

Billegő oszlopok térbeli mozgásának kísérleti vizsgálata

TDK dolgozat

Szerző:

Kocsis Márton

Konzulens:

Dr. Ther Tamás
egyetemi adjunktus



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Építészmérnöki Kar - Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék

Budapest

2020.

EZ A KUTATÁS AZ INNOVÁCIÓS ÉS TECHNOLÓGIAI MINISZTERIUM ÚNKP-20-2
KÓDSZÁMÚ ÚJ NEMZETI KIVÁLÓSÁG PROGRAMJÁNAK A NEMZETI KUTATÁSI,
FEJLESZTÉSI ÉS INNOVÁCIÓS ALAPBÓL FINANSZÍROZOTT SZAKMAI
TÁMOGATÁSÁVAL KÉSZÜLT.



NEMZETI KUTATÁSI, FEJLESZTÉSI
ÉS INNOVÁCIÓS HIVATAL



INNOVÁCIÓS ÉS TECHNOLÓGIAI
MINISZTERIUM

 Új Nemzeti
Kiválóság Program

Tartalom

| | |
|--------------------------------------|----|
| Absztrakt..... | 2 |
| Bevezetés..... | 3 |
| Probléma felvetés | 8 |
| Kísérleteink..... | 9 |
| Kísérleti adatok vizsgálata..... | 11 |
| Következtetések..... | 18 |
| Összegzés, a kutatás folytatása..... | 20 |
| Hivatkozások | 22 |

Absztrakt

Kutatásunk során a térbeli billegő mozgást végző merev testek dinamikájával foglalkoztunk. Billegő rendszerekkel találkozhatunk falazott szerkezetek egyes elemeiként (oszlopok, ívek, falak), innovatív földrengésvédelem szerkezeteként (billegő merevítő falak), vagy földrengés során megmozduló tartályok, gépek, járművek esetén.

A síkbeli, billegő - rocking - mozgást végző hasáb mozgását George W. Housner írta le, 1963-ban [1]. A billegő test a mozgás során egyik sarka körül fordul, majd egy ütközést követően a másik sarka körül emelkedik fel. Amennyiben ez az ütközés tökéletesen rugalmatlan, és a test nem csúszik meg az ütközés pillanatában, a perdület megmaradás segítségével az ütközés utáni szögsebesség az ütközés előtti szögsebesség és a test geometriája alapján számolható. Ezen, Housner által bevezetett ütközési szám segítségével számos kutató, billegő rendszerek vízszintes gerjesztésre - például földrengésre - adott válaszának meghatározására alkalmas, numerikus módszereket dolgozott ki. A kísérleti tapasztalatok azonban azt mutatják, hogy még egyetlen billegő elemnél is az ütközések során elemészett energia mértéke kisebb, mint a Housner által jósolt érték. Ezen eltérésnek lehet oka az érintkező felületek egyenetlensége [2], valamint az, hogy a mozgás sosem tökéletesen síkban történik.

Az elmúlt 1 évben ezt a jelenséget vizsgáltuk meg térben billegő kőtömbök esetén. Olyan laboratóriumi kísérletsorozatokat hajtottunk végre, melyekben azonos magasságú, de alaprajzban eltérő oldalarányú, téglalap alapú hasábok térbeli billegő mozgását rögzítettük. Összehasonlításokat végeztünk a rögzített adatok és a síkbeli, dinamikai modelleken alapuló számítások között, és az egyes eltérő alaprajzi arányok esetén meghatároztuk, hogy a mozgás térbelisége mennyire befolyásolja annak lefolyását. A kísérleti adatgyűjtéshez a szenzorfüzióval működő X-IMU műszert használtuk, a kiértékelést saját fejlesztésű MatLab programmal végeztük el.

Bevezetés

Földrengések hatására szerkezeteink, építményeink billegő mozgásba kezdhetnek. Ez a mozgás destabilizálja a testeket és komoly károkhoz vezethet (lásd 1.ábra). George W. Housner, a Kaliforniai Műszaki Egyetem professzora, az 1960-s Chilei földrengést követően, megfigyelte, hogy számos karcú szerkezet állva maradt, míg más stabilabbnak feltételezhető épület összedőlt. Ez sarkalta, hogy kielemezze a jelenséget és egy egyszerű dinamikai modellt alkosson annak bemutatására[1].

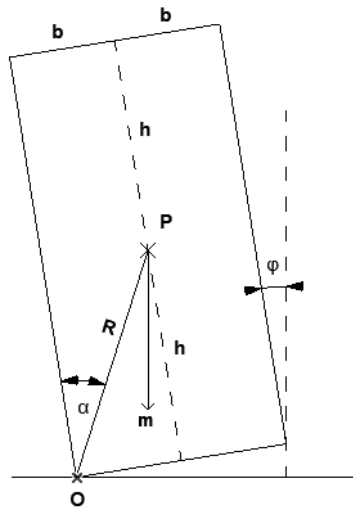


1.ábra

Földrengés hatásra felborult vonat, 1906, San Francisco

Forrás: <https://yubanet.com/scitech/toppled-train-offers-insight-into-1906-san-francisco-earthquake/>

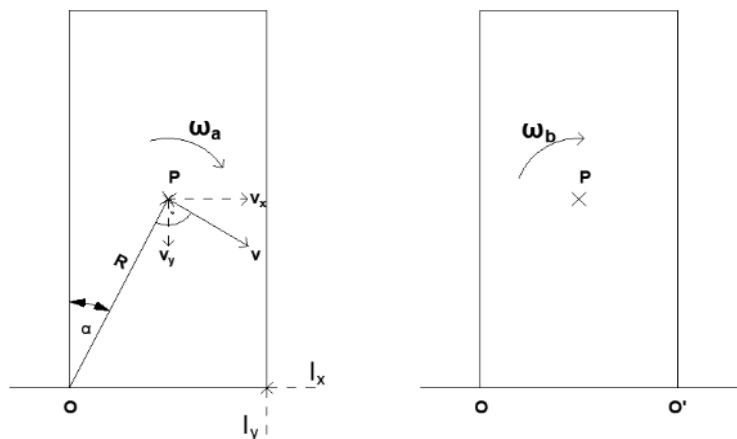
Housner a gerjesztett és szabad lengést vizsgálta, leegyszerűsített, idealizált formában. Modelljében egy téglalap keresztmetszetű, merevtestet vett alapul, amelyet oldalirányú erőhatás gerjeszt (lásd 2. ábra). Ennek hatására pedig a test billegő (rocking) mozgásba kezd. A súrlódási tényezőt elég nagyra feltételezte a test és a talapzat között ahhoz, hogy ne történhessen elcsúszás. A billegő mozgás során, a test a két talapzaton lévő sarka körül végez forgó mozgást.



