



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Építészmérnöki Kar

Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék

Tudományos Diákköri Dolgozat

2020.

FALAK GEOMETRIÁJA

Nagy Klaudia III. éves építészmérnök hallgató

Témavezető:

Dr. Domokos Gábor

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés
2. A téglakötés
3. Konvex mozaikok
4. Mérési eredmények
5. A mérések értelmezése
6. Metrikus tulajdonságok
7. Összefoglalás

Függelékek:

1. Függelék: Síkbeli konvex mozaikok tulajdonságai
2. Függelék: A vizsgált falak dokumentációja

1. Bevezetés

A falak a térformálás alapvető szerkezetei. Egyidősek az építészettel, a mérnöki tervezéssel, épületeink szerves részét alkotják. Vitruvius három egymást kiegészítő fogalommal írja le az építészet lényegét, ezek pedig: a tartósság, a célszerűség és a szépség [1]. Mindhárom fellelhető a falakat vizsgálva, mégis a tartósság az első eleme a vitruviusi hármasnak. Lehetséges, hogy ez nem véletlen, ugyanis egy szerkezetet csak akkor lehet vizsgálni, hogyha elég hosszú ideig fennmarad ahhoz, hogy vizsgálhassák. A tartósság és az állékonyosság szorosan kapcsolódó fogalmak: azok a falak, amelyek állékonyabbak, többnyire tartósabbnak is bizonyulnak. Bár a falakat mindhárom vitruviusi szempont alapján részletesen elemezték [2] mégis úgy tűnik, hogy egy, az állékonyosságukat nagy mértékben befolyásoló szempont szerint még nem vizsgálták őket: ez pedig a geometria. Dolgozatomban rá fogok mutatni, hogy a tartósság szoros összefüggésben állhat a falak geometriájával.



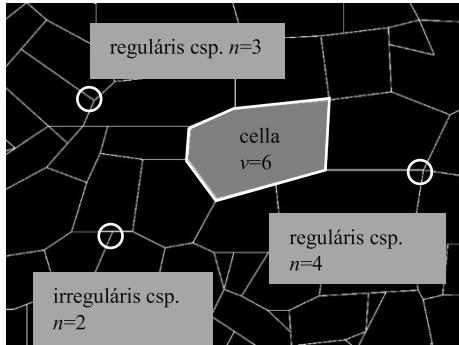
1. ábra: Istár-kapu, Al Hillah, Irak, i.e. 575. Fotó: Bernd Kolb (Flickr)

2. A téglakötés

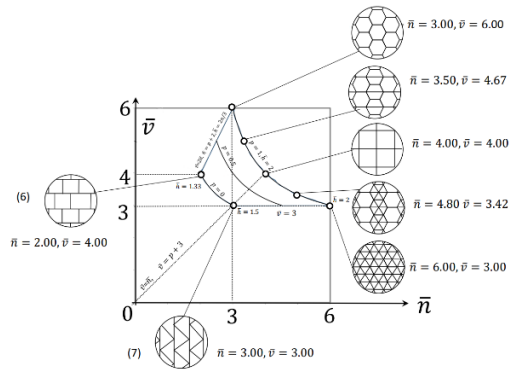
Az első fennmaradt falazatok több, mint tízezer évesek [3]. Az ókori Babilonban már ismerték a téglakészítés technológiáját, sőt az összefüggést is a geometria és az állékonyosság között; erről tanúskodik, hogy a téglákat *kötésben* falazták [4] (1. ábra). Számos különböző falazási technika keletkezett az évezredek során, amelyek látszólag eltérnek, azonban egy dologban mind egységesek: a tervezők törekedtek arra, hogy az adott elemekből a legerősebb szerkezetet építsék fel.

Tégla alakú elemek esetében ismert, hogy a legerősebb falazat akkor készül, amikor a téglákat kötésben rakják. Azonban az egyáltalán nem egyértelmű, hogy más alakú

építőelemek esetében létezik-e a kötés fogalmának természetes általánosítása. A kutatásom tárgya a kötés fogalmának általános geometriára vonatkozó kiterjesztése.



2. ábra: Síkbeli konvex mozaikok. A v cella-fokszám és az n csomópont-fokszám grafikus definíciója, utóbbi reguláris és irreguláris esetre.



3. ábra: Konvex mozaikok geometriailag megengedett tartománya az $[\bar{n}, \bar{v}]$ szimbolikus síkon és geometriai példák egyes speciális esetekre.

3. Konvex mozaikok

Dolgozatomban a falak felületén a falazóelemek kontúrja által kirajzolódó síkbeli mintázatok geometriai tulajdonságait vizsgáltam a konvex mozaikok átlagterelméletében bevezetett eszköztár segítségével [5]. Konvex mozaiknak nevezzük a sík hézag- és átfedés-mentes felosztását véges konvex tartományokra és könnyű belátni, hogy ezen tartományok csak konvex sokszögek lehetnek [6]. A mozaikok elméletében alapvető fogalom a 2. ábrán szemléltetett \bar{v} cella-fokszám (a sokszögek átlagos csúcs-száma, falazat esetén a sokszög alakú falazóelem csúcsainak átlagos száma) és az \bar{n} csomópont-fokszám (az egy pontban átfedő sokszögek átlagos száma, falazat esetén az egy pontban találkozó falazóelemek átlagos száma), melyek meghatározzák a

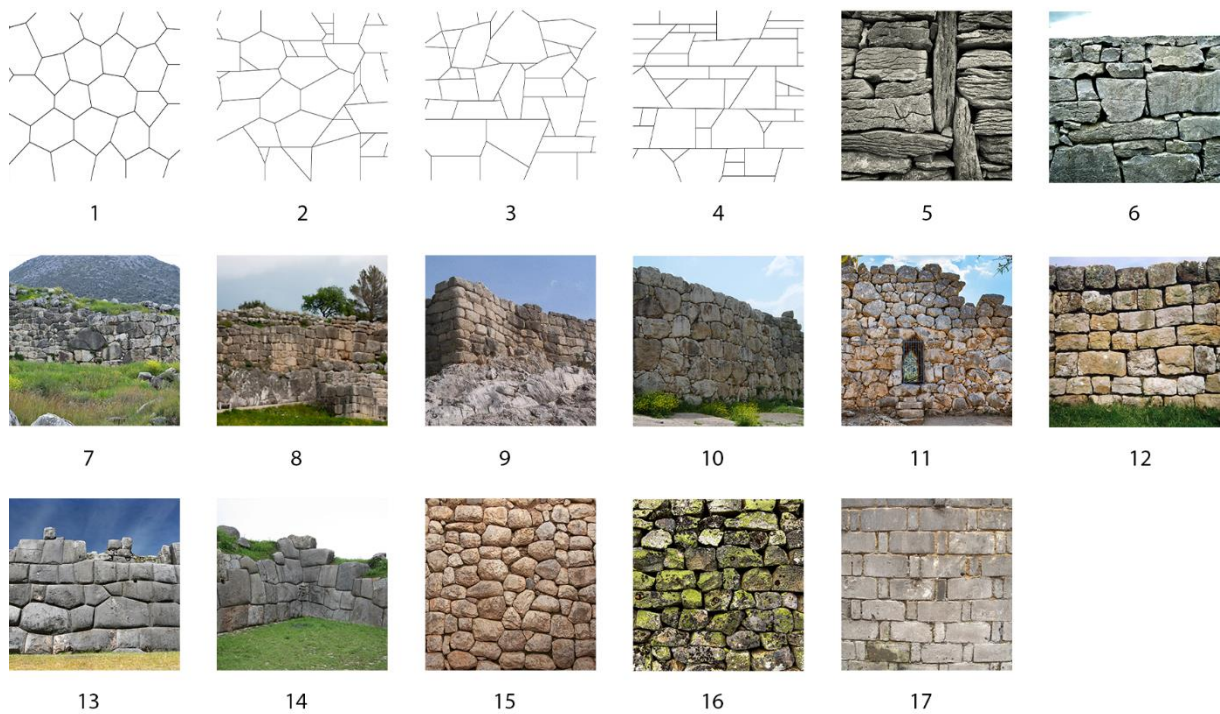
$$\rho = \frac{\bar{v}}{\bar{n}} \text{ cellasűrűséget.}$$

Az elmélet alapján kiszámítható, hogy a szimbolikus síknak is nevezett $[\bar{n}, \bar{v}]$ sík mely tartományában létezhet konvex mozaik; ezt a megengedett tartományt illusztrálja a 3. ábra, a tartományt határoló vonalak meghatározása az 1. függelékben található. Az ábráról leolvasható, hogy az elmélet szerint legalább négyszögű, konvex falazóelemek esetében $1 \leq \rho \leq 2$. Minden falazathoz egyértelműen hozzárendelhető egy ρ érték. Példaként említjük a téglafalat: kötésben rakott téglafal esetén a cellasűrűség $\rho=2$, hálósan rakott téglafal esetén pedig $\rho=1$. (A téglafalazatok

ugyanakkor egy speciális esetet reprezentálnak, ugyanis az összes cella-fokszám megegyezik: $v=4$.) Más részről nem igaz, hogy egy ρ értékez csak egyféle geometria tartozik, így a cellasűrűséget a mozaikok jellemzésére ugyan használhatjuk, de ezen számmal nem definiálhatjuk a konkrét geometriát.

4. Mérési eredmények

Dolgozatomban érdekes geometriájú és építészettörténeti jelentőséggel bíró falazatok cellasűrűségét vizsgáltam, melyeket összefoglalóan a 4. ábra mutat be, alapvető adataikat az 1. táblázat tartalmazza, a vizsgálatok részletes dokumentációját pedig a 2. függelék. Az építészettörténeti vonatkozású falakon kívül Gábor László Épületszerkezettan 1 [7] című könyvében található jellemző falazatokról készült ábrákat is elemeztem.



