



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Építészmérnöki Kar

Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék

Tudományos Diákköri Dolgozat

2021.

Falak stabilitásának vizsgálata az erők határozatlansága alapján

Nagy Klaudia IV. éves építészmérnök hallgató

Témavezetők:

Dr. Domokos Gábor

Lévay Sára

Dr. Török János

Tartalomjegyzék

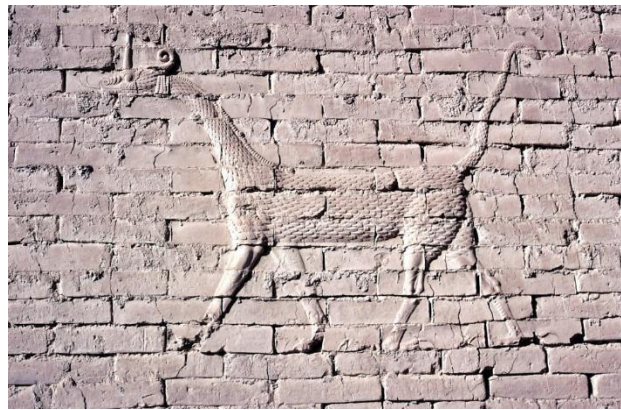
1. Bevezetés
 2. Korábbi dolgozat eredményei
 3. A modell határai
 4. Kontakt dinamika
 5. Határozatlanság
 6. Szimulációk
 - a. Kontakterők számítása
 - b. A téglafalban ébredő erőhálózat
 7. Felhasználási lehetőségek, jövőbeli tervek
-
1. függelék: A kontakt dinamika néhány jellemzője, a fázistér nagysága
 2. függelék: Kontakt dinamika szimulációk eredményei

Készült: 2021.11.01.

1. Bevezetés

A falak a térelhatárolás alapvető szerkezetei. Stabilitásuk, tartósságuk elengedhetetlen jellemzőjük. Az emberiség az idők kezdete óta próbált minél ellenállóbb szerkezeteket létrehozni, így a falak geometriáját is úgy határozták meg, hogy minél szilárdabb struktúra jöjjön létre. Ilyen indíttatásból számtalan falazási módszer jött létre az évezredek során. Vitruvius három egymást kiegészítő fogalommal írja le az építészet lényegét, ezek pedig: a tartósság, a célszerűség és a szépség [1]. Habár a falakat mindhárom vitruviusi szempont alapján elemezték, úgy tűnik, hogy az állékonyságukat nagy mértékben befolyásoló szempont – a geometria – szerint nem vizsgálták őket. Előző TDK dolgozatomban [2] erre tettem kísérletet, megmutattam, hogy a tartósság szoros összefüggésben áll a falak geometriájával.

A falazás legismertebb példája a téglafal.



1. ábra: Istár-kapu, Al Hillah, Irak, i.e. 575. Fotó:

Bernd Kolb (Flickr)

Már az ókori Babilonban ismerték a geometria és állékonyság közötti összefüggést, ugyanis a téglákat kötésben falazták. Tégla alakú elemek esetében közel tízezer éve ismert [3], hogy a legerősebb falazat akkor készül, amikor az építőelemeket kötésben rakják.

Dolgozatom célja, hogy a falak geometriája és az állékonysága közötti összefüggést mélyebben feltárja. Elsőként ismertetni fogom a korábbi dolgozatomban bevezetett, a fal geometriájának kombinatorikai leírásán alapuló cellasűrűség fogalmát, amely a téglakötés fogalmát általánosítja tetszőleges geometria esetére.

Bár a cellasűrűség sok esetben kiváló mérőszáma a fal állékonyságának, mivel kombinatorikai fogalom, ezért a fal metrikus tulajdonságait nem tudja megragadni. Jelen dolgozatban, ismét a téglakötés példájához visszanyúlva, a kontakt dinamika (contact dynamics, röviden CD) módszer segítségével azt vizsgálom, hogy azonos cellasűrűséggel rendelkező, kötésben rakott

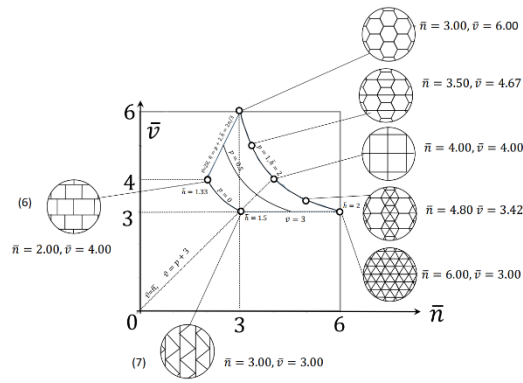
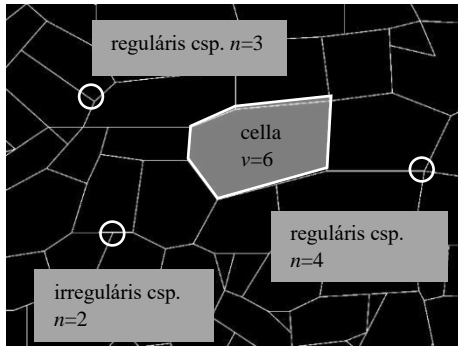
falaknál az állékonyság mértéke hogyan függ a kötés (vagyis az egymás alatti függőleges hézagok közötti vízszintes távolság) mértékétől. Dolgozatomban a korábbi, cellasűrűséggel kapcsolatos eredményeim ismertetése után röviden bemutatom a CD módszer alapfeltevéseit és elméletét, a CD szimulációk menetét. Ezt követően ismertetem az eredményeket és megadom az állékonyságot jellemző mértéket.

2. Korábbi dolgozat eredményei

A stabilitás és a tartósság a geometriával összefüggő tulajdonságok. *Falak geometriája* című korábbi TDK dolgozatom [2] szintén a falak stabilitásának témakörét járta körül. A dolgozat célja a téglakötés fogalmának általános falazatokra való kiterjesztése volt, melyben a szárazon rakott falazatok felületén kirajzolódó mintázatokat a konvex mozaikok átlagtér-elméletének eszköztárával [4] vizsgáltam. Konvex mozaiknak nevezzük a sík egyenes szakaszokkal való hézag- és átfedés-mentes felosztását véges konvex tartományokra és könnyű belátni, hogy ezen tartományok csak konvex sokszögek lehetnek. A mozaikok elméletében alapvető fogalom a 2. ábrán szemléltetett \bar{v} cella-fokszám (a sokszögek átlagos csúcs-száma, falazat esetén a sokszög alakú falazóelem csúcsainak átlagos száma) és az \bar{n} csomópont-fokszám (az egy pontban átfedő sokszögek átlagos száma, falazat esetén az egy pontban találkozó falazóelemek csúcsainak átlagos száma), amelyek meghatározzák a ρ cellasűrűséget.

$$\rho = \frac{\bar{v}}{\bar{n}} \quad (1)$$

Az elmélet alapján meghatározható az $[\bar{n}, \bar{v}]$ *szimbolikus síkon* az a tartomány, amely az összes lehetséges konvex mozaikot tartalmazza (3. ábra). Az ábráról leolvasható, hogy az elmélet szerint legalább négyszögű, konvex falazóelemek esetében $1 \leq \rho \leq 2$. Minden falazathoz egyértelműen hozzárendelhető egy ρ érték.