2.ábra

Housner féle modell

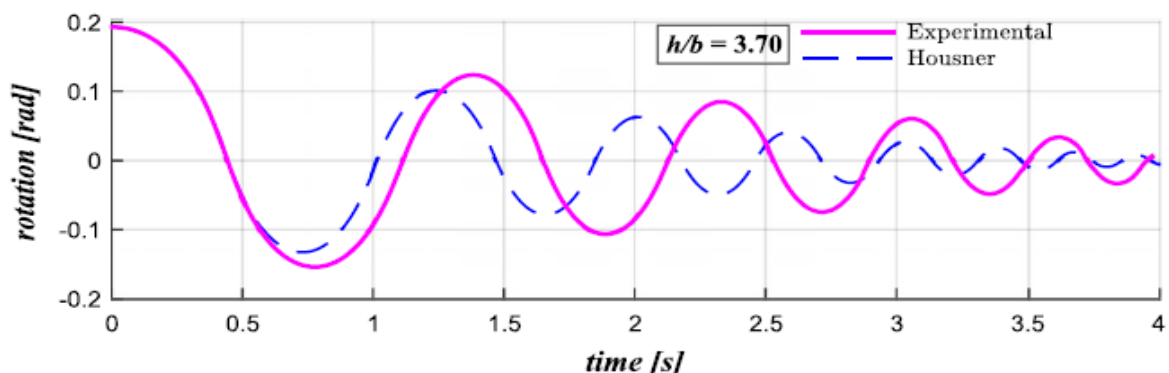
A tömb az elbillenés közben egyenletesen változó forgó mozgást végez az O pont körül amit a saját tömege lassít majd vissza is fordít, amennyiben a kezdeti gerjesztés nem elég nagy a felborításához (lásd 3. ábra). Előbbi esetben, a szöggyorsulása addig nő, amíg a test vissza nem tér a függőleges helyzetbe. Addig a pillanatig a tömegközéppont (P) mozgása leírható egy pillanatonként változó vízszintes (v_x) és egy függőleges irányú (v_y) sebességgel. A földet érés pillanatában a függőleges irányú komponens megszűnik; elnyeli egy vele ellentétes irányú impulzus (I_y). Ebben a pillanatban a test tömegközéppontját csak a mozgás vízszintes irányú komponense forgatja tovább. Így a test kisebb sebességgel folytatja a mozgását addig, amíg az ütközések során mozgási energiája teljesen el nem disszipálódik. Az ütközéseket Housner a test földet érés előtti és az az utáni legnagyobb szögsebességének arányával jellemezte (ω_b/ω_a). Ezzel a Housner féle arányszámmal numerikusan leírhatóvá válik adott geometriájú test szabadon billegő mozgásának lefolyása. Ez az ütközési szám sosem lehet 1-nél nagyobb, hiszen az azt jelentené, hogy a hasáb billegésének sebessége nem csökken, hanem éppen hogy nő; többlet energiára tesz szert a mozgása során. Minél kisebb a Housner féle ütközési szám, annál kisebb sebességgel folytatja a test a mozgást, tehát a billegés hamar befejeződik. Azonban ha az arányszám nagy, a test tovább billeg, hiszen sebességéből keveset veszít a földet érések során.



3. ábra

Szögsebesség változása a Housner modellben

Az immár több mint fél évszázados modell egyszerű és jó közelítést ad a valósághoz. Ezt számos későbbi, gyakorlati kísérlet sorozatot végző kutatás is megvizsgálta [2] [3] [4]. Ezen kutatások mindegyike azt tapasztalta, hogy a mozgás alapvető lefolyását jól jellemzi a Housner modell. Eltérések természetesen mindig voltak, melyekben megfigyelhető volt bizonyos azonosság. A dinamikai modell szinte minden esetben túlbecsülte az energia disszipációt. Ez problémát jelent egy szerkezet vizsgálata esetén, hiszen a számítás alapjául szolgáló modell a biztonság kárára téved. Tehát a szabad billegő mozgást végző merevtestek, hasonló módon mozognak ahhoz, ahogy azt a számítások megjósolják, de sokkal később stabilizálódnak, mint ahogy azt azok előrejelzik (jelenségre példát lásd 4. ábrán). Ezen tények miatt a Housner modell átgondolása, kiegészítése indokolt.



4. ábra

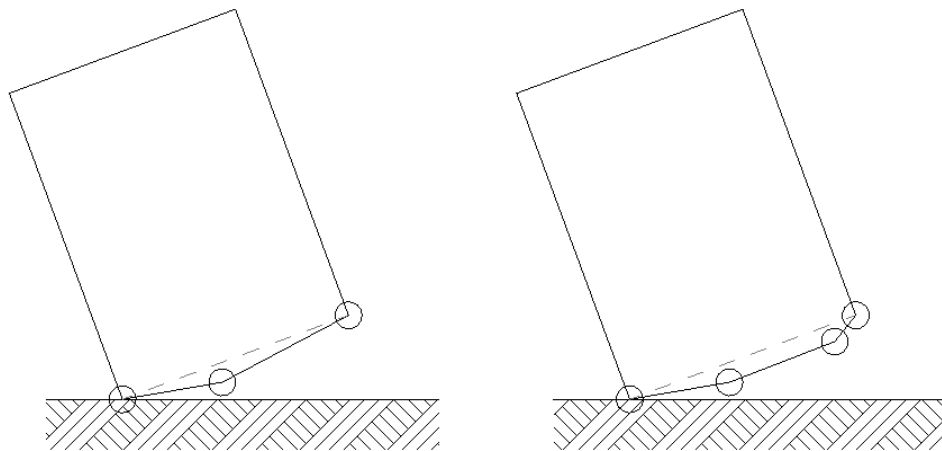
Általános példa egy billegtetés kísérlet Housner modell által jósolt lezajlására, és a valós kísérleti tapasztalatra

Forrás: [2]

Sok kutatás mutatott már rá a módszer korlátaira illetve a kísérletek során tapasztaltak lehetséges okára. Mivel a modell egy karcsú, merev test, síkban történő mozgásaként írta le a jelenséget több alkalommal is vizsgálat alá került olyan tömbök billegése melyek tulajdonságai eltérnek e három kritériumtól. Lipscombe és Pellegrino [3] kísérlet sorozatukban zömök tömböket vizsgáltak. Az tapasztalták, hogy adott keresztmetszet mellett minél kisebb magasságú hasábot billegtettek annál nagyobb eltérést mutatott a valóság a számításokhoz képest. Ennek oka az, hogy Housner a képletek levezetése során linearizált ($\sin\alpha\approx\alpha$). A képlet jó matematikai közelítést ad olyan testek esetében, melyeknél a karcsúságot jellemző α szög (2. ábra, 3. ábra) kisebb, mint 20° . Mivel Housner célja karcsú szerkezetek viselkedésének megjósolása volt (jellemzően oszlopok, pillérek, toronyszerű építmények), melyek jelentős része ebbe a tartományba esik, ezért számára nem volt lényeges szempont az arányszám e korlátossága.

Elgawady és társai kutatásának [4] középpontjában az érintkező felületek anyagának hatása állt, egy szabadon billegő test viselkedésére. Kísérleteikből kiderül, hogy minél kevésbé viselkedik mereven a mozgás során földhöz érő anyag, annál gyorsabban áll meg a hasáb. Ennek oka nem csak a rugalmas anyagok energia elnyelő képessége, de az esetlegesen bekövetkező alakváltozások is.

Ther és Kollár, a modell finomításához laboratóriumi kísérleteket hajtottak végre [2]. Próbatestek gránitból készültek biztosítva ezzel a kellő merevséget; valamint karcsúságuk is elégségesen nagy volt, hogy Housner közelítése helyes legyen. Ennek ellenére továbbra is sokkal kisebb energia disszipációt tapasztaltak. Hipotézisük szerint a Housner féle modell túlságosan tökéletesnek feltételezi körülményeket. A több évtizede használt modell alapjául szolgáló számítások egy tökéletesen sík talapzaton álló szabályos alakú test síkbeli mozgását írták le. A finomítási javaslat erre a problémára egy olyan megoldást feltételez, amely azon könnyen belátható tényen alapul miszerint a valóságban nem létezik teljesen sima felület. Ther és Kollár a felület egyenetlenségeit úgy vették számításba, hogy a billegő testen a két sarok pont között köztes felütközési pontokat, kiemelkedéseket adtak a modellhez (lásd 5. ábra), melyek a felületi egyenetlenségekkel megegyező hatást váltottak ki.