4. ábra: Vizsgált falazatok

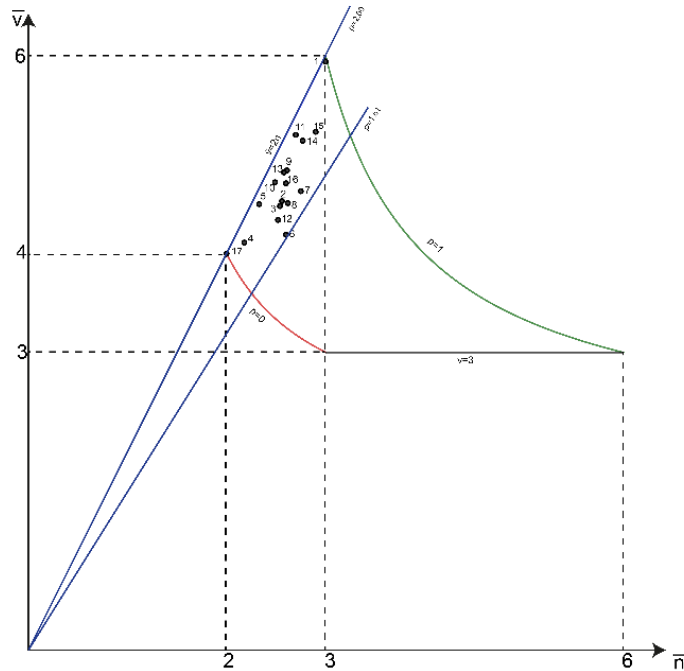
1-4: Gábor-könyv ábrái; 5-6: Kelta kőfalak; 7-11: Mükénéi ciklopfalazat; 12: Hadrianus fala; 13-15: Inka falak;

16: Montarcher erőd fal; 17: Kínai Nagy Fal

Fal sorszáma	Helyszín	Építés ideje	Azonosított cellák száma	Azonosított csomópontok száma	\bar{v}	\bar{n}	ρ
1.	-	-	18	56	5,94	3,00	1,98
2.	-	-	36	85	4,53	2,56	1,77
3.	-	-	40	84	4,48	2,54	1,76
4.	-	-	53	106	4,11	2,18	1,89
5.	Clare, Írország	i.e. 3000	21	51	4,05	2,33	1,73
6.	Kinvarra, Írország	i.e. 3000	31	65	4,19	2,60	1,61
7.	Mükéné, Görögország	i.e. 1500	132	195	5,02	2,70	1,86
8.	Mükéné, Görögország	i.e. 1500	96	142	4,72	2,49	1,89
9.	Mükéné, Görögország	i.e. 1500	62	93	4,84	2,61	1,85
10.	Mükéné, Görögország	i.e. 1500	153	253	4,51	2,62	1,72
11.	Mükéné, Görögország	i.e. 1500	228	336	4,63	2,75	1,68
12.	Nagy-Britannia	i.sz. 120	47	79	4,34	2,52	1,72
13.	Cusco, Peru	1200-1300	39	64	4,85	2,58	1,88
14.	Cusco, Peru	1200-1300	43	64	5,14	2,77	1,86
15.	Cusco, Peru	1450	106	197	5,23	2,90	1,80
16.	Montarcher, Franciaország		75	148	4,71	2,60	1,81
17.	Kína	1500	36	113	4,00	2,00	2,00

1. táblázat: Vizsgált falazatok adatai

Mint az 1. táblázatból láthatjuk, a ρ értékek – függetlenül attól, hogy időben-térben hol található az egyes példák – mind az $1.61 \leq \rho \leq 2$ sávban mozognak, vagyis közel helyezkednek el az elméleti maximumot jelentő $\rho=2$ értékhez. Az 1. táblázatban bemutatott értékeket jeleníti meg a szimbolikus síkon az 5. ábra.



5. ábra: A 4. ábrán és 1. táblázatban bemutatott vizsgált falazatok értékei feketével jelölve az $[\bar{n}, \bar{v}]$ szimbolikus síkon a konvex mozaikok geometriailag megengedett tartományában. A $\rho=1,61$ és $\rho=2,00$ kékkel jelölt egyenesek.

5. A mérések értelmezése

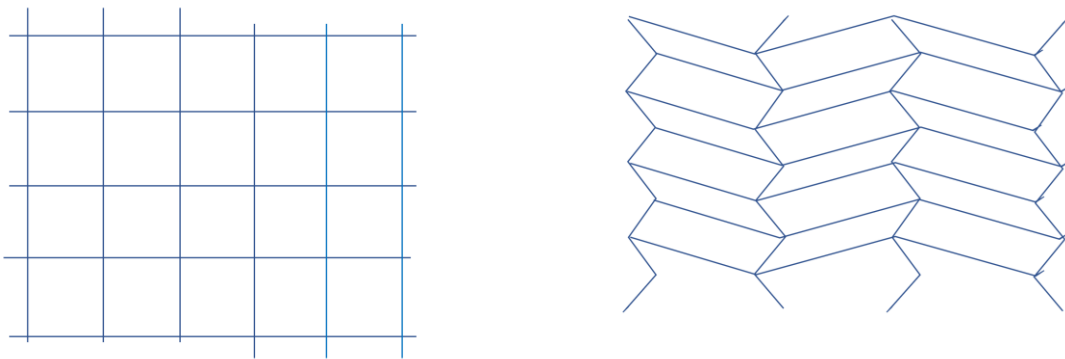
Ellentétben más mozaik-mintázatokkal (például repedés-mintázatok), ahol a cellafokszám és a csomóponti fokszám egyenrangú módon jellemzi a geometriát, falazatok esetében fennáll egy ok-okozati sorrendből adódó aszimmetria, hiszen falat alkotó elemek (vagyis a cellák) geometriája már a fal elkészítése előtt adott. Az építömesteren múlik, hogy az adott kövek felhasználásával milyen elrendezést alkalmaz, ezáltal milyen csomóponti fokszámot hoz létre. Ezt a tényt összevetve a történelmi falakon mért magas cellasűrűséggel két dologra következtethetünk: vagy a mesterek adott cella-fokszám mellett ösztönösen csökkentették a csomóponti-fokszámot, így növelve a cellasűrűséget; vagy kizárólag azok a falak maradtak fenn, amelyeknek magas volt a cellasűrűsége.

Bármely következtetés is a helyes, mindkét esetben tartósság és a geometria közötti kapcsolatot figyelhetünk meg, azonban teljesen más szempontból. Az első eset szándékos vagy ösztönös emberi beavatkozást feltételez, miszerint ezt a múlt építészei valamelyest tudatosan vagy ösztönösen törekedtek a csomóponti-fokszám minimalizálására, míg az utóbbi a fal-geometria szelekció útján történő fejlődését sugallja. Bármelyik nézőpontból szemléljük is, tény, hogy a magas cellasűrűséggel

rendelkező falazatok tartósabbnak, szilárdabbnak bizonyultak. A kötés erősségét tetszőleges falazat esetén jellemezhetjük a cellasűrűséggel, így a kötés fogalmát számszerűsítettük.

6. Metrikus tulajdonságok

A cellasűrűség és a kötés-erősség közötti összefüggés kizárólag falazatokra igaz, a tisztán kombinatorikai jellegű ρ cellasűrűség önmagában nem mutatja, hogy egy általános mozaik mennyire állná meg a helyét falként, egy mintázat mennyire van „kötésben”.



6. ábra: Hegyesszögű cellák szerepe. Mindkét bemutatott mozaik esetén $\bar{n} = \bar{v} = 4$, $\rho=1$, de a baloldali (hálós) falazat szabadon szétszúszható míg a jobboldali nem.

Ahhoz, hogy a cellasűrűséget a kötés mérésére használhassuk, meg kell szorítanunk a lehetséges mozaikokat a falakat jellemző *metrikus* tulajdonságok felhasználásával. Az egyik lehetséges ilyen opció a cellák alakjának korlátozása. Megfigyelhetjük, hogy falazóelemek között nagyon ritka az olyan, melynek oldalnézetében hegyesszöget láthatunk. Ez a megfigyelés kombinatorikai értelemben is korlátoz, ugyanis $\bar{v} < 4$ esetén nyilván kell lennie hegyesszögnek a mozaikban. (Megfigyelhetjük, hogy az összes vizsgált falazat esetén $\bar{v} \geq 4$.)

Ugyanakkor a $\bar{v} \geq 4$ korlát nem elégséges: a 6. ábrán látható mindkét mozaik eleget tesz ennek a feltételnek és azonos a cellasűrűségük: $\rho=1$, melyből a korábbiak alapján arra következtethetünk, hogy a falazat nem állékony. Ennek dacára látható, hogy míg a baloldali, hálós elrendezés elemei valóban nem tudnak egymásba kapaszkodni, a jobboldali, hegyesszögű cellákat tartalmazó mozaiknál más a helyzet. Utóbbi azonban falazatként aligha volna elképzelhető, hiszen tartalmaz hegyesszögeket.

Annak érdekében, hogy a falazatok ezen metrikus tulajdonságát számszerűsíthessük, bevezetünk egy κ tényezőt, amely a hegyesszögek arányát méri:

Legyen $\kappa = \frac{n}{m}$, ahol n a derékszögek és tompaszögek száma, m pedig az összes szög száma. A κ tényezőt felhasználva megfogalmazhatunk egy metrikus jellegű korlátot a korábban kimondott kombinatorikai jellegű állításra: annál pontosabb információt nyújt ρ egy fal-kötés erősségéről, minél közelebb van κ tényező értéke az 1-hez. Mivel a dolgozatban mért falazatok esetében $\kappa \approx 1$, ezért itt a cellasűrűség a fal-kötés megfelelő mérőszáma. Azt feltételezzük, hogy a falazatok döntő többségére $\kappa \approx 1$ jellemző és ezért a cellasűrűség széles körben alkalmazható a fal-kötés erejének mérésére.

7. Összefoglalás

Dolgozatomban a konvex mozaikok átlagtér-elméletére támaszkodva elemeztem néhány érdekes, történetileg jelentős falazat geometriáját és arra következtetésre jutottam, hogy ha a mozaikok közül csak azokat tekintjük a falazatok modelljeinek, ahol a cellákban nincs hegyesszög, akkor a falhoz rendelhető konvex mozaik cellasűrűsége a falazat kötés-erősségét jelzi. A vizsgált példák alapján feltételezhető, hogy az építómesterek a rendelkezésükre álló falazóelemeket úgy használták fel, hogy a létrejövő mozaik cellasűrűsége közel maximális legyen. A legismertebb példa, a téglafal is ezt illusztrálja és ebben az értelemben a cellasűrűség a téglakötés geometriai általánosításának tekinthető.

