

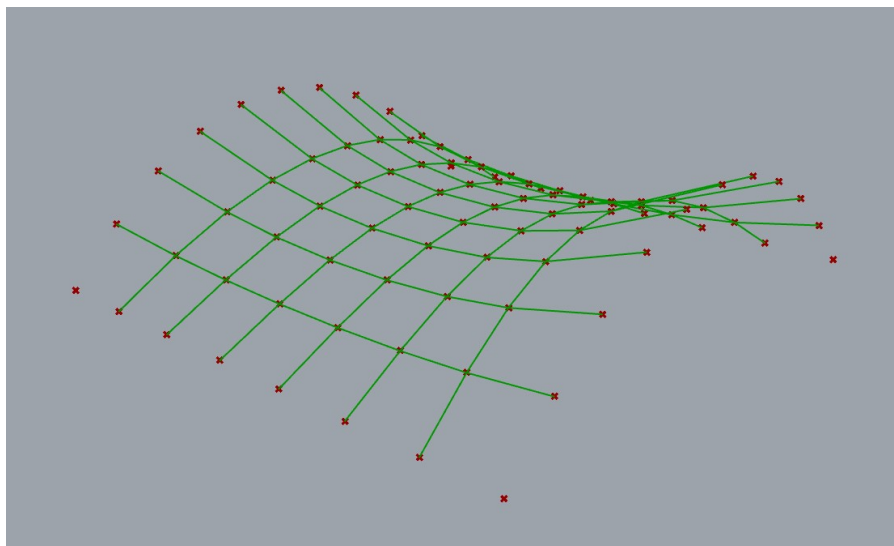
M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM

ÉPÍTŐMÉRNÖKI KAR

TARTÓSZERKEZETEK MECHANIKÁJA TANSZÉK

## Térbeli, feszített kötél szerkezetek merevségének paraméteres vizsgálata



TDK Dolgozat

DÁNIEL SZILÁRD

Konzulens:

Dr. Hincz Krisztián Gyula, egyetemi docens

*Budapest, 2020.10.30.*

## Tartalomjegyzék

Tartalomjegyzék.....	1
Ábrajegyzék .....	1
Táblázatjegyzék.....	2
Jelölések jegyzéke .....	3
Absztrakt .....	4
Summary .....	4
1. Bevezetés.....	5
2. Szakirodalmi áttekintés .....	6
3. Kezdeti geometriák felvétele, és programozása .....	7
4. Az elméleti alak meghatározása erőintenzitás-módszerrel (force density method) .....	8
4.1. Az erőintenzitás-módszer mechanikai háttere.....	8
4.2. Elméleti alak egyszerűsített meghatározása erőintenzitás-módszer segítségével.....	10
5. Az elméleti alak meghatározása dinamikus ellazítással (dynamic relaxation).....	21
5.1. A dinamikus ellazítás mechanikai háttere .....	21
5.2. Elméleti alak egyszerűsített meghatározása dinamikus ellazítás segítségével .....	23
6. Az erőintenzitás-módszer és a dinamikus ellazítás során keletkező egyensúlyi alakok és azok tulajdonságainak összehasonlítása.....	34
7. Összefoglalás és megállapítások .....	37
8. Köszönetnyilvánítás .....	38
9. Irodalomjegyzék.....	38

## Ábrajegyzék

ábra 1: 1-es számú szerkezet kezdeti geometriája.....	7
ábra 2: 2-es számú szerkezet kezdeti geometria.....	8
ábra 3: Kötélháló csomópontjának részlete.....	10
ábra 4: 1-es számú szerkezet elméleti alakja erőintenzitás-módszer által meghatározva .....	12
ábra 5: 2-es számú szerkezet elméleti alakja erőintenzitás-módszer által meghatározva .....	13
ábra 6: 1-es számú szerkezet egyensúlyi alakja .....	15

ábra 7: 2-es számú szerkezet egyensúlyi alakja .....	16
ábra 8: 2-es számú szerkezet egyensúlyi alakja irányonként eltérő kötél szám esetén.....	17
ábra 9: 2-es számú szerkezet egyensúlyi alakja irányonként eltérő kötél szám esetén, ha a kötelek számát irányonként felcseréljük .....	18
ábra 10: 1-es számú szerkezet egyensúlyi alakja irányonként eltérő kötél szám esetén.....	19
ábra 11: 1-es számú szerkezet elméleti alakja dinamikus ellazítás által meghatározva.....	25
ábra 12: : 2-es számú szerkezet elméleti alakja dinamikus ellazítás által meghatározva.....	25
ábra 13: 1-es számú szerkezet egyensúlyi alakja .....	27
ábra 14: 2-es számú szerkezet egyensúlyi alakja .....	28
ábra 15: 2-es számú szerkezet egyensúlyi alakja irányonként eltérő kötél szám esetén.....	30
ábra 16: 2-es számú szerkezet egyensúlyi alakja irányonként eltérő kötél szám esetén, ha a kötelek számát irányonként felcseréljük .....	31
ábra 17: 1-es számú szerkezet egyensúlyi alakja irányonként eltérő kötél szám esetén.....	33

## Táblázatjegyzék

táblázat 1: 1-es számú szerkezet elmozdulásvektorainak mátrixa .....	14
táblázat 2: 2-es számú szerkezet elmozdulásvektorainak mátrixa .....	15
táblázat 3: 2-es számú szerkezet elmozdulásvektorainak mátrixa irányonként eltérő kötél szám esetén.....	17
táblázat 4: 2-es számú szerkezet elmozdulásvektorainak mátrixa irányonként eltérő kötél szám esetén, ha a kötelek számát irányonként felcseréljük.....	18
táblázat 5: 1-es számú szerkezet elmozdulásvektorainak mátrixa irányonként eltérő kötél szám esetén.....	19
táblázat 6: 1-es és 2-es számú szerkezetek csomóponti elmozdulásainak különbsége .....	20
táblázat 7: 1-es és 2-es számú szerkezetek csomóponti elmozdulásainak különbsége az elmozdulásvektorok hosszainak felírásával.....	20
táblázat 8: 1-es számú szerkezet elmozdulásvektorainak mátrixa .....	27
táblázat 9: 2-es számú szerkezet elmozdulásvektorainak mátrixa .....	28
táblázat 10: 2-es számú szerkezet elmozdulásvektorainak mátrixa irányonként eltérő kötél szám esetén.....	30
táblázat 11: 2-es számú szerkezet elmozdulásvektorainak mátrixa irányonként eltérő kötél szám esetén, ha a kötelek számát irányonként felcseréljük.....	31

táblázat 12: 1-es számú szerkezet elmozdulásvektorainak mátrixa irányonként eltérő kötél szám esetén..... 32

táblázat 13: 1-es és 2-es számú szerkezetek csomóponti elmozdulásainak különbsége vektor formában felírva ..... 33

táblázat 14: 1-es és 2-es számú szerkezetek csomóponti elmozdulásainak különbsége vektorok hosszaiként felírva..... 34

táblázat 15: A két eljárás során a két egyensúlyi alakban részt vevő csomópontok koordinátáinak különbsége az 1-es szerkezet esetén..... 35

táblázat 16: A két eljárás során a két egyensúlyi alakban részt vevő csomópontok koordinátáinak különbsége az 1-es szerkezet esetén távolságban kifejezve..... 35

táblázat 17: A két eljárás során a két egyensúlyi alakban részt vevő csomópontok koordinátáinak különbsége a 2-es szerkezet esetén ..... 36

táblázat 18: A két eljárás során a két egyensúlyi alakban részt vevő csomópontok koordinátáinak különbsége a 2-es szerkezet esetén távolságban kifejezve ..... 37

## Jelölések jegyzéke

<u>Jele</u>	<u>Megnevezés</u>	<u>Mértékegység:</u>
$S_a, S_b, S_c, S_d$	az $a, b, c, d$ jelű kötelekben működő erők	kN
$l_a, l_b, l_c, l_d$	az $a, b, c, d$ jelű kötelek hosszai	m
$F_x, F_y, F_z$	a $P$ pontra ható külső erők eredőjének komponensei	kN
$q_a, q_b, q_c, q_d$	az $a, b, c, d$ jelű kötelekben erőintenzitás	$\frac{kN}{m}$
$a_{ix}^t$	az $i$ jelű csomópont $x$ irányú gyorsulása $t$ időpontban,	$\frac{m}{s^2}$
$R_{ix}^t$	a kiegyensúlyozatlan teher $x$ irányú komponense az $i$ jelű csomópontban $t$ időpontban	kN
$m_i$	fiktív csomóponti teher az $i$ jelű csomópontban	kg
$v_{ix}^{t+\Delta t/2}$	az $i$ jelű csomópont $x$ irányú sebessége $t+\Delta t/2$ időpontban	$\frac{m}{s}$
$v_{ix}^{t-\Delta t/2}$	az $i$ jelű csomópont $x$ irányú sebessége $t-\Delta t/2$ időpontban	$\frac{m}{s}$
$v_{ix}^{\Delta t/2}$	az $i$ jelű csomópont $x$ irányú sebessége $\Delta t/2$ időpontban	$\frac{m}{s}$

$a_{ix}^0$	az $i$ jelű csomópont $x$ irányú gyorsulása $0 - \Delta t/2$ időintervallumban	$\frac{m}{s^2}$
$x_i^{t+\Delta t/2}$	az $i$ jelű csomópont $x$ koordinátája $t+\Delta t$ időpontban	m
$x_i^t$	az $i$ jelű csomópont $x$ koordinátája $t$ időpontban	m
a	$x$ irányú alaprajzi méret	m
b	$y$ irányú alaprajzi méret	m
m	belső kötél sarkok száma $x$ irányban	-
n	belső kötél sarkok száma $y$ irányban	-
z	perem maximális függőleges magassága	m

## Absztrakt

Napjainkban az építészetben igencsak elterjedtek az olyan homlokzati rendszerek, mint a üvegfalak, árnyékolórendszerek, illetve függőtető, esztétikus mivoltuknak köszönhetően — mivel letisztult, tágas belső teret eredményeznek — pedig maguk a tartószerkezetek is figyelemfelkeltő látványt nyújtanak. A kutatásom célja különböző elrendezésű, feszítávú és topológiájú feszített kötél szerkezetek statikai viselkedésének elemzése, a különböző görbületi, keresztmetszeti és erőtani viszonyok függvényében. A jelen értekezés során ennek az egy éves kutatásnak, melyet az ÚNKP keretein belül végzek, az első két havi eredményeit, konklúzióit szeretném bemutatni. A kutatás során két szerkezeti kialakítás viselkedését vizsgáltam két különböző alakkeresési technika segítségével. Két különböző geometriát generáltam, melyek öt-öt paraméter segítségével tetszés szerint növelhetőek, illetve sűrítendőek. Ezeket a szerkezeteket egy-egy általam írt alakkeresési programot futtattam le, és az ezekből kapott adatok alapján összehasonlítottam az egyes elméleti alakokat különböző szempontok szerint.

