



Budapesti Műszaki- és Gazdaságtudományi Egyetem

Építészmérnöki Kar

Morfológia és Geometriai Modellezés Tanszék

HUN-REN-BME Morfodinamika Kutatócsoport

EZER TONNA MÁRVÁNY,
AVAGY
TÉR-IDŐ UTAZÁS MICHELANGELO KÖTÖMBJEIHEZ

Kocsis Kinga

Konzulens:

Dr. Domokos Gábor

Külső tanácsadó:

Dr. Duccio Bertoni

Tudományos Diákköri Konferencia 2023

Absztrakt

Miután Michelangelo Bounarotti - festő, szobrász, építész - X. Leó pápa kérésére megtervezte a firenzei San Lorenzo templom homlokzatát, a pápa utasítása alapján az építéshez szükséges márványt Carrara környéki bányákból kellett biztosítani. A márvány kitermelése és szállítása komoly mérnöki kihívások (köztük útépités) elé állította a művészóriást, aki két évet töltött ezzel a feladattal. Tiszteletére egy bányát a környéken ma Cava Michelangelo néven emlegetnek. Michelangelo életét mélyen megérintették a márványtömbök, hiszen, ahogy megfogalmazta „*A nyers márványtömb a legnagyobb művész összes gondolatát is magában hordozza.*” [1]. Az volt a célom, hogy térben, és amennyire lehetséges, időben is közelebb kerüljek a Michelangelo által bányászott márványtömbökhöz. Az út térbeli részét gépkocsival tettem meg, és egy hetes helyszíni felmérés keretében a Cava Michelangelo bányában részletesen dokumentáltam egy $7,33 \times 6,14 \text{ m}^2$ méretű függőleges márványfal, és a hozzá csatlakozó $8,36 \times 6,14 \text{ m}^2$ méretű vízszintes plató síkbeli repedésképét. Az időbeli utazáshoz a konvex geometria eszközeit használtam. A mért repedésképek megfelelő csomóponti- és cellafokszámainak kombinatorikai átlagait felhasználva azonosítottam két pontot a szimbolikus síkon. [2] Ezután pedig a két repedéshálózat felhasználásával részlegesen rekonstruáltam a fal és a plató által határolt, ma már nem létező, ezer tonnát meghaladó tömegű kötömb térbeli repedésképét. A részleges modell alapján meghatároztam egy konkrét tömb geometriáját, valamint becsléseket tudtam adni a márványtömbök átlagos méretére vonatkozóan.

Tartalomjegyzék

Absztrakt	2
1. Bevezetés	4
2. Michelangelo és a márvány	6
3. Egy modell felállítása	10
4. Márvány a szimbolikus síkon	13
5. Virtuális fragmensek	16
6. Egy autonóm fragmens	20
7. Összefoglalás	23
Köszönetnyilvánítás	24
Irodalomjegyzék	25
Ábrajegyzék	26

1. Bevezetés

Michelangelo számtalanszor járt a carrarai kőfejtőkben márvány után kutatva. Az én célom pedig az volt, hogy a művész útját követve, kutassak olyan márványfelületek után, amelyek természetes elrendezésben repedtek be.



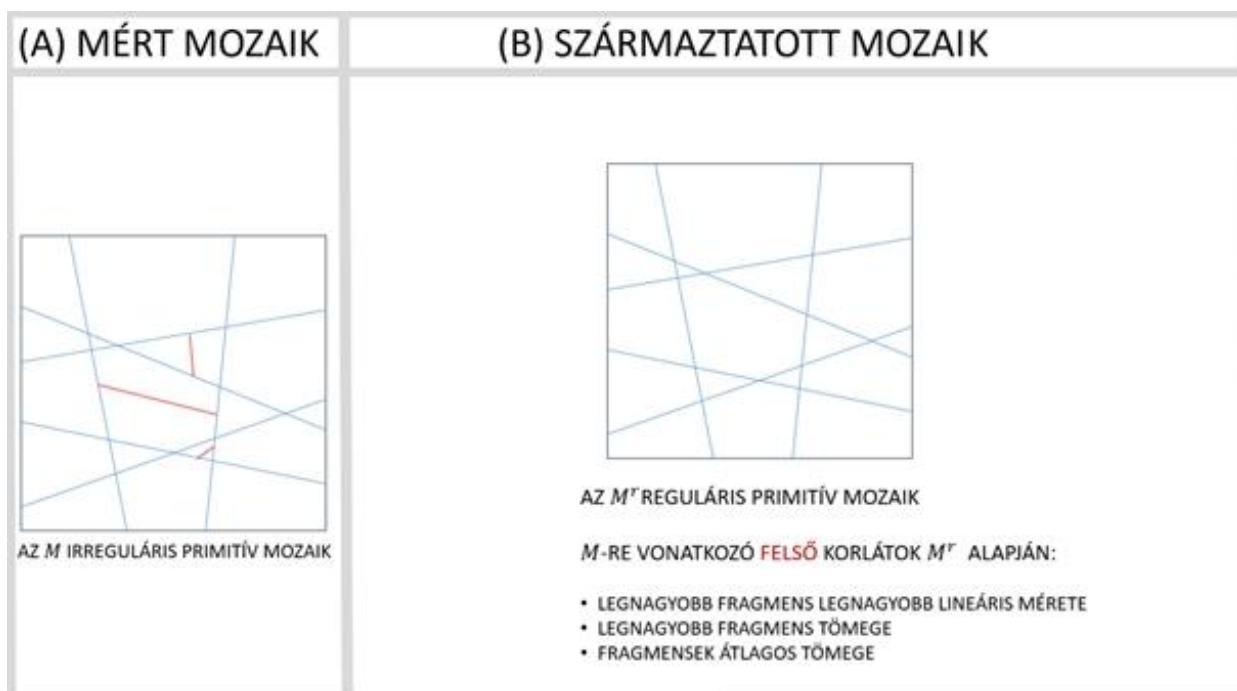
1.Cava Amministrazione

A terepmunka folyamán a Cava Amministrazione bányában [44°06'08"N10°08'00"E] részletesen felmértem és dokumentáltam két egymással határos, egymásra merőleges berepedezett márvány felületet. A függőleges fal mérete 7,13x6,14 m², a vízszintes plató mérete 8,36x6,14 m² volt, a közös, vízszintes él hossza értelemszerűen 6,14 m. Azt a hipotézist állítottam fel, hogy a repedéseképek konvex mozaikokkal jól közelíthetőek. Ennek alapján a következő megállapításokat tudtam tenni:

1. A dokumentáció és a [5,6] cikkek alapján meghatároztam a falon és a platón megjelenő M_f , M_p síkbeli, irreguláris mozaikot jellemző átlagos csomóponti és cellafokszámokat, melyek értéke a következő: Fal: $(\bar{n}^*, \bar{v}^*) = (2,13, 4,17)$. Plató: $(\bar{n}^*, \bar{v}^*) = (2,12, 4,17)$. Ezeket a számításokat részletesen a 4. Márvány a szimbolikus síkon c. fejezet mutatja be.
2. Mivel a fenti átlagok jó közelítéssel megegyeznek, megállapítottam, hogy a fal és plató közül kitermelt 7,13x6,14x8,36 m³ méretű, 1000 tonnánál nagyobb tömegű márványtömbben keletkezett M térbeli mozaik vélelmezhetően kombinatorikai

értelemben izotróp lehetett, vagyis bevezethető az a további hipotézis, hogy a jelzett térbeli mozaik tetszőleges síkmetszetén közel azonos kombinatorikai átlagok jelentkeznek.

