk, hogy a magasabb ív merevsége nagyobb, mint egy alacsonyabbé.

A dolgozatomban a következő kérdésekre kerestük a választ:

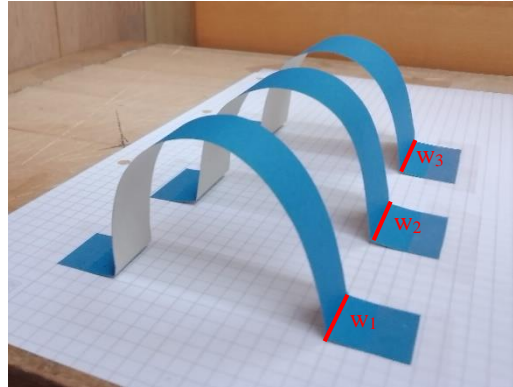
- A lemezeken a kivágások elhelyezkedése hogyan befolyásolja az ív alakját és merevségét?
- Van-e olyan hely, ahol kedvezőbb a több lyukasztás, mint egy másik helyen, tehát lehet-e csak a lokális porozitás megváltoztatásával egy kedvezőbb, nagyobb merevségű ívet létrehozni?
- Elképzelhető-e két ív, mely közül az egyiknek a porozitása és a merevsége is nagyobb, mint a másiké?
- Lehet-e egy adott szerkezet merevségét növelni további perforálással, vagy a meglévő lyukak megnagyobbításával?

A TÉMA MEGKÖZELÍTÉSE

Előzetes vizsgálatok

A kísérletek menete

Az elővizsgálatok során egy puha origami papírral kezdtem dolgozni. Az anyagot a papír könnyű elérhetősége, hajlíthatósága és vághatósága miatt választottam. Először meghatároztam, hogy milyen szélesség-hossz aránnyal folytassam a vizsgálatot. A hosszt előre meghatároztam: a lemezek könnyebb előkészítése, és a szám sok osztója miatt 120 mm-t választottam. A rögzített hossz mellé kerestem a megfelelő



3. ábra. A lemezek szélességvizsgálata. $b=1/2 \times l$; $w_1=20\text{mm}$; $w_2=30\text{mm}$; $w_3=40\text{mm}$

szélességet, a 3. ábrán látható ennek folyamata, amikor háromféle modellt készítettem. Eredményül az jött ki, hogy a lemez szélessége nem befolyásolja az ív alakját, de a szélesebb ív merevebb. Olyan szélességet választottam, amely a kísérletekhez használt súly alatt csak kis deformációkat szenved. A továbbiakban mindig $l=120$ mm és $w=30$ mm méretű téglalapokkal dolgoztam. Ezután különböző mintákat vágtam a lemezekbe, melyekhez az ötletet részben Zhang és társai cikke [2] adta.

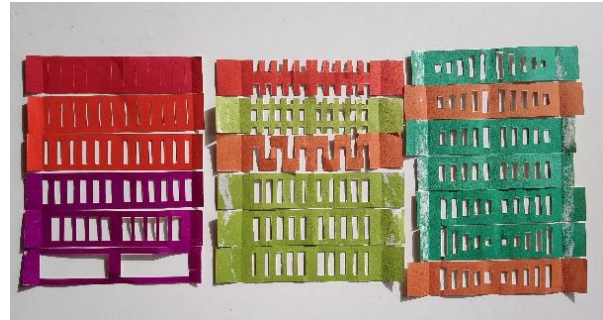
A perforált lemezeket a végüknél behajtottam, ahogyan a Lee és társai [3] is tették, és a behajtás mögött ragasztószalaggal rögzítettem. A lap hosszába nem számítottam bele a támaszhoz szükséges hosszt. A mintákat különböző b támaszközökkel vizsgáltam, melyek a lemez hosszának háromnegyede, fele, negyede, valamint nulla voltak: $b=3/4 \times l$; $b=1/2 \times l$; $b=1/4 \times l$; $b=0$.

A rögzítés után lemértem az ív magasságát, majd egy kis teherrel terheltem. Mivel egy puha papírt használtam, ezért a súly nagyon kicsi lehetett: tűzőkapcsokat használtam, de ezek tömeget nem tudta leolvasni a mérleg, ezért e fázisban az F -et N helyett a kapcsok számával számoltam. Ezután leolvastam a h' -t, ami a terhelés után megváltozott magasság.

Minták létrehozása

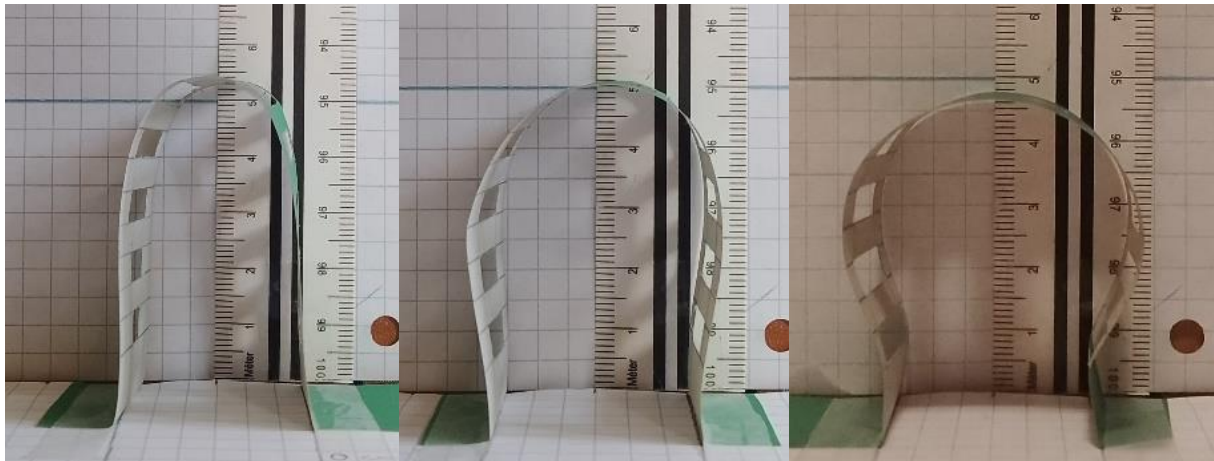
Változó lokális porozitás ugyanakkora globális porozitás esetén

Zhang és társai [2] a kutatásukat rugalmas lemezek alakváltozásának vizsgálatával kezdték változó helyi porozitás mellett. Ez alapján mi is készítettünk változó lokális porozitású lemezeket (4. ábra harmadik oszlopa és a középső oszlop utolsó három mintája fentről lefelé haladva), de a gondolatot tovább fejlesztettük.