## Summary

Nowadays, facade systems such as glass walls, shading systems and hanging roofs are very common in architecture, which, due to their aesthetic nature, provide a clean, spacious interior, while the supporting structures themselves provide an eye-catching sight. The aim of my research is to analyze the static behavior of tensioned rope structures with different layouts, spans and topologies as a function of different curvatures, cross-sections and strength

conditions. In the course of the present dissertation, I would like to present the results and conclusions of the first two months of this one-year research, which I am conducting within the framework of the ÚNKP. In the course of my research, I examined the behavior of two structural designs using two different shape search techniques. I generated two different geometries, which can be increased or compressed as desired with the help of five parameters. I ran two shape search programs on these structures, that I wrote, and based on the data obtained from them, I compared the individual theoretical shapes according to different aspects.

## 1. Bevezetés

A történelem során, viszonylag sokféle anyagból, főleg állati és növényi eredetű anyagokból készítettek köteleket. Még napjainkban is találkozhatunk például kenderkötelekkel. A modern kötelek anyaga a legtöbb esetben műanyag vagy acél. Ami a kötelek elkészítését illeti, nem fedezhetünk fel nagy különbséget a régi és a modern kötelek elkészítésében. Mindkét esetben vékony szálak összesodrásából alakítják őket ki úgy, hogy egy hosszú, hajlékony, és lehetőleg nagy húzószilárdságú szerkezeti elemet kapjanak eredményül. A tartószerkezeti kötél szerkezetek esetében manapság elsősorban acélkábeleket használunk, alkalmanként azonban előfordul műanyag kötelek alkalmazása, elsősorban ideiglenes szerkezetek esetében. Az acél sodronykötelek felépítésüket tekintve pászmákból állnak, melyeket szálakból sodornak, majd a pászmák újabb sodrásával összeállítják a kötelet. A sodrat egybenmaradásának érdekében az elemi szálakat a sodrással ellentétes irányban meg kell csavarni.

A kötél szerkezetek szerkezeti elemei rendeltetésszerűen csak húzószilárdsággal rendelkező elemekből épülnek fel. A szerkezet geometriájának a lehetőségeit jelentősen meghatározza a tény, hogy a szerkezeti elemek karcsúságuknak és szerkezeti kialakításuknak köszönhetően nem képesek nyomóerő felvételére. Emiatt olyan elrendezést igényel a szerkezet, amely lehetővé teszi számára a teher viselését.

A szerkezetet megterhelve az egy úgynevezett kötélgörbe alakot vesz fel, ami megegyezik egy egyenes tengelyű kéttámaszú tartón, a teher hatására keletkező nyomatéki ábrával. A belógás a kötéll hosszától, illetve megfeszítettségi viszonyaitól függ.

A kötéll abban az esetben is lehajlást szenved, ha a deformálatlan hossza megegyezik a támaszközzel, mivel csak abban az esetben képes a teher viselésére. Ez a jelenség annak köszönhető, hogy a kötéll mint tartószerkezet, csak normál merevséggel rendelkezik, a függőleges terhet csak abban az esetben képes egyensúlyozni, ha rendelkezik függőleges

komponenssel. Ennek következtében terhelés hatására a kötélmegnyúlik és kialakul a kötélgörbe.

A kötelek megfeszítés esetén szert tesznek egy úgynevezett geometriai merevségre is a megszokott megnyúlással szembeni ellenálláson kívül, egy a tengelyre merőleges irányú merevséget is nyújt számukra. Ennek az az oka, hogy a kezdeti deformálatlan hossz rövidebb a támaszköznel, emiatt az egyensúlyhoz szükséges kötélmegnyúlásban keletkező függőleges erőkomponens kisebb lehajlás esetén is kialakul. Véges elemes számítások esetén rendelkezik ez nagy jelentőséggel, mivel síkbeli elrendezésű, megfeszítetlen kötél szerkezetek nem rendelkeznek a síkjukra merőleges merevséggel, emiatt a feladat ezzel módszerrel nagy eséllyel megoldhatatlan.

A témával kapcsolatban felmerülhetnek olyan kérdések, mint például az, hogy az egyes elméleti alakok hogyan alakulnak ki a kötél szerkezetekben, milyen geometriai elrendezés során alakulnak ki kisebb, illetve nagyobb lehajlási értékek illetve, hogy az egyes elméleti alakok névleges felülete hogyan aránylik egymáshoz.

## 2. Szakirodalmi áttekintés

Az elmúlt 50 évben magyar műszaki tudományokban többen is foglalkoztak már kötél szerkezetek viselkedésével, függötetők és egyéb szerkezetek kialakításával.

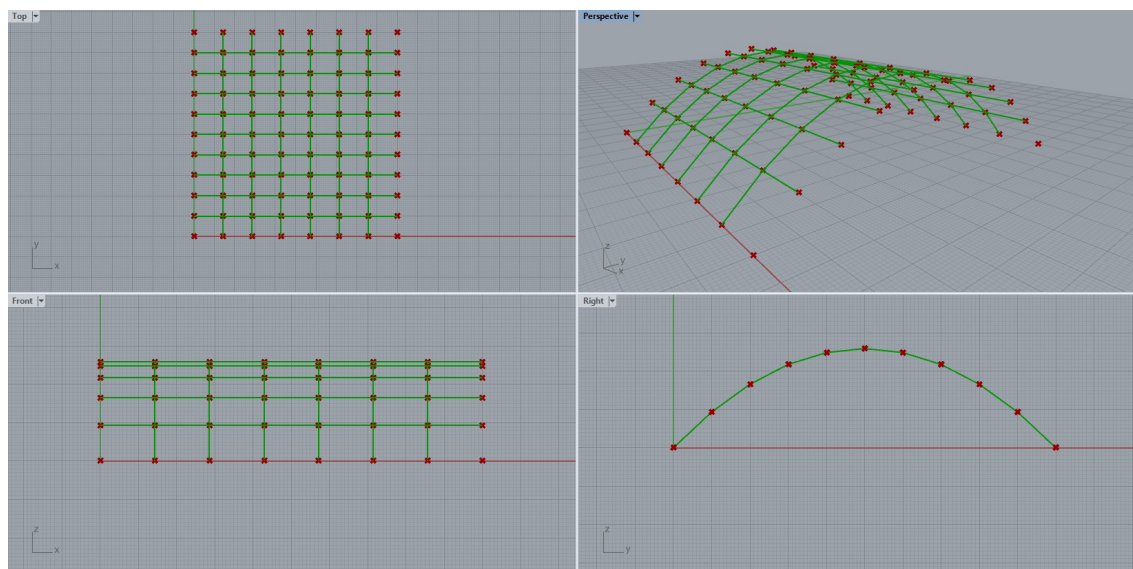
Kötélhálók elméleti alakjának meghatározását mutatja be Szabó János és Gáspár Zsolt cikke [10], illetve az alakkeresésen kívül az állapotváltozás-vizsgálattal is foglalkozik Szabó János és Kollár Lajos [3] könyve.

Az eddigi kutatásom során egyrétegű kötélmegnyúlások generálását végeztem el különböző geometriai paraméterek mellett. A Dinamikus Ellazítás (Dynamic Relaxation) és az Erőintenzitás-módszer (Force Density Method) nevű eljárások segítségével, illetve a Rhinoceros, Grasshopper és C# programok által alakkeresést végeztem megfeszített, de egyébként terheletlen kötélmegnyúlások egyensúlyi alakjának meghatározására. A továbbiakban ezeket az eljárásokat szeretném ismertetni. Elsőként az elméleti háttérrel vázolnám fel, ezt követően ismertetném az egyszerűsített eljárásokat, amelyeket az alakkereséshez használtam, végül pedig az ezek alapján levont következtetéseimet vázolnám.

### 3. Kezdeti geometriák felvétele, és programozása

A kezdeti geometriák generálásához a Rhinoceros6 nevű program Grasshopper nevű alprogramját használtam, amelyben írtam egy kódot C# nyelven, amely egy  $a$ ,  $b$ :  $x$ ,  $y$  irányú alaprajzi mérettel rendelkező,  $m$ ,  $n$ : belső kötél sarokszámú,  $z$  maximális magasságú pontthalmazt jelenít meg. Emellett írtam egy másik C# kódot, amelynek a feladata az, hogy a generálandó kötélhálózatban részt vevő külső és belső csomópontok, a megfelelő indexek értelmében vonalakat, úgynevezett kötélélemeket rajzoljon. Ez a második program azzal a tulajdonsággal rendelkezik, hogy nemcsak a kezdeti geometriát hivatott kötélélemekkel összekötni, hanem később az elmozdult alakot képező elmozdult csomópontokat is, szintén az indexeik segítségével, ezzel kirajzolva az egyensúlyi alakot.

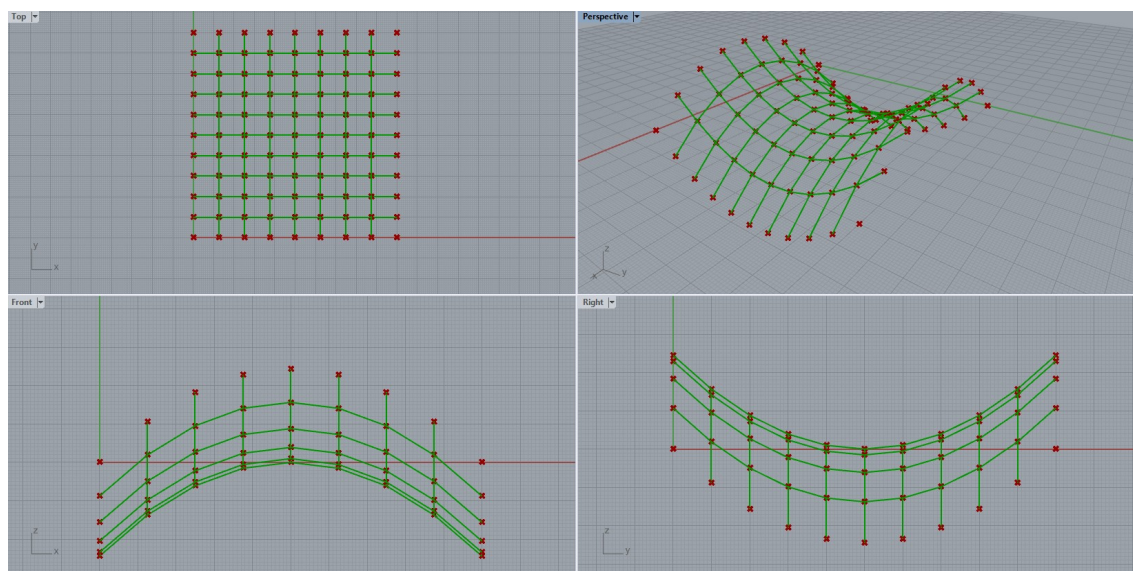
Az első kezdeti geometria, amelyet a fentebb említett alapszabályok alapján használok az alakkeresési feladathoz, befoglaló peremei szerint rendelkezik két szemben fekvő vízszintes egyenes, illetve két szemközti maximum pontos másodfokú parabola alakú peremmel.