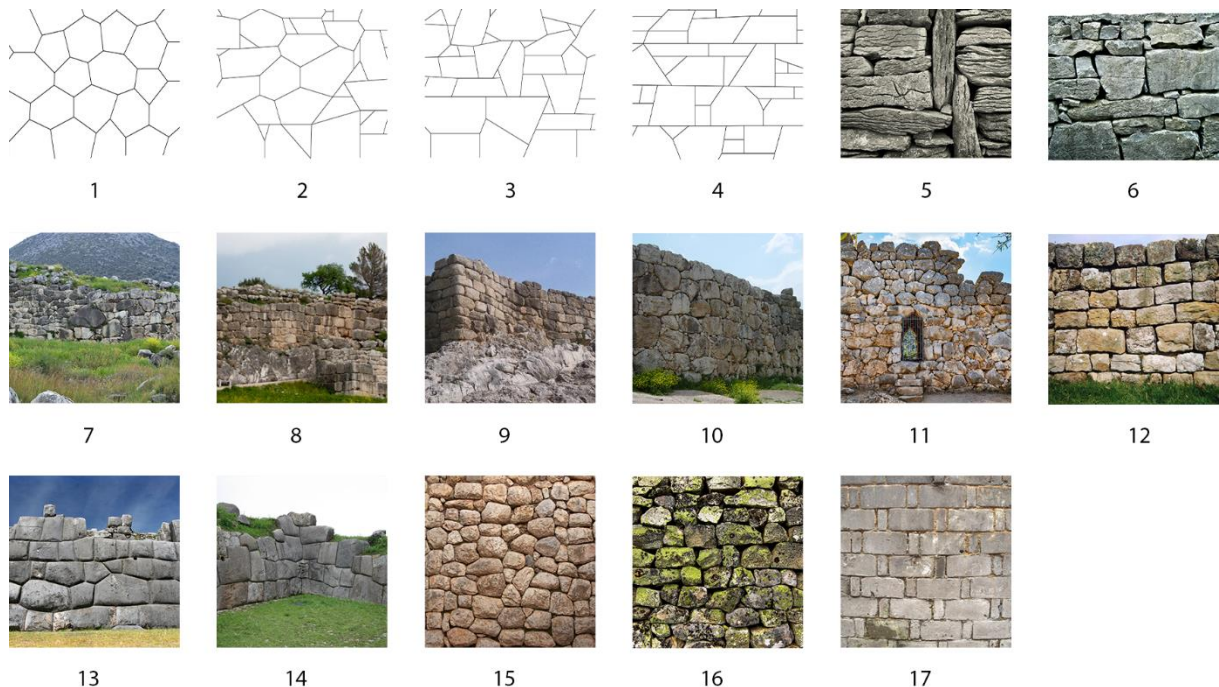


2. ábra: Síkbeli konvex mozaikok. A \bar{v} cella-fokszám és az \bar{n} csomópont-fokszám grafikus definíciója, utóbbi reguláris és irreguláris esetre.

3. ábra: Konvex mozaikok geometriailag megengedett tartománya az $[\bar{n}, \bar{v}]$ szimbolikus síkon és geometriai példák egyes speciális esetekre.

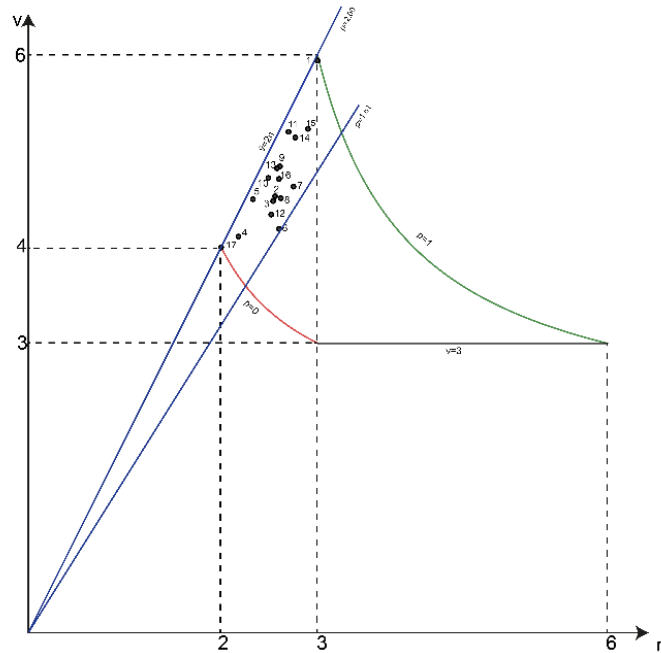
A mozaik-elmélet eszköztárával térben és időben is széles spektrumon elhelyezkedő falazatok cellasűrűségét vizsgáltam, mely vizsgálatok eredményét a 4., 5. és 6. ábrán mutatom be. Az 5. ábra szemlélteti az alábbiakat:

1. **Megfigyelés:** Az összes vizsgált fal cellasűrűsége nagyon közel helyezkedik el a $\rho = 2,00$ elméleti maximumhoz.



4. ábra: Vizsgált falazatok

1-4: Gábor-könyv [5] ábrái; 5-6: Kelta kőfalak; 7-11: Mükénéi ciklopfalazat; 12: Hadrianus fala; 13-15: Inka falak; 16: Montarcher erőd fal; 17: Kínai Nagy Fal



5. ábra: A vizsgált falazatok cellasűrűsége az $[\bar{n}, \bar{v}]$ szimbolikus síkon a konvex mozaikok geometriailag megengedett tartományában. A $\rho=1,61$ és $\rho=2,00$ késsel jelölt egyenesek.

Tehetünk azonban egy további, a mért értékektől független általános megállapítást is:

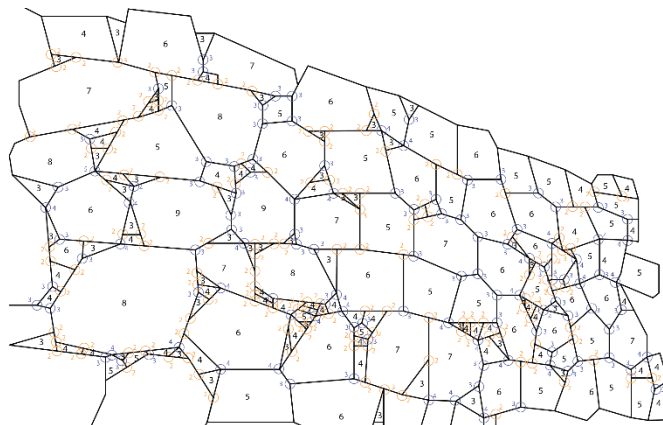
2. **Megfigyelés:** Minden falazat esetében fennáll egy ok-okozati jellegű, időrendinek is nevezhető összefüggés a cella-fokszám és a csomópont-fokszám között, hiszen az építőelemek alakja (így a cellafokszám is) már a fal elkészítése előtt adott.

Az 1. és 2. megfigyelés alapján az alábbi (alternatív) következtetéseket vonhatjuk le:

1. **Következtetés:** az építők a cellák (falazóelemek) alakjának ismeretében ügyeltek arra, hogy egy pontban minél kevesebb falazóelem csúcsa találkozzon; vagyis a csomóponti fokszámok minimalizálására, azaz a cellasűrűség maximalizálására törekedtek.
2. **Következtetés:** Kizárólag olyan falazatok tudtak fennmaradni – azaz csupán olyan falakat tudtam vizsgálni – amelyeknek elég magas a cellasűrűsége.