4. ábra. A papír vizsgálatok során elkészített egyes minták

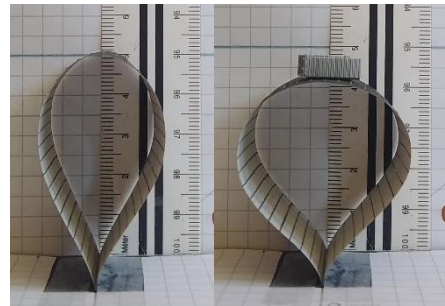
Zhang és társai főképpen a lemezek alakját figyelték meg. A lokális porozitás változtatása alatt csak a kivágott téglalapok y hosszát változtatták, de nem figyelték meg az x változtatásának hatását. Minket emellett a kérdés mellett még az is érdekelt, hogy mi történne, ha a lemez oldalából is vennénk ki anyagot a szélesség mentén aszimmetrikusan, nem csak középen (4. ábra középső oszlop első három mintája fentről lefelé haladva). Erre Lee és társai [3] tettek hasonló kísérleteket. Ők csak az ív alakját figyelték meg, nem vizsgálták, hogy ez az aszimmetrikus elvétel hogyan hat az ív merevségére. A vizsgálatok során megállapítottuk, hogy azonos globális porozitás mellett a lokális porozitás változtatásával jelentősen változik a szerkezet alakja (5. ábra) és merevsége is.



5. ábra. Azonos globális-, különböző lokális porozitású, terheletlen papírlamezek alakvizsgálata

Egyenletes mintázat, változó globális porozitás mellett

Kísérleteink során minket az is érdekelt, hogy egyenletes mintázat mellett a globális porozitás változtatása hogyan befolyásolná a merevséget és mi lenne, ha csak bevágásokat tennénk az ívbe (6. ábra), tehát technikailag nem lenne elvett terület. Tapasztalataink megegyeztek az irodalmi eredményekkel, egyenletesen elhelyezett, azonos méretű lyukak esetén a nagyobb globális porozitás kisebb merevséggel társult.



6. ábra. Egy minta terheletlen (bal) és terhelt (jobb) alakja 50 db tűzőkapocs alatt az egyik növekvő porozitású sorozatból

Emellett érdekelt minket az is, hogy van-e különbség aközött, hogy a kivágott téglalapoknak a lemez hosszanti oldalával párhuzamos oldalainak hossza megegyezik a kivágott területek közti távolság hosszával és aközött, ha a kivágott területek között egy bizonyos, azonos távolság van.

Tapasztalatok, következtetések

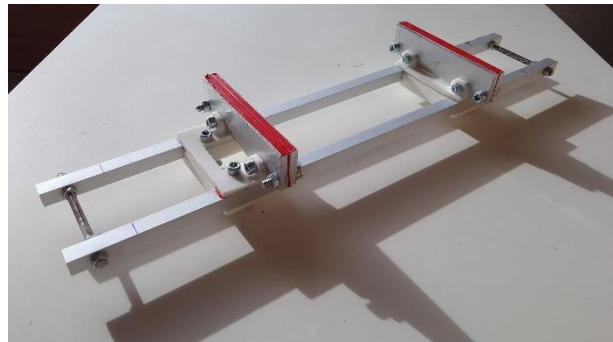
Az elővizsgálatok sokat segítettek az érdekes kivágási minták megtalálásában. Lehetett látni, hogy mit lesz érdemes megvizsgálni jobb körülmények között. A papír használatával több probléma állt elő, ezért az adatok nem voltak teljesen pontosak. A papír-vizsgálattal könnyen elkészíthető volt sokféle minta, melyek között észre lehetett venni az elrontottakat és kijavítani a hibákat. Például előfordult, hogy az egyik mintát többször kellett elkészíteni, a terület hibás kiszámítása miatt.

Az első és a legnagyobb probléma a befogással volt. A papír anyaga miatt a megtámasztás nem volt se csuklós, se befogott. A papír a hajtás miatt nem tudott szabadon elfordulni, mint a csuklós megtámasztás esetében. A hajtással lehetett befolyásolni a leragasztott támasznál lévő szögét, ezért befolyásolható volt az alakja, így tehát nem tekinthető befogásnak sem. A részleges csuklósság miatt, amikor a támaszköz túl kicsi volt, az ív oldalirányba kezdett elhajolni, ezért a koncentrált erő nem teljesen az ív középpontjában hatott. Emellett baj volt a kis teher is, melyet a merevség vizsgálatára használtunk. A kutatás során a terhelésre használt tűzőkapcsokkal az volt a probléma, hogy az ívhez képest nagy felületűek voltak, nem feltétlenül voltak koncentráltak, nem tudták a pontszerű terhelést modellezni. Emellett a használt papír sem volt tökéletesen hajlékony anyag, jellemző volt rá az ún. kúszás: a h' terhelt magassága idővel csökkent a terhek további növelése nélkül. Ezen kívül a papírnak nagy volt a párafelszívó képessége, ezért a nedvesebb időjárás befolyásolta a vizsgálatok eredményét.

Vizsgálatok PET anyaggal

A kísérletek menete

Az elővizsgálatok problémái miatt egy másik fajta anyaggal folytattuk a kutatást, egy átlátó 0,5mm vastagságú PET lappal. A papír vizsgálatok alatt a befogás bizonytalanságával is sok probléma volt, ezért terveztünk egy befogott támaszokkal rendelkező eszközt, ami két egymással párhuzamos alumínium



7. ábra. A PET lemezek befogására elkészített eszköz

rúdra felszerelt 3D nyomtatott elemből álló szerkezet, melyben két egymásnak nyomott, párnázott alumínium lemez biztosítja a meghajlított lemezek befogását (7.ábra). Az eszköz a BME Áramlástan Tanszék laboratóriumában készült. A két alsó rúdon csúsztatva lehet változtatni a befogások távolságát. A PET anyagokkal való kísérletek során csak két támaszközzel kísérleteztük, a $b=3/4 \times l$ és a $b=1/2 \times l$ távokkal, azaz a támaszköz a lemez hosszának háromnegyede és fele volt. A két egymásnak nyomott lemez közé be lehetett csúsztatni a PET lapokat, és a nyomás miatt nem csúsztak ki belőle.

PET lapból lézervágással vágtuk ki a különböző mintákat a BME Rajzi és Formaismereti Tanszékén (8.ábra bal). A harmincötféle mintát többször is kivágtuk a pontosabb eredmények elérése érdekében. A befogás miatt mindegyik minta végére 1-1 extra cm-t hagytunk, és a pontos terhelés érdekében a minták közepébe egy 5mm átmérőjű lyukat vágtunk. A lyuk területét kihagytuk a számolások során. A terhelést egy M5-ös csavarral, egy szárnyas anyával és egy meghajlított dróttal végeztük, ami gyakorlatilag egy felcsavarható kampót hozott létre (8. ábra jobb), melynek tömege 6 g volt. Ez a csavaregyüttes a terheletlen íven is rajta volt, ezért a számításokban elhanyagoltuk a tömegét. A kapott kampóra ráhelyeztük a terheket (9. ábra).