3. Az irreguláris csomópontok és az azokból kiinduló repedések elhagyásával meghatároztam az M_f^r, M_p^r reguláris rész-mozaikokat és ezek alapján előállítottam a térbeli mozaikhoz tartozó M^r reguláris részmozaikot (lásd 1. ábra (B) panel).
4. Az M^r mozaik alapján felső korlátot tudtam adni a legnagyobb kötömb legnagyobb lineáris méretére és tömegére, valamint a tömbök átlagos térfogatára. Ezeket a számításokat az 5. Virtuális fragmensek c. fejezet mutatja be.
5. Autonómnak neveztem el az olyan fragmenseket, amelynek lapjait olyan repedések nyomvonalaira illesztett síkok adják, amelyek a fragmens teljes tartományán létező repedések. Így a tömböt valódi elemek alkotják, nincs további átmenő repedése. Meghatároztam egy $0,0192 \text{ m}^3$ térfogatú ilyen cellát. Az autonóm cella egy olyan kötömb geometriáját hordozza, amelyet korábban a bányából elszállíthattak, akár maga Michelangelo. Ezeket a számításokat a 6. Egy autonóm fragmens c. fejezet mutatja be.



2. A mért és származtatott mozaik koncepcionális rajza és a releváns felső korlátok felsorolása. (A) A mért M irreguláris mozaik. (B) Származtatott mozaik. Az M^r reguláris primitív mozaik melyet élek eltávolításával nyerünk.

2. Michelangelo és a márvány

Michelangelo Bounarotti (1475-1564) már ifjú korában megmutatta a művészetekben való tehetségét. Nemcsak a festészetben, rajzolásban, de a szobrászatban, költészetben, s később építészetben is. Tíz éves korában családjával Firenzébe költöztek, onnantól a toszkán központot tartotta otthonának. Már akkor Giotto és Verocchio freskókat vázolt, különös tekintettel a térbeliségre. Tizennégy évesen faragta első komolyabb szobrát, egy faunt, s ezzel felkeltette Lorenzo di Medici figyelmét. A befolyásos család magához vette, taníttatta. Így lehetősége nyílt találkozni, egy asztalnál enni korának legfontosabb embereivel. Idővel arra is engedélyt kapott, hogy márványt faragjon, amely nagy kiváltságnak számított. Ekkor találta meg az igazi szenvedélyét a carrarai márványban. Többször is ellátogatott a márványbányászat városába, ahol a korban a legkimagaslóbb minőségű anyagot lehetett fellelni (s ahol még a város utcái is márványból készültek), hogy személyesen válassza ki a megfelelő darabot munkáihoz. Többek között helyi anyagból készült a Dávid szobor (1501-1504), valamint a Piéta (1498-99) is. [1]

A méltán híres carrarai márvány olyan későbbi híres alkotások alapanyagaként is szolgált, mint Zayed sejk Nagy Mecsete (2007) vagy az Izsák Székesegyház Szentpéterváron (19.sz.).

1513 és 1521 között X. Leó pápa volt a Katolikus Egyház és a Pápai Állam vezetője. Személye nem volt ismeretlen Bounarotti számára, aki édesapjánál, Lorenzo di Medicinél nőtt fel. Amikor Leó pápa hivatalba lépett, fontos feladatának tartotta a családi kápolnájuk, vagyis a San Lorenzo templom homlokzatának elkészítését. A tervezésre és kivitelezésre barátját Michelangelót kérte fel, ám eleinte kérése problémába ütközött. [1] (8. könyv 4. fejezet) [4] Michelangelo először nemet mondott neki, ugyanis éppen egy másik munkával volt elfoglalva, nevezetesen Gyula pápa síremlékének elkészítésével. Már három évvel azelőtt szerződött a Roverékkal, s dolgozott rendíthetetlenül a Mózes szobron, a szoborkompozícióhoz tartozó rabszolga figurákon betanított segédekkel közösen. Minden előkészületet megtettek a szobrok elkészítéséhez, s Michelangelo állítása szerint a fejében hordta a huszonöt márványszobor tervét az impozáns emlékműhöz. A pápa hajthatatlan volt: „*Te mindent olyan... olyan tragikusan fogsz fel, Michelangelo!*”. Védelmet, több pénzt ígért neki a szerződés megszegéséért, valamint biztosította róla, hogy visszatérhet a síremlékhez, amint befejezte a San Lorenzót. [1] (8. könyv 4. fejezet)

A tárgyalás után megkezdődhetett a megfelelő márvány keresése a homlokzathoz. A feladat veszélyességét fémjelezte, hogy a carraraiak nem szép napot kívántak egymásnak

találkozáskor; csupán annyit mondtak: „*Fa modr*” vagyis Vigyázz magadra! Nyelvezetüket is el kellett sajátítani, ugyanis a kalapácsok rövid kopogásához hasonlóan, tőszavakban beszéltek. A tömör nyelvrendszer is mutatta a csoport zárt mivoltát. Száz- kétszázfős csapatban indultak el a megfelelő márvány után kutatva, majd szétváltak, s követték a márványereket. A korabeli fejtésmódszer során először egy csapat munkás kikötve kötelekről lógva leverte a lazább darabokat, hogy a fejtőknek ne essen bajuk, majd vízbe áztatott fadarabokat vertek az ékszerű nyílásokba a függőleges felületeken. A duzzadó fa megrepesztette a márványt, amelynek így már nekiláthattak a kőfejtők a szerszámaikkal. Majd, amikor egy tömb meglazult, elfutottak a közeléből, és hagyták leesni a vízszintes felületre, ahol darabokra törhetett. Michelangelo maga is részt vett a munkálatokban. Együtt gurította a húsztonnás tömböket a hegyoldalról. [1] (8. könyv 5. fejezet)

Több hónap carrarai keresés, és helyi bányatulajdonosokkal kötött szerződések után Leó pápa magához hívatta Michelangelót. Kijelentette, hogy Pietrasantába kell áthelyezni a programot, onnan kell a márványt hozni. Az első érve az volt, hogy állítólag ott van a legszebb szobormárvány Itáliában, de Bounarotti kételkedett benne, hogy csupán ennyiről lenne szó. Igaza is lett, a pápa bevallotta, hogy a carrarai nép szerinte hűtlen, nem támogatta a Vatikánt. Ezzel ellentétben a Pietrasanta és Seravezza népe büszke toszkánnak vallja magát, s a márványért nem kéne fizetni, csak a munkadíjat, amelyből bányásszák. [1] (8. könyv 6. fejezet)

A mester figyelmen kívül hagyta a pápai utasítást, s annyi márványt vásárolt fel Carrarában, amennyit csak tudott. Majd elutazott Seravezzába, hogy megbizonyosodhasson róla, hogy az ottani márványt a hegyekből nem lehet lehozni. Miután biztosította Carrarát arról, hogy közbenjár a pápánál a városért, s meggyőzi, hogy felejtse el Seravezzát, visszatért Firenzébe. Új tervet készített a projekthez, így a költségvetés is jócskán megemelkedett. Ismét utasítást kapott, hogy a San Lorenzo homlokzatát vatikánbarát forrásokból készítse el. Carrarába való visszatértekor a nép meggyűlölte a rivális alapanyag lelőhely jövőbeni használata miatt, s egy márványdarabbal is fejbe dobták. A keserű búcsú után házat bérelt Pietrasantában, hogy megkezdhesse a lehetetlennek tűnő feladatot, és bányát létesítsen a Monte Altissimo térségében. [1] (8. könyv 8-9. fejezet)

Mivel volt már szerződése carrarai bányatulajdonosokkal, a vállaltakat teljesítették. Leszállították a megrendelt tömböket a carrarai kikötőbe, ám csak addig. Senki sem volt hajlandó segíteni Michelangelónak a szállítmány hajóra tételében, amivel először Pisába majd

Firenzébe szállította volna a márványt. Úgy látszott, nem tudja megoldani a problémát, így helyette csapatot toborzott maga mellé Pietrasantába. [1] (8. könyv 9. fejezet)