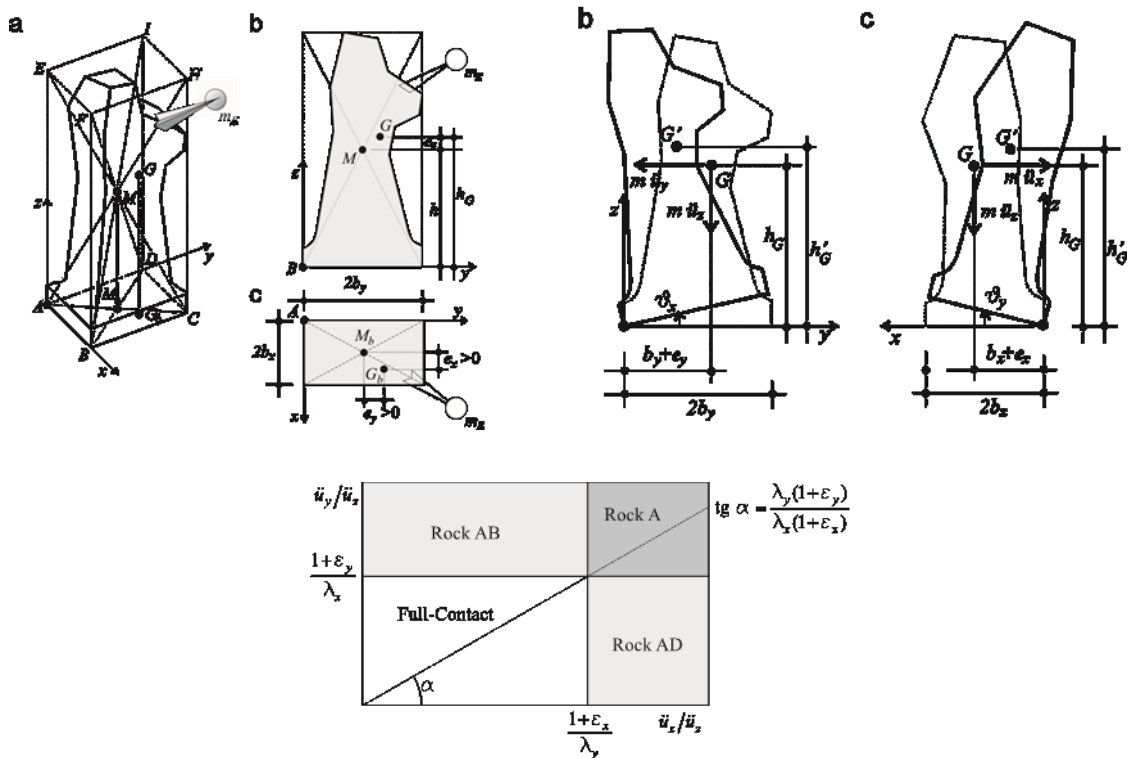


5. ábra

Housner modell szabálytalanságokkal

A billegés során a testnek ezeken a pontokon is át kell fordulnia. A számítási eredmények alapján adott billegő hasáb sokkal kevesebbet veszít a perdületéből ebben a modellben, mint a pusztán két sarkán billegő elem. Számításaikat kísérletekkel támasztották alá. A kísérleti mérések jelentős egyezést mutattak az őket megelőző számítások eredményeivel.

Housner dinamikai modelljének 3 dimenzióbeli értelmezése is megtörtént már, Daniele Zulli, Contento A. és Egidio A. által [5]. Kutatásuk során a merevtest 3D mozgását leíró Newton-i egyenletekkel és a Housner által javasolt ütközési modell segítségével írták le a térbeli billegés jelenségét. Munkájuk során megállapították, milyen irányú és nagyságú gerjesztések hatására kezd adott test a sarkain valamint az oldalélein elfordulni (6. ábra).



6. ábra

Négyszögletes alaprajzú test kibillenés, különböző kezdeti gerjesztésekre

Jelmagyarázat:

- \ddot{u} : adott irányú gyorsulás
- m : test tömege
- \mathcal{E} : adott irányú külpontosság

Forrás: [5]

Probléma felvetés

A billegést leíró dinamikai modellek, a jelenséget teljesen szabályos mozgásként feltételezik. Ugyanakkor belátható, hogy a test billegésnek lezajlását számos tényező befolyásolhatja. Síkbeli jelenségből térbelivé fajulhat akár a mozgás során érintkező felületek egyenetlenségei, és a billegést kiváltó gerjesztés szabálytalanságai miatt is. Zulli és társai 3 dimenziós modellje ugyan a térbeli mozgást írja le, de a billegés térbelivé válását csak a kezdeti gerjesztés iránya vagy a test geometriai középpontjának és tömegpontjának különbsége okozhatja.

Hipotézisünk szerint a mozgást erősen befolyásolhatják a különböző méretű rendellenességek, mint például a Ther és Kollár cikkben részletezett imperfekciók (tökéletlenségek) melyek azonkívül, hogy növelik az ütközési számot, más irányokba is kimozdíthatják a testet. Kutatásunk során nem találtunk a billegést térbeli jelenségként dokumentáló kísérlet

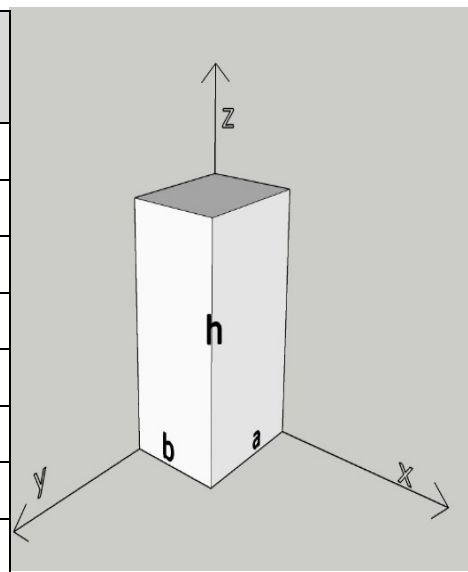
sorozattal, ami alátámasztaná vagy cáfolná feltételezésünk. Témával kapcsolatos tevékenységünk fő célkitűzése tehát ennek pótlása.

Tervezett kísérleteink indokoltsága az, hogy minden eddigi kísérleti kutatás, Housnerhez igazodva csak 2 dimenzióban vizsgálta a billegést, a test mélységével és alaprajzi oldalarányával nem foglalkozott. Kutatásunk másik fő célja megvizsgálni, hogy egy adott keresztmetszetű test mélysége, azaz a fő billegés síkjában lévő keresztmetszetre merőleges kiterjedése, mennyire befolyásolja annak billegő mozgását.

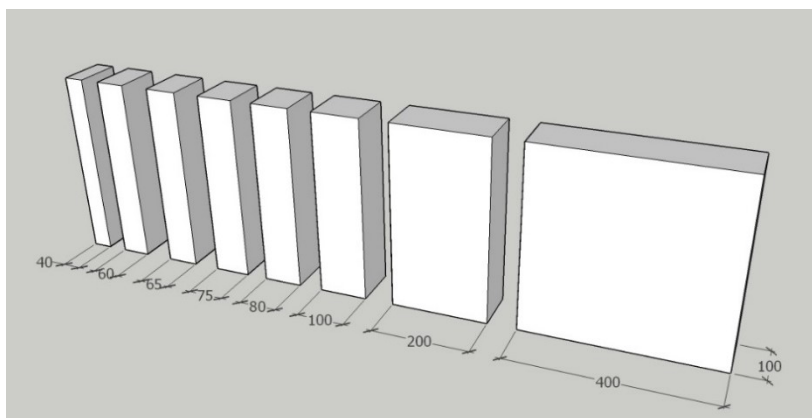
Kísérleteink

Kísérleteink során gránit tömböket billegtetünk, melyeket merev testnek tekintünk. A tömbök egyenes, téglalap alapú, homogénnek tekinthető hasábok. Magasságuk és egyik oldalélük megegyező; köztük a különbség csak az erre merőleges kiterjedésük (mélységük) (lásd 8. és 9. ábra). A hasábok karcsúsága megfelel a Housner modelljénél használt linearizáció feltételeinek ($\alpha < 20^\circ$, jelölés lásd: 2. és 3. ábra) [1].