8. ábra. Balra a lézervágás menete látható, jobbra pedig a terhek rögzítésére használt csavaregyüttes

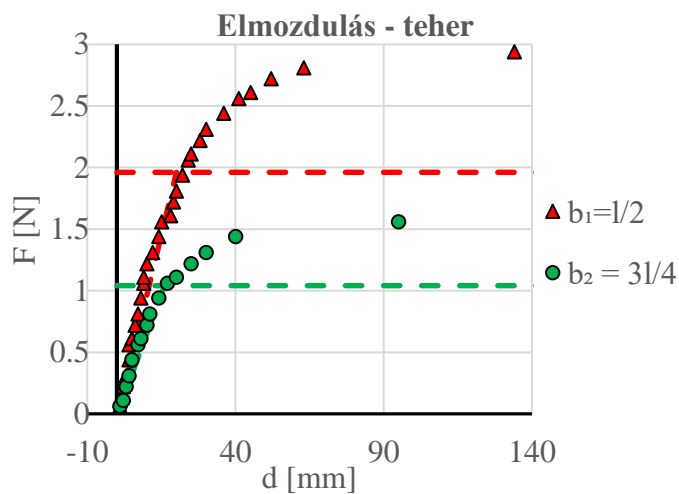


9. ábra. Egy vizsgált lemez alakváltozása 38g teher alatt, $b=1/2 \times l$ támaszközön (A felirattal ellenben ez a B5 minta alakváltozása)

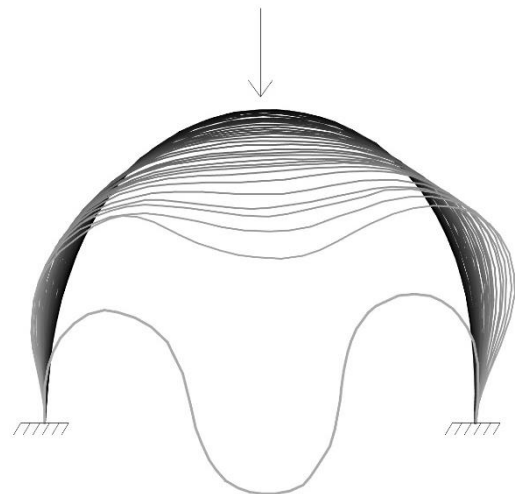
Mivel az elővizsgálatok alatt probléma volt a papírévek kicsi mérete, ezért háromszor akkora ívekkel dolgoztuk tovább. Tehát $l=360$ mm; $w=90$ mm. A méréseket többször is megismételtük.

A kísérletezést a sima lemez vizsgálatával kezdtük. Egy lyukak nélküli ívre fokozatosan egyre több tömeget helyeztünk, és minden nagyobb tehernél fényképekkel dokumentáltuk az ív magasságát és alakját (10. ábra), a fényképek alapján a Rhino

programban rajzoltam át az ívüket. Az 1. diagramon ábrázoltuk a teher-elmozdulás függvényt a $b=1/2 \times l$ és a $b=3/4 \times l$ -re. A két ív hasonló lett, és feltételeztük, hogy a többi példánál is hasonló diagramot kapnánk. Az F_{max} körülbelül $2/3$ -ánál ketté lehetett bontani a függvényt, így egy lineáris szakaszt és egy nem lineáris ívet kaptunk. Az utóbbi résznél megállapítható volt, hogy kicsi teherváltozásra nagy magasságváltozást kaptunk. A továbbiakban az lett a cél, hogy a



1. diagram. Sima lemez elmozdulás-teher függvénye



10. ábra. Sima lemez magasságváltozása $b=1/2 \times l$ támaszközön egyre nagyobb terhek hatására

példákat mindig akkora súllyal terheljük, hogy még a függvény lineáris részén belül maradjunk, hogy kis változás hatására ne változzon drasztikusan az ív magassága. Így a kis mérési hibák kevésbé tudnak nagy eltérést okozni. Feltételeztük, hogy a különböző mintákhoz tartozó F-d ábrák nem metszik egymást a lineáris szakaszon, így a mintákat csak egy-egy teherérték mellett vetettük össze.

A vizsgált mintázatok

Az elkészített mintákat, melyek a 11. ábrán láthatóak, három nagy csoportba lehetett rendezni a kísérlet iránya szempontjából. Az első csoportba a változó lokális porozitású minták tartoznak rögzített globális porozitás mellett, a másodikba a változó globális porozitásúak, a harmadikba pedig olyanok, ahol mind a globális, mind a lokális porozitást változtattuk a nagyobb merevség elérése érdekében.

A PET anyagok vizsgálatát az ugyanakkora globális porozitású lemezek merevségének meghatározásával kezdtük. Kérdés, hogy a különböző mintájú, de összességében ugyanakkora összterületű kivágás hogyan változtatja meg a kivágott anyag alakját és ez hogyan hat a merevségére.

Az A és B példa, azaz mintasorozat esetében ugyanazt vizsgáltuk, csak más-más irányokban változtak a kivágások paraméterei, míg a kivágott felületek összterülete ugyanannyi maradt. Mindkét esetben 10-10 kis téglalapot vágunk ki, az A-ban a kivágott téglalapok x hossza (a lemez hosszának irányában), míg a B példában az y hossza (a lemez szélessége irányában) változott. A téglalapok oldalai mindig fokozatosan változtak, és középpontosan tükrözhetőek voltak.

A C példában a kezdőgondolat szintén az azonos porozitás megtartása volt. Itt különböző mintákat használtunk fel, és az érdekelt, hogy hogyan hat az ív szerkezetére, ha a széléből is vesszünk el, tehát nem feltétlenül marad meg ablakszerű lyukként a kivágás.

Két változó globális porozitású példánk volt: a D és az E. A D példa esetében csupán bevágásokkal dolgoztunk. A különböző mintákon egyre kisebb távolságú, egyre több vágást tettünk, ezzel növeltük a globális porozitást. Az E példában a kivágott téglalapok száma ezzel szemben állandó volt. A kivágott téglalapoknak a lemez hosszával párhuzamos oldala lett egyre nagyobb, és az utolsóban annyira megnőtt, hogy a téglalapok egymáshoz értek, ezért ott csak két nagy téglalapot vágunk ki.

A harmadik csoportban hatféle példa volt. Az F példában a logika hasonló volt az E példához. Itt is egyre nagyobb területeket vágunk ki, de itt a lyukak közt megmaradt terület lemez hosszával párhuzamos oldalszélessége állandó volt. Emiatt az egymást követő mintákban egyre kevesebb téglalapot vágunk ki. (Véletlenül az utolsó kettő mintából kivágott terület ugyanakkora lett.) Míg a D és E példákban a lokális porozitás egyenletes volt, az F példát nem nevezhetjük egyenletesnek, mivel változtak a kivágott területek darabjai. Ezek miatt e példát nem lehetett a növekvő, de lokálisan ugyanolyan porozitású (D és E) példákhoz sorolni. A maradék, G, H, I, J és K példák, mind mintapárok, melyekben az első minta további lyukasztásával jött létre a második minta. Itt mindig azon volt a vizsgálat hangsúlya, hogy lehet-e erősebb mintát létrehozni több anyag elvételével.