Mivel, nem talált olyan szakértőket, akik vagy ne lettek volna hűségesek inkább Carrarához, vagy ne tartottak volna a teljesíthetetlennek tűnő megbízástól, Michelangelo barátoktól kért segítséget. A Topolino családhoz fordult, majd Donato Benti is beleegyezett, hogy csatlakozik hozzá. A könyvelést, szervezést pedig Leó pápa egy távoli rokona, Vieri vállalta el. Végül egy tizennégy fős csapat állt össze, hogy meghódítsák a seravezzai hegyeket. A legfehérebb márványt keresték, amit meg is találtak a legmagasabb hegyek között. Egyértelmű volt, hogy szükség van egy útra, amelyen a tömböket le lehet szállítani a tengerpartra. Erre a célra a gyapjúkészítő céh, aki a pénzt folyósította, szakembert küldött Bocca személyében. Bocca azonban nem volt hajlandó a kőfejtők lábáig építeni az utat. Egy biztonságos, ám kevésbé hasznos tervet készített. Ebből konfliktus alakult ki Bounarotti és közöttük. Az együttműködés kudarcot vallott, így hamar kiderült, hogy magának Michelangelónak kell megépítenie az utat. [1] (8. könyv 10. fejezet)

Az útépítés felügyelője Benti lett, s rövid időn belül (nagyjából két hónap) egy nem teljesen kész, de használható hosszúságú út készült. Így már megkezdhatték a kitermelt tömbök transzportálását a kikötőbe. [1] (8. könyv 10. fejezet)

A leszállítás módszere a következő volt: meghatározott távolságra karókat vertek le a lejtő két oldalán. A karókhöz párosával köteleket erősítettek, s a márványtömböt farönkökön gurították lefelé, miközben a kötelekkel folyton lassították. Így tettek meg akár kilométereket, a rönköket mindig a tömb elé pakolva. Az út elérése után egy speciális szekérre tették a márványt, amelyet harminckét ökör húzott. [1] (8. könyv 10. fejezet)

Szeptember közepén már majdnem teljesen kész volt az út. Egy hatalmas tömb leszállítása közben egy munkás meghalt. Ez nagyon megrázta a munkásokat, s ezért egy darabig leálltak a munkával. A baleset láttán a carraraiak megbocsátottak Bounarottinak, és segítettek neki elszállítani az azóta is a carrarai kikötőben pihenő kitermelt márványtömbjeit. [1] (8. könyv 10-11. fejezet)

Michelangelo a tél folyamán visszatért Firenzébe, hogy felügyelje új műtermének kialakítását a nagyszabású szobrok faragásához. [1] (8. könyv 11. fejezet)

Mikor az új tavasz jöttével ismét Pietrasantába ment, a haláleset okozta bűntudat miatt új módszert dolgozott ki a tömbök leszállítására. Karók helyett vaskarikákat készített, hogy

hatékonyabban, és kevesebb erő befektetésével tudják leszállítani a súlyos köveket. A vaskarikák nem készültek el áprilisig. Addig megduplázták a karók számát, erősebb köteleket használtak, és kevesebb farönköt tettek a tömb alá, hogy tovább lassítsák annak mozgását. Nem történt több baleset. Öt tömböt sikeresen le tudtak hozni, és hajóra rakni. Mikor a vaskarikák elkészültek, a hatodik tömb lecsúsztatásakor az egyik elpattant, a tömb megindult, és a tengerfenéken darabokra tört. Kiderült, hogy rossz minőségű vasból voltak az eszközök. [1] (8. könyv 11. fejezet)

Az újabb hátráltatás és nehézségek hallatán ismét Firenzébe hívták a mestert. Meghalt a Mediciek egy rokona gyermekági lázban. A temetésen Michelangelo megkérdezte Giulio bíborost, hogy miért hívták vissza, amikor már csak egy-két tömb kéne, és meglenne minden alapanyag a San Lorenzo templomhoz. A bíboros pedig közölte, hogy nincs szükség több márványra, mert nem készül el a San Lorenzo. [1] [3] A művész összetört. Három évet áldozott életéből a meg nem valósult megbízásra, s közben egy szobrot sem faraghatott. Megváratta Gyula pápa síremlékének megrendelőit, s Rómából is átköltözött Firenzébe a felkérés miatt. [1] (8. könyv 11. fejezet)

3. Egy modell felállítása

A már nem létező, de valaha ott lévő $7,13 \times 6,14 \times 8,36 \text{ m}^3$ térfogatú, 1096,46 tonna tömegű márvány vizsgált falfelülete és platója több ezer repedést tartalmaz. Kérdéses tehát, hogy mely repedések megtartásával lehet reálisan rekonstruálni a helyszínen látottakat, s előállítani az M_f és M_p irreguláris mozaikot a vertikális és horizontális síkon.

Megoldásként bevezettem egy rendszert, amely szerint a repedések közötti hierarchia adja meg az átrajzolások mennyiségét.



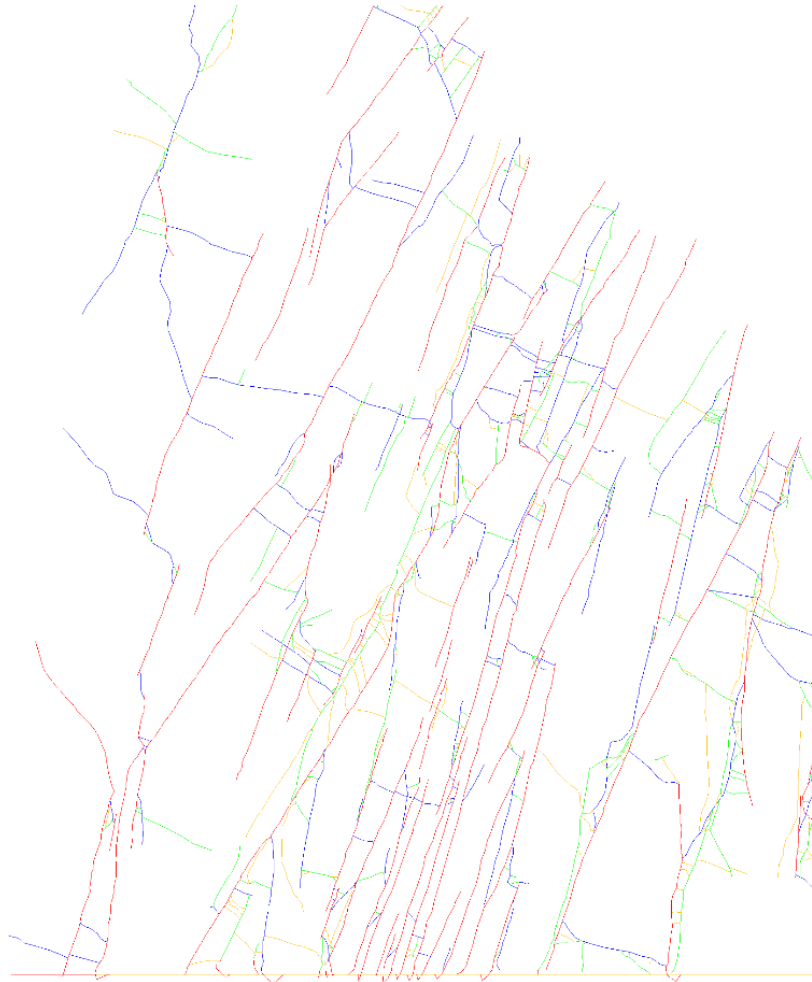
4. Helyszíni fotó a falról ráillesztett hálózattal

Repedések osztályozására bevezetett szintek:

1. szint: Azon repedések, amelyek nem csatlakoznak másikkba, csak beléjük csatlakoznak T-csomópontokon és Y-csomópontokon keresztül alsóbbrendű repedések.
2. szint: Azon repedések, amelyek legalább egy vagy több 1-es szintű repedésbe csatlakoznak közvetlenül.
3. szint: Azon repedések, amelyek legalább egy vagy több 2-es szintűbe csatlakoznak, s ha ez teljesül csatlakozhatnak magasabb szintű repedésbe is.