| Jelölés | Mélység (a) (mm) | Szélesség (b) (mm) | Magasság (h) (mm) |
|---------|---------------------|-----------------------|----------------------|
| 1 | 40 | 100 | 400 |
| 2 | 60 | 100 | 400 |
| 3 | 65 | 100 | 400 |
| 4 | 75 | 100 | 400 |
| 5 | 80 | 100 | 400 |
| 6 | 100 | 100 | 400 |
| 7 | 200 | 100 | 400 |
| 8 | 400 | 100 | 400 |



8. ábra
Kísérleti testek méretei és oldalaik jelölése



9. ábra

Kísérleti testeket szemléltető ábra

Kísérleteinket a Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék Czákó Adolf Laboratóriumában végeztük. A próbatesteket egy másik, simára polírozott gránit tömbön billegtettük. Az alapul szolgáló gránit tömb a labor rázóasztalának acél gerendáján lett elhelyezve, az acél gerenda és a kőtömb között egy vékony rongyot helyeztünk el, hogy a kőtömb az acélon lehetőleg ne rezegjen. Az alapsík szándékunk szerint vízszintes volt.

A testeket „a” jelű oldalélük mentén billentettük ki, így a Housner modellben vizsgált síkbeli keresztmetszetük ($b \cdot h$), minden testnél megegyező. A billegéseket a szenzorfüziónal működő X-IMU műszerrel rögzítettük melyet a vizsgált testre erősítettünk (10. ábra). Miután kibillentettük a tömböket, hagytuk őket szabadon billegni és rögzítettük a mozgási adataikat. Mivel ugyanazon oldalélükre merőlegesen billentettük ki a testeket, geometriájuk miatt Housner modellje szerint, eltérő mélységüktől függetlenül a mozgás azonosan fog lejátszódni. Amennyiben tehát különbséget tapasztalunk, következtethetünk, arra miként befolyásolja egy test térbeli kiterjedése a billegő mozgását.

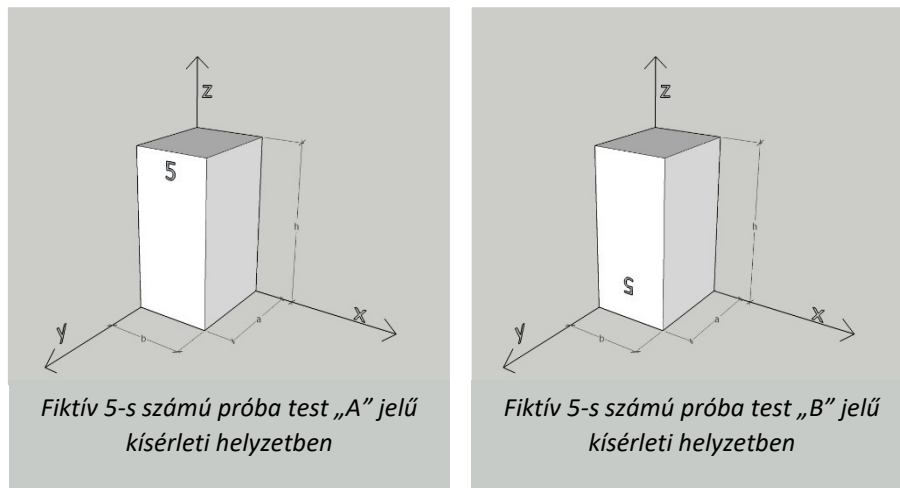


10. ábra

Fénykép egy kísérletről

Forrás: Saját fotó

Annak érdekében, hogy minél jobban megközelítsük a tökéletesen sík érintkező felületeket, rendszeresen megtisztítottuk őket a portól, illetve az alap- és fedőlapjukra állítva is elvégeztük a kísérletet. Ezeket „A” és „B” jelű kísérletsorozatnak neveztük el (lásd 11. ábra). Minden tömbnél és beállításnál 5-ször megismételtük a kibillentést, hogy kiszűrjük a véletlenszerűen jelentkező nagyobb eltéréseket. Megjegyzendő, hogy egyes próbatestek esetén az alsó és felső lapok mérete jelentős eltérést mutatott (milliméteres nagyságrendben is).



11. ábra
„A” és „B” jelű kísérleti állások
bemutatása

Kísérleti adatok vizsgálata

Az X-IMU műszer első kísérleteinknél AHRS (Attitude and Heading Reference System) beállítással rögzítette az adatokat, 512 Hz mintavételezési frekvenciával, bluetooth kapcsolaton keresztül küldve az adatokat a számítógépre. Ezekkel a beállításokkal nyerhettük ki közvetlenül a legtöbb adatot a mozgásból. Sajnos a bluetooth kapcsolat bizonytalansága miatt le kellett mondanunk erről az adatátviteli módról így USB kábellel csatlakoztattuk a műszert a továbbiakban. A kábel nem állt útjában a kötömbnek a billegése során és a súlya sem volt számottevő ahhoz, hogy befolyásolja az eredményeinket. Ellenben sajnos ez nem tette lehetővé másodpercenként 512 adatsor átvitelét, így redukálnunk kellett a rögzítés mintavételezési frekvenciáját 256 Hz-re.

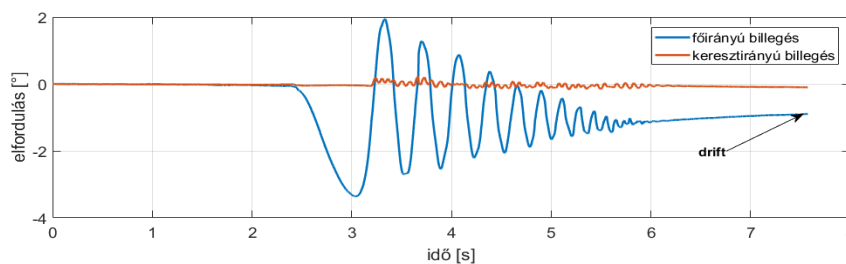
A kinyert adatokat a Matlab-ban általunk írt programmal elemeztük. Ez a program a bevitt adatsorokból, a mozgást szemléltető diagramokat készített, melyek az idő függvényében mutatják meg a test elfordulásait a test főirányú kibillentésének síkjában lévő vízszintes,

függőleges és az ezekre merőleges irányú tengely körül. Ezen „nyers” futtatásokból pedig kettő mérőszámot nyertünk ki minden adatsorhoz.

- Az egyik, a legnagyobb keresztirányú és a legnagyobb főirányú billegés aránya, mellyel a mozgás térbelisége jellemezhető. Főirányú billegésként hivatkozunk azokra a kibillenésekre melyek a kimozdítás síkjában történnek (ezeket írta le Housner), keresztirányú billegésnek pedig az erre merőleges irányú kibillenéseket.
- A másik mérőszám a mért ütközési szám, azaz a billegő kötömb földet érés előtti és utáni szögsebesség maximumainak az aránya, melyet Housner modellje a geometriából számít ki, mi pedig a kiértékelési adatokat felhasználva a tényleges értéket kaptuk meg.

Az első kísérleti adataink értelmezhetetlenül zajos és elmozdult ábrákat eredményeztek. Ennek legvalószínűbb oka, a kísérleti helyet körülvevő nagymennyiségű fém. Az AHRS beállítás esetén a műszer a föld mágneses terét és a nehézségi gyorsulás irányát felhasználva épít vektorteret, melyet viszonyítási alapnak használ az elmozdulások mérése során. A műszer magnetométerét azonban megzavarhatják a környező mágneses anyagok. Ugyanakkor az eredmények bebizonyították, hogy a 256 Hz-es rögzítés is megfelelő az elemzéshez.