Bármelyiket is fogadjuk el a fenti két (alternatív) következtetés közül, mindenképpen megfogalmazható az alábbi

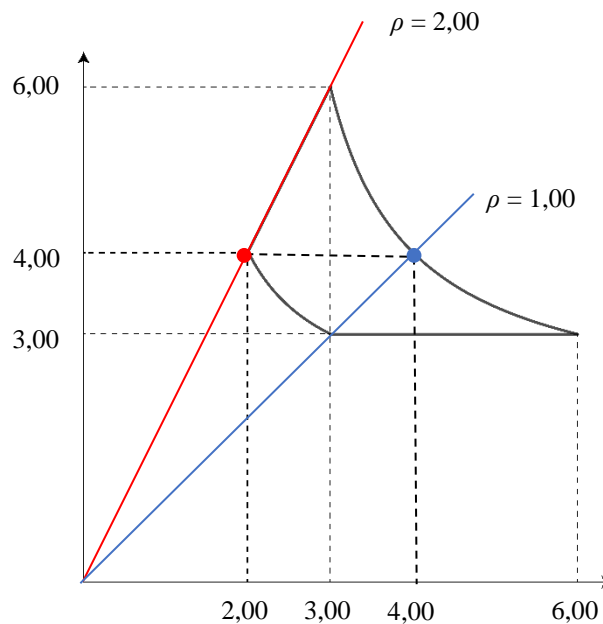
3. **Következtetés:** A cellasűrűség a téglafalazatok esetére korábban bevezetett kötés fogalmának geometriai általánosítása. A cellasűrűség alapján következtethetünk a fal erősségére, állékonyságára.



6. ábra: A történeti falazatok vizsgálatának lépései. A falról készült kép alapján (fent) a falazóelemeket poligonokkal közelítjük (középen) és síkbeli mozaikot készítünk belőlük. Ezután detektáljuk a reguláris és irreguláris csomópontokat (lent), végül a cellafokszámot és csomóponti fokszámot megállapítjuk és ez alapján meghatározzuk az adott falra vonatkozó cellasűrűséget.

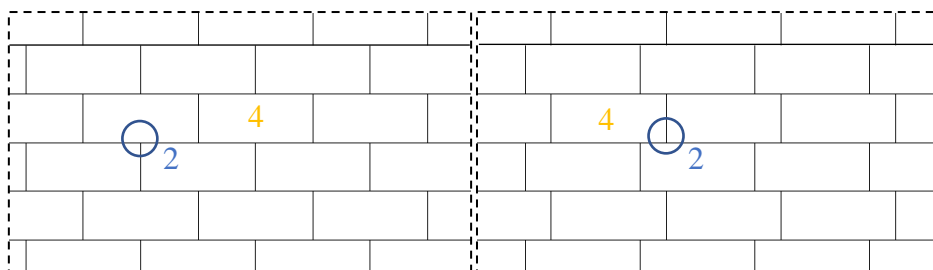
3. A modell határai

A fentiekben vázolt mozaik-elmélet a fal geometriáját kombinatorikai eszközökkel írja le így a modell nem tud azonos cellasűrűségeket, ám eltérő geometriájú esetek között különbséget tenni. Erre szemléletes példa ismét a téglafal: a fél téglával eltolott kötésben rakott fal cellasűrűsége ugyanúgy $\rho = 2,00$, mint a negyed téglával eltolott fal esetében.



7. ábra: A kötésben (piros pont) és hálósan (kék pont) rakott téglafal az $[\bar{n}, \bar{v}]$ szimbolikus síkon és a hozzájuk tartozó cellasűrűség.

Ebből a példából is érezhető, hogy bár a kombinatorikai átlagok segítenek a fal erősségének megállapításában, pusztán ezen átlagokra támaszkodva a kötés erősségét nem lehet pontosan meghatározni, további vizsgálatokra van szükség.



8. ábra: Kötésben falazott téglafal esetében az eltolás mértéke nem változtatja sem a cellafokszámot (sárga), sem a csomópont-fokszámot (kék), így a cellasűrűséget sem. Az ábrán szemléltetett két példa stabilitása azonban eltérő.

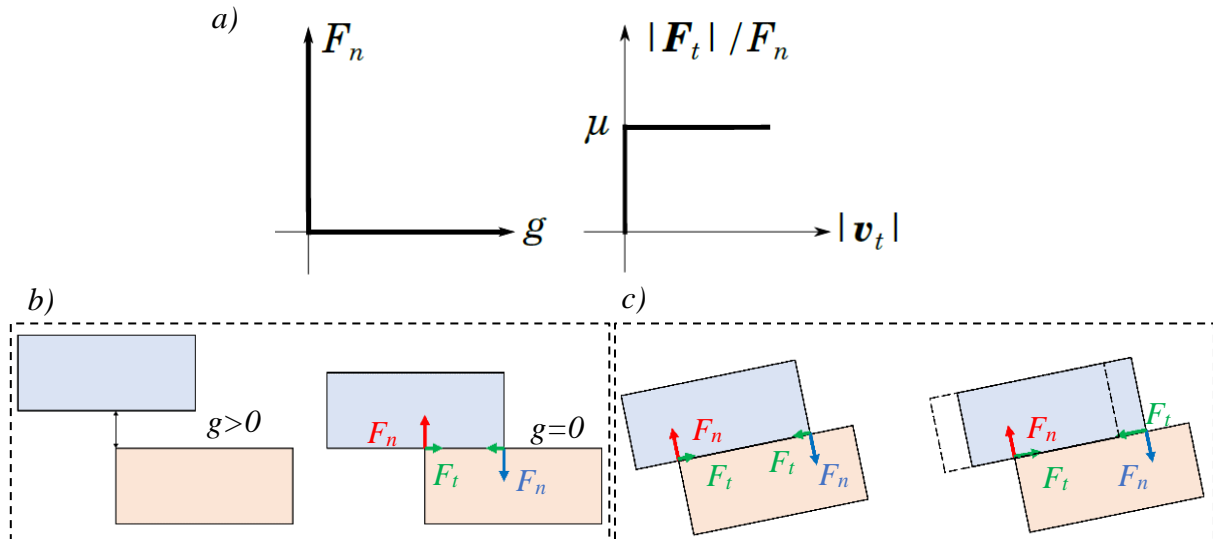
A dolgozat hátralévő részében a legismertebb és legtöbbet használt falazatot, a téglafalat, ezen belül is a szárazon rakott, azaz kötőanyag nélküli falazott szerkezetet fogom vizsgálni. Ilyen szerkezetekben az elemek között kizárólag nyomóerő és súrlódás léphet fel. Az erőket kizárólag a fal síkjában vizsgálom, a falra merőleges irányú terhelések nem jelennek meg a dolgozatban. A téglafal legstabilabb és legkevésbé stabil helyzetei (feles kötésben, illetve hálósan) a mozaik-elmélet alapján már ismertek, ezért is lehet ez a szerkezet jó alany a vizsgálatokhoz. Az eltolás mértékét γ -val jelöljük; γ értéke $0 \leq \gamma \leq 1/2$ között mozog, ahol $\gamma = 0$ a hálós falazatot jelenti (7. ábra, kék), $\gamma = 1/2$ pedig a fél elemnyi hosszal eltoltsal falazatot (7. ábra, piros).

4. Kontakt dinamika

A falak további vizsgálatához a kontakt dinamika (contact dynamics, CD) eszköztárát használjuk fel. A kontakt dinamika egy olyan diszkrét elem módszer (DEM), mely lehetővé teszi tökéletesen kemény testek szimulációját. Elterjedten használják szemcsés anyagok vizsgálatára, különösen azon esetekben, amikor a szemcsék keménysége alapvető fontosságú. Más DEM módszerek esetén elterjedt, hogy a kölcsönható, egymással ütköző testek közötti kölcsönhatás erősségét a testek kis deformációjából számolják. A kontakt dinamika esetén viszont a kölcsönhatások erősségét kényszerfeltételek határozzák meg: a testek végtelenül kemények és nem deformálódhatnak. A falak stabilitásának vizsgálata során is az a fontos, hogy milyen erők ébrednek a téglák között, miközben azok deformációja elhanyagolható, ezért tehát a módszer jól használható a téglafalakban ébredő erők meghatározására.