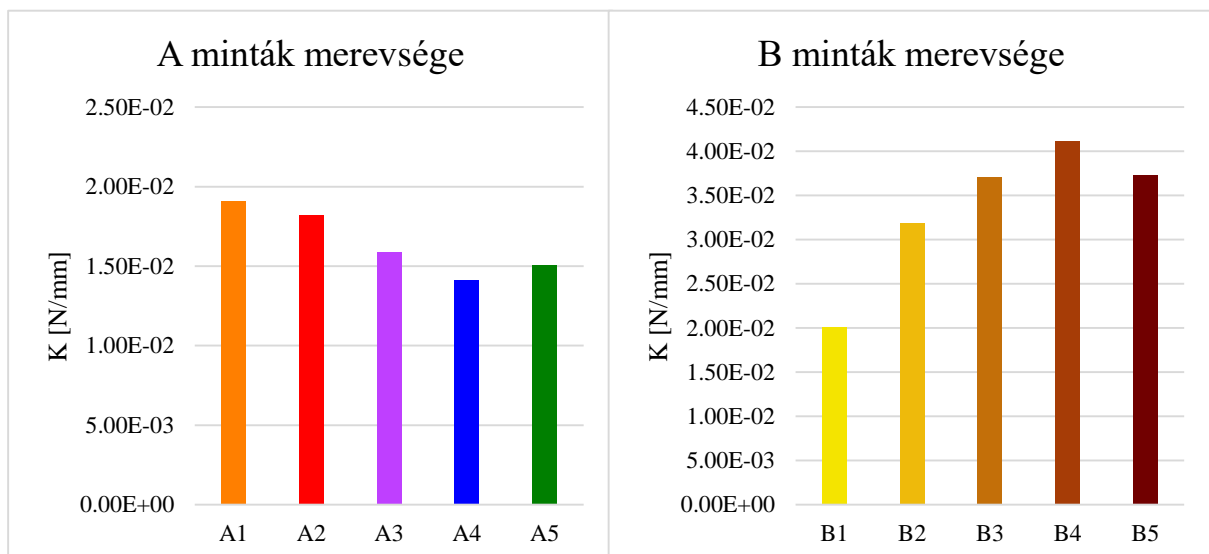


11. ábra. A felhasznált minták

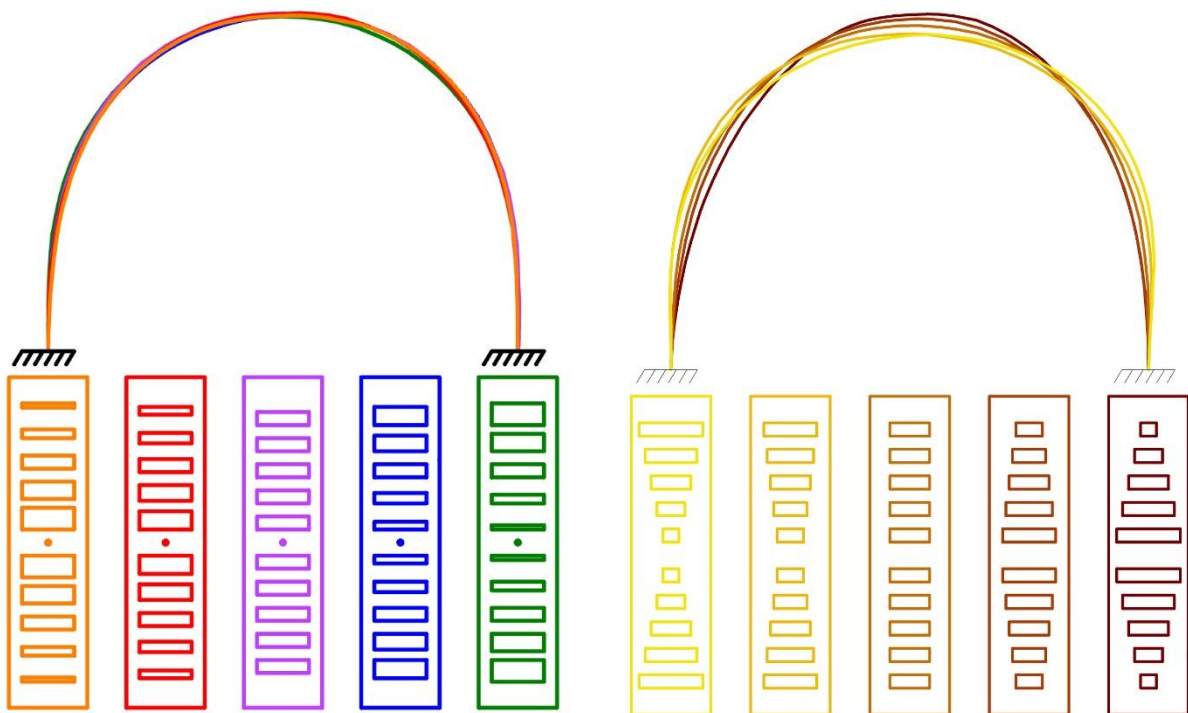
EREDMÉNYEK

Változó lokális porozitás rögzített globális porozitás esetén

Az azonos porozitású (A és B) példák alakjai (12. ábra) a szakirodalmi eredményekkel összhangban voltak. A B példában az a változat lett merevebb, ahol az ív tetőpontjához közel távolítottunk el több anyagot, a befogás közelében kevesebbet. Itt megfigyelhető a különbség az ívek alakjában is. Ezzel szemben az A példában nem volt különbség az ívek alakjában, de itt is az az eredmény jött ki, hogy az ív merevebb lesz, ha a lemez közepén van több kivágás és a befogások közelében kevesebb (2. diagram).



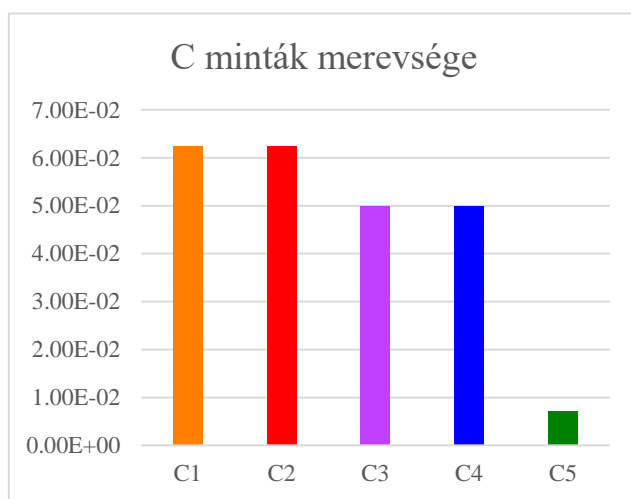
2. diagram. Az A és B minták merevsége. Az adatok három mérés átlagából születtek $b=3/4 \times l$; $F=0,38N$; A esetében $\varphi=27\%$ és B esetén pedig $\varphi=20\%$ paraméterek mellett