Felhasznált irodalom:

- [1] Marcus Vitruvius Pollio: 10 könyv az építészetéről (De Architectura), ford.: Gulyás Dénes, Hajnóczy Gábor előszavával, Képzőművészeti Kiadó V. Budapest, 1988 ISBN 963-336-159-1
- [2] Como, M. (2015). Statics of Historic Masonry Constructions: An Essay. https://doi.org/10.1007/978-3-319-13003-3_3
- [3] <https://www.jpost.com/Video-Articles/Video/Worlds-first-skyscraper-sought-to-intimidate-masses>
- [4] Szentkirályi Zoltán, Détszy Mihály. (2002) Az építészet rövid története. Műszaki Könyvkiadó, Budapest. ISBN 978-963-16-3059-6, 35. oldal
- [5] Domokos Gábor, Lángi Zsolt. (2019) On Some Average Properties of Convex Mosaics, Experimental Mathematics, DOI: 10.1080/10586458.2019.1691090.
- [6] Rolf Schneider, Wolfgang Weil. (2008) Random Mosaics. In: Stochastic and Integral Geometry. Probability and Its Applications. Springer, Berlin, Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-540-78859-1_10. Lemma 10.1.1.
- [7] Gábor László. (1970) Épületszerkezettan 1. Tankönyvkiadó, Budapest ISBN 9789631918694
29. oldal

1. Függelék

Síkbeli konvex mozaikok tulajdonságai

Konvex mozaiknak nevezzük a sík hézag- és átfedés-mentes felosztását véges konvex tartományokra. A mozaikokat jellemezhetjük átlagos cella- és csomópont-fokszámukkal. A v cellafokszám a cella sokszögének oldalainak számával egyezik meg. Az n csomópont-fokszám tekintetében két kategóriát határozunk meg: regulárisnak nevezzük azt a csomópontot, ahol cellák csúcsai találkoznak; irregulárisnak nevezzük azt a csomópontot, ahol cellák csúcsai egy másik cella oldalára esnek.

Ugyanígy megkülönböztetünk reguláris és irreguláris mozaikokat; reguláris mozaikban kizárólag reguláris csomópontok találhatóak, irregulárisban kizárólag irregulárisak. A közbenső eseteket vegyes mozaiknak nevezzük.

Célunk a mozaikok átlagos geometriai tulajdonságainak leírása. Ennek érdekében egy véges tartományt vizsgálunk melyben V cella és N csomópont van. Olyan mozaikokat vizsgálunk, ahol a véges tartomány méretének minden határon túl történő növelésével a számított átlagok konvergálnak, ezeket a határértéket nevezzük a mozaikhoz tartozó átlagoknak.

Elsőként összegezzük a fokszámokat. Mivel akár csomópontonként, akár cellánként összegezzük a csúcsok számát, azonos eredményre kell jutnunk, ezért

$$(1) \sum_{i=1}^N n_i = \sum_{i=1}^V v_i$$

adódik. Az átlagos cellafokszám:

$$(2) \bar{v} = \frac{\sum_{i=1}^V v_i}{V}$$

illetve az átlagos csomópont-fokszám:

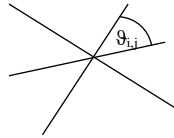
$$(3) \bar{n} = \frac{\sum_{i=1}^N n_i}{N}$$

módon fejezhető ki. A fenti két mennyiség aránya pedig:

$$(4) \frac{\bar{n}}{\bar{v}} = \frac{\frac{\sum n_i}{N}}{\frac{\sum v_i}{V}} = \frac{V}{N}.$$

Az (1) számú egyenletet behelyettesítve a (2) számú egyenletbe

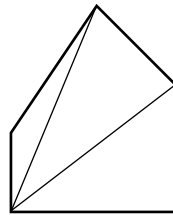
$$(5) \sum_{i=1}^N n_i = V \cdot \bar{v} \text{ adódik.}$$



7. ábra: Reguláris csomópont belső szöge

Ezután összegezzük a szögeket. Reguláris csomópont esetében csomópontonként a szögek összege:

$$\sum_{j=1}^{n_i} \vartheta_{i,j}^R = 2\pi$$



8. ábra: $v=5$ esetében $v-2=3$ db háromszögre osztható a cella

Mivel egy tetszőleges konvex poligon $v - 2$ darab háromszögre osztható újabb belső csomópont létrehozása nélkül, ezért az i -edik cella belső szögeinek összege: $(v_i - 2) \cdot \pi$. A szögeket ezután csomópontonként és cellánként összegezve jutunk az alábbi egyenletre:

$$2\pi \cdot N = \sum_{i=1}^V (v_i - 2) \cdot \pi$$

$$2N = \sum_{i=1}^V v_i - 2V$$

A fenti kifejezést V -vel osztva, (2) alapján:

$$2 \frac{N}{V} = \bar{v} - 2$$

Helyettesítsünk be a (4) -es egyenletből:

$$2 \frac{\bar{v}}{\bar{n}} = \bar{v} - 2$$

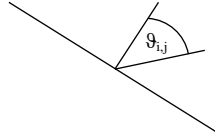
$$\bar{n} = \frac{2\bar{v}}{\bar{v} - 2}$$

Ez átalakítva:

$$(6) \bar{v} = \frac{2\bar{n}}{\bar{n}-2}$$

Ezzel kifejeztük a reguláris mozaikok átlagos cella- és csomópont-fokszáma közötti összefüggést.

Irreguláris csomópont esetében a belső szögek összege csomópontonként:



9. ábra: Irreguláris csomópont belső szöge

$$\sum_{j=1}^{n_i} \vartheta_{i,j}^I = \pi$$

Vegyes mozaikok csomópontjainak száma:

$$N = N_R + N_I = p \cdot N + (p - 1) \cdot N,$$

ahol p a reguláris és irreguláris cellák számának aránya ($p = 1$ esetében reguláris, $p = 0$ esetében irreguláris a mozaik).

A reguláris esethez hasonlóan a szögeket itt is csomópontokra és cellákra is összegezzhetjük:

$$pN \cdot 2\pi + (1 - p)N \cdot \pi = \sum_{i=1}^V (v_i - 2) \cdot \pi$$

$$2p \cdot N + N - p \cdot N = \sum_{i=1}^V (v_i - 2)$$

$$(1 + p)N = \sum_{i=1}^V v_i - 2V$$

Osszuk el a fenti egyenletet V -vel, ekkor a (2) számú egyenlet alapján:

$$\frac{N}{V}(1 + p) = \bar{v} - 2$$

(4) alapján:

$$\frac{\bar{v}}{\bar{n}}(1 + p) = \bar{v} - 2$$

$$\bar{n} = \frac{\bar{v}(1 + p)}{\bar{v} - 2}$$

Ez átalakítva:

$$\bar{v} = \frac{2\bar{n}}{\bar{n} - 1 - p}$$

Ezzel kifejeztük egy tetszőleges síkbeli konvex mozaik cellafokszáma és csomópont-fokszáma közötti összefüggést. Következő célunk az $[\bar{n}, \bar{v}]$ szimbolikus sík azon tartományának kijelölése, ahol lehetnek konvex mozaikok.

Mivel nem létezik olyan sokszög, amelynek kevesebb oldala lenne, mint 3, így az $[\bar{n}, \bar{v}]$ szimbolikus síkon a lehetséges konvex mozaikok tartományát alulról a $\bar{v} = 3$ egyenes határolja. Reguláris csomópontok esetében $\bar{n} \leq 3$, irreguláris csomópontok esetében $\bar{n} \leq 2$. Vegyes mozaikban:

$$\bar{n} \geq 3p + 2(1 - p)$$

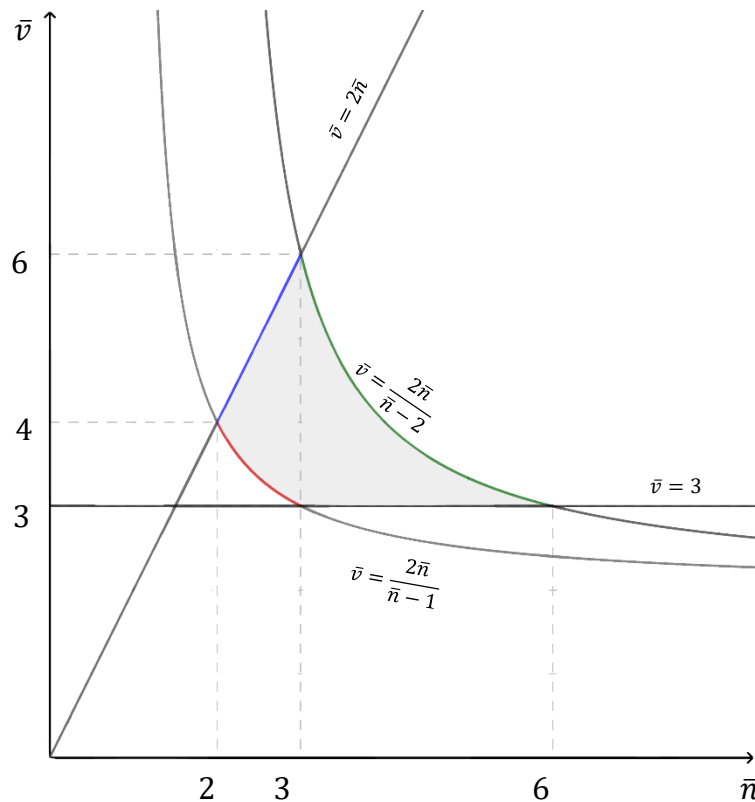
$$\bar{n} \geq 2 + p$$

(7) -be behelyettesítve:

$$\bar{v} = \frac{2\bar{n}}{2 + p - p - 1} = 2\bar{n}$$

A konvex mozaikok értelmezési tartományát ez a $\bar{v} = 2\bar{n}$ görbe határolja felülről.

Ezzel meghatároztuk azt a négy görbét, ami az $\bar{n} - \bar{v}$ szimbolikus síkon a konvex mozaikok tartományát határolja.



6. ábra. A konvex mozaikok tartománya (szürkével jelölve) és a tartományt határoló görbék az $[\bar{n}, \bar{v}]$ szimbolikus síkon.