A kontakt dinamika általam használt állításait a következő bekezdések során foglalom össze [6,7,8] alapján.

A kontakt dinamikában tökéletesen merev testek (azaz olyan testek, melyeknek Young-modulusa végtelen nagy) egymással történő kölcsönhatásait vizsgáljuk. Az egyik legfontosabb jellemzője az egyoldalú kontaktusoknak az áthatolhatatlanság, ami azt jelenti, hogy az érintkező elemek nem lapolhatnak át. Ezt úgy fejezzük ki, hogy a részecskék közötti g távolság nem-negatív. Azt is feltételezzük, hogy a kontaktusban lévő elemek nem vonzzák egymást, tehát az F kontakterő nem-negatív. Feltételezzük azt is, hogy a kontakterő megszűnik, ha a kontaktus nem aktív, vagyis $g > 0$. Ezek a kényszerfeltételek a testek közötti kölcsönhatási erő normális komponensére vonatkoznak.



9.a ábra: A kontakt dinamika kényszereit leíró Signorini-függvény (bal) és Coulomb-függvény (jobb).

9.b ábra: A Signorini-függvény értelmezése: amikor $g > 0$, a kontaktus megszakad, amikor $g = 0$ a kontakterő nagysága F_n .

9.c ábra: A Coulomb-függvény értelmezése nem csúszó (bal) és csúszó (jobb) esetben. F_t tangenciális erők zölddel F_n az elemnek megfelelő színnel (kék, piros) jelölve.

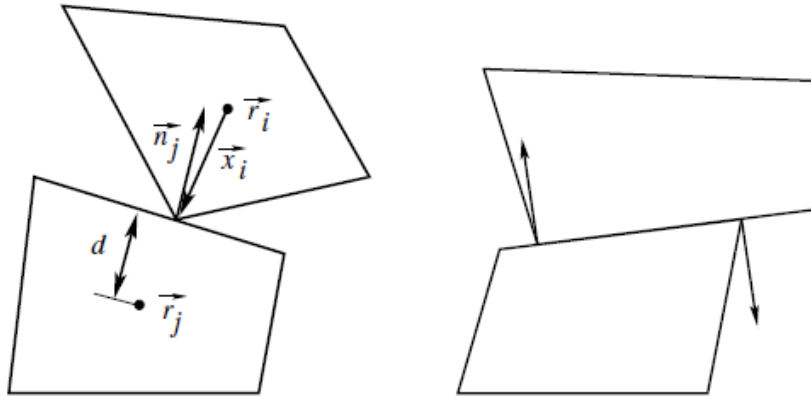
A kontakt dinamika kényszerfeltételeit a 9. ábrán látható Signorini- és Coulomb-függvények írják le. A Signorini-függvény, az F_n normális kontakterő és a g távolság közötti kapcsolatot írja le:

$$gF_n = 0. \quad (2)$$

A kölcsönhatási erő tangenciális komponensére az alábbi (3) kényszerfeltétel vonatkozik, melyet a Coulomb-függvény (9. ábra) ír le abban az esetben, amikor a rendszerben jelen van a súrlódás. Amikor a kölcsönhatásban lévő elemek relatív sebessége érintő irányban nulla, akkor csúszásmentes a kontaktus és a súrlódási erő nagysága $0 \leq F_t < \mu F_n$ értéket vesz fel, hogy megelőzze a csúszást. Ha a csúszás nem elkerülhető, akkor a tangenciális sebesség nem nulla, és a tangenciális kényszererő nagysága:

$$F_t = \mu F_n. \quad (3)$$

A kontaktusok geometriai értelmezését a 10. ábra tartalmazza. A kontaktus mindig két elem között – kizárólag csúcs és él – között jöhet létre. Az él-él kapcsolatokat két csúcs-él kontaktussal helyettesítjük.

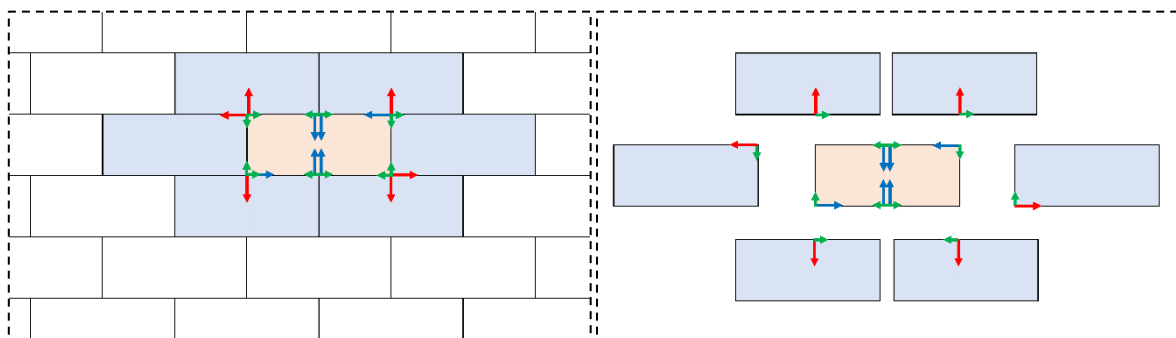


10. ábra: Kontaktusok geometriai értelmezése. n a kontaktsík normálvektora, r_j és r_i a kontaktban részt vevő elemek súlypontjainak helyvektora. A kontaktus helyzete: $r_i + x_i$. d a kontakt sík és a j indexű elem súlypontjának konstans távolsága. Ábra forrása: [8]

Azonos elemekből álló falazatok esetén (pl.: téglafal) a súrlódási erő konstans μ súrlódási együttható mellett kizárólag az F_n nyomóerő nagyságától függ.

5. Határozatlanság

A falazatok többszörösen határozatlan szerkezetek, ez teszi őket ellenállóvá a külső terhekkel és hatásokkal szemben. A határozatlanságot a téglafalon szemléltetem.



11. ábra: Egy elemre ható kontakterők a téglafal esetében.

Egy falazóelemnek három szabadsági foka van (x, y, φ – vagyis az elem koordinátái és elfordulása). Három egyensúlyi feltételt kell minden egyes elemnek teljesítenie, hogy a teljes szerkezet egyensúlyban maradjon. Ez az erők és a forgatónyomatékok egyensúlya:

$$\sum F_x=0,$$

$$\sum F_y=0,$$

$$\sum M=0.$$

A 11. ábrán azonban látható, hogy az ismeretlen erő-komponensek i száma háromnál jóval több ($i=6$), ami azt jelenti, hogy az erők megválasztásában van szabadságunk. A $h=i-3$ mennyiséget a téglá határozatlanságának nevezzük. Minél nagyobb h , annál nagyobb szabadságunk van, hiszen h az összes lehetséges megoldást tartalmazó erő-fázistér dimenziója. Ennek részletesebb leírását az 1. függelék tartalmazza.