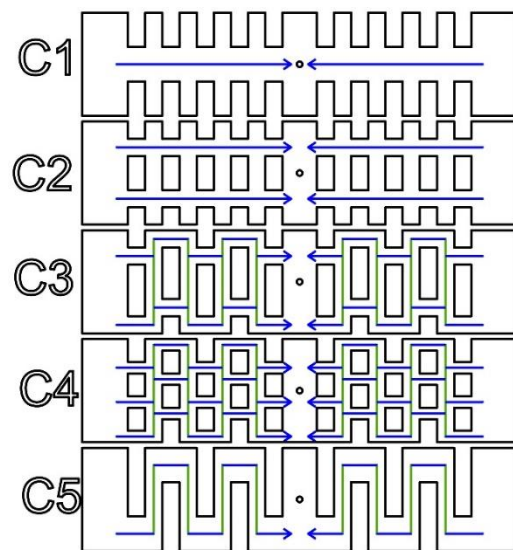
12. ábra. Az A és B minták terheletlen alakja. Jól látható, hogy az A minták ívei azonosak, a B minták ívei változóak

A B példák közül előzetes feltételezéseink ellenére a B5 példa gyengébb lett, mint a B4 példa, pedig a B5 példában több anyagot vettünk el a lemez közepéből. Mivel az ív alakjának vizsgálata során a B5 magasabbnak bizonyult, mint a B4 példa, ezért gondolhatjuk, hogy az rontott az ív merevségén, hogy a két középső kivágás túl kevés anyagot hagyott meg a lemez oldalán, és ezért veszített a merevségéből. Ebből azt is megállapíthattuk, hogy ha egy ív terheletlen magassága nagyobb, az nem feltétlenül jelenti azt, hogy merevebb is lesz.

A C példák esetén a merevségben sokkal nagyobb különbségek mutatkoztak. Az ívekre jelentősen hatott, hogy az oldalukból mennyit vágunk ki és milyen sűrűn. Az általunk vizsgált ívek a római boltozatokhoz hasonlóan nyomással viselték a terheket, mivel a lemezek nagyon vékonyak és ezáltal kicsi a hajlítómerevségük. Ez alapján berajzoltuk az ábrákba, hogy hol és milyen irányban hatottak az erők. Sötétkékkel a fő erővonalakat, zölddel az erő kitérését jelöltük (13. ábra). Azt állapítottuk meg, hogy akkor a legoptimálisabb a szerkezet, ha az erővonal (kék) minél hosszabban tud minél kevesebb kitéréssel (zöld) haladni, azaz minél rövidebb az erővonalak összege, a szerkezet annál erősebb. Ez alapján is megállapíthatjuk, hogy a C1 és C2 minta erősebb, mint a C3 és a C4, ami meg erősebb a C5-nél (3. diagram).

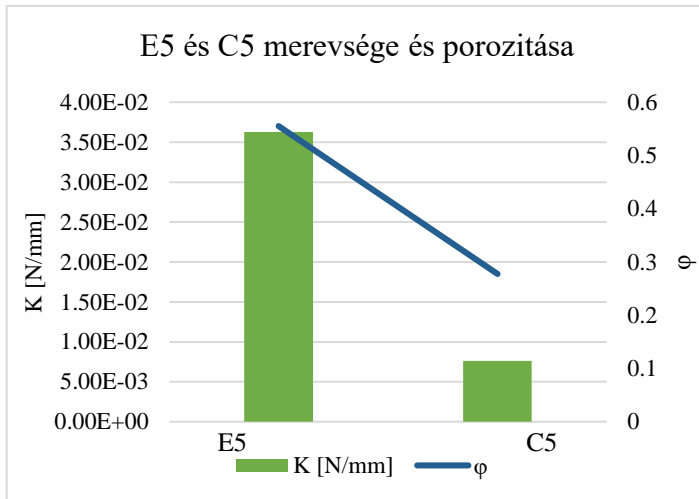


3. diagram. C minták merevsége $\varphi=27\%$; $F=0,25N$; $b=1/2 \times l$



13. ábra. C minták berajzolt belső erővonalai. Kék a fő erővonal, zöld az erővonal kitérése

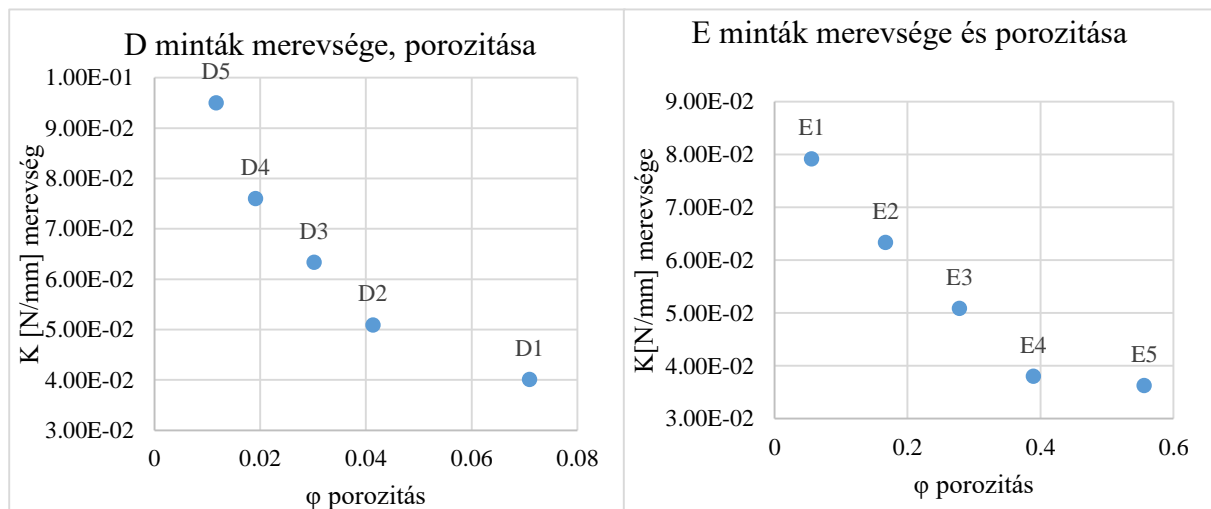
Itt még érdemes a C5 példát összehasonlítani az E5 példával. Az E5 globális porozitása sokkal nagyobb, így a feltételezéseink szerint az E5 minta sokkal gyengébb kellett volna, hogy legyen a sok egybefüggő kivágás miatt, de mégis azt az eredményt kaptuk, hogy a C5 lett a gyengébb (3. diagram). Annak ellenére, hogy kevesebb összterület van itt kivágva a lemezből, a kivágások szélső elhelyezkedése sokat rontott a szerkezet merevségén.