2. függelék

A vizsgált falak dokumentációja

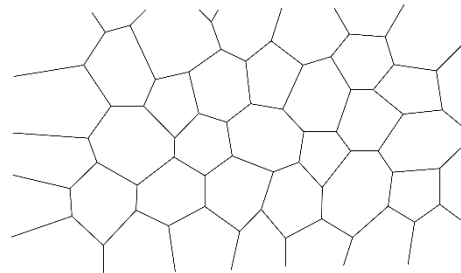
Gábor László *Épületszerkezettan 1* könyv ábrái

1. számú fal:

Ciklopfal

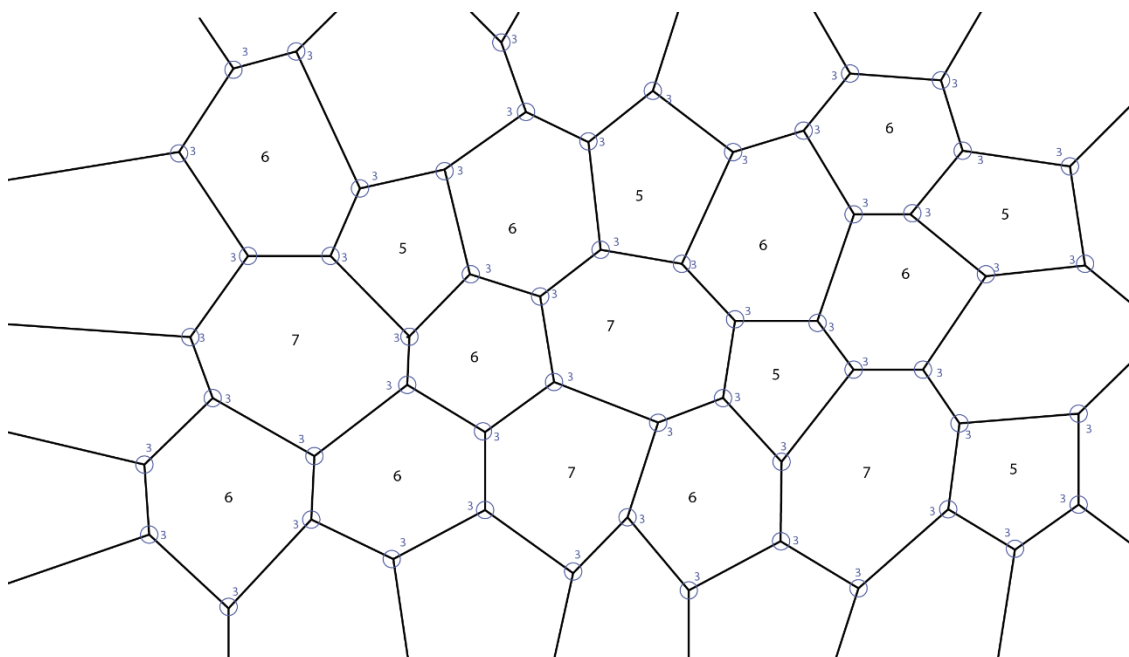
Gábor László: *Épületszerkezettan 1* 29. oldal, 1.15. ábra, h) ábra

cella-fokszám (v)	cellák száma
5	5
6	9
7	4
összesen	18



csomópont-fokszám (n)	reguláris csomópontok száma
3	56
összesen	56

\bar{v}	\bar{n}	ρ
5,94	3,00	1,98

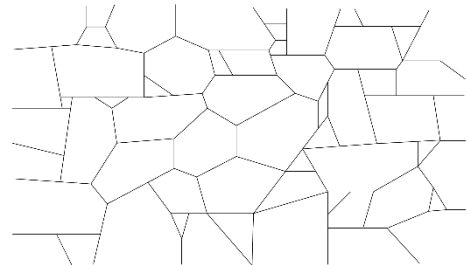


2. számú fal

Réteg nélküli fal görgetegkövekből

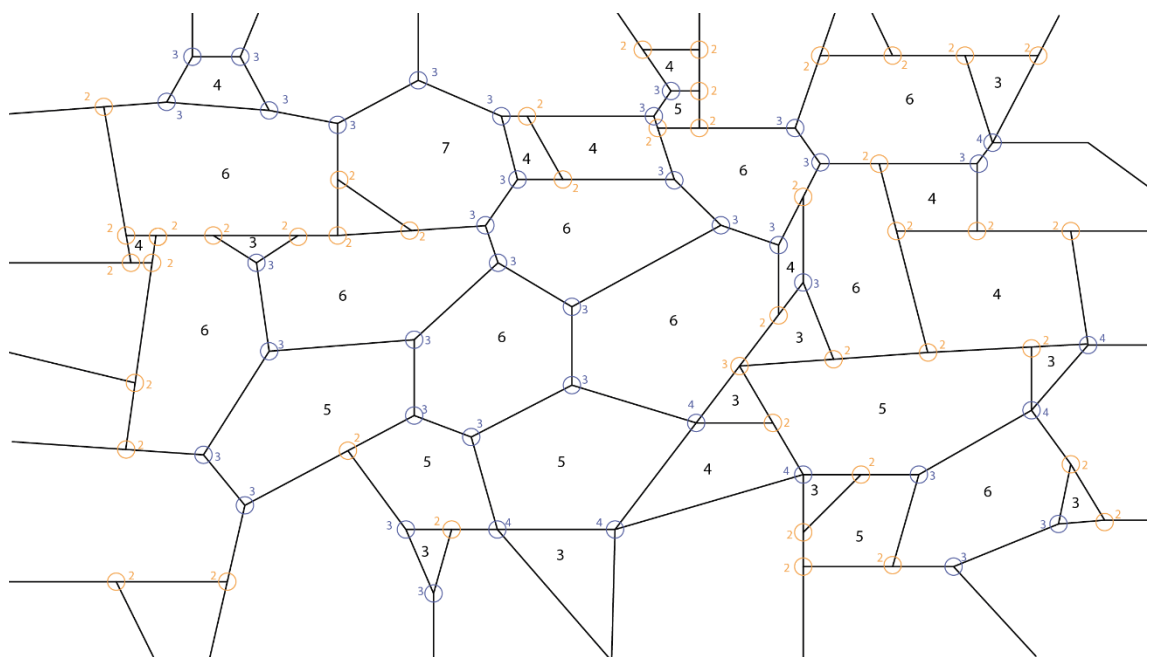
Gábor László: Épületszerkezetan 1 29. oldal, 1.15. ábra, d) ábra

cella-fokszám (v)	cellák száma
3	10
4	9
5	6
6	10
7	1
összesen	36



csomópont-fokszám (n)	reguláris csomópontok száma	irreguláris csomópontok száma	
2	-	44	
3	33	1	
4	7	-	
összesen	40	45	85

\bar{v}	\bar{n}	ρ
4,53	2,56	1,77

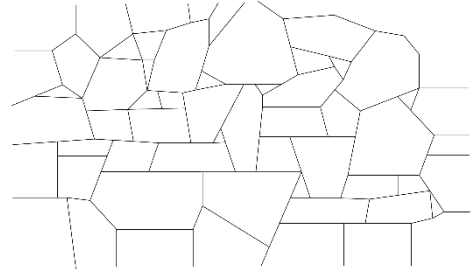


3. számú fal

Réteg nélküli fal szabálytalan kövekből

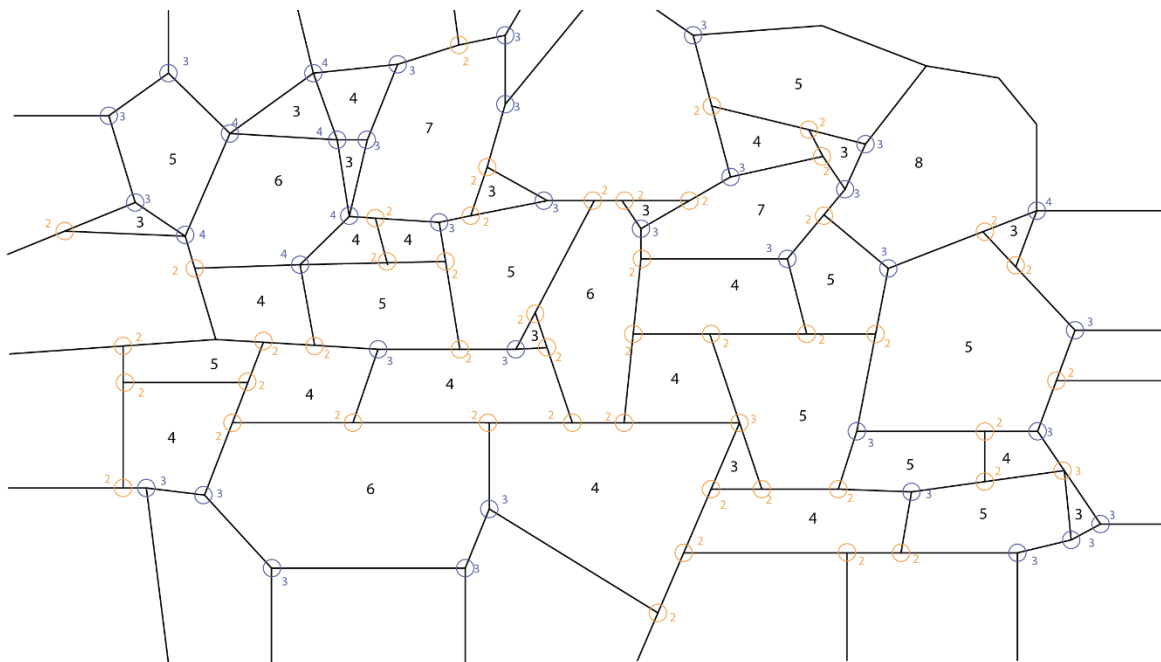
Gábor László: Épületszerkezetan 1 29. oldal, 1.15. ábra, c) ábra

cella-fokszám (v)	cellák száma
3	10
4	13
5	10
6	3
7	13
8	1
összesen	40



csomópont-fokszám (n)	reguláris csomópontok száma	irreguláris csomópontok száma	
2	-	46	
3	29	2	
4	7	-	
összesen	36	48	84