4. szint: Azon repedések, amelyek legalább egy vagy több 3-as szintű repedésbe csatlakoznak, ha ez teljesült csatlakozhatnak bármely magasabb szintű repedésbe is.

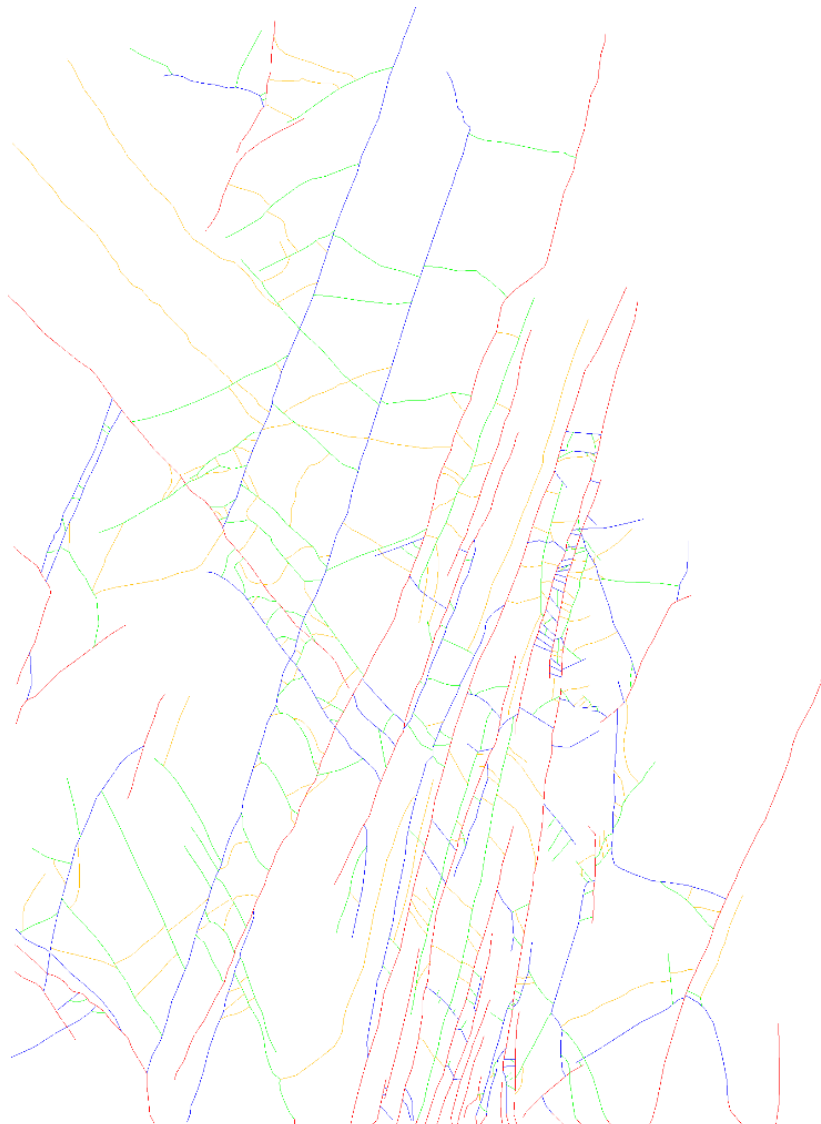
Megengedett bármely két repedés X csomópontban való találkozása is, amely nem befolyásolja a besorolását.



4. Vertikális falfelület osztályozott repedéseképe

1-es szint: piros, 2-es szint: kék, 3-mas szint: zöld, 4-es szint: narancssárga

Ezen besorolás alapján a megfelelő repedések ábrázolását először pixelgrafikus rendszerben végeztem, majd vektorgrafikus rendszerben ismét ábrázoltam. A szintek közötti hierarchia jelölésére színkódot használtam. A csomópontokat és a vízszintes és függőleges sík összemetsződését helyszíni megfigyelés és részletfotók segítségével rekonstruáltam.



5. Horizontális sík osztályozott repedésképe

1-es szint: piros, 2-es szint: kék, 3-mas szint: zöld, 4-es szint: narancssárga

A létrejött horizontális és vertikális M irreguláris mozaikokat besorolásuk szempontjából különálló hálózatokként kezeltem. Így adott, mindkét síkon megjelenő repedés, kaphat különböző besorolást síkjától függően.

4. Márvány a szimbolikus síkon

A megfelelő besorolás által előállított M_f és M_p irreguláris mozaikok kombinatorikai számításait elvégeztem. A mozaikot hézag- és átfedés mentesen véges konvex tartományokkal, poligonokkal közelítve ábrázoltam. Számoltam az átlagos csomóponti fokszámukat (\bar{n}^*), valamint az átlagos cella fokszámukat (\bar{v}^*). [5,6]

Csomóponti fokszámnak (n) nevezzük az adott csomópontban találkozó élek számát.

Cella fokszámnak (v) nevezzük a konvex poligonok csúcsainak számát.

Ezen mennyiségek megszámlálása után meghatározható a csomópontok (N) és a cellák (V) darabszáma.

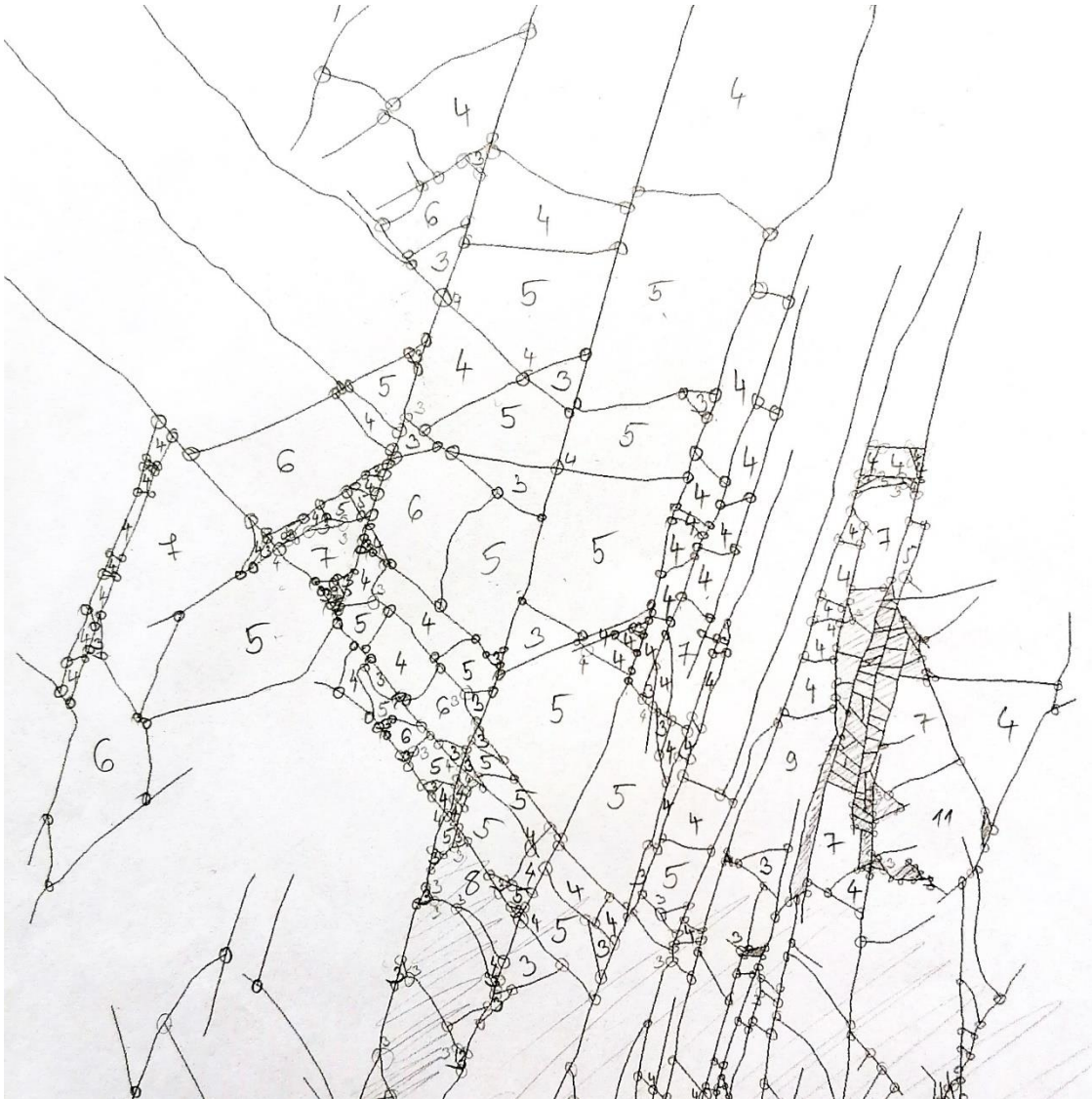
Az átlagos csomóponti- és cella fokszám pedig a következőképp áll elő az ismert mennyiségekből:

$$\bar{n}^* = \frac{\sum_{i=1}^N n_i}{N}$$

$$\bar{v}^* = \frac{\sum_{i=1}^V v_i}{V}$$

A számolt mennyiségekből megmondhatjuk a cellasűrűséget (ρ) is, \bar{v}^* és \bar{n}^* hányadosaként.

$$\rho = \frac{\bar{v}^*}{\bar{n}^*}$$



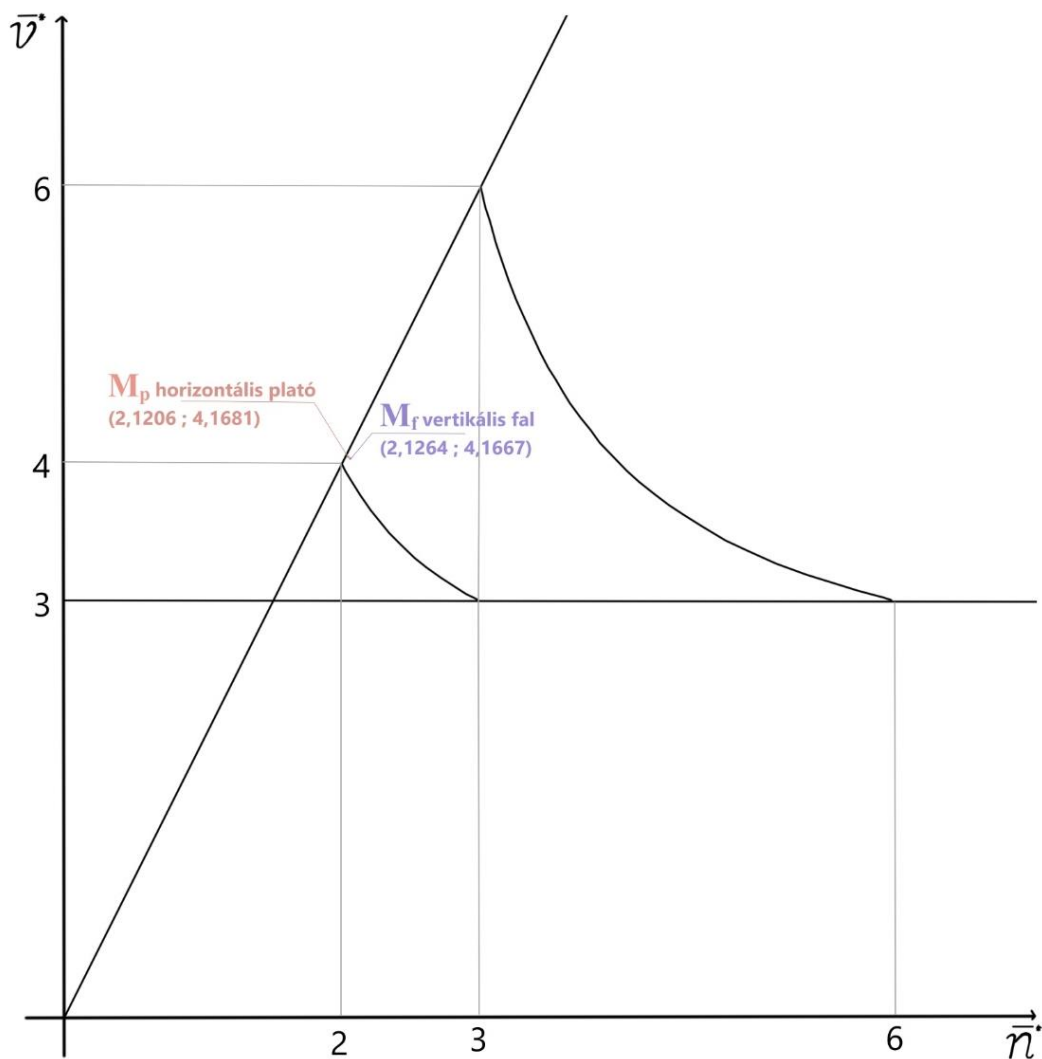
6. Horizontális plató manuális számolás részlet

A Cava Amministrazione [44°06'08"N10°08'00"E] repedésképeinek eredményei:

	vertikális falfelület	horizontális plató
N	1005	763
V	426	339
\bar{n}^*	2,13	2,12
\bar{v}^*	4,17	4,17
ρ	1,96	1,97

Az eredmények nagyfokú egyezéséből azt a következtetést vontam le, hogy a térbeli márványmozaik ebben a kombinatorikai értelemben izotróp. Tehát M térbeli irreguláris mozaik adott síkmetszetét tekintve M_f és M_p irreguláris mozaikok kombinatorikai átlagai közelítőleg megegyeznek.

A számolt értékek segítségével elhelyeztem a carrarai márványt a $[\vec{n}^*; \vec{v}^*]$ szimbolikus síkon.[2] A síkon való elhelyezéssel a mozaik összehasonlíthatóvá válik másfajta mintázatok kombinatorikai átlagaival. Így vizsgálható lehet a stabilitása.

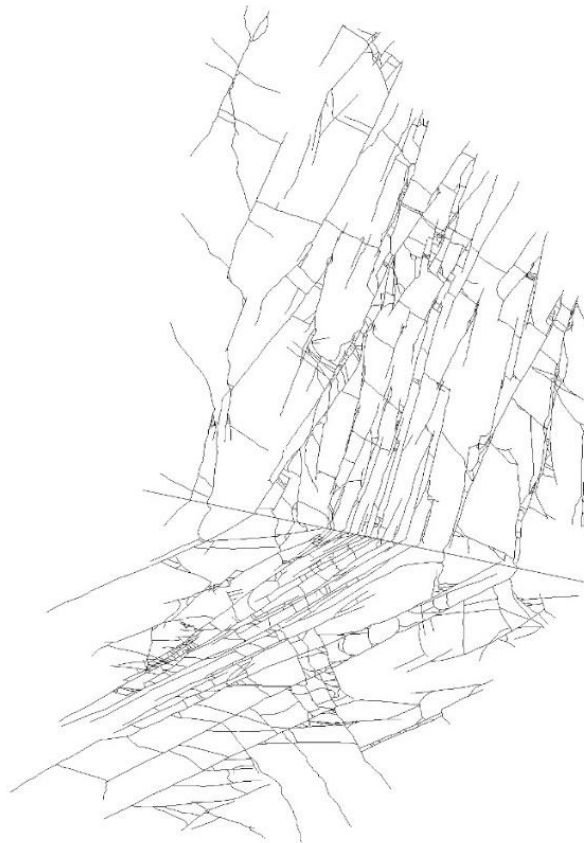


7. Ábra a felhelyezett márvány a szimbolikus síkra

5. Virtuális fragmensek

Az elkészült kétdimenziós M_f és M_p nézetek alapján elkészítettem a fal és a plató háromdimenziós modelljét. A síkok találkozásánál a valóságban megjelenő furatot egyszerűsítettem vonalszerű csatlakozásra.