A továbbiakban AHRS helyett IMU (Inertial Measurement Unit) beállítással ismételtük meg a kísérleteket. Ez utóbbi nem használ magnetométert, így a fém tárgyak nem befolyásolják annak pontosságát, viszont közvetlenül csak a szögsebesség és gyorsulás adatok kinyerésére képes, az elfordulásokat ezekből utólag számítja. Sajnos már a nyers, első Matlab kiértékelések után láthattuk, hogy bár az elfordulás adatsorok simák, az adatokban megjelenik egy erőteljes eltolódás, „drift”, amely a szögsebességekből való integrálás állandó hibáiból adódik össze (lásd 12. ábra).

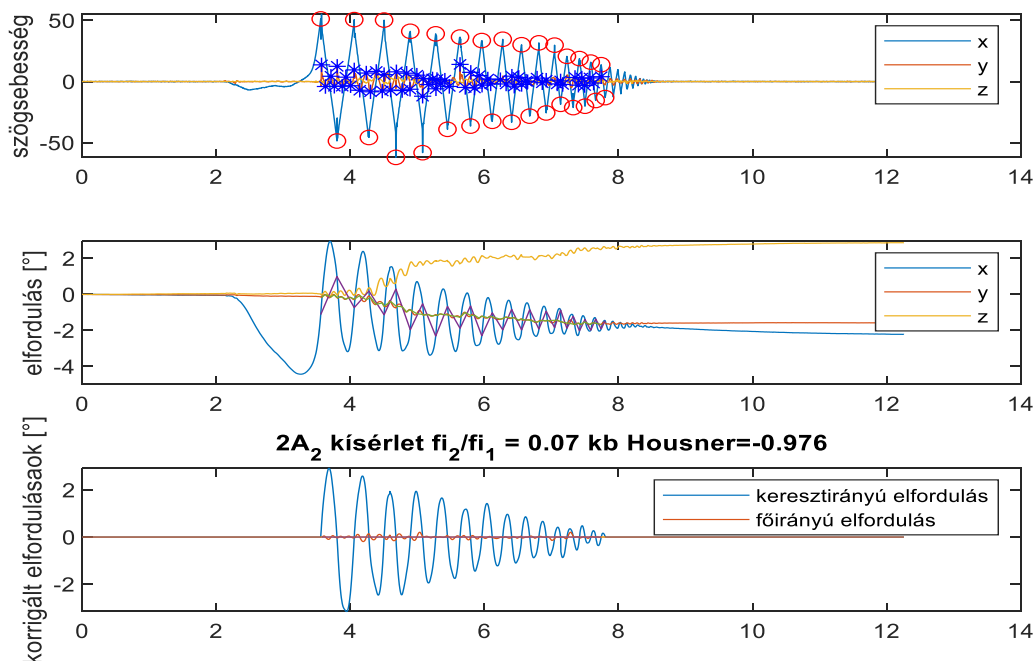


12.ábra
Rögzített, nyers elmozdulás
függvények

A szögsebesség adatokat azonban helyesen méri a szenzor. A helyes elfordulás függvényeket a következő módon állítottuk elő :

- Megállapítottuk hol találhatók lokális maximumok a szögsebesség görbéken.
- Ezekben az időpillanatokban ütközik a kötömb a talapzathoz, így ismert értéként ezeket a pontokat átvettítettük az elmozdulás függvényekre.
- Mivel tudtuk, hogy ezekben a pillanatokban a műszer elmozdulásának 0 értéket kellene felvennie (hiszen itt tér vissza a billegő test a függőleges pozícióba), ezért egy hiba függvényt illesztettünk az elmozdulás görbéken ezekre a helyekre, melyet az eredeti elfordulás függvényből kivonva megkaptuk a helyes elmozdulás függvényt, ami pontosan mutatja a test elfordulásait (lásd 13. ábra).

Ebből az új függvényből már számíthatóvá vált a fő és keresztirányú billegések aránya.

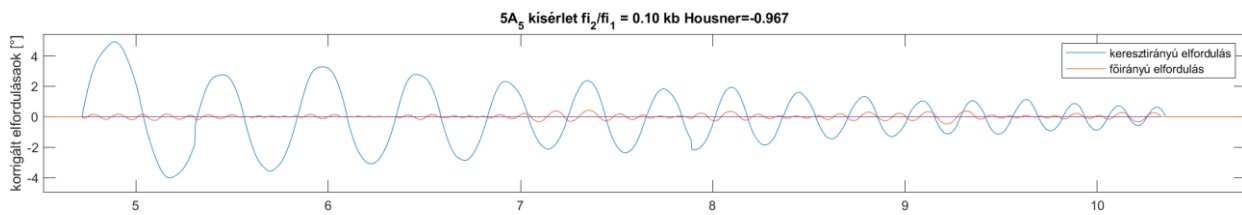


13. ábra

Elmozdulás adatok korrekciója hiba függvénnyel a Matlab-ban

A főirányú billegéseken kívül folyamatosan tapasztalható keresztirányú elmozdulás minden gránittömb esetében (példát lásd 14. ábrán). Ezek mértéke testenként eltérő volt, de gyakran nagy különbségeket észleltünk ugyanazon tömbön elvégzett kísérletek között is. Számítottunk arra, hogy fogunk ilyet tapasztalni, de mivel minden testet alap- („A” jelű kísérlet sorozat) és fedőlappjára („B” jelű kísérlet sorozat) állítva is megvizsgáltunk, szemmel is megfigyelhető volt, hogy gyakran ugyanannál a tömbnél markáns az eltérés „A” és „B” esetekben. Ezt a MatLab

ábráink is alátámasztották. Mivel ez alapvető eltéréseket okoz a jelenségben úgy döntöttünk szelektáljuk az adatokat.



14. ábra
Matlab programmal kiértékelt
kísérlet

A MatLab programmal kiszámoltuk mekkora a legnagyobb főirányú és a legnagyobb erre merőleges irányú elfordulás aránya az egyes esetekben (13. és 14. ábrán ϑ_2/ϑ_1 mennyiség). Minden test, mindkét állásának összes rögzített adatsorát lejegyeztük egy Microsoft Excel táblázatba (lásd 15. ábra).