4. diagram. Az E5 és C5 minták összehasonlítása. Látható, hogy az E5 minta merevsége sokkal nagyobb, annak ellenére, hogy sokkal nagyobb a porozitása (ϕ), azaz sokkal nagyobb területet vágunk ki belőle, mint a C5 mintából

Egyenletes mintázat, változó globális porozitás mellett

A változó globális porozitású (D és E) példákánál (13. ábra) nem jött létre meglepő eredmény, a merevség összhangban volt az irodalomban említettekkel. Itt a diagramokon szépen látható,



5. diagram. D és E minták (14. ábra) merevsége és porozitása $b=1/2 \times l$ támaszközön, $F=0,38N$ erő alatt, 3 mérés átlaga. Ez egybevág a [2] szakirodalommal, mely azt állítja, hogy a merevség és a porozitás fordítottan arányos



14. ábra. D és E mintái

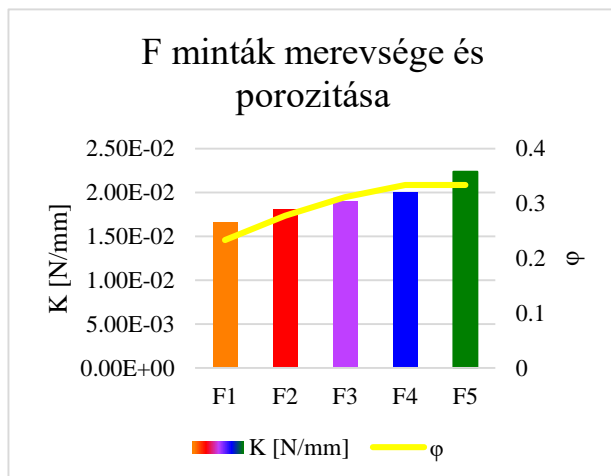
hogy a változó porozitás változó merevséget eredményezett (5. diagram). A porozitás növekedése a merevség csökkenésével járt.

A diagramok alapján meg lehetett állapítani, hogy ha egyenletesen helyeztük el a lyukakat, akkor mindig a kisebb porozitású lett merevebb.

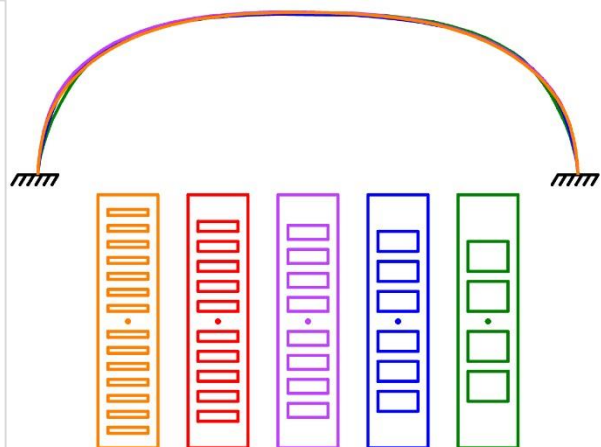
Változó globális, változó lokális porozitás

A minták harmadik csoportjába az olyan példák tartoztak (F, G, H, I, J és K), amelyek nem voltak besorolhatók a korábbi két csoportba, sem nem azonos globális porozitásúak, sem nem megegyező lokális porozitásúak. Ebben a csoportban minden minta esetén az volt a cél, hogy egy nagyobb porozitású, de merevebb lemezt hozzunk létre.

Az F példa esetén változott mind a lokális, mind a globális porozitás. Itt a minták terheletlen alakjában nem volt számottevő különbség (15. ábra), de több más szempontból is meglepő eredmények születtek. A különböző minták merevsége nőtt a porozitás növekedésével (6. diagram), kivéve az F4 és az F5 példákban, ahol a porozitás ugyanakkora volt, de mégis az F5 merevebb lett, mint az F4. Ez alapján megállapíthattuk, hogy területileg több kivágással is létre lehet hozni merevebb ívet. A diagramon a növekvő K érték a merevebb szerkezetet jelöli, a nagyobb ϕ a több kivágást. Ezzel a példával meg lehetett cáfolni Zhang és társai [2] állítását, miszerint a nagyobb porozitás mindig kisebb merevséget jelent.



6. diagram. F minták merevsége és porozitása



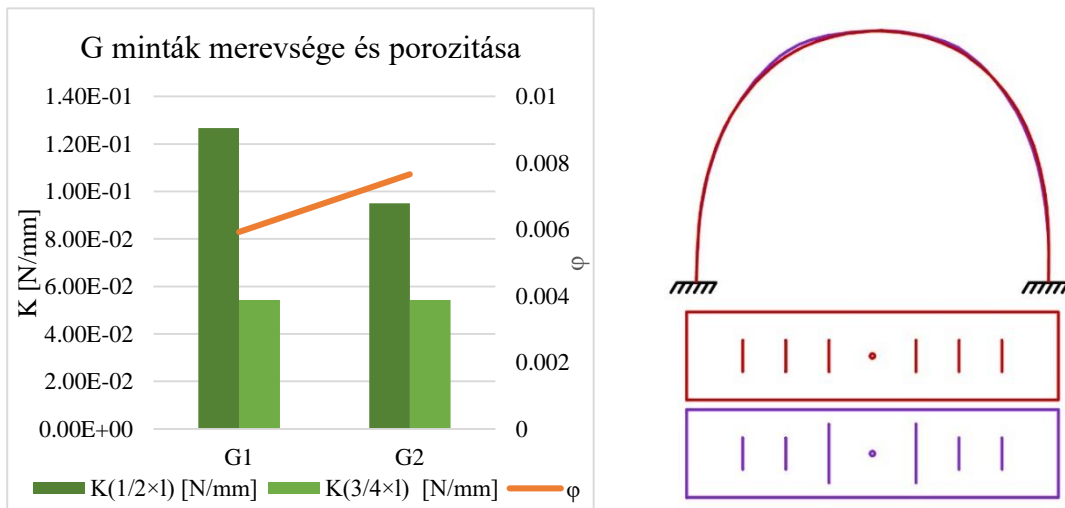
15. ábra. F minták terheletlen alakja $b=3/4 \times l$

Felmerült kérdésként, hogy mi lehet ennek a meglepő, paradox eredménynek a magyarázata. Indoklásként az azonos lokális porozitású példákhoz (A és B mintákhoz) hasonlítottuk. Az A és B példák vizsgálata során láthattuk, hogy azok a minták voltak merevebbek, amelyekben többet vágunk ki a lemez közepéből, és kevesebbet a befogásokhoz közeli részekből. Az F

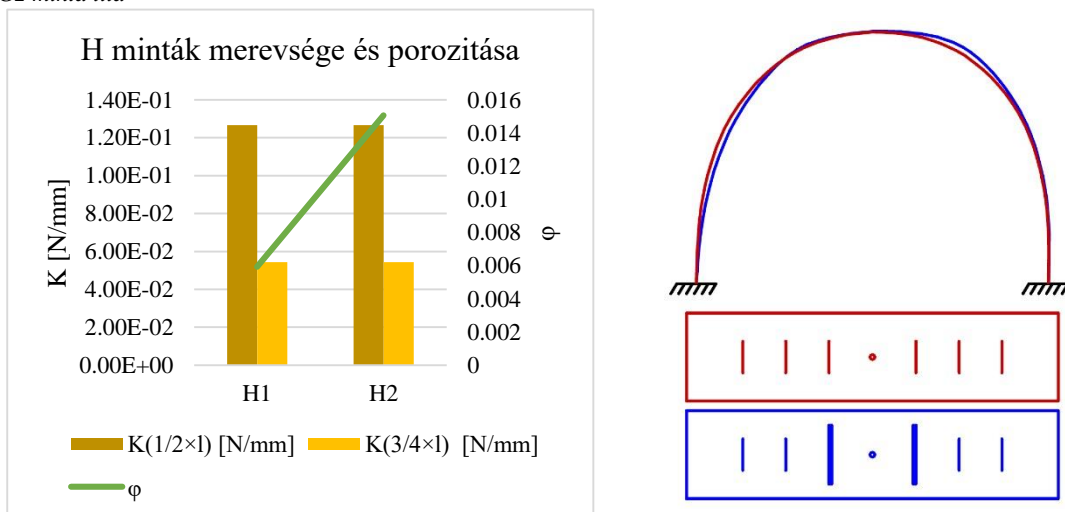
példában megfigyelhetjük, hogy a kivágások sűrűsége fokozatosan közeledik a lemez közepéhez, így egyre kevesebb kivágás és egyre több anyag van a befogások közeli részeken. Tehát az A és B mintákhoz hasonló okból lett a legmerevebb az F5.