ábra 1: 1-es számú szerkezet kezdeti geometriája

A második kezdeti geometria, amelyet az előzővel megegyező alapszabályok szerint használok az alakkeresési feladathoz, befoglaló peremei szerint rendelkezik két szemben fekvő parabolikus, maximum pontos, illetve két szemközti parabolikus, minimum pontos peremmel. Ezt a geometriát nevezhetjük hiperbolikus paraboloidnak is.





ábra 2: 2-es számú szerkezet kezdeti geometria

Mindkét esetben tetszés szerint módosíthatóak az alaprajzi méretek, illetve az egyes irányokban a kötelek sűrűsége a megfelelő  $a$ ,  $b$ , illetve  $m$  és  $n$  paraméterek segítségével. A  $z$  paraméter segítségével, az első szerkezet esetében a parabola maximuma vagy esetenként minimuma és az  $x$ - $y$  sík távolságát állíthatjuk be, míg a második szerkezet esetében a korábbi állítás kiegészül azzal, hogy az alulról domború parabola minimumát, illetve a felülről domború parabola maximumát is jelzi ez az érték. Az utóbbi esetben a minimum pontos parabola és a maximum pontos parabola „belógásai” nem választhatóak el egymástól. Minden esetben szükséges megjegyezni, hogy a vízszintes irányban elhelyezett kötelek merőlegessége kulcsfontosságú a további számítások során.

## 4. Az elméleti alak meghatározása erőintenzitás-módszerrel (force density method)

### 4.1. Az erőintenzitás-módszer mechanikai háttere

Mint ahogy már korábban említettem, az elméleti alakmeghatározásának az egyik módszere az úgynevezett erőintenzitás-módszer (Force Density Method, FDM), amelyet rúdháló modellel határoznak meg.

Az erőintenzitás-módszer a dinamikus ellazítás (Dynamic Relaxation, DR) mellett az egyik leggyakrabban alkalmazott alakkeresési eljárás a gyakorlatban a különböző kötél szerkezetek elméleti alakjának meghatározására. A módszer esetében rúdhálómodell alapján végezzük el a számítást. A Schek által, 1974-ben kidolgozott eljárás lényege tulajdonképpen a következő sorokban bemutatandó matematikai trükk. Az 3. ábrán látható kötélháló részlete, egy általános P ( $x_P, y_P, z_P$ ) pont látható, amelyet négy darab köté (a, b, c, d) köt össze a szomszédos A ( $x_A, y_A, z_A$ ), B ( $x_B, y_B, z_B$ ), C ( $x_C, y_C, z_C$ ), illetve D ( $x_D, y_D, z_D$ ) jelű pontokkal.

A P pont egyensúlyának feltétele:

$$S_a \times \frac{(x_A - x_P)}{l_A} + S_b \times \frac{(x_B - x_P)}{l_B} + S_c \times \frac{(x_C - x_P)}{l_C} + S_d \times \frac{(x_D - x_P)}{l_D} + F_x = 0 \quad (1)$$

$$S_a \times \frac{(y_A - y_P)}{l_A} + S_b \times \frac{(y_B - y_P)}{l_B} + S_c \times \frac{(y_C - y_P)}{l_C} + S_d \times \frac{(y_D - y_P)}{l_D} + F_y = 0 \quad (2)$$

$$S_a \times \frac{(z_A - z_P)}{l_A} + S_b \times \frac{(z_B - z_P)}{l_B} + S_c \times \frac{(z_C - z_P)}{l_C} + S_d \times \frac{(z_D - z_P)}{l_D} + F_z = 0 \quad (3)$$

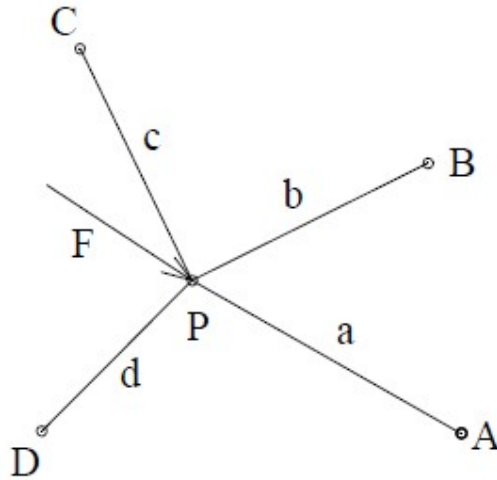
ahol:

$S_a, S_b, S_c, S_d$  az a, b, c, d jelű kötelekben működő erők,

$l_a, l_b, l_c, l_d$  az a, b, c, d jelű kötelek hosszai,

$F_x, F_y, F_z$  a P pontra ható külső erők eredőjének komponensei.

Mivel a kötelek hosszai a csomópontok koordinátáinak függvényében állíthatóak elő, a fenti egyenletrendszer nemlineáris tulajdonságú. Ha azonban kötelenként előírunk egy  $q_i = S_i/l_i$  ( $i=a, b, c, d$ ) erőintenzitást, akkor az alábbi lineáris egyenletrendszert kaphatjuk eredményül:



ábra 3: Kötélháló csomópontjának részlete

$$q_a \times (x_A - x_P) + q_b \times (x_B - x_P) + q_c \times (x_C - x_P) + q_d \times (x_D - x_P) + F_x = 0 \quad (4)$$

$$q_a \times (y_A - y_P) + q_b \times (y_B - y_P) + q_c \times (y_C - y_P) + q_d \times (y_D - y_P) + F_y = 0 \quad (5)$$

$$q_a \times (z_A - z_P) + q_b \times (z_B - z_P) + q_c \times (z_C - z_P) + q_d \times (z_D - z_P) + F_z = 0 \quad (6)$$

Az elméleti alak meghatározása során az erőintenzitás akár rudanként külön-külön megadható, ezáltal az egyensúlyi alak tetszőlegesen módosíthatóvá válik.

## 4.2. Elméleti alak egyszerűsített meghatározása erőintenzitás-módszer segítségével

Alakkeresés során a programozhatóság kiváltságait kihasználva egyszerűbb formában kódolható az erőintenzitás-módszer. A számítást az 1-es és 2-es számú szerkezeteken egyaránt végrehajtom. Ezek a kötél szerkezetek előre megfeszítettek a bevezetésben tárgyalt kedvező tulajdonságok miatt, és a továbbiakban ezt a karakterisztikát ki fogom használni.

Kiindulásként azt feltételezzük, hogy a párhuzamos kábelekben azonosak a kábelerők vízszintes komponensei a geometriai kialakítás miatt. Ez azt jelenti, hogy a belső csomópontok  $x$  és  $y$  irányú egyensúlya már a kiindulási helyzetben is teljesül, tehát csak függőleges irányban kell mozgatni a csomópontokat. A kötél erőket ebben az esetben  $q \times l$  nagyságúra veszem fel, ahol  $q$  a kábelben működő erőintenzitás, amelyet kellően kicsinek, ebben az esetben  $0,1$ -nek vettem fel, az  $l$  érték pedig az adott kötélélem hosszát jelöli, ami a közrefogó csomópontok koordinátáiból számítható. Ekkor az egy irányba futó kábelek kábelerőinek vízszintes komponensei meg fognak egyezni a kiindulási alakban, ami meg fogja gátolni a háló „összerántását”, vagyis a csomópontok nem fognak vízszintes eltolódást szenvedni.

Ha így számoljuk a csomópontokra ható erőket és csak annyit csinálunk, hogy a csomóponti erőkkal arányosan elmozdítjuk a csomópontokat minden iterációs lépésben, akkor is megkapjuk ennek a hálónak az egyensúlyi alakját.

A cél az, hogy a számítás során minden iterációs lépésben ki kell számolni a csomópontokra ható erőket a csomópontokba kapcsolódó kötélélemek kötél erőiből, mert utána ezek az erők fogják gyorsítani a csomópontokat, helyesebben megfogalmazva a csomópontokba helyezett fiktív, jelen esetben egységnyiként deklarált tömegeket.

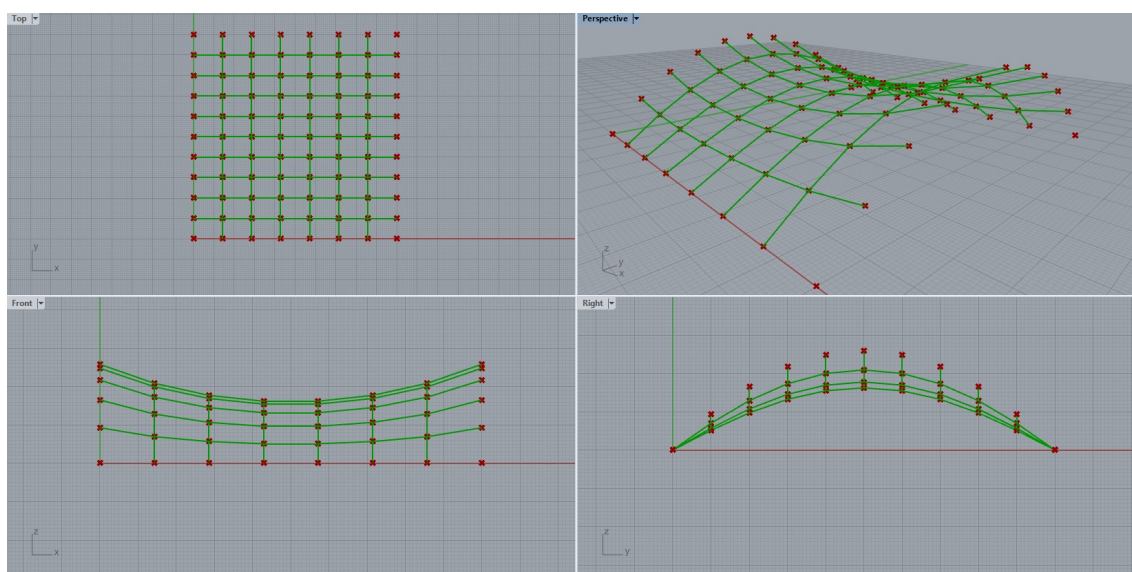
Ilyen peremfeltételek mellett a program remekül konvergál az egyensúlyi alakhoz. Amennyiben ez nem így lenne, a kinematikus csillapítást alkalmaznánk a konvergencia gyorsítására, ami úgy működik, hogy amikor a teljes mozgási energia lokális maximumot ér el, akkor megállítjuk az összes csomópontot. Azonban az általam felvett értékek és összefüggések mellett ez most nem volt indokolt.

### **Programozási eljárás technikai részletei:**

A feladat megoldása során a Grasshopper vektorait és ezeknek a funkcióit alkalmazzuk. Lényegében a megfelelő kötélélemek két végpontjából csinálhatunk egy vektort egy lépésben. Ez eredményül egy olyan vektort szolgáltat, amely egyenértékű egy olyan erővektorral, amely kötélirányú és nagysága a kötélélem „ $l$ ” hosszával egyezik meg. Ezt a vektort megszorozzuk az erőintenzitással, amit már említettem, hogy  $q=0,1$  konstans értéként vettem fel.