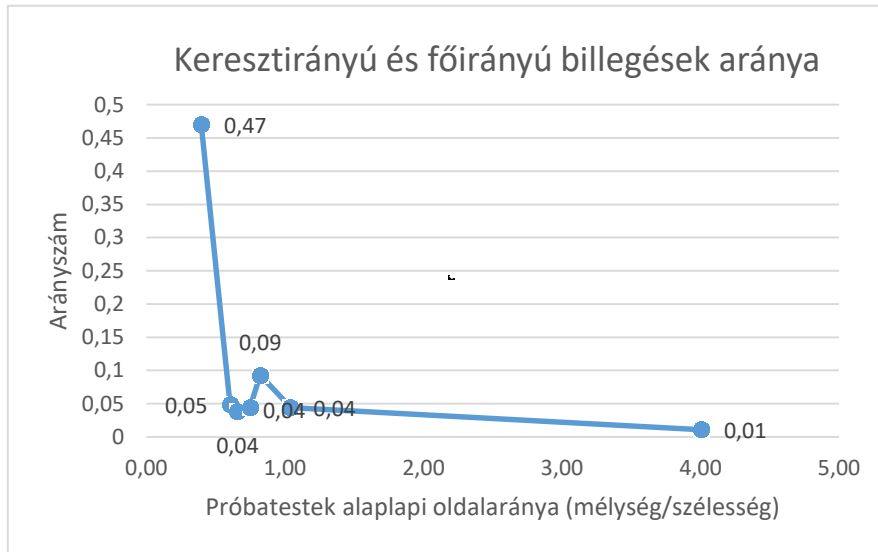
Gyanítható, hogy a testek valamely lapjukon történő kibillentés során látott „táncoló mozgása” annak tudható be, hogy a gránittömb azon oldalán apró tökéletlenségek találhatóak rajta. Minden testnél, mindkét állásban elvégzett kísérletsorozat értékeit átlagoltuk. Ha e között a két átlag között adott kötömb esetében jelentős eltérés volt (több mint 0,1) akkor a táblázatkezelő azt az átlagot tekintette figyelembeveendő értéknek melyhez tartozó adatsor szórása kisebb volt. Ennek oka az, hogy ha egy test alaplapja és a talapzat, amin áll közel tökéletesen sík felületek, akkor a mozgása is bizonyára sokkal szabályosabb lesz és minden esetnél közel azonos eredményeket produkál. Azokban az esetekben, amikor adott hasáb „A” és „B” kísérlet sorozatában mért billegés arányok átlagában nem volt nagy eltérés (kisebb mint 0,1), akkor a teljes adatsor átlagát tekintettük mérvadó mennyiségnek. A 15. ábrán a különböző oldalárnyú testek esetében tapasztalt főirányra merőleges kitérések láthatók. A testek oldalaránya az alaplapjuk mélységi méretének (8. ábrán „a” jelű él) és szélességi méretének (8. ábrán „b” jelű él) a hányadosa. Megemlítendő, hogy a 7-es számú próbatesten számos törés lepattogzás volt található. Ezek hatása a kiértékelés során is számottevőnek bizonyult, ezért ezt a testet nem vettük figyelembe a továbbiakban.

| Keresztirányú és főirányú billegések aránya | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| Próbatest jelölése: | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | 6 | | 8 | | |
| Test állása (lásd 8.ábra) | A | B | A | B | A | B | A | B | A | B | A | B | A | B | |
| Oldalarány | 0,397 | 0,396 | 0,600 | 0,608 | 0,660 | 0,654 | 0,739 | 0,757 | 0,808 | 0,835 | 1,031 | 1,053 | 2,020 | 2,051 | |
| Eltérés az oldalarányban | 0,001 | | 0,009 | | 0,006 | | 0,018 | | 0,027 | | 0,022 | | 0,031 | | |
| Kísérletek sorszáma | 1 | 1,02 | 0,52 | 0,06 | 0,03 | 0,04 | 0,10 | 0,06 | 0,10 | 0,10 | 0,10 | 0,22 | 0,06 | 0,00 | 0,02 |
| | 2 | 0,61 | 0,42 | 0,07 | 0,04 | 0,03 | 0,18 | 0,04 | 0,04 | 0,11 | 0,06 | 0,34 | 0,04 | 0,00 | 0,02 |
| | 3 | 0,53 | 0,42 | 0,05 | 0,03 | 0,04 | 0,17 | 0,05 | 0,02 | 0,09 | 0,05 | 0,37 | 0,03 | 0,01 | 0,02 |
| | 4 | 0,60 | 0,47 | 0,06 | 0,06 | 0,04 | 0,13 | 0,03 | 0,03 | 0,16 | 0,06 | 0,34 | 0,05 | 0,00 | 0,02 |
| | 5 | 0,54 | 0,52 | 0,06 | 0,02 | 0,04 | 0,12 | 0,04 | 0,03 | 0,10 | 0,10 | 0,35 | 0,04 | 0,00 | 0,02 |
| Szórás | 0,20 | 0,05 | 0,01 | 0,02 | 0,00 | 0,03 | 0,01 | 0,03 | 0,03 | 0,02 | 0,06 | 0,01 | 0,00 | 0,00 | |
| Test állása szerinti | 0,66 | 0,47 | 0,06 | 0,04 | 0,04 | 0,14 | 0,04 | 0,04 | 0,11 | 0,07 | 0,32 | 0,04 | 0,00 | 0,02 | |
| Test szerinti átlag | 0,57 | | 0,05 | | 0,09 | | 0,04 | | 0,09 | | 0,18 | | 0,01 | | |
| Figyelembe veendő érték (Arányszám) | 0,47 | | 0,05 | | 0,04 | | 0,04 | | 0,09 | | 0,04 | | 0,01 | | |

15.ábra
Figyelembe veendő keresztirányú billegés arányát megállapító táblázat

Méréseink ezen szelektálása lehetővé tette, hogy az egyes testeknél megvizsgáljuk miképp térnek el az eredmények a két állás között. Következésképpen levonható, hogy nagy általánosságban a kötömbök formai szabálytalanságai (alap és fedő lapi oldalarányok eltérése) nem okoznak nagy eltérést a kötömb billegésében. *(Például 6-os testnél viszonylag nagy volt az eltérés az oldalarányokban, mégis csak „A” állásban imbolygott kimagaslóan nagyon.)*

A 16. ábrán látható értékek azt mutatják, hogy minél nagyobb egy test „mélysége” tehát minél hosszabb, annál kevésbé tapasztalhatók keresztirányú kitérések. Az 5.-s számú (0,8 oldalarányú) test az egyértelmű tendenciához képest kiugró értéket mutatott (lásd 16.ábra). „A” és „B” állásban is magas volt a keresztirányú billegések aránya a hasonló oldalarányú testekhez képest. Feltételezésünk szerint ezt a test felületi egyenetlenségei okozhatták melyet mindkét oldalán nagyszámban jelen voltak.



16. ábra

Főirányú és keresztirányú billegések aránya kísérleteinkben

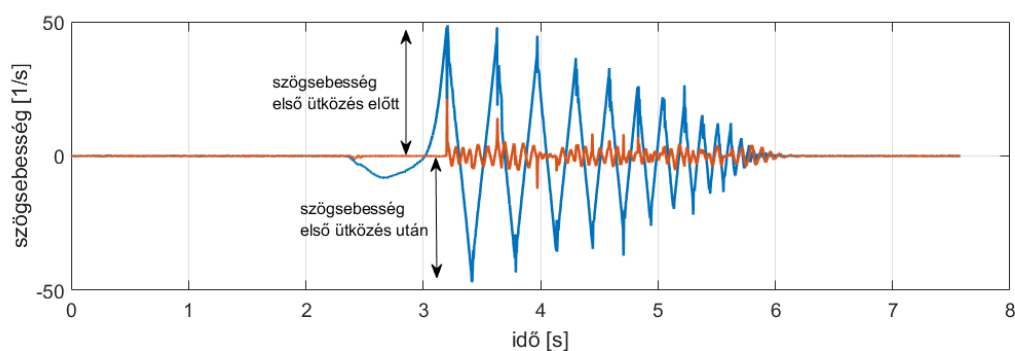
Mivel kutatásunk egyik fő célja a tömbök billegő mozgásának összehasonlítása Housner elméleti modelljével a térbeli kiterjedést figyelembe véve, ezért meg kellett állapítanunk mekkora a várható energia disszipáció a dinamikai egyenletek szerint és mekkora a valós kísérletek során mért érték. A testek Housner féle arányszáma keresztmetszeti méreteik alapján ki számítható [1] (lásd 1. egyenlet).

$$\frac{\omega_a}{\omega_b} = 1 - \frac{3}{2} * \frac{b^2}{R^2} = 1 - \frac{3}{2} * \frac{5^2}{10^2} = 0,912$$

1. egyenlet

Billegő blokk földet érése előtti és az utáni szögsebességének aránya numerikus módon számítva (jelöléseket lásd 2. és 3. ábrákon)

A kísérleti ütközési szám számítható a rögzített értékekből. Matlab programunk minden kísérletben az i-edik ütközésnél mért szögsebességet az i-1.-edikével elosztva megadja az energia veszteséget jellemző ütközési számot (lásd 17. ábra). Ezeket a számokat is Excelben rögzítettük (lásd 18. ábra).