\bar{v}	\bar{n}	ρ
4,48	2,54	1,77

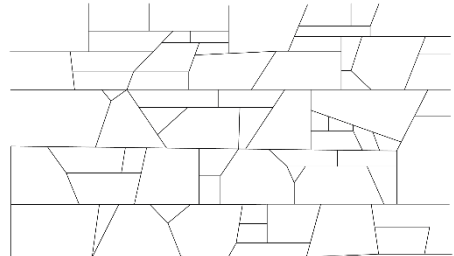


4. számú fal

Kiegészítő réteges fal szabálytalan kövekből

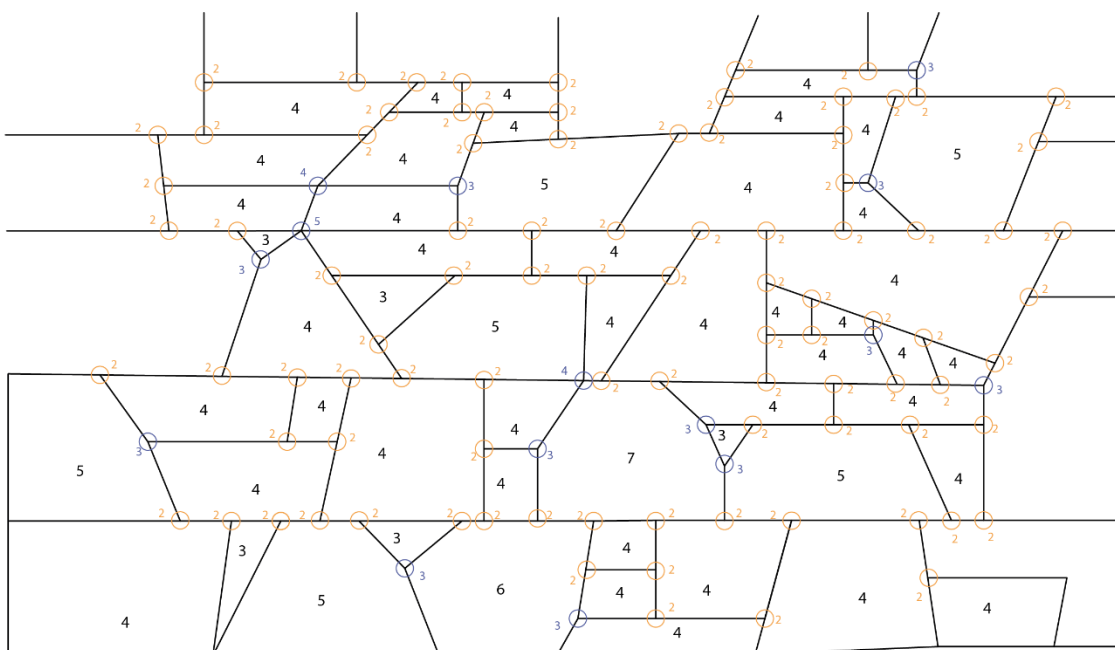
Gábor László: Épületszerkezetan 1 29. oldal, 1.15. ábra, e) ábra

cella-fokszám (v)	cellák száma
3	5
4	40
5	6
6	1
7	1
összesen	53



csomópont-fokszám (n)	reguláris csomópontok száma	irreguláris csomópontok száma	
2	-	91	
3	12	-	
4	2	-	
5	1		
összesen	40	91	106

\bar{v}	\bar{n}	ρ
4,11	2,18	1,89



Kelta kőfalak

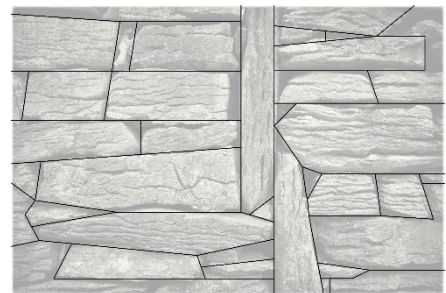
5. számú fal

Clare, Írország

Épült: ~i.e. 3000

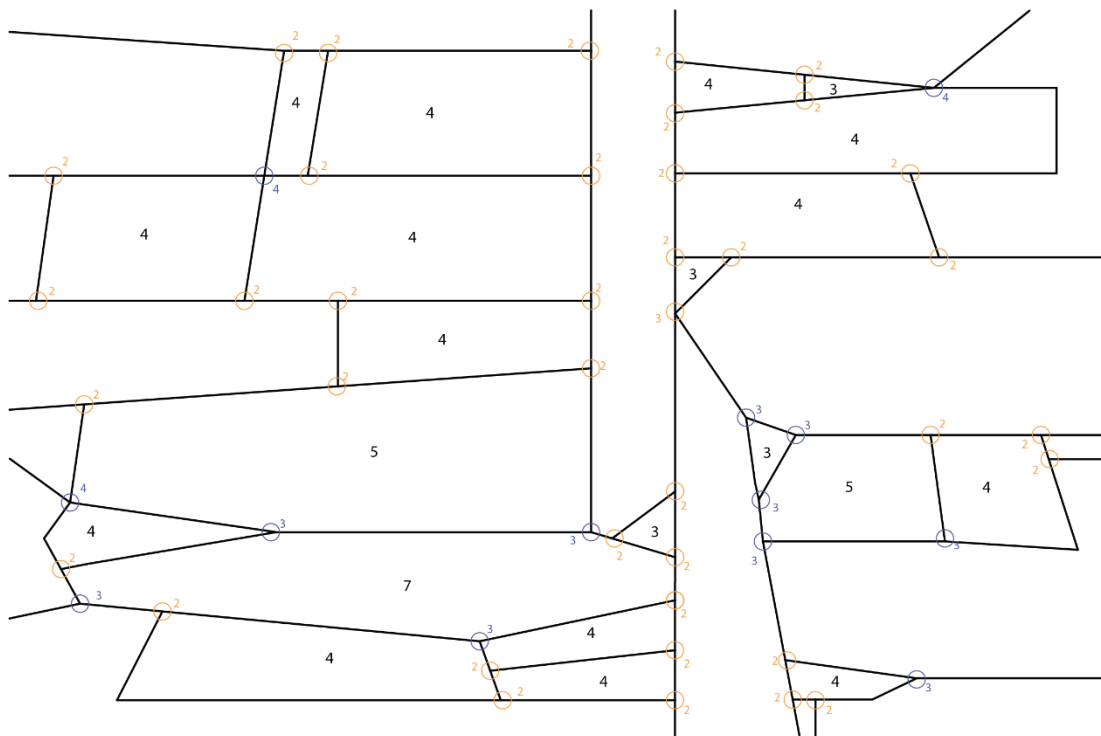


cella-fokszám (v)	cellák száma
3	4
4	14
5	2
6	-
7	1
összesen	21



csomópont-fokszám (n)	reguláris csomópontok száma	irreguláris csomópontok száma	
2	-	37	
3	10	1	
4	3	-	
összesen	13	38	51

\bar{v}	\bar{n}	ρ
4,05	2,33	1,73



6. számú fal

Kinvarra, Írország

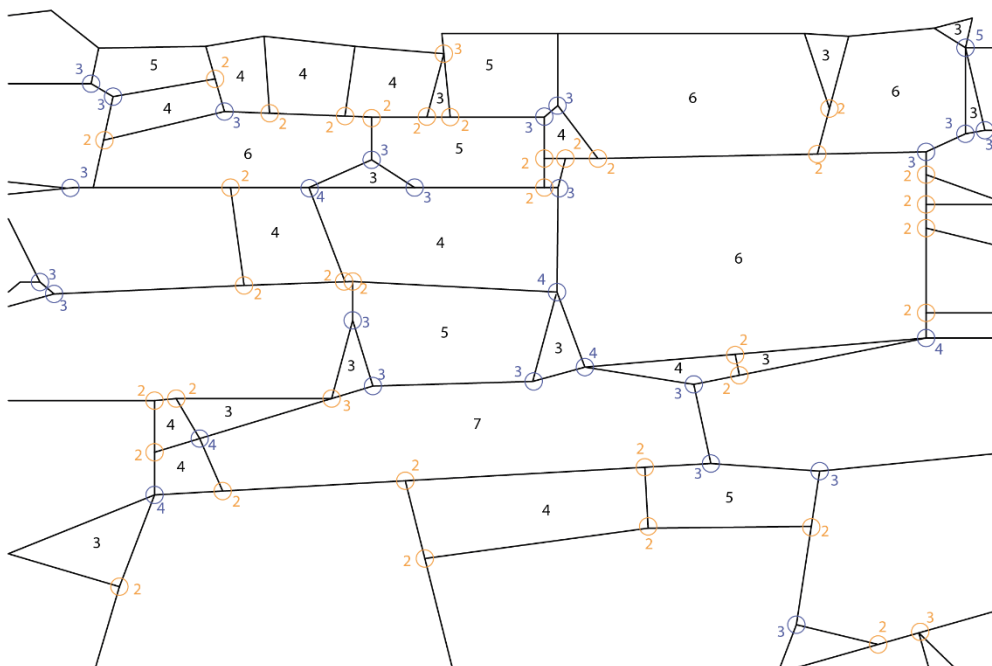
épült: i.e. 3000

cella-fokszám (v)	cellák száma
3	10
4	11
5	5
6	4
7	1
összesen	31



csomópont-fokszám (n)	reguláris csomópontok száma	irreguláris csomópontok száma	
2	-	34	
3	21	3	
4	6	-	
5	1	-	
összesen	28	37	65