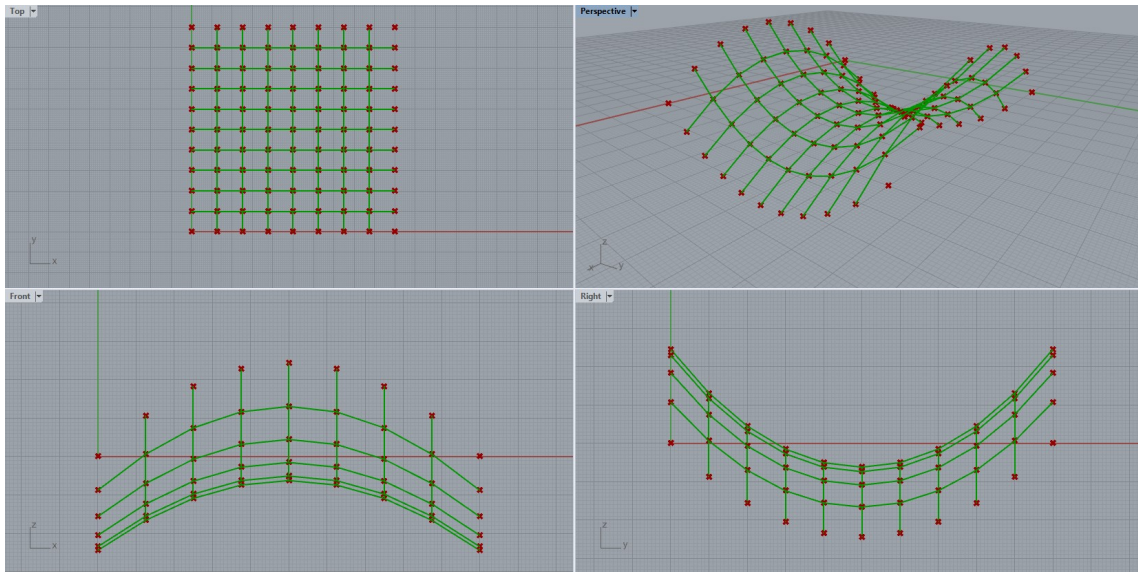
Ezt a technikát minden kötélélemre alkalmazva számoljuk ki a csomóponti erőket. Az egyes csomópontokra ható eredő erők így csupán egy függőleges komponensből állnak (csomóponti kiegyensúlyozatlan teher), ezért a következő lépésben mozgatjuk a csomóponti erők irányába a csomópontokat. Ez nagyon egyszerűen megoldható az adott vektor a megfelelő csomópont koordinátáihoz való hozzáadásával.

Az iterációs folyamatban vesszük az imént meghatározott új csomóponti koordinátákat, és a következő lépésben ezeket vesszük referenciaként az új erővektorok meghatározásához. Nagyon fontos, hogy minden iterációs körben le kell nullázni a csomóponti erőket, mielőtt újra kiszámoljuk őket. Az iterációt akkor állítom meg, ha a legnagyobb csomóponti erő kisebb lesz, mint a megadott hibahatár. Ezt az utolsó lépést egy alternatív módon is megoldottam, mégpedig úgy, hogy beépítettem a programba egy gombot, amelynek a megnyomásával indítom el az iterációt és megadott időlépésenként, jelen esetben 100 ms-onként, léptetem az iterációt. Ennek az az előnye, hogy látható lesz a mozgás iteráció közben, ami megkönnyítette az alakkeresés elemzését.



ábra 4: 1-es számú szerkezet elméleti alakja erőintenzitás-módszer által meghatározva

Megfigyelhető, hogy az elmozdulás során a csomópontok nem mozdultak el vízszintesen, azaz valóban kizárólag függőleges mozgást végeztek az egyensúlyi alakhoz vezető útjuk során. Hasonló következtetésre juthatunk, ha megvizsgáljuk a 2-es számú szerkezet viselkedését.



ábra 5: 2-es számú szerkezet elméleti alakja erőintenzitás-módszer által meghatározva

Ránézésre sejthető, hogy a második szerkezet alakváltozásai és deformációi lényegesen kisebbek az elsőnél, melynek az oka a szerkezet geometriai merevségével függ össze. Ez egy remek példa a megfeszített szerkezetek merevségének és a geometriai elrendezésének a kapcsolatához. Ezzel a jelenséggel és a szerkezetek közötti különbségekkel a továbbiakban fogok foglalkozni.

**Az egyes szerkezetek tulajdonságai, illetve ezeknek az összehasonlítása:**

Kezdeti paraméterek a geometria generálására:

$$a = 100$$

$$b = 100$$

$$m = 7$$

$$n = 7$$

$$z = 25$$

Az alakkeresés során az első szerkezet vizsgálatát először is a korábban említett, időparaméteres iterációs program segítségével vizsgáltam. Megjelenítettem a program futtatása során az iterációs lépések számát, az elmozdult csomópontok koordinátáit, a mozgást előidéző vektorokat, illetve az egyes iterációs lépésekben megjelenő legnagyobb elmozdulás vektor hosszát. Tanulmányozva az egyensúlyi alak kialakulását, azt tapasztaltam, hogy ha az idő paraméter nélküli program esetén a hibahatárt, ami jelen esetben alsó korlátot szab az

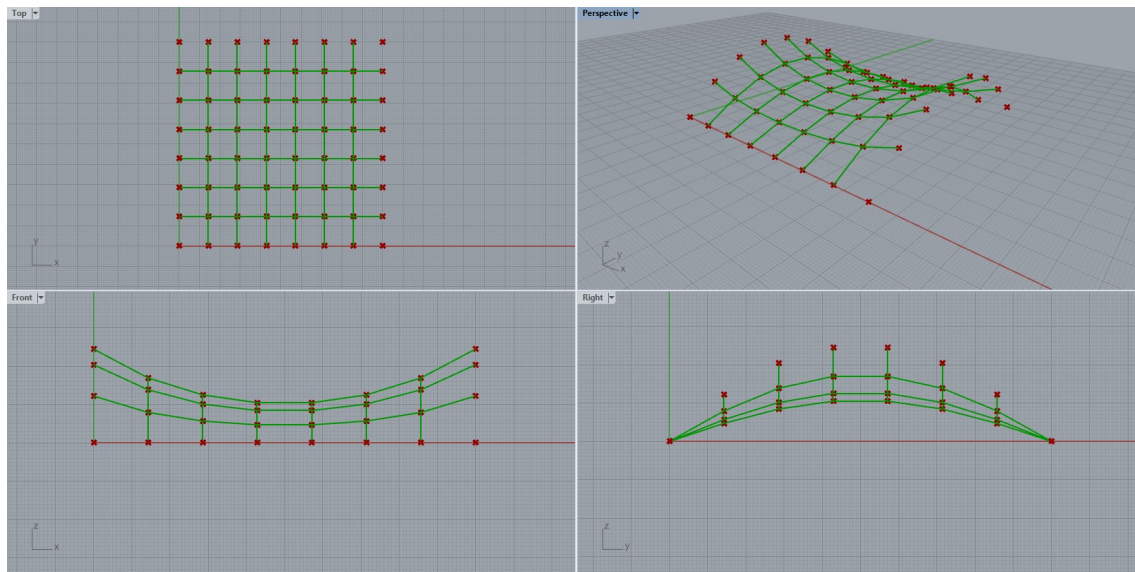
iterációnként megjelenő legnagyobb elmozdulás vektor számára, elég kicsire veszem fel egy bemenő hibahatár paraméter segítségével, akkor az így generált geometria konvergál az időben változó eset célgeometriájához. Ez a konvergencia állítható az említett paraméter segítségével, és 4 értékes pontosságot értelem szerűen akkor ér el a jelen szerkezet esetében, ha legalább 0,0001-es hibahatárt követel meg. Jelen esetben ezt az értéket választottam hibahatárnak.

Az erőintenzitás-módszer alapján számított csomóponti elmozdulás vektorok, a kiindulási alak és az elméleti alak között, az alábbi mátrixban (táblázat 1) vannak szemlélítve, illetve a hozzá tartozó elméleti alak három vetületi és egy 3 dimenziós ábrázolása a 6. ábrán látható.

{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,- 4.29228}	{0,0,- 6.543837}	{0,0,- 7.528849}	{0,0,- 7.528849}	{0,0,- 6.543837}	{0,0,- 4.29228}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,- 6.543837}	{0,0,- 10.272923}	{0,0,- 11.961496}	{0,0,- 11.961496}	{0,0,- 10.272923}	{0,0,- 6.543837}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,- 7.528849}	{0,0,- 11.961496}	{0,0,- 14.001841}	{0,0,- 14.001841}	{0,0,- 11.961496}	{0,0,- 7.528849}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,- 7.528849}	{0,0,- 11.961496}	{0,0,- 14.001841}	{0,0,- 14.001841}	{0,0,- 11.961496}	{0,0,- 7.528849}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,- 6.543837}	{0,0,- 10.272923}	{0,0,- 11.961496}	{0,0,- 11.961496}	{0,0,- 10.272923}	{0,0,- 6.543837}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,- 4.29228}	{0,0,- 6.543837}	{0,0,- 7.528849}	{0,0,- 7.528849}	{0,0,- 6.543837}	{0,0,- 4.29228}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}

táblázat 1: 1-es számú szerkezet elmozdulásvektorainak mátrixa

## Térbeli, feszített kötél szerkezetek merevségének paraméteres vizsgálata



ábra 6: 1-es számú szerkezet egyensúlyi alakja

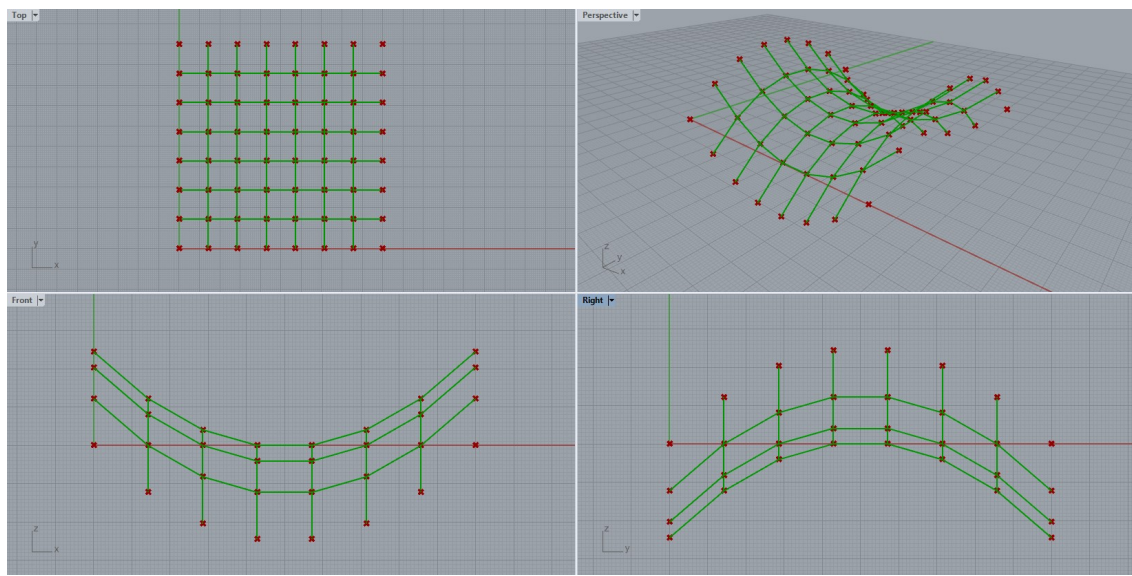
A táblázat számszerűen igazolja korábbi feltételezésünket, mely szerint a szerkezet csomópontjai kizárólag függőleges csomóponti eltolódást szenvednek. A szerkezet új geometriája megfigyelhető négy különböző nézetből. Az elmozdult alakon, továbbá a táblázatban szereplő elmozdulási értékeken is megfigyelhető a súlyponti kötélirányokkal megegyező, illetve az átlós szimmetria.