Egy lehetséges mód az állékonyság számszerűsítésére, ha a falazatban ébredő erők abszolút értékének szórását vizsgáljuk. Feltevésem szerint azok az állékony szerkezetek, ahol a szórás kicsi, ugyanis a falban sem az nem előnyös, ha túl nagy, sem az, hogy ha túl kicsi erők ébrednek. Ha túl kicsi erők hatnak az elemek között, akkor a szerkezet nem képes oldalirányú terhelés elviselésére: a súrlódási erő (konstans μ mellett) csupán a nyomóerőtől függ, amely – ha nem elég nagy – az elemek megcsúsznak egymáson. A falakban ébredő túl nagy nyomóerők viszont az elemek túlterheléséhez és tönkremeneteléhez vezetnek.

6. Szimulációk

A feltételezés igazolásához kontakt dinamika algoritmussal készült szimulációkat alkalmaztam, amely a kontakt dinamika alapvető kényszerfeltételeinek (áthatolhatatlanság, súrlódás, Newton-törvények) eleget téve határozza meg az erőket. A szimulációk menete a következő: kezdetben definiáljuk a szimulációban szereplő elemeket – esetünkben a téglalapokat – a súlypontjaik és csúcsaik meghatározásával. Ezt követően kis időlépésekben haladva minden lépésben nyomon követjük a kontaktusokat és a kényszerfeltételeknek megfelelően meghatározzuk a kontaktusokban ébredő erőket. Az erők ismeretében numerikus integrálás segítségével meghatározzuk az elemek helyzetét.

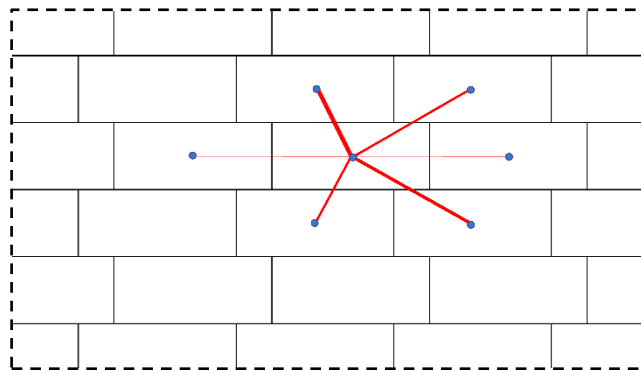
a) Kontakterők számítása

Mivel a téglafalban egyszerre sok kölcsönhatás van jelen, egy adott kontaktusban ébredő erő függ a többi kontaktusban ébredő erőktől is. Így tehát nem lehetséges a kontakterők lokális számolása. Az erők konzisztens módon való számolása ezért rendkívül bonyolulttá válhat. Ennek kezelésére az általam használt szoftverben sztochasztikus implicit erőszámító algoritmust implementáltak. Az algoritmus lényege, hogy minden időlépésben többször végigmegy az összes kontaktuson véletlenszerű sorrendben és úgy határozza meg az egyes kontakterőket, hogy minden más kontakterőt helyesnek feltételez. Ezt ismétli minden iterációs lépésben egészen addig, amíg az összes kontaktusban ébredő erő konvergál, vagyis további iterációs lépések alkalmazása már nem jelentene szignifikáns változást.

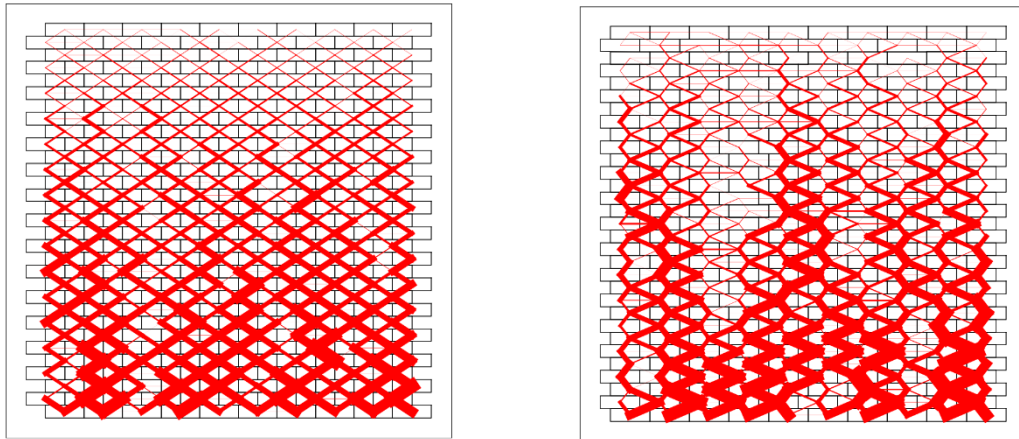
Mivel a rendszer határozatlan, ezért az algoritmus – sztochasztikus volta miatt – minden futtatás alkalmával egy másik véletlen, de stabil erőrendszert fog eredményezni, melynek szórását tudjuk vizsgálni.

b) A téglafalban ébredő erőhálózat

A kötésben lévő téglafal különböző γ eltolódásokra vizsgáltam meg. A falakra a gravitáción kívül nem hat más teher. Feltételezzük, hogy az elemek között fellép súrlódás, melynek súrlódási együtthatója μ =állandó.

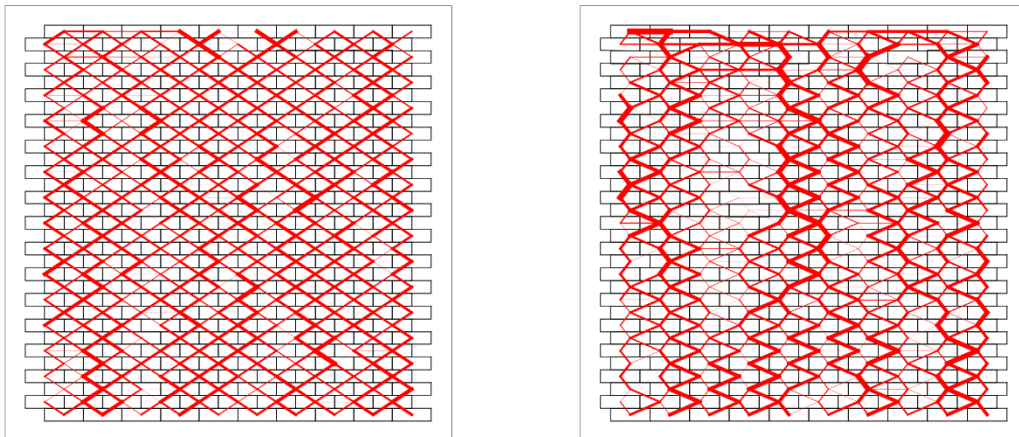


12. ábra: Segédlet az erőhálózat-ábrák értelmezéséhez. A továbbiakban a kontakterőket nem a támadáspontjukban ábrázoljuk, hanem a könnyebb értelmezhetőség érdekében az elemek súlypontjába delegáljuk. Két-két elem közötti kontakterő tehát a két elem súlypontjait összekötő szakasz. A szakaszok vastagsága arányos az erők nagyságával.



13. ábra: A kötésben lévő téglafalazatban ébredő kontakterők nagysága $\gamma = 1/2$ (bal) és $\gamma = 1/4$ (jobb) esetében.

A kötésben rakott téglafal $\gamma = 1/2$ esetében sokkal egyenletesebb képet mutat, mint a $\gamma = 1/4$ eltolású eset. Azonban az erők ezen formájukban nem összehasonlíthatóak (13. ábra), a mintázatok szórását nem tudjuk pontosan megállapítani. Ezért az erőrendszereket a hidrosztatikus nyomásból eredő komponenssel korrigáljuk. A korrigált erőrendszerek az 14. ábrán láthatóak.