\bar{v}	\bar{n}	ρ
4,11	2,18	1,89

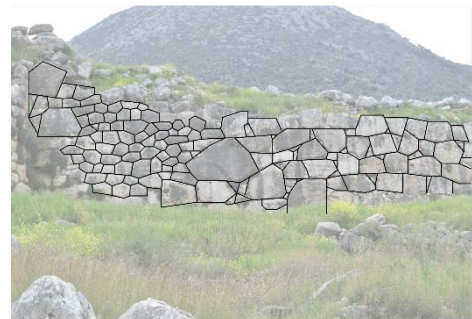


Mükénei ciklopfal

7. számú fal

Mükéné, Görögország

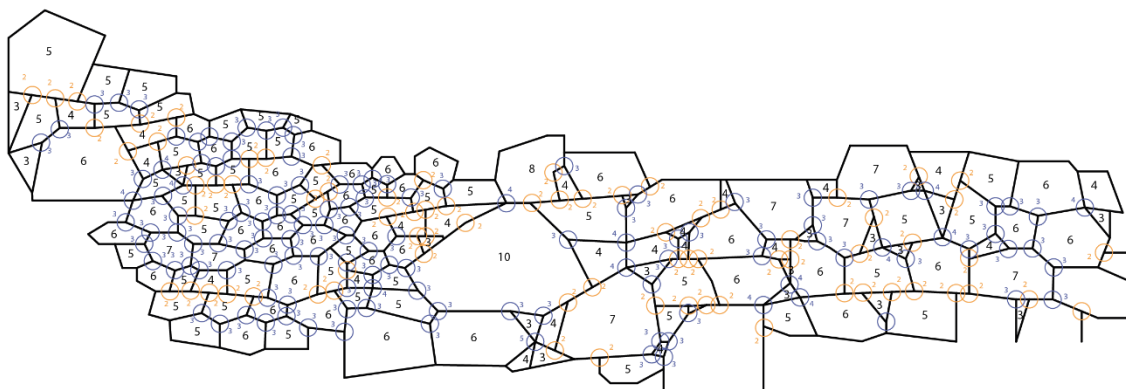
Épült: i.e. 1500



cella-fokszám (v)	cellák száma
3	18
4	21
5	46
6	38
7	7
8	1
9	-
10	1
összesen	132

csomópont-fokszám (n)	reguláris csomópontok száma	irreguláris csomópontok száma	
2	-	74	
3	106	-	
4	14	-	
5	1		
összesen	121	74	195

\bar{v}	\bar{n}	ρ
5,02	2,70	1,86



8. számú fal

Mükéné, Görögország

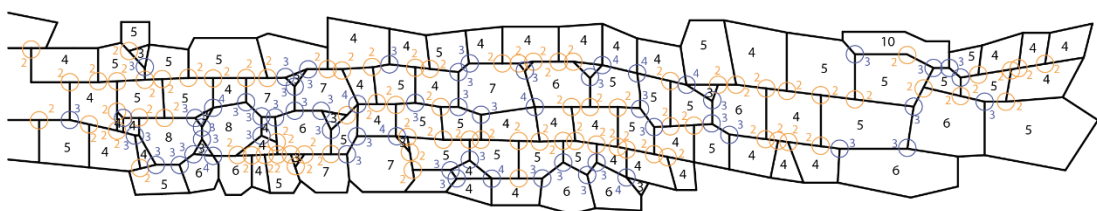
Épült: i.e. 1500

cella-fokszám (ν)	cellák száma
3	9
4	39
5	31
6	9
7	5
8	2
9	-
10	1
összesen	96



csomópont-fokszám (n)	reguláris csomópontok száma	irreguláris csomópontok száma	
2	-	82	
3	50	-	
4	10	-	
összesen	60	82	142

$\bar{\nu}$	\bar{n}	ρ
4,72	2,49	1,89



9. számú fal

Mükéné, Görögország

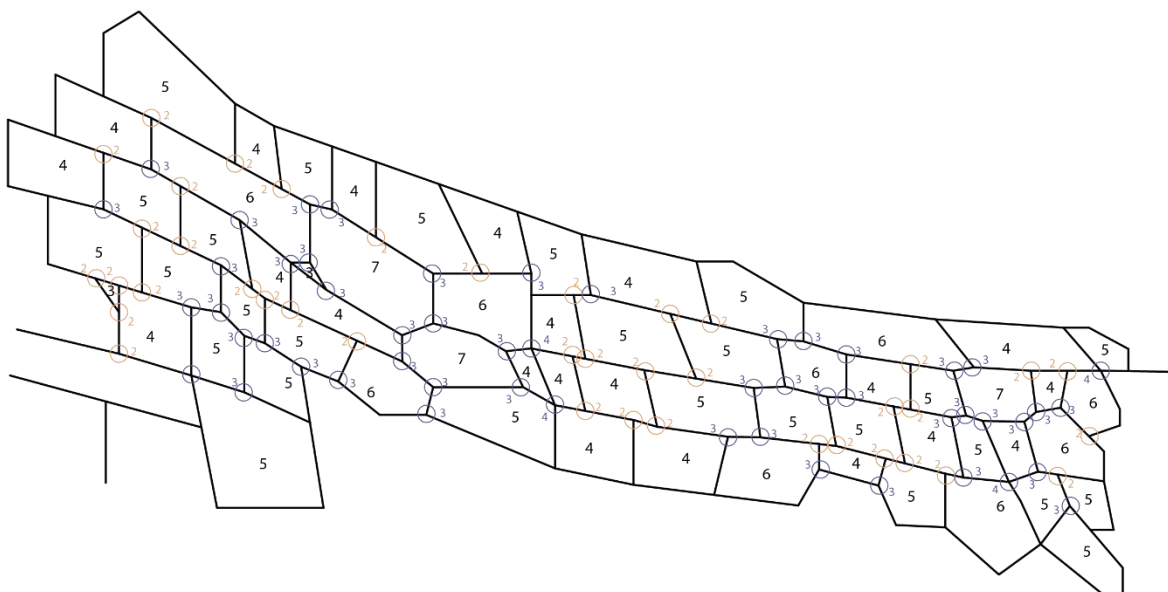
Épült: i.e. 1500

cella-fokszám (v)	cellák száma
3	2
4	21
5	27
6	9
7	3
összesen	62



csomópont-fokszám (n)	reguláris csomópontok száma	irreguláris csomópontok száma	
2	-	40	
3	49	-	
4	4	-	
összesen	53	40	93

\bar{v}	\bar{n}	ρ
4,84	2,61	1,85



10. számú fal

Mükéné, Görögország

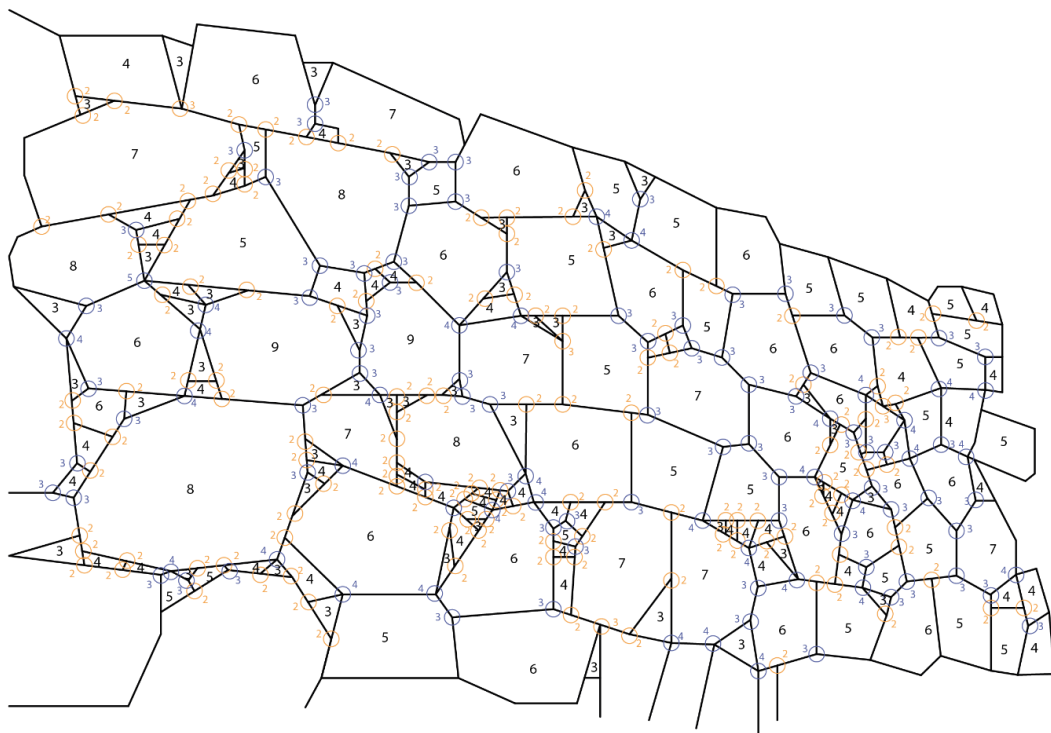
Épült: i.e. 1500

cella-fokszám (v)	cellák száma
3	43
4	46
5	29
6	21
7	8
8	4
9	2
összesen	153



csomópont-fokszám (n)	reguláris csomópontok száma	irreguláris csomópontok száma	
2	-	132	
3	81	4	
4	35	-	
5	1		
összesen	117	136	253