A második szerkezet esetében azonos kezdeti paraméterek alapján generáltam le a geometriát és ezen végeztem el a hozzá tartozó megfelelő vizsgálatokat.

{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}

táblázat 2: 2-es számú szerkezet elmozdulásvektorainak mátrixa





ábra 7: 2-es számú szerkezet egyensúlyi alakja

A második szerkezet esetében megfigyelhető egy nagyon érdekes sajátosság. A sokszoros szimmetriáknak, illetve a kiindulási geometriában az egyes csomópontokhoz kapcsolódó kötételek iránya miatt az egyes kábelekben a feltételezett feszültségeloszlás alapján minden csomópont egyensúlyban van, tehát lényegében felvett kezdeti geometria egy egyensúlyi alak volt.

A szerkezetek csomópontjainak elmozdulásainak vizsgálatára alkalmazzunk most egy más geometriát, amely szintén négyzetes alaprajzú, ugyanakkor a kötelek száma irányonként különböző.

$$a = 100$$

$$b = 100$$

$$m = 7$$

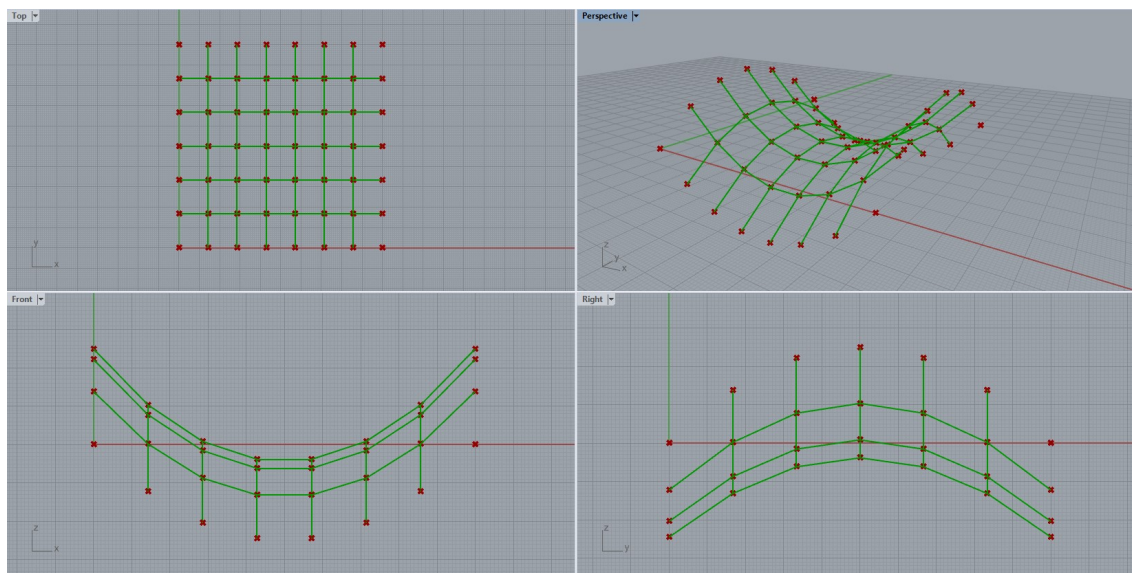
$$n = 6$$

$$z = 25$$

Ebben a geometriai elrendezésben az első szerkezet esetében nem tapasztalunk érdemi változást, a második szerkezet esetén viszont lényeges különbséget figyelhetünk meg. Itt elmozdulnak a csomópontok a feszített kötételek hatására, ami azt jelenti, hogy az ehhez tartozó kezdeti geometria nem egyensúlyi alak és még ezen kívül egy figyelemre méltó tulajdonságot is megfigyelhetünk, amelyet a továbbiakban részletezek.

{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,- 1.466004}	{0,0,- 2.212528}	{0,0,- 2.531804}	{0,0,- 2.531804}	{0,0,- 2.212528}	{0,0,- 1.466004}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,- 2.177772}	{0,0,- 3.378755}	{0,0,- 3.909431}	{0,0,- 3.909431}	{0,0,- 3.378755}	{0,0,- 2.177772}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,- 2.392767}	{0,0,- 3.742018}	{0,0,- 4.344622}	{0,0,- 4.344622}	{0,0,- 3.742018}	{0,0,- 2.392767}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,- 2.177772}	{0,0,- 3.378755}	{0,0,- 3.909431}	{0,0,- 3.909431}	{0,0,- 3.378755}	{0,0,- 2.177772}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,- 1.466004}	{0,0,- 2.212528}	{0,0,- 2.531804}	{0,0,- 2.531804}	{0,0,- 2.212528}	{0,0,- 1.466004}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}

táblázat 3: 2-es számú szerkezet elmozdulásvektorainak mátrixa irányonként eltérő kötél szám esetén



ábra 8: 2-es számú szerkezet egyensúlyi alakja irányonként eltérő kötél szám esetén

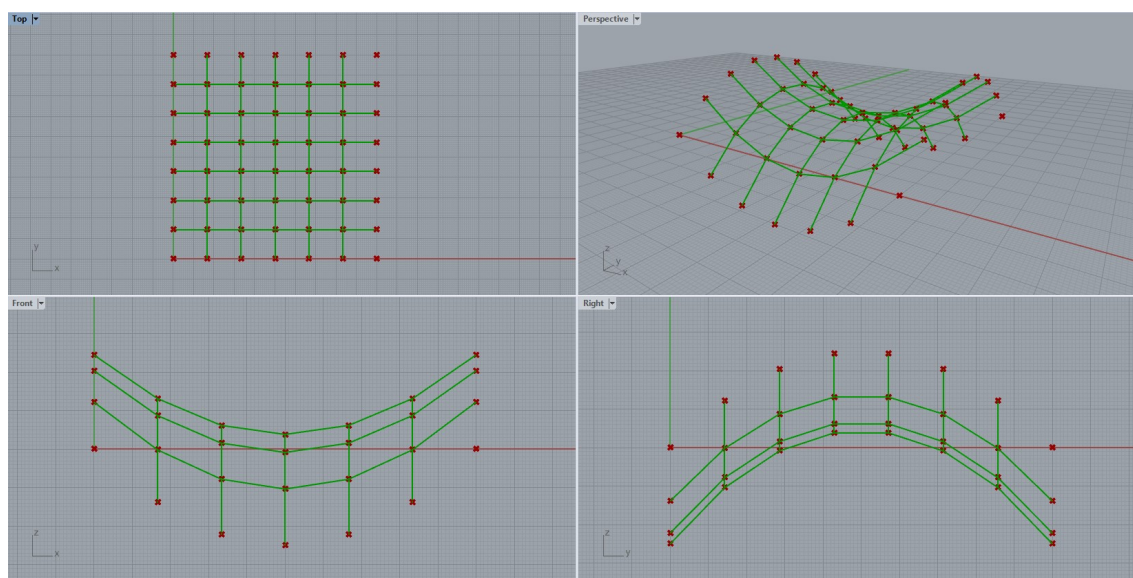
Megfigyelhető, hogy ebben az esetben már valós elmozdulásokat végeznek a csomópontok az egyensúlyi helyzethez vezető út során.

Észrevehető az a geometriai sajátosság, hogy a kialakult elméleti alak szoros kapcsolatban van az irányonkénti kötél számmal. A kiindulási geometriához képest a kevesebb kötél számmal rendelkező irány köteleinek domború oldalán helyezkedik el a kialakult egyensúlyi alak.

Összehasonlításként csatolom azt az egyensúlyi alakot és a hozzá tartozó táblázatot, amelyben az  $m$  és az  $n$  értékeit felcseréljük.

{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,1.466004}	{0,0,2.177772}	{0,0,2.392767}	{0,0,2.177772}	{0,0,1.466004}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,2.212528}	{0,0,3.378755}	{0,0,3.742018}	{0,0,3.378755}	{0,0,2.212528}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,2.531804}	{0,0,3.909431}	{0,0,4.344622}	{0,0,3.909431}	{0,0,2.531804}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,2.531804}	{0,0,3.909431}	{0,0,4.344622}	{0,0,3.909431}	{0,0,2.531804}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,2.212528}	{0,0,3.378755}	{0,0,3.742018}	{0,0,3.378755}	{0,0,2.212528}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,1.466004}	{0,0,2.177772}	{0,0,2.392767}	{0,0,2.177772}	{0,0,1.466004}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}

táblázat 4: 2-es számú szerkezet elmozdulásvektorainak mátrixa irányonként eltérő kötél szám esetén, ha a kötelek számát irányonként felcseréljük



ábra 9: 2-es számú szerkezet egyensúlyi alakja irányonként eltérő kötél szám esetén, ha a kötelek számát irányonként felcseréljük

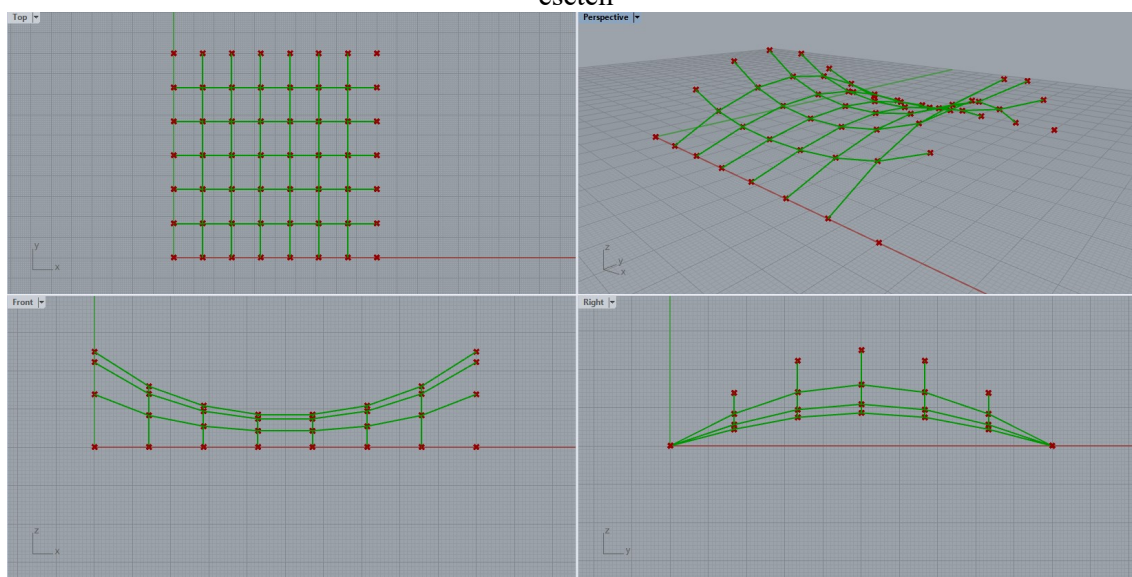
A 8-as és 9-es ábrákra tekintve látható, hogy a 8-as bal alsó ábrája tulajdonképpen megegyezik a 9-es jobb alsó ábrájának fordítottjával. Ugyanez a jelenség igaz 8-as jobb alsó és 9-es bal alsó ábráira. Ezt a jelenséget alátámasztja a 3-as és 4-es táblázatok értékeinek szemrevételezése. Könnyedén észrevehető, hogy az egyik mátrix tulajdonképpen a másik mátrixnak a

transzponáltjának az ellentettje. Alaprajzi szinten a sorok és oszlopok (eltérő irányú kötelek) felcserélésével értelemszerűen magyarázható a transzponációs kapcsolat a mátrixok között, illetve az ellentett előjel is könnyedén észrevehető.