14. ábra: A kötésben lévő téglafalazatban ébredő kontakterők nagysága $\gamma = 1/2$ (bal) és $\gamma = 1/4$ (jobb) esetében a hidrosztatikus komponenssel korrigálva.

A korrigált erőrendszer szórása már mérhető és összehasonlítható. Azt tapasztaltam, hogy $\gamma = 1/2$ esetén a normálerők szórása kicsi, az erők nagysága egyenletes, míg $\gamma = 1/4$ esetében (kevésbé stabil kötésben) a szórás 40 %-kal nagyobb.

átlapolás nagysága (γ)	súrlódási erő szórása	normálerő szórása
1/8	0.0436	0.4826
1/4	0.0311	0.3416
3/8	0.0271	0.2725
1/2	0.0262	0.2439

Téglafal esetében ismert, hogy $\gamma = 1/2$ esetében a legerősebb a kötés és $\gamma = 0$ (hálósan falazott fal) a leggyengébb, a két szélsőérték között, azonban nem volt eddig számszerűsíthető a kötés erőssége. Az erők szórása azt mutatja, hogy $0 \leq \gamma \leq 1/2$ esetében kevésbé stabil a szerkezet, ami megegyezik a téglafallal kapcsolatos tapasztalatainkkal. Tehát az erők szórását lehet a kötés erősségének, illetve a fal stabilitásának számszerűsíthető mértékeként kezelni.

7. Felhasználási lehetőségek, jövőbeli tervek

A fenti módszert alkalmazva szeretném megvizsgálni a téglafalak stabilitását abban az esetben, amikor a falat a síkjában megdöntjük, terhelés hatására, illetve akkor, amikor egy-egy elem hiányzik a szerkezetből, tehát perforált a fal.

A fent leírt algoritmus nem csupán téglafal esetében, hanem tetszőleges geometriájú falazatoknál is alkalmazható. A módszer lehetővé teszi történeti falazatok stabilitásának és tartósságának vizsgálatát pusztán geometriai paraméterek ismeretében. Így lehetőségem nyílik a korábbi TDK dolgozatomban vizsgált falazatok további stabilitási jellemzésére.

Felhasznált irodalom

- [1] Marcus Vitruvius Pollio: 10 könyv az építészetéről (De Architectura), ford.: Gulyás Dénes, Hajnóczy Gábor előszavával, Képzőművészeti Kiadó V. Budapest, 1988 ISBN 963-336-159-1
- [2] Nagy Klaudia: Falak geometriája (TDK dolgozat, konzulens: Domokos Gábor)
<http://tdk.bme.hu/EPK/TGeom/Falak-geometria>
- [3] Ran Barkai & Roy Liran (2008) Midsummer Sunset at Neolithic Jericho, Time and Mind, 1:3, 273-283, DOI: [10.2752/175169708X329345](https://doi.org/10.2752/175169708X329345)
- [4] Domokos Gábor, Lángi Zsolt. (2019) On Some Average Properties of Convex Mosaics, Experimental Mathematics, DOI: 10.1080/10586458.2019.1691090
- [5] Gábor László. (1970) Épületszerkezettan 1. Tankönyvkiadó, Budapest ISBN 9789631918694
- [6] J. J. Moreau, M. Jean, Numerical treatment of contact and friction: the contact dynamics method, Engineering Systems Design and Analysis Conference, Vol. 4, pp. 201-208, 1996.
- [7] L. Brendel, T. Unger, D. E. Wolf, Contact dynamics for beginners, The Physics of Granular Media, pp- 325-343, 2004.
- [8] T. Pöschel, T. Schwager, Computational granular dynamics: models and algorithms. Springer Science & Business Media (2005).

1.Függelék

A kontakt dinamika néhány jellemzője, a fázistér nagysága [8] alapján

A stabilitás számszerűsítésének egy másik lehetséges módja az erő-fázistér nagyságának meghatározása. Ugyanis minél nagyobb a fázistér (tehát minél több lehetséges megoldása van az adott erőrendszernek) annál többféle külső hatással szemben ellenálló a szerkezet. A fázistér nagyságának meghatározását e függelékben írom le.

Tégla alakú elemek esetében a kontakterők a következőképpen számíthatók konstans súrlódási együttható esetén, ahol G a gravitációs erő, γ az elemek eltolásának mértéke:

a) Stabil esetben ($\gamma \geq 1/2$)

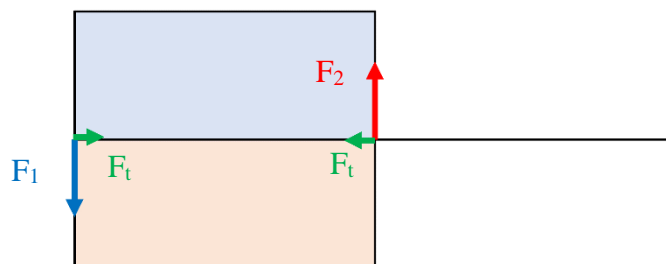
$$F_1 = \frac{G}{2\gamma} \quad (1.1)$$

$$F_2 = \frac{2\gamma - 1}{2\gamma} \quad (1.2)$$

A stabilitás alapján feltételezve a fázistér nagyságának két szélsőértéke – téglafalat vizsgálva – a hálósan, illetve $\gamma = 1/2$ kötésben falazott esetben mért fázistér nagysága.

A kontakterők számítása a következőképpen zajlik:

a) hálós falazat kontakterői:



15. ábra: Hálós falazatban ébredő kontakterők ($\gamma = 1$)

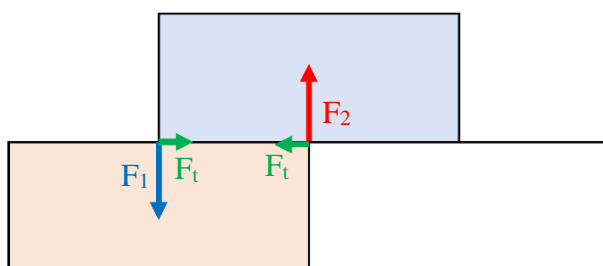
$$\gamma = 1$$

$$F_1 = \frac{1}{2}G = f_2 \quad (1.3)$$

A fázistér nagysága:

$$F_1 F_2 = \frac{1}{4}G^2 \quad (1.4)$$

b) feles kötés ($\gamma = 1$) kontaktterői:



16. ábra: Feles kötés esetében ébredő kontaktterők ($\gamma = 1/2$)

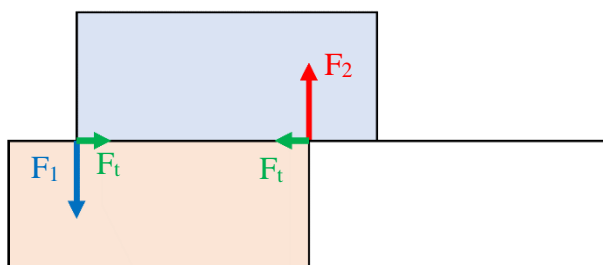
$$\gamma = 1/2$$

$$F_1 = \frac{G}{2 \cdot \frac{1}{2}} = G = F_2 \quad (1.5)$$

A fázistér nagysága:

$$F_1 F_2 = 1 \cdot G^2$$

b) Instabil esetben ($\gamma < 1/2$)



17. ábra: Instabil kötés esetében ébredő kontaktterők ($\gamma < 1/2$)

$$F_1 = \frac{4j_2 G}{4j_2 + (1 - 2\gamma)^2} > 0 \quad (1.6)$$

$$F_2 = 0$$

$$j_2 = \frac{J_2}{m_2 L^2} \quad (1.7)$$

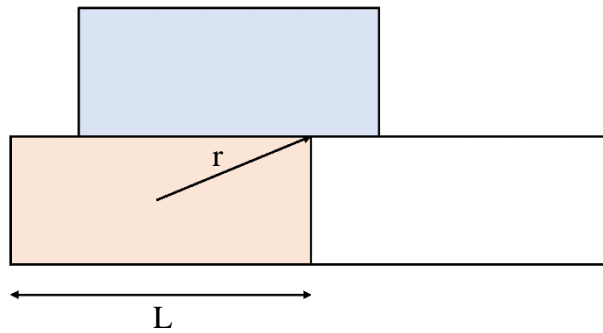
Geometriai egyenlet, ahol J_2 a tehetetlenség nyomaték tenzora – ez két dimenzióban skaláris J -re redukálódik, és m_2 az elmozduló részecske tömege.