17. ábra
Szögsebesség értékek lokális maximumai

| Ütközés előtti és utáni szögsebesség aránya | | | | | | | | | | | | | | |
|--|---------------------|-------|-------|--------|-------|--------|-------|--------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|
| Próbatest jelölése | | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 6 | | 8 | | |
| Test állása | | A | B | A | B | A | B | A | B | A | B | A | B | |
| Oldalarány | | 0,40 | | 0,60 | | 0,66 | | 0,75 | | 1,04 | | 4,01 | | |
| Számított energia disszipáció (Housner féle arány) | | 0,91 | 0,91 | 0,91 | 0,91 | 0,91 | 0,91 | 0,91 | 0,91 | 0,91 | 0,91 | 0,91 | 0,91 | |
| Kerest irányú billegés aránya | | 0,66 | 0,47 | 0,06 | 0,036 | 0,038 | 0,14 | 0,044 | 0,044 | 0,324 | 0,044 | 0,002 | 0,02 | |
| Rögzített adatok | Kísérletek sorszáma | 1 | 0,921 | 0,966 | 0,974 | 0,917 | 0,915 | 0,946 | 0,965 | 0,844 | 0,849 | 0,962 | 0,970 | 0,869 |
| | | 2 | 0,957 | 0,952 | 0,976 | 0,921 | 0,918 | 0,985 | 0,949 | 0,945 | 0,945 | 0,906 | 0,968 | 0,865 |
| | | 3 | 0,921 | 0,973 | 0,961 | 0,929 | 0,927 | 0,971 | 0,955 | 0,925 | 0,837 | 0,931 | 0,981 | 0,866 |
| | | 4 | 0,960 | 0,969 | 0,956 | 0,935 | 0,933 | 0,940 | 0,935 | 0,940 | 0,947 | 1,003 | 0,968 | 0,866 |
| | | 5 | 0,963 | 0,948 | 0,989 | 0,923 | 0,954 | 0,979 | 0,939 | 0,900 | 0,862 | 0,997 | 0,970 | 0,857 |
| Test állása szerinti átlag | | 0,944 | 0,962 | 0,971 | 0,925 | 0,929 | 0,964 | 0,949 | 0,911 | 0,888 | 0,960 | 0,971 | 0,865 | |
| Test szerinti átlag | | 0,953 | | 0,9481 | | 0,9468 | | 0,9297 | | 0,9239 | | 0,918 | | |

18. ábra
Kísérleti adatokat bemutató táblázat

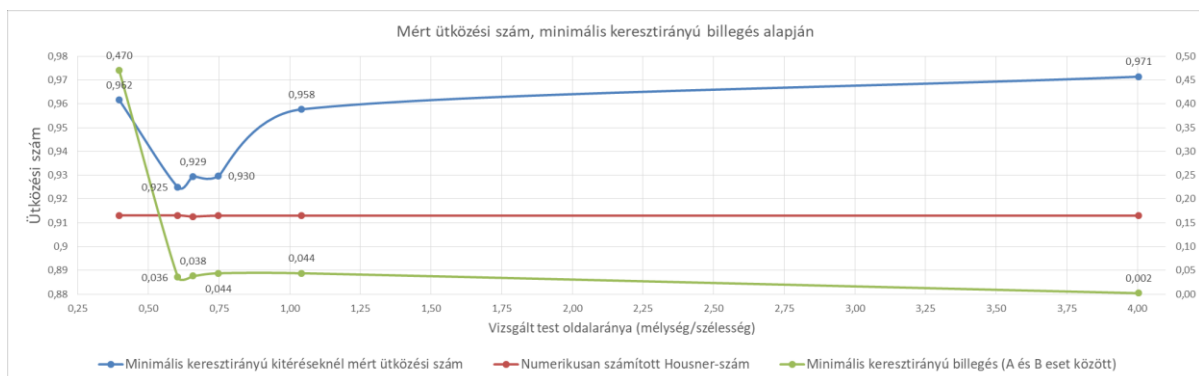
Az tapasztalható, hogy több esetben is századnyi eltérések mutatkoznak az „A” és „B” esetek értékei között. Ha összegezzük minden kísérletben az általunk mért keresztirányú billegést és a mért ütközés számot, az a szabályszerűség vehető észre, hogy az imbolygás mértékének változása és a test billegő mozgásának hossza fordított arányban állnak. Ha valami folytán a test többet mozgott keresztirányba a szögsebessége az ütközések után jobban lecsökkent, és fordítva.

Következtetések

A 16. ábráról leolvasható, hogy az imbolygó mozgások a testek mélységének növekedésével egyre jobban csökkennek, szabályos, tökéletesen sík felülethez közelebb álló tömbök esetében. Ugyanakkor a 15. ábrán látható az is, hogy az adott tömbök „A” és „B” állásai között is számottevőek a különbségek. Ez is azt mutatja, hogy ezen igen egyszerű jelenség esetén is az apró különbségek milyen nagymértékű eltérést okozhatnak a mozgás lefolyásában.

Kutatásom egyik célkitűzése a testek „mélységének” billegő mozgásra gyakorolt hatásának megállapítása volt. A Housner féle ütközési modell a jelenséget szabályos testekkel, síkban lezajló folyamatként írja le. Így ahhoz, hogy megvizsgáljam miként viszonyul a valóság a modell által mutatott értékekhez, először az olyan kísérleteket emelem ki melyek közelebb állnak ezekhez a kritériumokhoz.

A testek kétféle kísérleti állása közül („A” és „B”) azokat a kísérlet sorozatokat kiválasztva melyeknél alacsonyabb volt a keresztirányú billegés aránya, tehát a test leginkább a főirány síkjában mozgott az alábbi módon alakul a mért Housner számok nagysága (lásd 19. ábra):



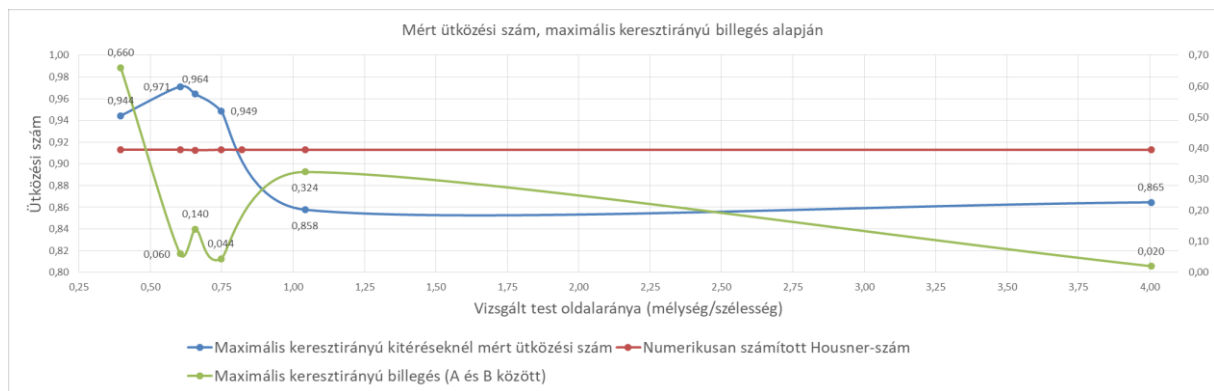
19. ábra
Ütközés utáni és előtti szögsebességek aránya,
kisebb keresztirányú billegések esetén

Az ábráról leolvasható, hogy legvékonyabb (kevésbé „mély”) testnél a Housner féle ütközési szám és a keresztirányú billegések aránya is magas. Ahogy a testek mélysége nő, ezek az értékek csökkennek, a grafikonon a globális minimumuk pedig 0,6-s oldalarány környékén található, a kísérletek alapján meghatározott ütközési számok sorában. Ezt követően a keresztirányú billegések mértéke szinte stagnál, illetve a hatás monoton csökken. A 4-s alaprajzi oldalarányú testünknel az imbolygás mértéke a főirányú kitérésekhez képest teljesen elhanyagolható, gyakorlatilag megszűnt, míg az ütközési szám magas.