Annak érdekében, hogy össze tudjuk hasonlítani az 1-es és 2-es számú szerkezeteket irányonként eltérő kötélzám esetén még szükség lesz az 1-es szerkezet egyensúlyi alakjára ebben az esetben.

{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,- 5.526948}	{0,0,- 8.341767}	{0,0,- 9.545748}	{0,0,- 9.545748}	{0,0,- 8.341767}	{0,0,- 5.526948}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,- 8.210677}	{0,0,- 12.739187}	{0,0,- 14.740385}	{0,0,- 14.740385}	{0,0,- 12.739187}	{0,0,- 8.210677}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,- 9.021376}	{0,0,- 14.109007}	{0,0,- 16.381468}	{0,0,- 16.381468}	{0,0,- 14.109007}	{0,0,- 9.021376}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,- 8.210677}	{0,0,- 12.739187}	{0,0,- 14.740385}	{0,0,- 14.740385}	{0,0,- 12.739187}	{0,0,- 8.210677}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,- 5.526948}	{0,0,- 8.341767}	{0,0,- 9.545748}	{0,0,- 9.545748}	{0,0,- 8.341767}	{0,0,- 5.526948}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}

táblázat 5: 1-es számú szerkezet elmozdulásvektorainak mátrixa irányonként eltérő kötélzám esetén



ábra 10: 1-es számú szerkezet egyensúlyi alakja irányonként eltérő kötélzám esetén

Térbeli, feszített kötél szerkezetek merevségének paraméteres vizsgálata

{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,- 4.060945}	{0,0,- 6.129239}	{0,0,- 7.013943}	{0,0,- 7.013943}	{0,0,- 6.129239}	{0,0,- 4.060945}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,- 6.032905}	{0,0,- 9.360432}	{0,0,- 10.830954}	{0,0,- 10.830954}	{0,0,- 9.360432}	{0,0,- 6.032905}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,- 6.628609}	{0,0,- 10.366989}	{0,0,- 12.036846}	{0,0,- 12.036846}	{0,0,- 10.366989}	{0,0,- 6.628609}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,- 6.032905}	{0,0,- 9.360432}	{0,0,- 10.830954}	{0,0,- 10.830954}	{0,0,- 9.360432}	{0,0,- 6.032905}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,- 4.060945}	{0,0,- 6.129239}	{0,0,- 7.013943}	{0,0,- 7.013943}	{0,0,- 6.129239}	{0,0,- 4.060945}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}

táblázat 6: 1-es és 2-es számú szerkezetek csomóponti elmozdulásainak különbsége

0	0	0	0	0	0	0	0
0	4.060945	6.129239	7.013943	7.013943	6.129239	4.060945	0
0	6.032905	9.360432	10.830954	10.830954	9.360432	6.032905	0
0	6.628609	10.366989	12.036846	12.036846	10.366989	6.628609	0
0	6.032905	9.360432	10.830954	10.830954	9.360432	6.032905	0
0	4.060945	6.129239	7.013943	7.013943	6.129239	4.060945	0
0	0	0	0	0	0	0	0

táblázat 7 táblázat 6: 1-es és 2-es számú szerkezetek csomóponti elmozdulásainak különbsége az elmozdulásvektorok hosszainak felírásával

A két szerkezet azonos kötélenként működő feszültségek hatására szembetűnően nagy csomóponti elmozdulásokat produkál az egyensúlyi alakok esetében. A két oldalról parabola és

két oldalról egyenes által határolt szerkezetnek láthatóan nagyobbak a csomóponti elmozdulásai a négy irányból parabola peremű szerkezethez képest. Már említettem korábban a geometriai merevség hatásait, azonban ebben a példában látható a legszemléletesebben. Amíg az első szerkezet csak két szembenfekvő görbével van határolva, addig a második szerkezet négyvel. Az utóbbi esetben az egyes belső csomópontokhoz tartozó, egymással szembenfekvő kötélelemek egymás között szöget zárnak be, ezért kötéleik nemzérus eredő erővel rendelkeznek. A merőleges irányok eredői egymással ellentétes irányítású függőleges erők, amelyek részleges kioltás során kisebb eredőt és ezáltal enyhébb elmozdult alakot eredményeznek. Ezzel szemben az első szerkezet csupán egy irányban rendelkezik egymással szöget bezáró, szembenfekvő kötélelemekkel csomópontonként, ezért ezt nincs mi egyensúlyozza a csupán kezdeti feszültséget feltételező számítás során, ennek eredményeképpen nagyobb eredőt és nagyobb elmozdulást okoz az első kialakításnál.

## **5. Az elméleti alak meghatározása dinamikus ellazítással (dynamic relaxation)**

### **5.1. A dinamikus ellazítás mechanikai háttere**

A dinamikus ellazítás egy olyan fiktív dinamikai vizsgálat, amely statikai problémák megoldására használatos. A dinamikus ellazítást, mint módszert általában felvett metszeterő-eloszlásnak megfelelő elméleti alak, szabásmintához tartozó szerelési alak, illetve a külső statikus terheknek megfelelő egyensúlyi helyzetek meghatározásához használják. Az eljárás felépítése úgy néz ki, hogy a szerkezet  $\Delta t$  időintervallumonként követett, fiktív mozgás során jut el a tetszőlegesen meghatározott kiindulási geometriából a keresett egyensúlyi állapotba.

Természetesen elsőként szükség van egy kezdeti geometriára. A kötélnálzat csomópontjaiban egységnyi nagyságú fiktív tömegeket feltételezünk.

Az eljárás során minden iterációs lépésben meghatározzuk az egyes csomópontokban működő erőket. Az elméleti alak meghatározása során a kötélerőket vagy az általunk megadott konstans, redukált kötélerőket és a csomópontok aktuális koordinátáit vesszük figyelembe.

A megfelelő kötélerőket a hozzájuk kapcsolódó csomópontokba redukáljuk. Ezekből az erőkből csomópontonként, bizonyos esetekben a külső terheket is figyelembe véve kapjuk az úgynevezett kiegyensúlyozatlan csomóponti terheket. A számítás során a fiktív tömegekre ható gravitációt nem vesszük figyelembe. A csomópontok elmozdulása tulajdonképpen a

kiegyensúlyozatlan csomóponti terhekből adódik, ami Newton II. törvényének értelmében hozza mozgásba ezeket a fiktív tömegeket:

$$a_{ix}^t = R_{ix}^t / m_i, \text{ ahol} \quad (7)$$

$a_{ix}^t$  az  $i$  jelű csomópont  $x$  irányú gyorsulása  $t$  időpontban,

$R_{ix}^t$  a kiegyensúlyozatlan teher  $x$  irányú komponense az  $i$  jelű csomópontban  $t$  időpontban,

$m_i$  fiktív csomóponti teher az  $i$  jelű csomópontban.

A csomópontok  $y$ , illetve  $z$  irányú gyorsulásai a kiegyensúlyozatlan terhek  $y$ ,  $z$  irányú komponenseiből számítandók. Fontos peremfeltétel, hogy a fix helyzetű perempontok nem mozognak az eljárás során.

A számítási algoritmus során minden iterációs lépésben ki kell számítanunk az elmozdult fiktív tömegű csomópontok helyét, sebességét, gyorsulását, illetve a tömegekre ható erőket. A csomópontok új koordinátáit, a kiegyensúlyozatlan csomóponti terheket, a fiktív tömegek gyorsulásait a  $\Delta t$  időintervallumok végén, a csomópontok sebességeit és a teljes szerkezet mozgási energiáját a  $\Delta t$  időintervallumok közepén számítjuk. A sebességek számítása során fontos azt a feltételt megfogalmazni, hogy a  $(t-\Delta t/2) - (t+\Delta t/2)$  időintervallumban a csomópontok gyorsulása állandó legyen.

A sebességet például a következőképpen állítjuk elő:

$$v_{ix}^{t+\Delta t/2} = v_{ix}^{t-\Delta t/2} + a_{ix}^t \Delta t, \text{ ahol} \quad (8)$$

$v_{ix}^{t+\Delta t/2}$  az  $i$  jelű csomópont  $x$  irányú sebessége  $t+\Delta t/2$  időpontban,

$v_{ix}^{t-\Delta t/2}$  az  $i$  jelű csomópont  $x$  irányú sebessége  $t-\Delta t/2$  időpontban,

illetve a számítás első lépésében a  $0 - \Delta t/2$  időintervallumban az egyes csomópontok gyorsulásai állandóak és megegyeznek a  $t = 0$  időpillanatban számított értékkel:

$$v_{ix}^{\Delta t/2} = a_{ix}^0 \Delta t/2 \quad (9)$$

A csomópontok aktuális koordinátáit az előző iterációs lépés végén számított koordináták és az iterációs lépés közepén számított sebesség alapján számítjuk az alábbi módon:

$$x_{ix}^{t+\Delta t/2} = x_i^t + v_{ix}^{t+\Delta t/2} \Delta t, \text{ ahol} \quad (10)$$

$x_{ix}^{t+\Delta t/2}$  az  $i$  jelű csomópont  $x$  koordinátája  $t+\Delta t$  időpontban,

$x_i^t$  az  $i$  jelű csomópont  $x$  koordinátája  $t$  időpontban.

A mozgással kapcsolatos közelítések nem befolyásolják a végeredményt, mivel a mozgás fiktív és egyetlen célja, hogy a szerkezet egyensúlyi helyzetét megtaláljuk.

Mivel minden iterációs lépésben az aktuális koordináták alapján történik a számítás, ezért megengedhetők nagy elmozdulások is. Tehát a mozgásba hozott felület megfelelő csillapítás esetén beáll az egyensúlyi helyzetbe. A felület alakját akkor fogadjuk el egyensúlyi helyzetnek, amikor a kiegyensúlyozatlan csomóponti terhek maximuma kisebb az általunk megadott hibahatárnál.