M_f és M_p vegyes mozaikok, amelyekben rengeteg irreguláris csomópont van. Az irreguláris csomópontok és az azokból kiinduló repedések, valamint nem végig menő repedések elhagyásával meghatároztam az M_f^r , M_p^r reguláris részmozaikokat. Ezen mozaikok repedéseire fektetett síkháló meghatározza M^r reguláris térbeli részmozaikot a vizsgált $7,13 \times 6,14 \times 8,36 \text{ m}^3$ kubus belsejében. Ezen térbeli részmozaik cellái virtuális fragmensek.



8. Repedéskép térbeli ábrája

M^r térbeli mozaik olyan primitív (hipersík) mozaik, melyet generáló síkok nyomvonala teljes hosszában megjelenik a platón és a falon is.

Legyen a virtuális fragmens olyan poliéder, amelynek határoló lapjait M^r térbeli mozaik repedései, éleit ezen síkok metszésvonalai adják. A virtuális fragmenseket F^{Vr} -rel jelölöm.

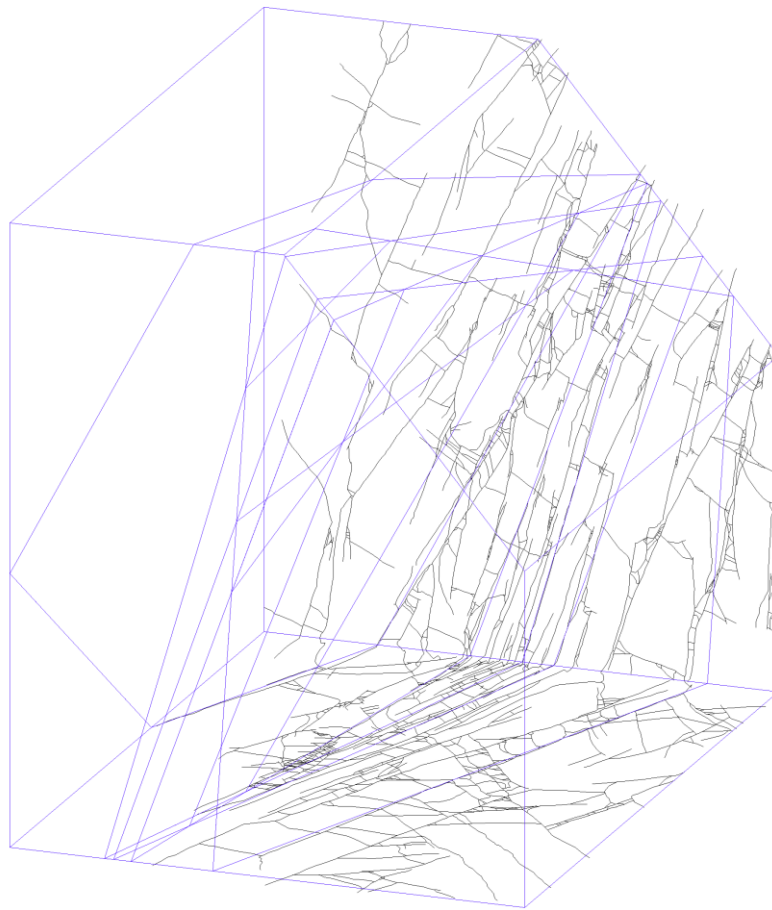
M^r felállításához az azonos irányú, egymáshoz közel elhelyezkedő, tehát megközelíthetőleg egy síkot meghatározó repedéseket egyszerűsítve egynek tekintetem. Ezen feltétel nélkül nem találunk végig menő repedéseket a tartományon.

F^{Vr} poliéderek alapján határoztam meg a háromdimenziós mozaikra vonatkozó felső korlátokat. M^r és F^{Vr} valódi felső korlátot ad, mert csak repedések eltávolításával hozzuk létre a térbeli modellt. Tehát a fragmentálódás minimumát keresve a fragmens térfogatok maximumát kapjuk.

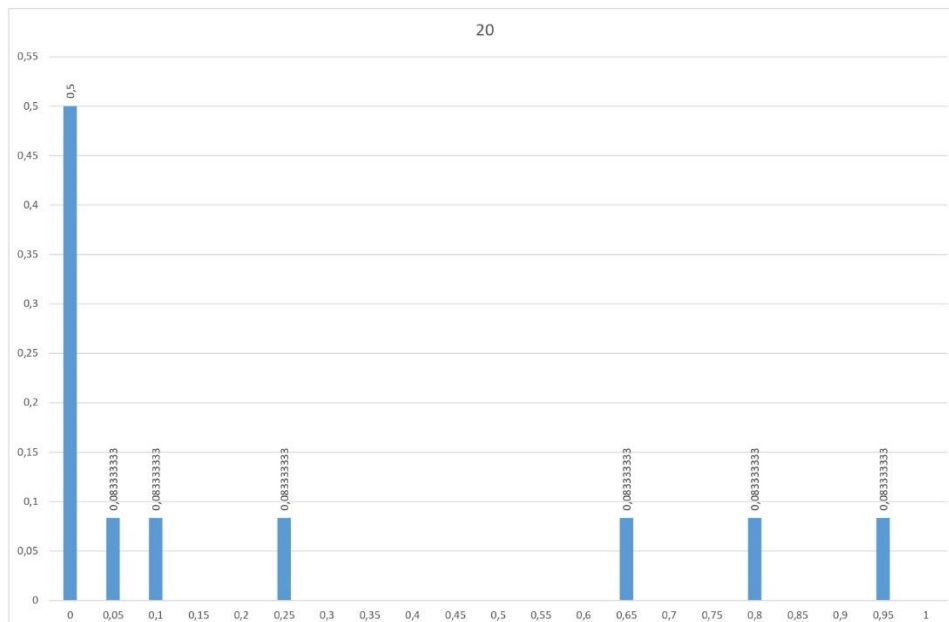
Eredmények:

felső korlátok	térfogat [m^3]	tömeg [tonna]
legnagyobb fragmens	107,1128	310,62712
átlagérték	27,09933	78,588057