$J = mr^2$ (tehetetlenségi nyomaték egyenlete)

$m = konstans$

$$j_{elmozduló} = \frac{mr^2}{mL^2} = konst. \quad (1.8)$$

azaz kizárólag geometriai (r , L) adottságtól függ.



18. ábra: L és r értelmezése.

A fázistér nagysága instabil esetben:

$$F_{instabil} = G^2 \left[\frac{4j_2}{4j_2 + (1 - 2\gamma)^2} \right] \left[\frac{2\gamma - 1}{2\gamma} \right] \quad (1.9)$$

$$= G^2 \left[\frac{16\gamma^2 j_2 - 8j_2}{8\gamma j_2 + 1 - 4\gamma + 4\gamma^2} \right]$$

$$= G^2 \left[\frac{2j_2(2\gamma^2 - 1)}{4\gamma(2j_2 + \gamma - 4\gamma^2 + 4\gamma^3)} \right]$$

$$= G^2 \left[\frac{j_2(2\gamma^2 - 1)}{2\gamma j_2 + (1 - 4\gamma + 4\gamma^2)\gamma^2} \right]$$

$$= G^2 \left[\frac{j_2(2\gamma^2 - 1)}{2\gamma j_2 + (1 - 2\gamma)^2 \gamma^2} \right] \quad (1.10)$$

Az instabil esetekben (kötésben falazott fal esetén) a fázistér nagysága:

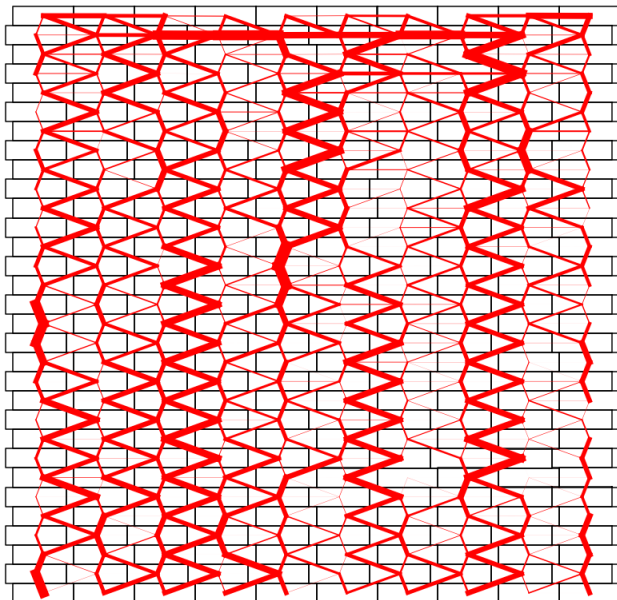
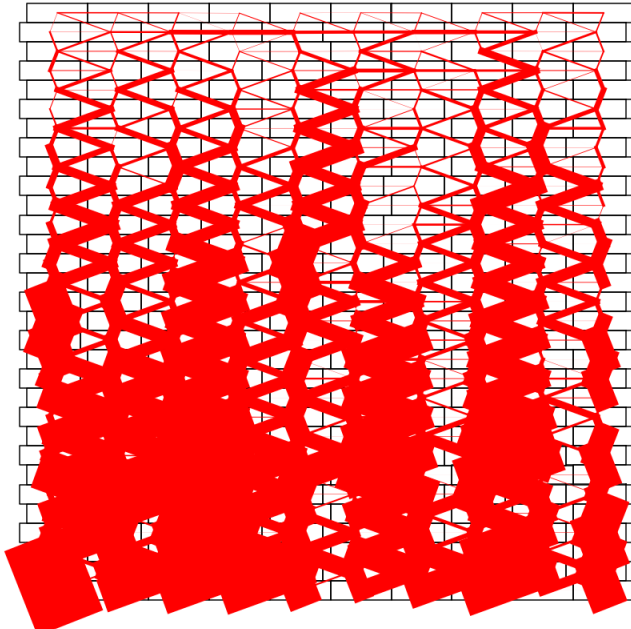
$$1/4 < F_{instabil} < 1$$

Mivel j_2 konstans érték síkban, (1.9) -ből látszik, hogy a téglafalban a fázistér nagysága kizárólag γ eltolódástól függ.

2.Függelék

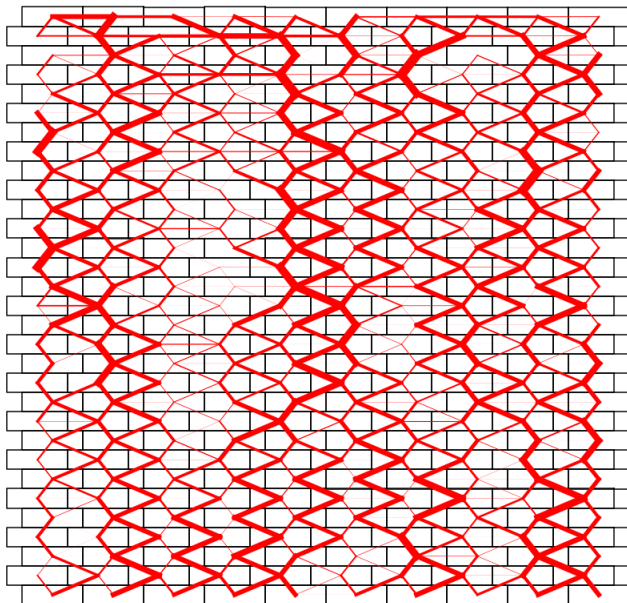
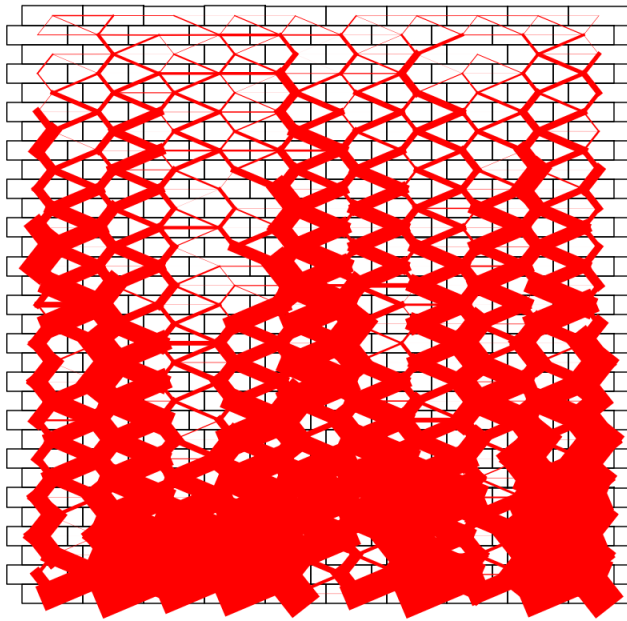
Kontakt dinamika szimulációk eredményei