A konvergencia biztosításának céljából kétféle csillapítást szoktak alkalmazni dinamikus ellazítás esetén, a viszkózus csillapítást és a kinematikus csillapítást. Jelen esetben a számítási módszer nem igényel csillapítást, ezért ezt a témát most nem fogom részletezni.

## **5.2. Elméleti alak egyszerűsített meghatározása dinamikus ellazítás segítségével**

Ahogy az erőintenzitás módszer esetében is, úgy most is egyszerűsített formában valósítható meg a dinamikus ellazítás programozása és a két eljárás felépítése nagyon kis mértékben tér el egymástól, viszont az egyensúlyi alakok annál inkább. A számítás ismét az 1-es és 2-es számú szerkezeteken egyaránt végre lesz hajtva. A számítás során ezúttal is megfeszített köteleket feltételezek, amelyekre nem hat sem külső teher, sem önsúly.

Kezdeti feltételezésünk ebben az esetben az, hogy minden kábelelemben azonos, egységnyi kötélterőt működtetünk. Emiatt tehát az előző modellel ellentétben, a belső csomópontok  $x$  és  $y$  irányú egyensúlya nem teljesül a kiindulási helyzetben, ezért nem csak függőleges irányú elmozdulások keletkeznek a csomópontokban, hanem tetszőlegesek. A kötélterőket, mint már említettem, egységnyi nagyságúra veszem fel. Ebben az esetben a háló úgynevezett „összerántása” nem kerülhető el, mivel a csomópontok elmozdulását okozó eredő erők nem lesznek függőlegesek. Ez azt jelenti, hogy a csomópontok vízszintesen is el fognak tolni.

A hálónak az egyensúlyi alakja meghatározásához úgy számolunk, hogy a megfelelő csomópontokhoz tartozó kötélterők eredői, fiktív mozgás feltételezése révén, megegyeznek az elmozdulásvektorokkal.

Minden iterációs lépésben újra ki kell számolni az elmozdult csomópontokra ható erőket a csomópontokba kapcsolódó kötélelemek kötélterőiből, mivel ezután ezek az erők fogják gyorsítani a csomópontokba helyezett fiktív egységnyi tömegeket.



Ilyen peremfeltételek mellett a program szép egyensúlyi alakot ad. Amennyiben ez nem így lenne a kinematikus csillapítást, vagy viszkózus csillapítást alkalmaznánk a konvergencia gyorsítására, azonban a jelenlegi vizsgálat során ez most nem volt indokolt ebben az esetben sem.

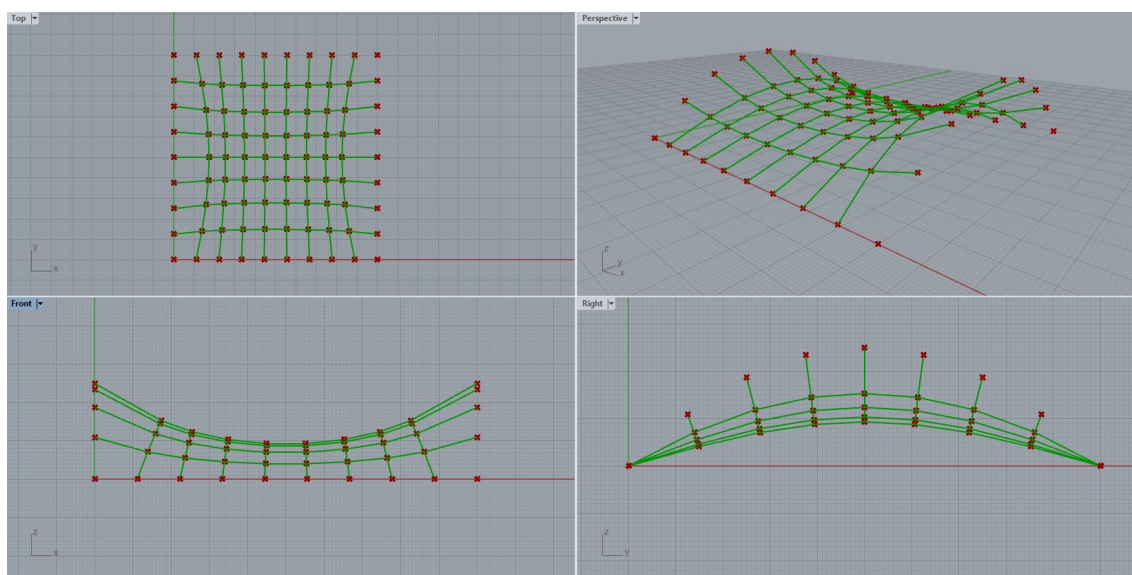
### **Programozási eljárás technikai részletei:**

A feladat megoldásához most is a Grasshopper vektorait alkalmazzuk. Tulajdonképpen a megfelelő kötélelemek két végpontjából csinálhatunk egy vektort egy lépésben.

Ez eredményül olyan vektorokat ad, amelyek egyenértékűek olyan erővektorokkal, amelyek kötélirányúak és nagyságuk megegyezik az egyes kötélelemek „ $l_i$ ” hosszával. Ezután ezeket a vektorokat leosztjuk a saját hosszukkal és így olyan egységnyi nagyságú vektorokat kapunk, amelyek megfelelnek kötélerőkként a feladat során .

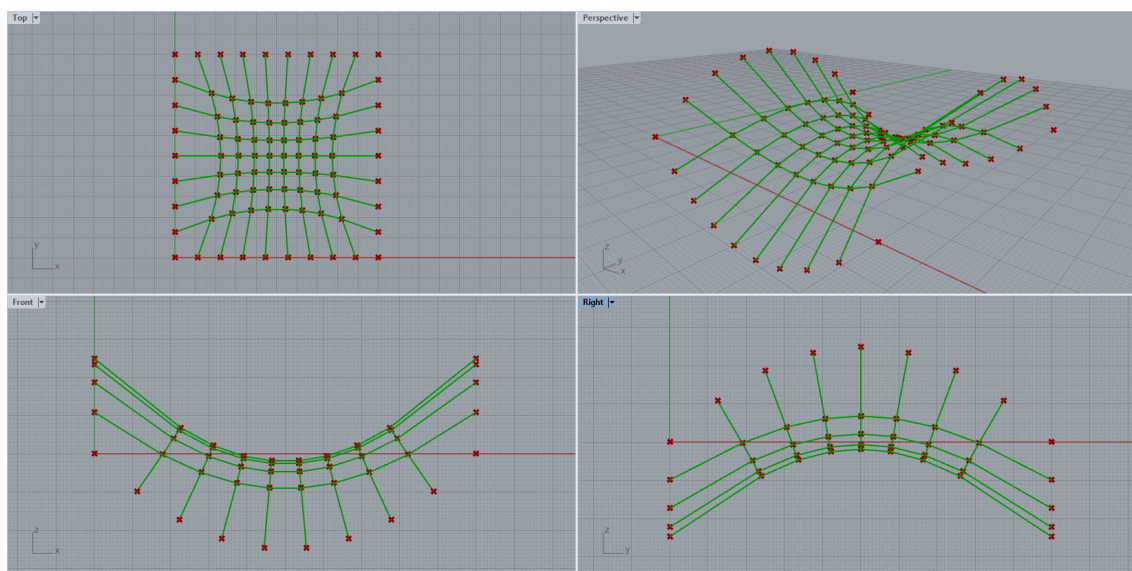
Miután elkészülünk a vektorok gyártásával, összegyűjtjük őket a megfelelő csomópontok szerint. Ezek után az összes belső csomópontot elmozdítjuk a hozzá tartozó eredő elmozdulásvektorokkal, amelyek megegyeznek a megfelelő csomóponti kiegyensúlyozatlan teher vektorával. Tulajdonképpen ez azért valósul meg, mert a jelen paraméterek mellett egyenértékű azzal, hogy minden lépés után megállítjuk a mozgást, az erőkből számítunk gyorsulásokat, azokból sebességeket és végül azokból elmozdulásokat. Lényegében ezt jelenti az amikor az erővektorokkal megegyezően mozgatjuk el a csomópontokat. Ez nagyon egyszerűen megoldható az adott vektor megfelelő csomópont koordinátáihoz való hozzáadásával.

Az iterációs folyamatban vesszük a fent meghatározott új csomóponti koordinátákat és a következő lépésben ezeket vesszük referenciaként, azaz új kiindulási pontonként az új erővektorok meghatározásához. Nagyon fontos, hogy minden iterációs lépésben le kell nullázni a csomóponti erőket, mielőtt újra kiszámoljuk őket. Az iterációt akkor állítom meg, ha a legnagyobb csomóponti erő kisebb lesz, mint egy megadott, általam definiált hibahatár. Ezt az utolsó lépést most is megoldottam egy alternatív módon a mozgás szemléltetésének érdekében úgy, hogy bekötöttem egy gombot a C# modulba, amelynek megnyomásával indítható el az iterációs folyamat és egy megadott 100 ms-os időlépés hozzáadásával léptethető az iteráció.



ábra 11: 1-es számú szerkezet elméleti alakja dinamikus ellazítás által meghatározva

Észrevehető, hogy az elmozdulás során a szerkezet az előzővel ellentétben, ezúttal valóban „összerándul”, azaz az egyes elmozdulásvektorok rendelkeznek  $x$ ,  $y$  és  $z$  tengelyirányú komponensekkel.



ábra 12: : 2-es számú szerkezet elméleti alakja dinamikus ellazítás által meghatározva

A második szerkezet esetén is láthatóak a párján megállapított sajátosságok, azonban a geometriájának köszönhetően sokkal fokozottabb, mondhatni elfajultabb az „összerándulás” mértéke. Ennek az okait és az egyes eltéréseket a továbbiakban fogom vizsgálni.