\bar{v}	\bar{n}	ρ
4,51	2,62	1,72



11. számú fal

Mükéné, Görögország

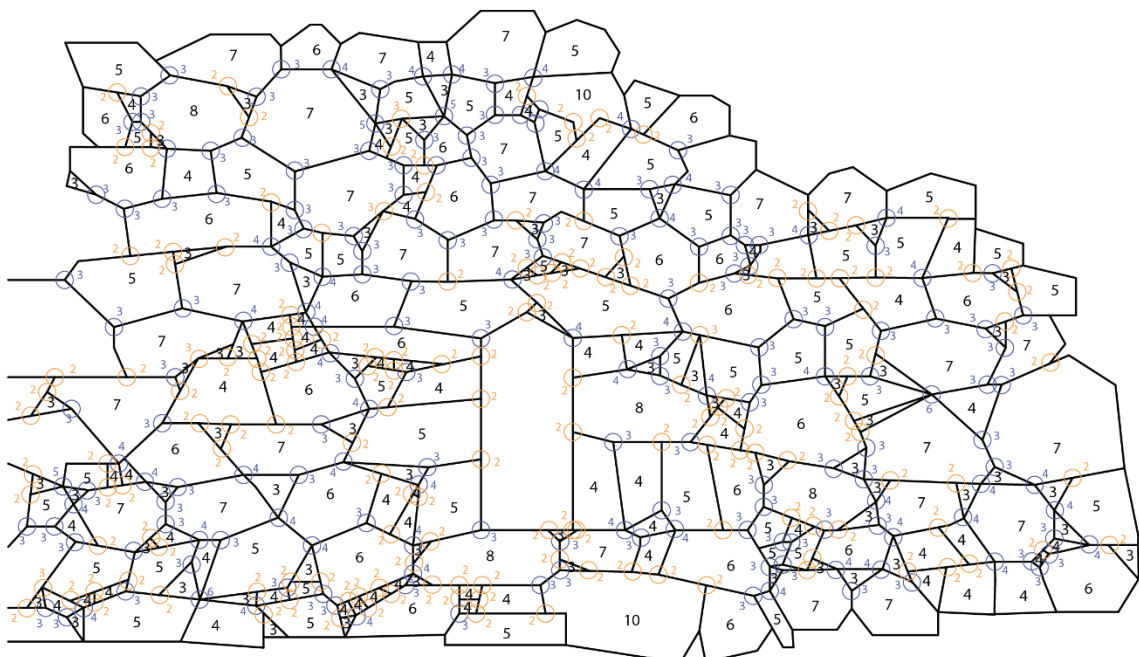
Épült: i.e. 1500



cella-fokszám (v)	cellák száma
3	64
4	58
5	48
6	24
7	28
8	4
9	-
10	2
összesen	228

csomópont-fokszám (n)	reguláris csomópontok száma	irreguláris csomópontok száma	
2	-	149	
3	123	5	
4	54	-	
5	3		
6	2		
összesen	182	154	336

\bar{v}	\bar{n}	ρ
4,63	2,75	1,68



Hadrianus fala

12. számú fal

Nagy-Britannia

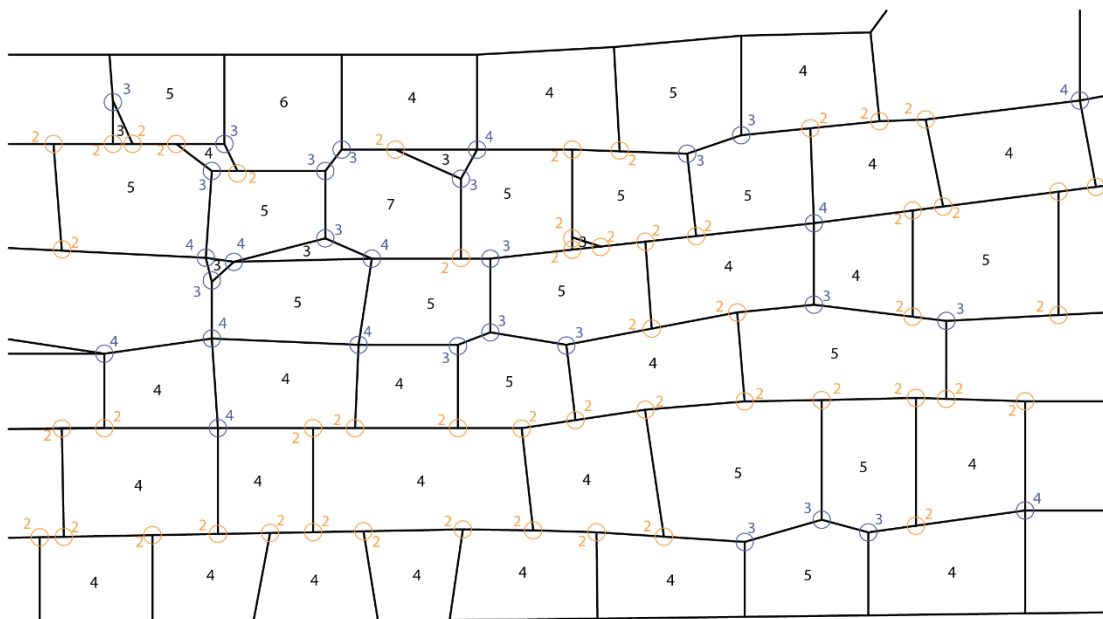
Épült: i. sz. 120

cella-fokszám (v)	cellák száma
3	5
4	24
5	16
6	1
7	1
összesen	47



csomópont-fokszám (n)	reguláris csomópontok száma	irreguláris csomópontok száma	
2	-	49	
3	19	-	
4	11	-	
összesen	30	49	79

\bar{v}	\bar{n}	ρ
4,34	2,52	1,72

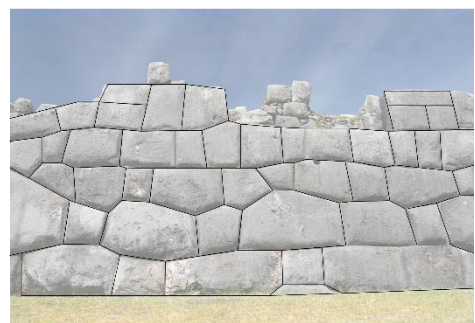
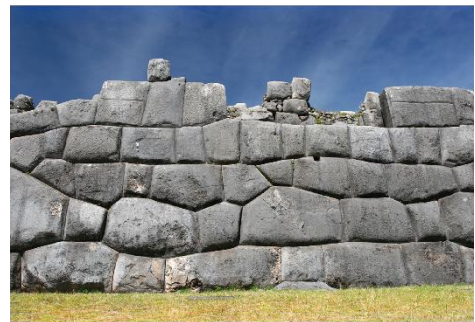


Inka kőfalak
 13. számú fal

Sacsayhuaman

Cusco, Peru

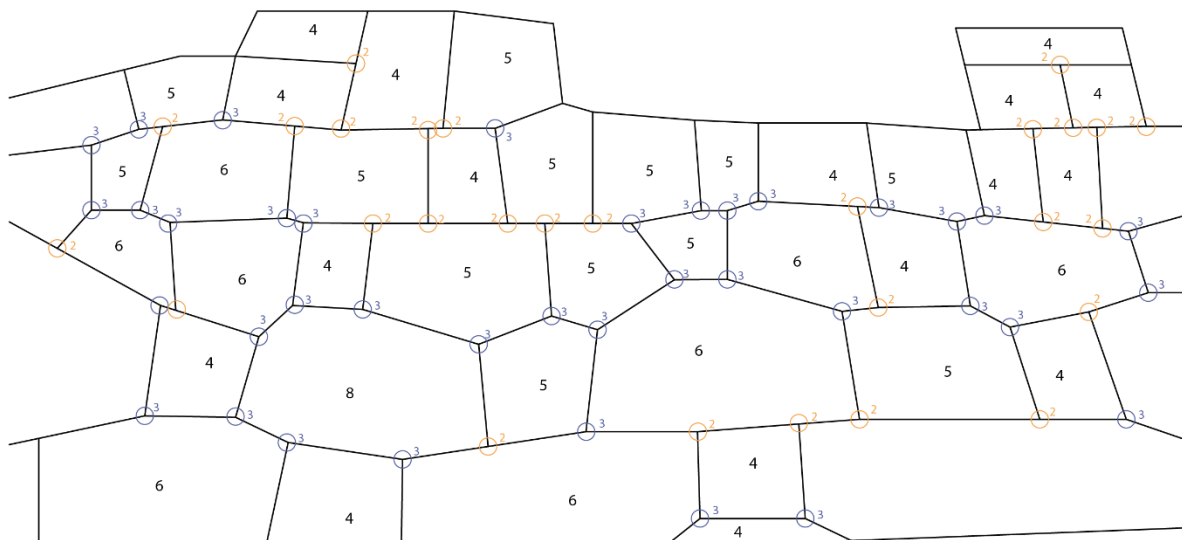
Épült: 1200



cella-fokszám (v)	cellák száma
4	17
5	13
6	8
7	-
8	1
összesen	39

csomópont-fokszám (n)	reguláris csomópontok száma	irreguláris csomópontok száma	
2	-	27	
3	37	-	
összesen	37	27	64

\bar{v}	\bar{n}	ρ
4,85	2,58	1,88

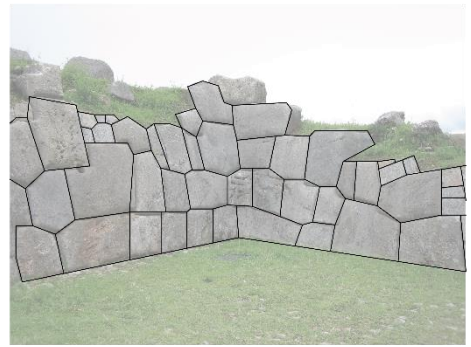


14. számú fal

Sacsayhuaman

Cusco, Peru

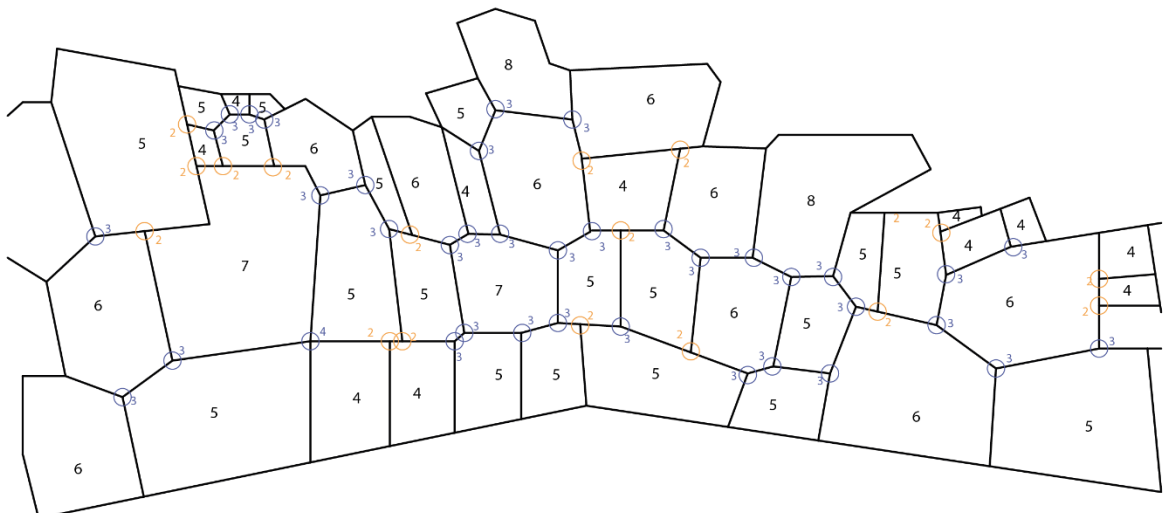
Épült: 1200



cella-fokszám (v)	cellák száma
4	11
5	19
6	10
7	2
8	1
összesen	43

csomópont-fokszám (n)	reguláris csomópontok száma	irreguláris csomópontok száma	
2	-	17	
3	45	-	
4	2	-	
összesen	47	17	64