Erre magyarázatot szolgáltathat a Ther és Kollár által leírt közbenső felütközési pontok hatása [2] (lásd 5. ábra). Ahogy a talapzattal érintkező felületek nőnek úgy nő az olyan elkerülhetetlen szabálytalanságok száma is melyek csökkentik a test földet érésekor, mozgási energiáját elnyelő impulzusok nagyságát. Ezek az imperfekciók tehát növelik az ütközési számot.

Ugyanakkor megfigyelhettük, hogy a keresztirányú billegések csökkentik szögsebességet az ütközések után (lásd 18. ábra). Következik ez abból, hogy ha a test főirányú billenésével egy időben merőlegesen is kitér az gyakorlatilag azt jelenti, nem az élein, hanem a sarkain átfordulva billeg. Ilyenkor a felületi imperfekciók csillapító hatása nem érvényesülhet, azaz minden ütközésnél viszonylag sok mozgási energiát veszít a test, az ütközési szám kisebb lesz és hamarabb meg áll. Csakhogy a legvékonyabb testüknél (0,4 es oldalarány) ennek ellenkezője figyelhető meg. Magas keresztirányú billegés arány mellett, hosszú ideig tart a kőtömbnek stabilizálódni. Magyarázható ez azzal a könnyen belátható ténnyel, hogy ilyen vékony testnél a tömegpontnak elég csak kicsit kimozdulnia ahhoz, hogy destabilizálja a testet. Mivel főirányra merőlegesen, könnyen elvesztik egyensúlyi helyzetüket a vékony testek ezért hangsúlyosabban megjelennek billegésükben a keresztirányú elemek és mivel nehezebben is tér vissza tömegpontjuk abba a helyzetbe ahonnan nem fejt ki forgatónyomatékokat a testre; ezért tovább is tart a mozgásuk.

Kísérlet sorozatunk tehát megerősítette azon hipotézisünket, mely szerint hiba egy test billegő mozgását minden esetben, tisztán síkbelinek leírni. Még akkor is ha a kezdeti gerjesztés szemben lévő oldalélek mentén billegtetni a hasábot. A mozgás térbelivé fajulása spontán módon és gyakran bekövetkezik, mivel a valóságban nem találunk olyan testet ami ne lenne valamilyen mértékben szabálytalan. Ennek bemutatását célozza az alábbi ábra, melyben kísérlet sorozatunk azon elemeit emeltük be melyeknél a főiránytól eltérő mozgás a leginkább megjelent tehát sok tökéletlenség volt található rajtuk (lásd 20. ábra):



20. ábra
 Ütközés utáni és előtti szögsebességek aránya,
 nagyobb keresztirányú billegések esetén

Az ábrán látható, hogy a szabálytalanabb testek esetében is igaz, hogy a legvékonyabb test nagymértékben tér ki hosszabb alaprajzi oldalélei irányába, illetve az is, hogy a legnagyobb test esetében a legkisebb a keresztirányú kitérések aránya. E kettő szélsőség között elhelyezkedő értékek gyaníthatóan a test apró szabálytalanságai miatt alakulnak ki, mert ezek esetében a begyűjtött adatsorok szórása is magas (lásd: 15. ábra). Így a köztes keresztirányú billegés adatok alakulása, jelen adatmennyiségünkkel nem jelenthető ki biztosan, de gyanítható, hogy mivel szabálytalanságok miatt alakulnak ki, ezért egyértelmű tendenciát nem mutatnának csak nagyságrendbelit. Ami viszont figyelemreméltó, hogy a szögsebesség változásokat leíró görbe, a szabályosnak ítélt próbatesteknél dokumentált diagram, szinte tökéletes fordítottja. A korábban megállapított szabályszerűség miszerint a keresztirányú billegések lerövidítik a billegést, az érintkező felületek növekedésével megsokasodott felütközési pontok pedig elnyújtják azt, ebben az esetben is igaz. Tehát azon szakaszokon ahol a keresztirányú billegés arány nő ott az ütközési szám csökken és fordítva. Ugyanakkor a megnövekedett imbolygás annyira lecsökkentette az imperfekciók hatását, hogy a testek stabilizálódása sokkal gyorsabban lezajlott.

Összegzés, a kutatás folytatása

Kutatásunk során kísérlet sorozatokat hajtottunk végre és rögzítettük különböző oldalarányú gránit hasábok térbeli billegő mozgását. Dokumentált adatainkat kiértékeltek saját készítésű Matlab programmal, és elemeztük Microsoft Excelben.

Begyűjtött adatainkkal igazoltuk, hogy egy billegő mozgást végző test, főirányú billegésének síkjára merőleges kiterjedése alapvetően befolyásolja a mozgás lezajlását. Ezen kiterjedéssel kapcsolatban kettő fontos tényező szerepét állapítottuk meg.

- Kísérlet sorozatunk megerősítette Ther és Kollár kutatása [2] által feltárt, a talapzat és a billegő test alaplapja között lévő felütközési pontok, energia disszipációt csökkentő szerepét.
- Megállapítottuk, hogy a főirányú billegéssel egy időben lezajló, de arra merőleges kimozdulások jelentős mértékben csökkentik az imperfekciók energiaveszteséget kompenzáló hatását, és a billegő tömb lengését hamarabb megállásra kényszerítik. Ez viszont csak a megközelítőleg 0,6 alaprajzi oldalárnynál nagyobb testek esetében van így. Az alaprajzilag ennél karcsúbb hasábok nehezebben stabilizálódnak a billegés során.

A kutatás folytatásaként, további adatokat szeretnénk gyűjteni, más kezdő kibillentésekkel is valamint az X-IMU műszer mellett tervezzük a nagysebességű kamerás mozgás rögzítést is. Ez utóbbi célja, hogy a kamerával egyszerre több pontját is követhetjük a testnek, így részletesebb adatsorokat kaphatunk, és a műszer által mért adatokat képi analízissel tovább pontosíthatjuk. Fő célom mindezen összegyűjtött kísérleti adatok online, szabadon elérhetővé tétele más kutatók számára. Mivel a 3 dimenziós gyakorlati kísérletek még nem, vagy csak nagyon kevés számban készültek a témában, ez nagy segítség lehet az elméleti kutatóknak, akik ezeket felhasználva, új dinamikai modelleket, számítási módszereket dolgozhatnak ki, amivel hatékonyabbá válhat a földrengések hatásának megjósolása és az ezekre történő méretezés.

Hivatkozások

[1] Housner G. The behavior of inverted pendulum structures during earthquakes. Bull Seismol Soc Am. 1963;53(2):403-417.

[2] Ther T, Kollár LP. Refinement of Housner's model on rocking blocks. Bull Earthq Eng. 2017;15(5):2305-2319. <https://doi.org/10.1007/s10518-016-0048-8>

[3] Lipscombe PR, Pellegrino S (1993) Free rocking of prismatic blocks. J Eng Mech 119:1387–1410. doi:10.1061/(ASCE)0733-9399(1993)119:7(1387)

[4] Elgawady M, Ma QTM, Butterworth JW, Ingham J (2011) Effects of interface material on the performance of free rocking blocks. Earthq Eng Struct Dyn 40:375–392 doi:10.1002/eqe.1025.

[5] Zulli D, Contento A, Di Egidio A. 3D model of rigid block with a rectangular base subject to pulse-type excitation. *International Journal of Non-Linear Mechanics* 2012; 47(6): 679–687. DOI: 10.1016/j.ijnonlinmec.2011.11.004.