A G, H, I, J és K példák mind mintapárok. Ez azt jelenti, hogy mindegyikben van egy eredeti minta, ami valahogyan kapcsolódik a korábban vizsgált esetekhez, majd ebbe vágtunk bele további kivágásokat, és azt figyeljük, hogy merevebb lett-e a szerkezet az újabb bevágásoktól. Ezeknek a mintapároknak egymás mellé helyeztük és megfigyeltük a merevség-porozitás függvényét, kétféle támaszközön.

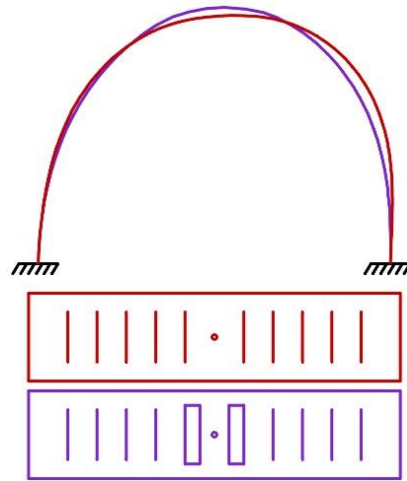
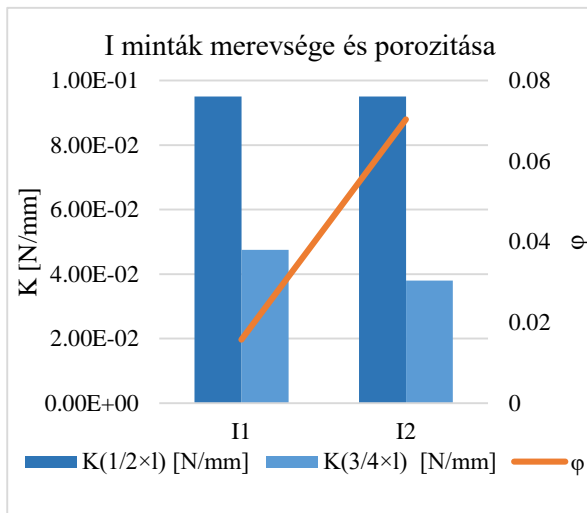
A G, H és I példákkal (16-18. ábra) nem értünk el nagyobb merevséget a nagyobb kivágásokkal. A H példa esetén az újabb kivágás után a merevség nem változott, a G és I példáknál vagy nem változott, vagy kis mértékben csökkent. Tehát ezek azt bizonyítják, hogy létre tudunk hozni olyan mintákat, melyekben a további lyukak elhelyezésével, azaz a növekvő porozitással nem



16. ábra. Balra a G minták merevsége és porozitása kétféle támaszközszel. Jobbra a G minták terheletlen alakja. G1 minta piros, G2 minta lila



17. ábra. Balra a H minták merevsége és porozitása kétféle támaszközszel. Jobbra a H minták terheletlen alakja. H1 minta piros, H2 minta kék



18. ábra. Balra az I minták merevsége és porozitása kétféle támaszközzel. Jobbra az I minták terheletlen alakja. I1 minta piros, I2 minta lila

romlott a szerkezet merevsége.

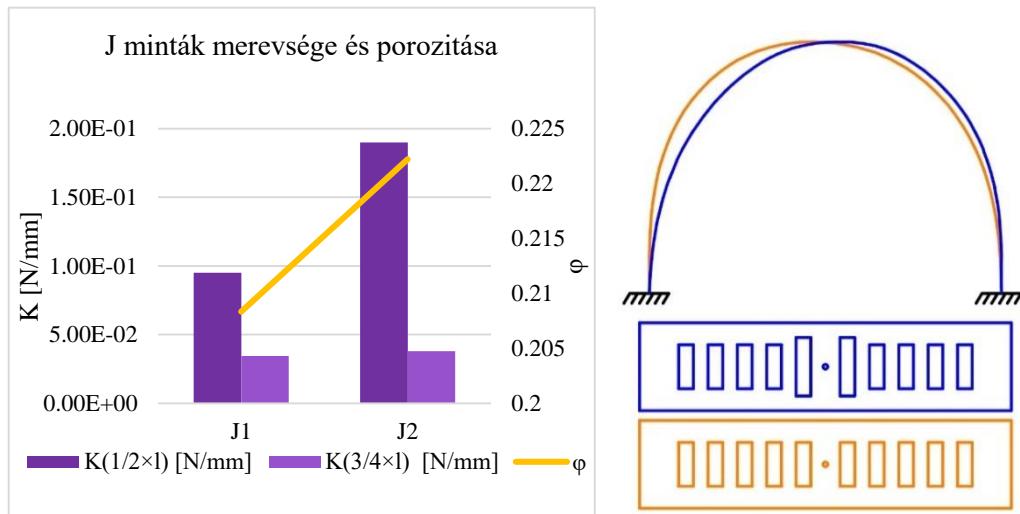
Ezeknél a mintáknál azért nem sikerült nagyobb merevséget létrehozni, mert a minták globális porozitása eleve túlságosan kicsi volt. Azért nem csökkent érzékelhetően az ívek merevsége, mivel az eleve kicsi globális porozitás a többszörösére – az I példa esetén a hatszorosára – emelve továbbra is nagyon alacsony maradt, ezért a merevség növelését célzó kivágásaink hatástalanok maradtak.

Ennek a jelenségnek indoklásaként a D minták merevség-porozitás diagramját kell megtekintenünk (5. diagram). Itt lehet látni, hogy amikor a porozitás nagyon kicsi volt, akkor az ugyanakkora bevágások után nagyot esett az ívek merevsége, míg amikor a porozitás eleve nagyobb volt, kisebb merevség csökkenés tapasztalható. Ha pedig mellé tesszük a B minták merevség vizsgálatát, ott láthatjuk, hogy ugyanakkora porozitás mellett el lehetett érni nagyobb merevséget, azaz egy jobb ívet a kivágások méretének változásával. A G, H, I mintákban a továbblyukasztásból következő gyengítés és a kedvező lokális porozitás hatásai kiegyenlítik egymást, így összességében nem, vagy csak kismértékben csökkent a merevségük.