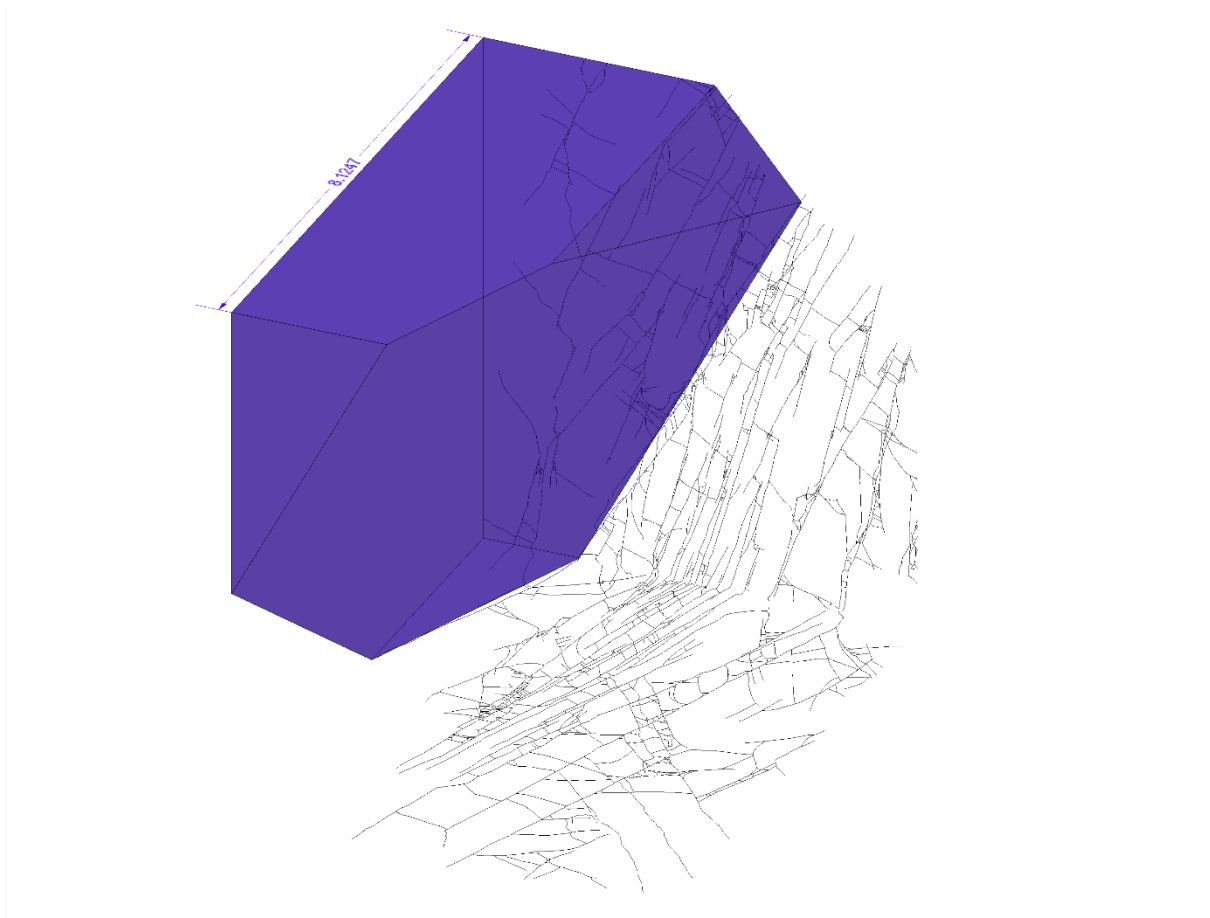
Legnagyobb fragmens legnagyobb lineáris mérete: 8,1247 m



9. Csökkentett vizsgálati tartomány felső korláthoz



10. Térfogateloszlás M^r térbeli reguláris mozaik alapján 20 urnára bontva



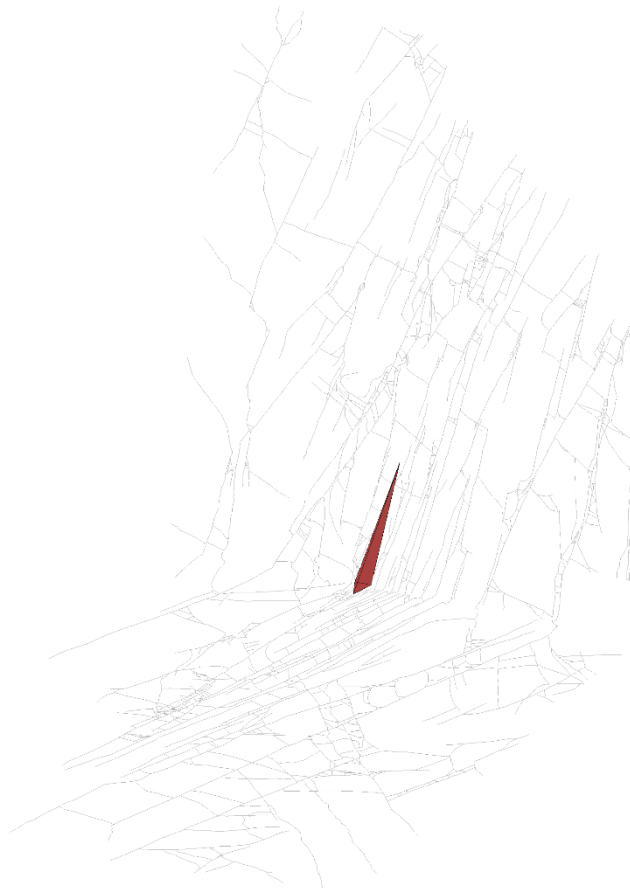
11. Legnagyobb F^{Vr} fragmens geometriája és pozíciója

A keresés alkalmazható bármely olyan repedésrendszerre, ahol megjelennek két egymásra merőleges síkon átforduló repedések.

6. Egy autonóm fragmens

Autonóm fragmensnek neveztem el az olyan poliédert, amelynek lapjait kizárólag olyan (M_f -en és M_p -n megjelenő) repedések nyomvonalaira illesztett síkok adják, amelyek a fragmens teljes tartományán létező repedések. A poliédert határoló élek ezen síkok metszésvonalalaiból adódnak. Megengedjük, hogy a valódi fal és plató síkja is határoló lap legyen.

Az autonóm fragmens olyan cella, amelyben nincs átmenő repedés. Nem feltétlen valódi fragmens, mert a megadott feltételek nem zárják ki olyan belső repedések létezését, amelyek nyomvonala másik M_f^r és M_p^r cellába esik. Az autonóm fragmens létező tömb, amely vagy egyben maradt a bányászat folyamán, vagy belső repedések miatt széttört. Ennek valószínűségét lehetne vizsgálni. A belső repedések létezésének meghatározására a bányászati folyamat megfigyelése nyújthat megoldást. Ezért állítom, hogy előfordulhat, hogy az autonóm fragmenst egyben bányászták ki.



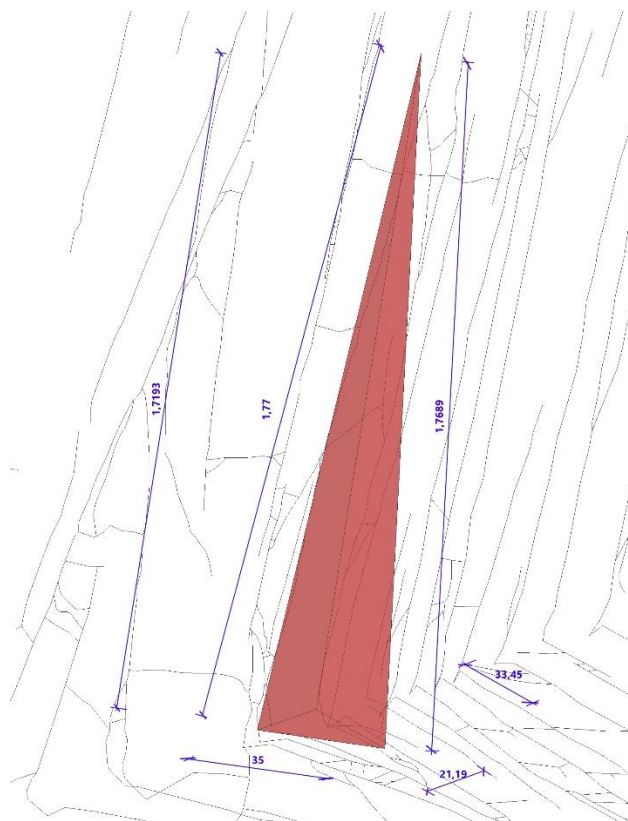
12. Meghatározott autonóm tömb

Mivel a repedések hosszán a valósághoz képest nem változtattam, a fragmens geometriáját valódi elemek határozzák meg.