\bar{v}	\bar{n}	ρ
5,14	2,77	1,86



15. számú fal

Cusco, Peru

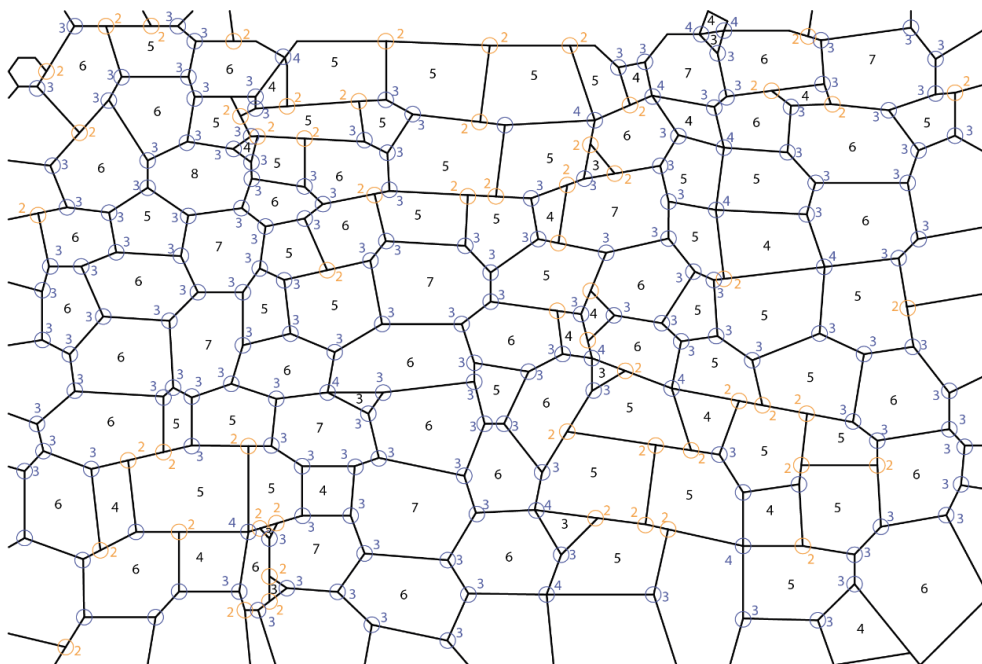
Épült: 1450

cella-fokszám (v)	cellák száma
3	7
4	16
5	40
6	33
7	9
8	1
összesen	106



csomópont-fokszám (n)	reguláris csomópontok száma	irreguláris csomópontok száma	
2	-	35	
3	147	-	
4	15	-	
összesen	162	35	197

\bar{v}	\bar{n}	ρ
5,23	2,90	1,80



Montarcher
16. számú fal

Montarcher, Franciaország

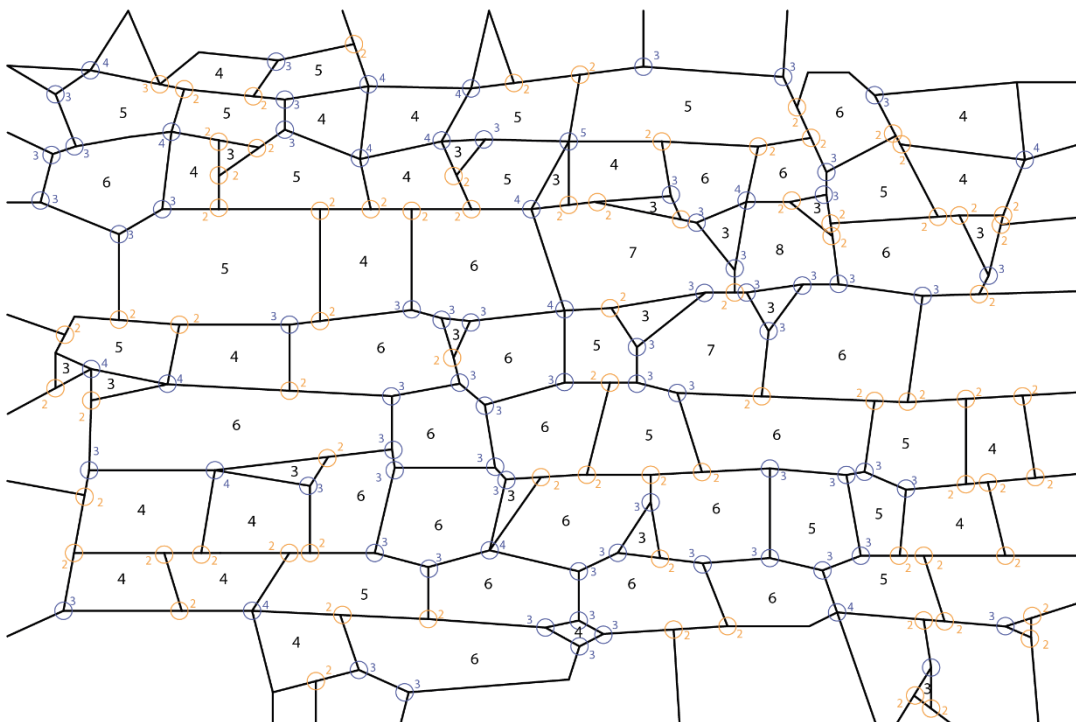
Épült: 1200

cella- fokszám (v)	cellák száma
3	16
4	18
5	18
6	19
7	3
8	1
összesen	75



csomópont- fokszám (n)	reguláris csomópontok száma	irreguláris csomópontok száma	
2	-	76	
3	55	1	
4	15	-	
5	1	-	
összesen	71	77	148

\bar{v}	\bar{n}	ρ
4,71	2,60	1,81



Kínai Nagy Fal
 17. számú fal

Kínai Nagy Fal

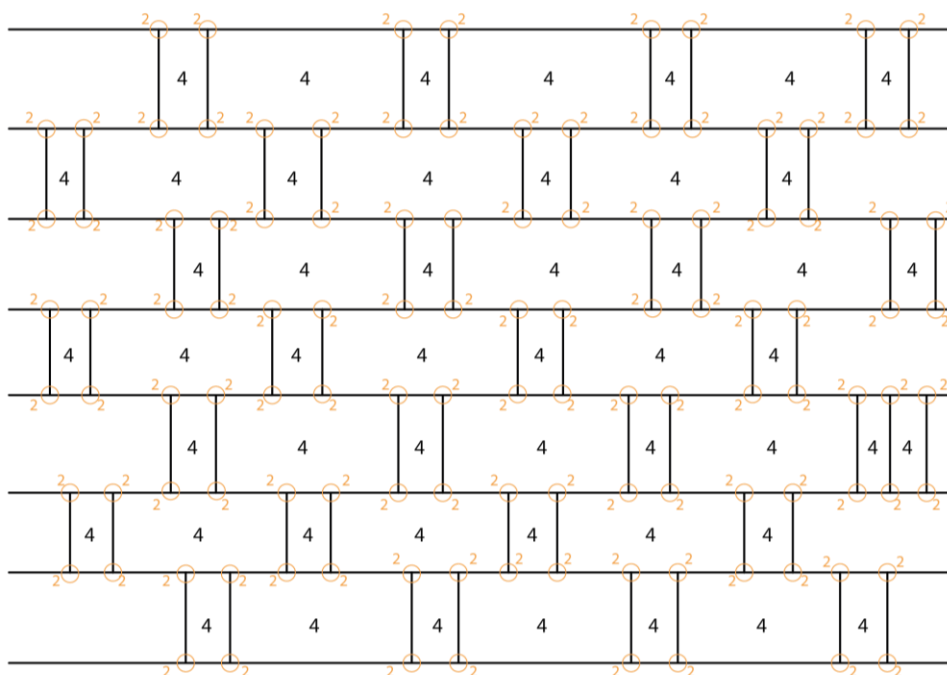
Épült: 1500



cella- fokszám (v)	cellák száma
4	36
összesen	36

csomópont- fokszám (n)	reguláris csomópontok száma	irreguláris csomópontok száma	
2	-	113	
összesen	-	113	113

\bar{v}	\bar{n}	ρ
4,0	2,0	2,0



Ábrajegyzék

1. számú fal: Gábor László Épületszerkezettan 1; 29. oldal, 1.15. ábra, h) alábra
2. számú fal: Gábor László Épületszerkezettan 1; 29. oldal, 1.15. ábra, d) alábra
3. számú fal: Gábor László Épületszerkezettan 1; 29. oldal, 1.15. ábra, c) alábra
4. számú fal: Gábor László Épületszerkezettan 1; 29. oldal, 1.15. ábra, e) alábra
5. számú fal: <https://flic.kr/p/auuAC2>
6. számú fal: <https://flic.kr/p/6xevSc>
7. számú fal: https://lawrencerodrigues.com/ancient-civilizations/mycenaee/greece_mycenaee_cyclopean_wall/
8. számú fal: <https://flic.kr/p/nsihqk>
9. számú fal:
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/en/8/8c/Mycenaee_walls_w_of_lion_gate.JPG?1603321881428
10. számú fal: <http://greatdiscoveries.leadr.msu.edu/mycenaee/wp-content/uploads/sites/35/2015/04/cy.jpg>
11. számú fal: <https://www.greeka.com/seedo/photos/788/mycenaee-cyclopean-walls-top-1-2560.webp>
12. számú fal: <https://flic.kr/p/53VX5g>
13. számú fal: <https://flic.kr/p/3drBs5>
14. számú fal: <https://flic.kr/p/7x6jTY>
15. számú fal: <https://flic.kr/p/bN4e7R>
16. számú fal: <https://flic.kr/p/coiXWW>
17. számú fal: <https://flic.kr/p/8jv2kx>