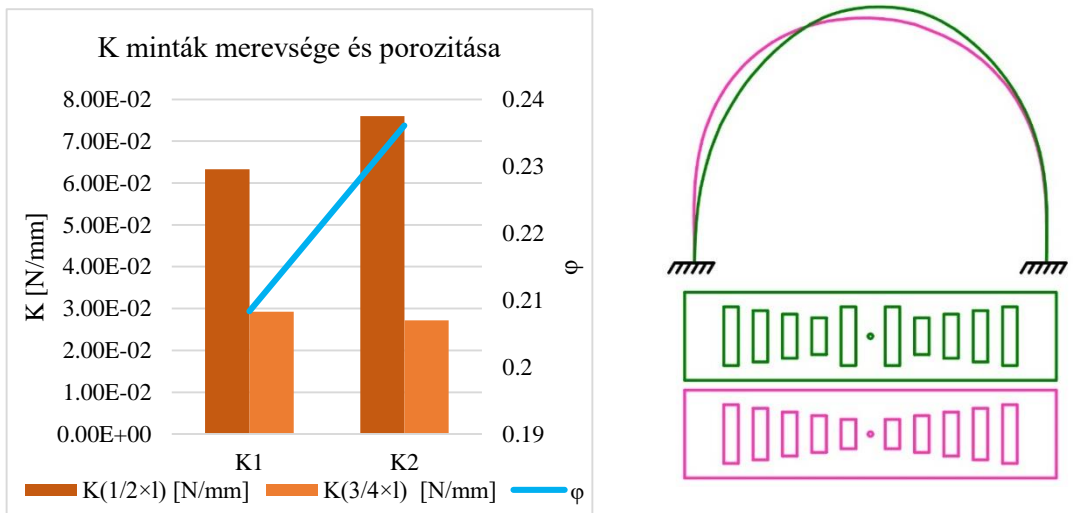
A további példákban ezek tudatában egy nagyobb porozitású ívek próbáltuk növelni a merevségét a globális porozitás növelésével.

A J és K példákban a B példában felhasznált mintákat próbáltuk megerősíteni nagyobb kivágásokkal. A diagramok alapján láthattuk, hogy ez sikerült, mert a növekvő porozitás mellett a jobban kivágott lemez merevsége is nőtt (19. és 20. ábra). Mivel az A és B példákban megállapíthattuk, hogy a kivágások helyzete jelentősen befolyásolta az ív merevségét, ezért itt egy eredetileg kevésbé jó merevségű ívet erősítettük meg sikeresen újabb kivágással. Az eredmények

egy újabb paradox viselkedésre mutattak rá: anyag eltávolításával, azaz a lemez gyengítésével lehetséges növelni a szerkezet merevségét.



19. ábra. Balra a J minták merevsége és porozitása kétféle támaszközzel. Jobbra a J minták terheletlen alakja. J1 minta narancssárga, J2 minta kék



20. ábra. Balra a K minták merevsége és porozitása kétféle támaszközzel. Jobbra a K minták terheletlen alakja. K1 minta rózsaszín, K2 minta zöld

KONKLÚZIÓ

A kutatás során PET műanyag lemezekből készített ívekkel folytatott kísérletekkel vizsgáltuk, hogy a kirigami módszerével készített bevágások milyen hatással vannak a lemezek végső formájának merevségére. Különböző mintázatokat terveztünk, melyek alapján láthattuk, hogy a koncentrált erővel terhelt, befogott, perforált ívek merevségét és alakját befolyásolta, hogy milyen területű és elrendezésű felületeket vágunk ki az anyagból. Megállapítottuk, hogy egy perforált ív merevségére együtt hat a globális és a lokális porozitása.

A perforáció által a szerkezet merevsége csökken, de az elrendezésétől függően az alak is változik, amely hathat kedvezően a merevségre. A lemez merevségét a lokáli porozitás változtatásával lehet változtatni. Ha változtatjuk a kivágásoknak a lemez hosszanti oldalára merőleges oldalhosszait, akkor tudunk hatni a lemez alakjára, és ezzel a merevségére is.

Ennek következtében az F mintával sikerült (15. ábra) cáfolni Zhang és társai [2] állítását, miszerint a nagyobb porozitás mindig kisebb merevséget jelent, mert ebben az F példában az ívben egyre több anyag elvételével egyre merevebb szerkezetet tudtunk létrehozni. Ezzel egy paradoxon állt elő, de erre magyarázatul szolgál a B példánál tapasztalt jelenség, ahol tapasztaltuk, hogy az ív merevebbé válik, ha a kivágások inkább a lemez közepénél, mint a befogások környékén sűrűsödnek. Emellett a J és K mintákban (19. és 20. ábrák) is sikerült egy-egy nagyobb merevségű ívet létrehoznunk egy eleve perforált ív további kivágásával, ami egy másik, az előzőhöz hasonló paradoxon.

A kutatásaink további folytatására többféle lehetőséget is látunk. Érdekes kérdés, hogy lehetséges-e a sima, lyukasztás nélküli lemezt kellően kicsi lyuk megfelelő elhelyezésével megerősíteni? Láttuk, hogy rögzített globális porozitás esetén a lyukak elhelyezésének változtatásával javítható a szerkezet merevsége. Mi ennek a határa, hogy néz ki az optimális mintázat? A vizsgálatok kiterjeszthetők például hajtások használatára, más (nem téglalap) alakú, valamint más elrendezésű kivágásokra is. A más elrendezés alatt például a lemez hosszával párhuzamosan sorakozó kivágásokra, aszimmetrikus mintákra gondoltunk. A kísérletek kezdeti stádiumában már megpróbálkoztunk hajtásokkal is, de PET műanyagból nem modelleztük meg e változatokat. Ismert, hogy a papír meghajtásával növelhető annak merevsége, de a túl sok hajtás gyengíti, lágyabbá teszi a szerkezetet. Ívek esetén mi ennek az optima? Emellett volt egy olyan eset is, ahol a koncentrált erő nem a lemez közepére került, így újabb kutatási irány mutatkozhat az aszimmetrikus terhelés irányában is.

Eredményeink hasznosak lehetnek számos műszaki területen, inspirációt adva például az építészetben, a metaanyagok kutatásában, a robottechnikában, az űrtechnikában is.

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Ezúton szeretném köszönetemet kifejezni témavezetőmnek, Dr. Fehér Eszternek. Köszönettel tartozom továbbá Lassu Péternek a lézervágásban és Havasi-Tóth Balázsnak a lemezek befo-gására szolgáló eszköz létrehozásában és a terhek rögzítési módjában nyújtott segítségéért. A dolgozat elkészítését a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal (NKFIH) OTKA (K 143175) pályázata támogatta

IRODALOMJEGYZÉK

- [1] Liu, M., Domino, L., & Vella, D. (2020). Tapered elasticæ as a route for axisymmetric morphing structures. *Soft Matter*, 16(33), 7739-7750.
- [2] Zhang, Y., Yang, J., Liu, M., & Vella, D. (2022). Shape-morphing structures based on perforated kirigami. *Extreme Mechanics Letters*, 56, 101857.
- [3] Lee, T. U., Gattas, J. M., & Xie, Y. M. (2022). Bending-active kirigami. *International Journal of Solids and Structures*, 254, 111864.