a) $\gamma=1/8$



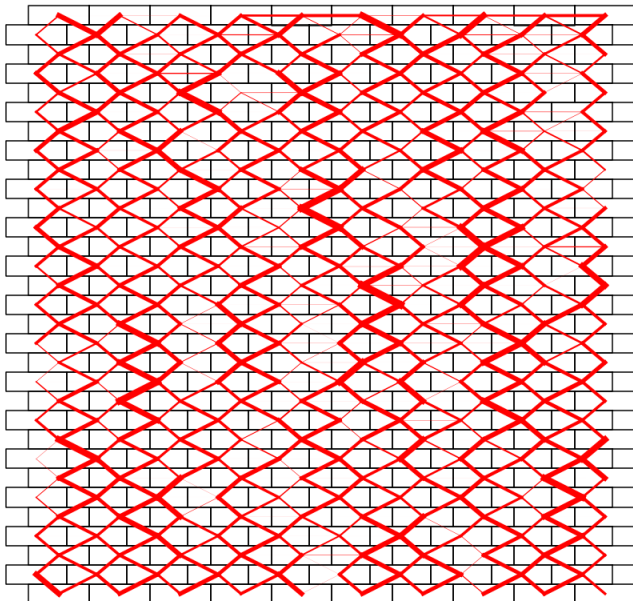
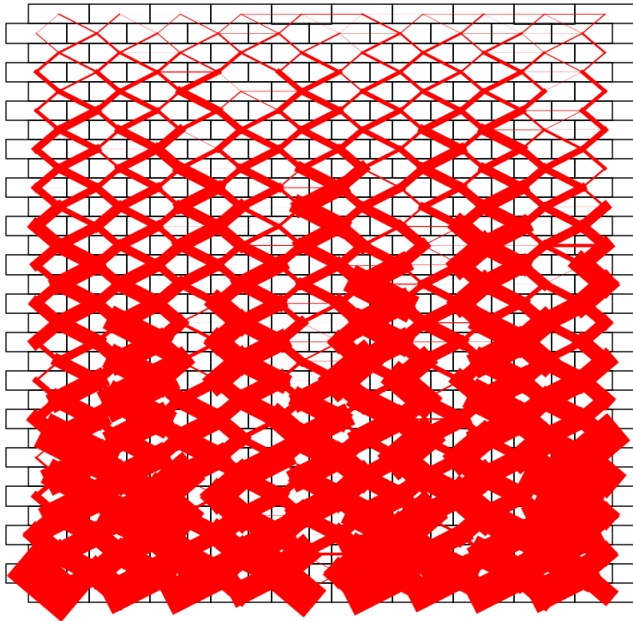
átlapolás nagysága (γ)	súrlódási erő szórása	normálerő szórása
1/8	0.043578253339401324	0.4826197303483548

$\gamma=1/4$



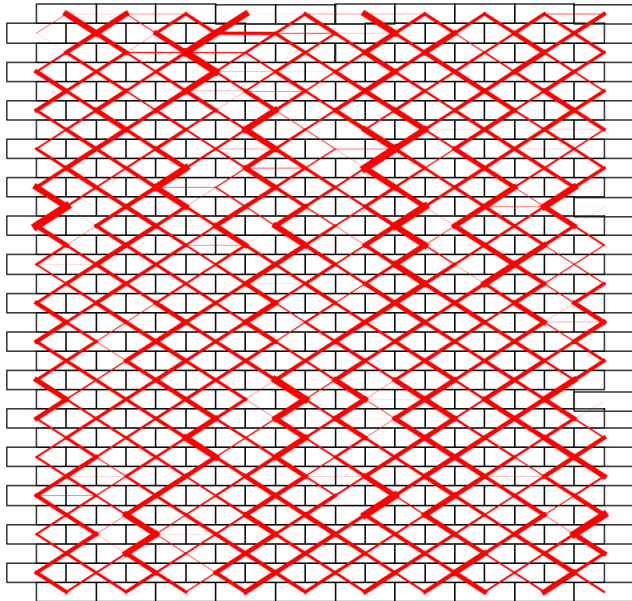
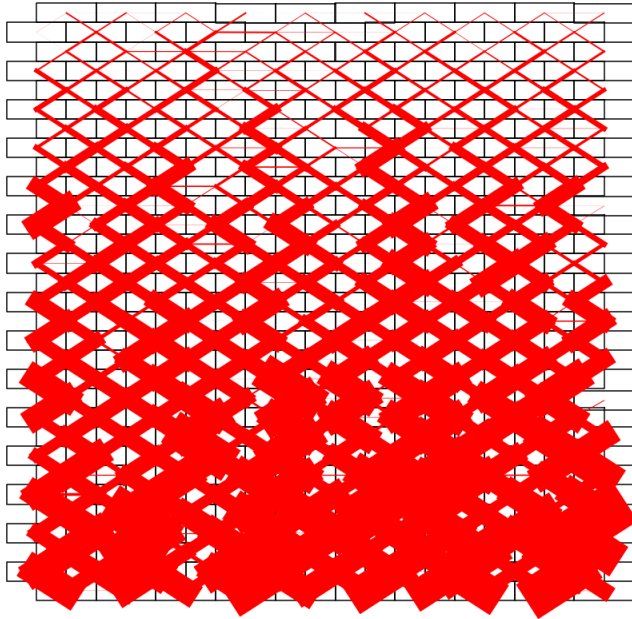
átlapolás nagysága (γ)	súrlódási erő szórása	normálerő szórása
1/4	0.031077704225744778	0.3415917055838491

b) $\gamma=3/8$



átlapolás nagysága (γ)	súrlódási erő szórása	normálerő szórása
3/8	0.027099826390725373	0.2725473762484949

c) $\gamma=1/2$



átlapolás nagysága (γ)	súrlódási erő szórása	normálerő szórása
1/2	0.026241123722742943	0.24388680977560553

Ábrajegyzék

Vizsgált falazatok (4. ábra):

1. számú fal: Gábor László Épületszerkezettan 1; 29. oldal, 1.15. ábra, h) alábra
2. számú fal: Gábor László Épületszerkezettan 1; 29. oldal, 1.15. ábra, d) alábra
3. számú fal: Gábor László Épületszerkezettan 1; 29. oldal, 1.15. ábra, c) alábra
4. számú fal: Gábor László Épületszerkezettan 1; 29. oldal, 1.15. ábra, e) alábra
5. számú fal: <https://flic.kr/p/auuAC2>
6. számú fal: <https://flic.kr/p/6xeVSc>
7. számú fal: https://lawrencerodrigues.com/ancient-civilizations/mycenaegreece_mycenaecyclopean_wall/
8. számú fal: <https://flic.kr/p/nsihqk>
9. számú fal:
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/en/8/8c/Mycenae_walls_w_of_lion_gate.JPG?1603321881428
10. számú fal: <http://greatdiscoveries.leadr.msu.edu/mycenaewp-content/uploads/sites/35/2015/04/cy.jpg>
11. számú fal: <https://www.greeka.com/seedo/photos/788/mycenaecyclopean-walls-top-1-2560.webp>
12. számú fal: <https://flic.kr/p/53VX5g>
13. számú fal: <https://flic.kr/p/3drBs5>
14. számú fal: <https://flic.kr/p/7x6jTY>
15. számú fal: <https://flic.kr/p/bN4e7R>
16. számú fal: <https://flic.kr/p/coiXWW>
17. számú fal: <https://flic.kr/p/8jv2kx>