Fontos, hogy ez a fragmens egy lokális keresés eredménye.

Eredmények

autonóm fragmens térfogata [m ³]	0,0192
autonóm fragmens tömege [tonna]	0,05568



13. Autonóm fragmens méretei

A kétdimenziós repedéshálózat M_f és M_p ábrákra tekintve is látható, hogy nem egyszerű ilyen fragmenst lokalizálni. Az átforduló repedések, amelyek szerepet játszhatnak a test generálásában, közel párhuzamosak, így jelentősen megnő az a hossz, amin a teljes repedésnek fizikailag is jelen kell lennie.

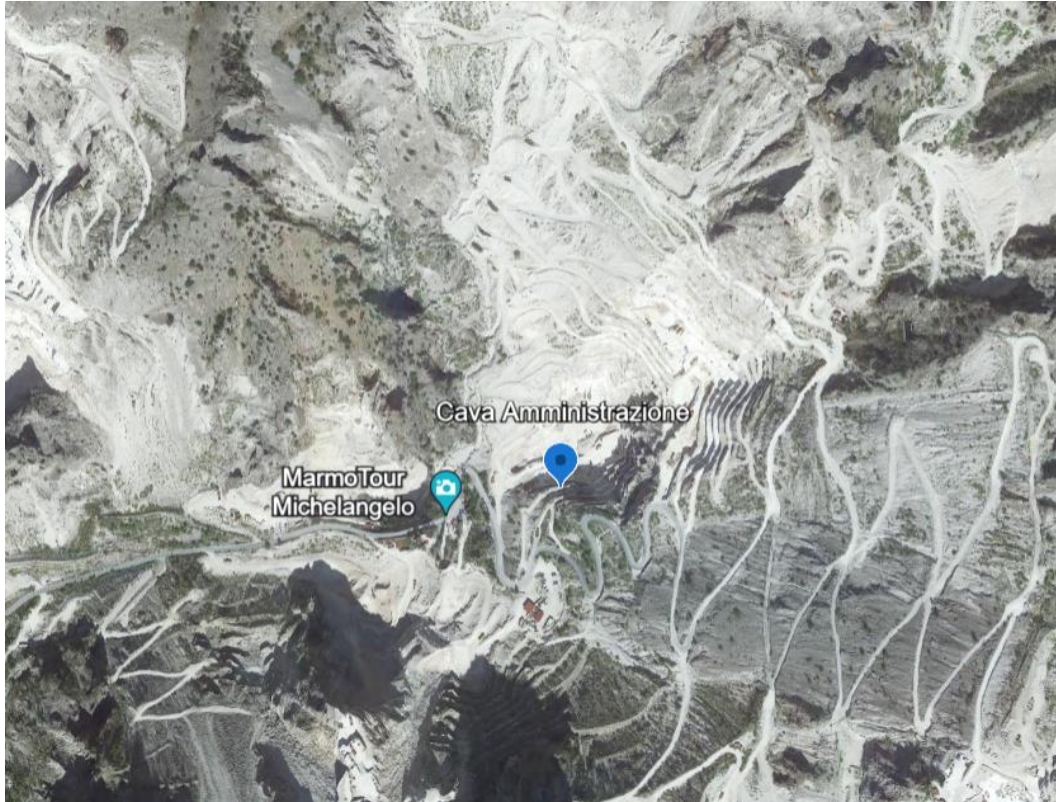
Egy másfajta hálózat esetén, ahol nem határozható meg egy ilyen konkrét főirány az átforduló repedéseknél, vagyis nem lesznek közel párhuzamosak könnyebben lehet autonóm fragmenseket lokalizálni.



14. Autonóm márványtömb a helyszínen

7. Összefoglalás

Dolgozatomban dokumentáltam két egymásra merőleges, csatlakozó repedésekkel rendelkező márvány mozaikot Olaszországban, Carrarában [44°06'08"N10°08'00"E]. A konvex geometria eszközeit használva kombinatorikai mennyiségekkel jellemeztem azt. [5,6] Arra a következtetésre jutottam, hogy a két mozaik kombinatorikai értelemben izotróp. Létrehoztam M^f reguláris térbeli modellt M_f és M_p repedéseképek segítségével. Korlátokat adtam a háromdimenziós mozaik poliédereinek méreteire. Valamint sikerült meghatároznom egy, a modell rendszerében értelmezett autonóm fragmens geometriáját. Szerintem lehet tovább pontosítani a használt regularizációs térbeli módszert. Például, a vízszintes és függőleges sík találkozásánál megjelenő mélyfurat okozta elcsúszásokat precízebben visszaállítani. Az átforduló repedésekre illesztett síkok megadására konkrét szabályokat lehetne adni. A repedések sok esetben nyilván nem egyenesen mennek, hanem irányt változtatnak, így az illesztett sík nem követi le pontosan a repedés vonalát. A három pont megadásánál rögzíteni lehetne a pontok helyét a repedés arányaihoz képest, ezzel egy szigorúbb modellt lehetne felállítani.



15. Térkép a Cava Amministrazione-ról

Köszönetnyilvánítás

Köszönöm a kitartó támogatást, mindig gyors segítségnyújtást konzulensemnek, Dr. Domokos Gábornak. Valamint köszönöm Dr. Duccio Bertoinak az elengedhetetlen helyszíni és szervezésbeli segítséget. Köszönöm az Albrecht Science Fellowship keretében kapott támogatást.

Irodalomjegyzék

- [1] I. Stone: *Michelangelo*. Kossuth, Budapest, 2001.
- [2] G. Domokos, D. J. Jerolmack, F. Kun, and J. Török, 'Plato's cube and the natural geometry of fragmentation', *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 117, no. 31, Aug. 2020, doi: [10.1073/pnas.2001037117](https://doi.org/10.1073/pnas.2001037117).
- [3] Copplestone, Trewin (2002). *Michelangelo*. Wellfleet Press.
- [4] Stanley, Diane (2000). *Michelangelo*. Harper Collins
- [5] G. Domokos and Z. Lángi, 'On some average properties of convex mosaics' *Experimental Mathematics*, vol 31, pp 783-793 (2022).
- [6] G. Domokos, Á.G. Horváth and K. Regős, 'A two-vertex theorem for normal tilings' *Aequationes Mathematicae* vol. 97, pp185-197 (2023)

Ábrajegyzék

- 1.: Saját készítésű fénykép Cava Amministrazione, Carrara
- 2.: Domokos Gábor ábrája
- 3.: Saját készítésű fényképre (Cava Amministrazione, Carrara) helyezett ábra Autocad diák licenz (Krita)
- 4.: Saját készítésű ábra Autocad diák licenz
- 5.: Saját készítésű ábra Autocad diák licenz
- 6.: Saját készítésű ábra Autocad diák licenz, kézi rajz
- 7.: Saját készítésű ábra Krita
- 8.: Saját készítésű ábra Autocad diák licenz
- 9.: Saját készítésű ábra Autocad diák licenz
- 10.: Saját készítésű diagram MS Excel
- 11.: Saját készítésű ábra Autocad diák licenz
- 12.: Saját készítésű ábra Autocad diák licenz
- 13.: Saját készítésű ábra Autocad diák licenz, Krita
- 14.: Saját készítésű fényképre (Cava Amministrazione, Carrara) helyezett ábra Autocad diák licenz, Krita
- 15.: Google Earth