Az erőintenzitás-módszer vizsgálatához hasonlóan ugyanazokat a paraméterezési kombinációkat fogjuk alkalmazni, hogy majd a következő fejezetben a két adatsor összehasonlítható lehessen.

$$a = 100$$

$$b = 100$$

$$m = 7$$

$$n = 7$$

$$z = 25$$

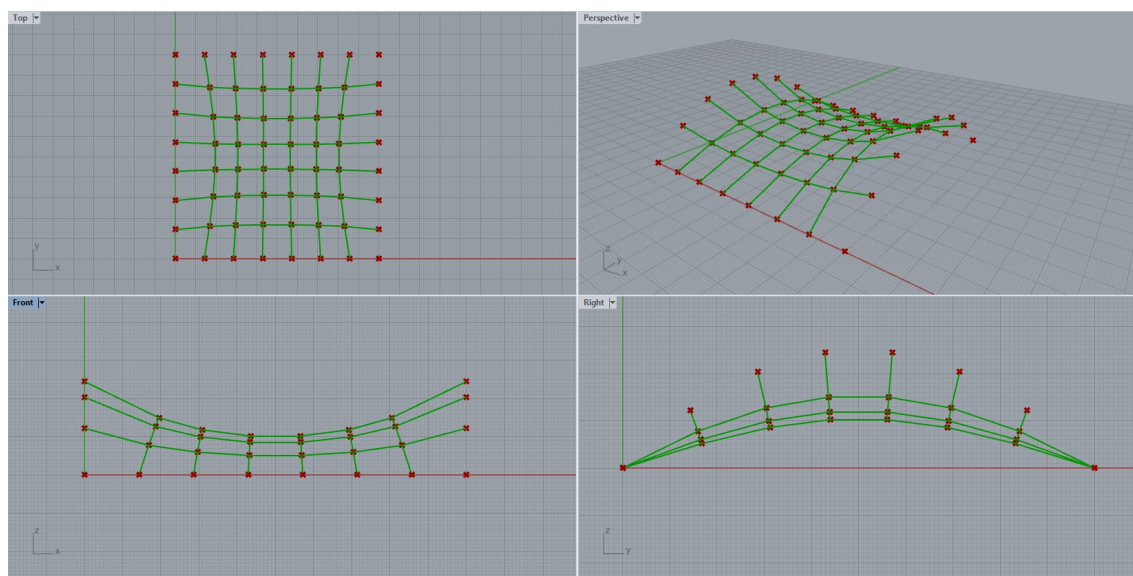
Az alakkeresés során az első szerkezet vizsgálatát az előző modellel megegyező módon, az időlépéses iterációs program segítségével vizsgáltam. A program futtatása során megjelenítettem az iterációs lépések számát, az elmozdult csomópontok koordinátáit, a mozgást előidéző vektorokat, illetve az egyes iterációs lépésekben megjelenő legnagyobb elmozdulásvektor hosszát. Tanulmányozva az egyensúlyi alak kialakulását, ebben az esetben is azt tapasztaltam, hogy ha az idő paraméter nélküli program esetén a hibahatárt, ami jelen esetben alsó korlátot szab az iterációnként megjelenő legnagyobb elmozdulás vektor számára, elég kicsire veszem fel egy bemenő hibahatár paraméter segítségével, akkor az így generált geometria konvergál az időben változó eset célgeometriájához. Ez a konvergencia állítható az említett paraméter segítségével, és 4 értékes pontosságot értelemszerűen akkor ér el a jelen szerkezet esetében, ha legalább 0,0001-es hibahatárt követel meg. Jelen esetben szintén ezt az értéket választottam hibahatárnak. Ez előnyös lesz a módszerek összehasonlítása során, mivel minden bemenő paraméter egyező, így egymással könnyedén összehasonlíthatóak lesznek a vizsgálandó szerkezetek.

A dinamikus ellazítás alapján számított csomóponti elmozdulások vektorait az alábbi mátrixban (táblázat 7) szemléltetem, illetve a hozzá tartozó elméleti alak három vetületi és egy 3 dimenziós ábrázolása a 13. ábrán látható.

## Térbeli, feszített kötél szerkezetek merevségének paraméteres vizsgálata

{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}
{0,0,0}	{2.557547,1.634254,-4.447547}	{1.03688,2.178322,-6.245955}	{0.277975,2.41115,-7.095763}	{-0.277975,2.41115,-7.095763}	{-1.03688,2.178322,-6.245955}	{2.557547,1.634254,-4.447547}	{0,0,0}
{0,0,0}	{4.343601,1.806403,-7.681367}	{1.796218,2.358486,-10.4275}	{0.48347,2.610882,-11.804613}	{-0.48347,2.610882,-11.804613}	{-1.796218,2.358486,-10.4275}	{4.343601,1.806403,-7.681367}	{0,0,0}
{0,0,0}	{5.209538,0.762879,-9.496209}	{2.175187,0.982269,-12.64318}	{0.586831,1.085475,-14.260507}	{-0.586831,1.085475,-14.260507}	{-2.175187,0.982269,-12.64318}	{5.209538,0.762879,-9.496209}	{0,0,0}
{0,0,0}	{5.209538,-0.762879,-9.496209}	{2.175187,-0.982269,-12.64318}	{0.586831,-1.085475,-14.260507}	{-0.586831,-1.085475,-14.260507}	{-2.175187,-0.982269,-12.64318}	{5.209538,-0.762879,-9.496209}	{0,0,0}
{0,0,0}	{4.343601,-1.806403,-7.681367}	{1.796218,-2.358486,-10.4275}	{0.48347,-2.610882,-11.804613}	{-0.48347,-2.610882,-11.804613}	{-1.796218,-2.358486,-10.4275}	{4.343601,-1.806403,-7.681367}	{0,0,0}
{0,0,0}	{2.557547,-1.634254,-4.447547}	{1.03688,-2.178322,-6.245955}	{0.277975,-2.41115,-7.095763}	{-0.277975,-2.41115,-7.095763}	{-1.03688,-2.178322,-6.245955}	{2.557547,-1.634254,-4.447547}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	

táblázat 8: 1-es számú szerkezet elmozdulásvektorainak mátrixa

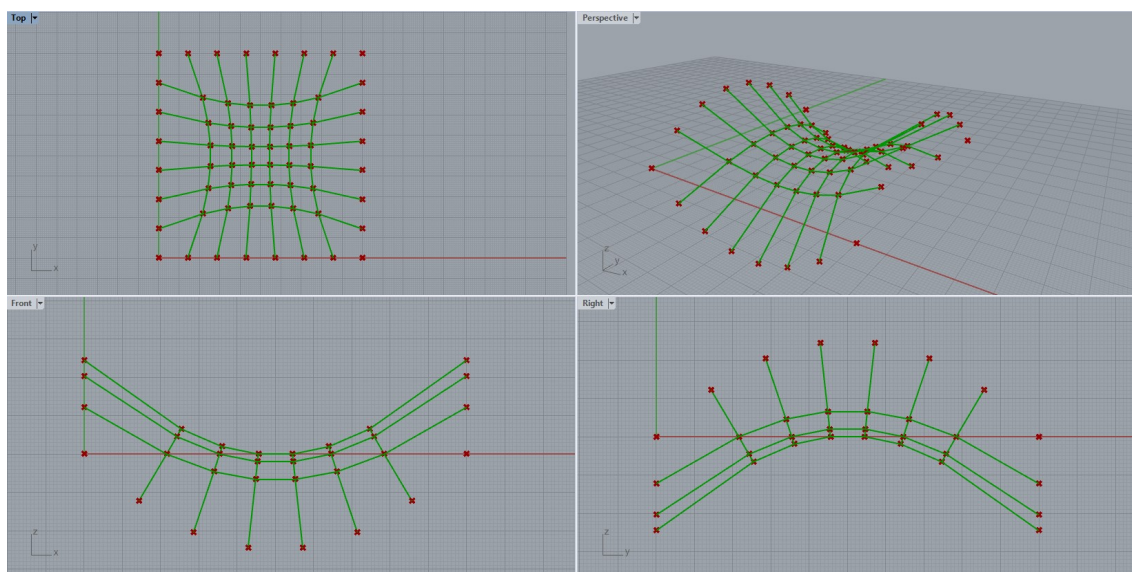


ábra 13: 1-es számú szerkezet egyensúlyi alakja

A 8-as táblázat és a 13-as ábra alapján is láthatjuk számszerű adatok alapján, hogy valóban a kezdeti geometria és az egyensúlyi geometria között a csomópontok elmozdulásvektorai valóban „térbeliek” és igazolják az „összerándulást” is.

{0,0 ,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0 ,0}
{0,0 ,0}	{7.282581,7.2 82581,0}	{5.346788,9.9304 91,3.57969}	{1.969094,11.0658 4,5.662844}	{- 1.969094,11.0658 4,5.662844}	{- 5.346788,9.93049 1,3.57969}	{- 7.282581,7.2 82581,0}	{0,0 ,0}
{0,0 ,0}	{9.930491,5.3 46788,- 3.57969}	{6.838878,6.8388 78,0}	{2.456695,7.46504 2,2.119782}	{- 2.456695,7.46504 2,2.119782}	{- 6.838878,6.83887 8,0}	{- 9.930491,5.3 46788,- 3.57969}	{0,0 ,0}
{0,0 ,0}	{11.06584,1.9 69094,- 5.662844}	{7.465042,2.4566 95,-2.119782}	{2.659406,2.65940 6,0}	{- 2.659406,2.65940 6,0}	{- 7.465042,2.45669 5,-2.119782}	{- 11.06584,1.9 69094,- 5.662844}	{0,0 ,0}
{0,0 ,0}	{11.06584,- 1.969094,- 5.662844}	{7.465042,- 2.456695,- 2.119782}	{2.659406,- 2.659406,0}	{-2.659406,- 2.659406,0}	{-7.465042,- 2.456695,- 2.119782}	{-11.06584,- 1.969094,- 5.662844}	{0,0 ,0}
{0,0 ,0}	{9.930491,- 5.346788,- 3.57969}	{6.838878,- 6.838878,0}	{2.456695,- 7.465042,2.119782 }	{-2.456695,- 7.465042,2.11978 2}	{-6.838878,- 6.838878,0}	{-9.930491,- 5.346788,- 3.57969}	{0,0 ,0}
{0,0 ,0}	{7.282581,- 7.282581,0}	{5.346788,- 9.930491,3.57969 }	{1.969094,- 11.06584,5.662844 }	{-1.969094,- 11.06584,5.66284 4}	{-5.346788,- 9.930491,3.57969 }	{-7.282581,- 7.282581,0}	{0,0 ,0}
{0,0 ,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0 ,0}

táblázat 9: 2-es számú szerkezet elmozdulásvektorainak mátrixa



ábra 14: 2-es számú szerkezet egyensúlyi alakja

A második szerkezet esetében azonos kezdeti paraméterek alapján generáltam le a geometriát és ezen végeztem el a hozzá tartozó megfelelő vizsgálatokat.

Az első dolog ami szembetűnik, az az, hogy a dinamikus relaxáció esetén a második szerkezet kezdeti geometriája nem egyensúlyi alak, ami egy elmozdult alakot eredményez alakkeresés során az erőintenzitás-módszer esetével ellentétben.

Akár a 13-as és 14-es ábrák, akár a 8-as és 9-es táblázatok értékeinek alapján látszik, hogy a geometriai kialakításnak köszönhetően a második szerkezet csomópontjainak függőleges elmozdulásai lényegesen kisebbek az első szerkezeténél, olyannyira, hogy helyenként egy nagyságrendbeli különbség érzékelhető. Ezzel ellentétben azonban az első szerkezet esetében a csomópontok vízszintes irányú eltolódásai, és úgy általában, az egyensúlyi alak alaprajzi nézete szembetűnően kisebb mértékű, finomabb átrendeződést szenvedett, mint a másik szerkezet esetében. Tehát pusztán geometriákat tekintve, míg a két parabola és két egyenes által határolt szerkezet vízszintes síkú elmozdulásai kisebbek alakkeresés során, addig a négy görbe által határolt szerkezet kisebb függőleges elmozdult csomópontokkal rendelkezik.

A szerkezetek merevségeit vizsgáljuk egy más geometriai elrendezésben is, amely négyzetes alaprajzú, irányonként eltérő kötél számú azért, hogy a későbbiekben ezek az adatok összehasonlíthatóak lehessenek az előző fejezetben tárgyalt hasonló elrendezésű szerkezetekkel.

$$a = 100$$

$$b = 100$$

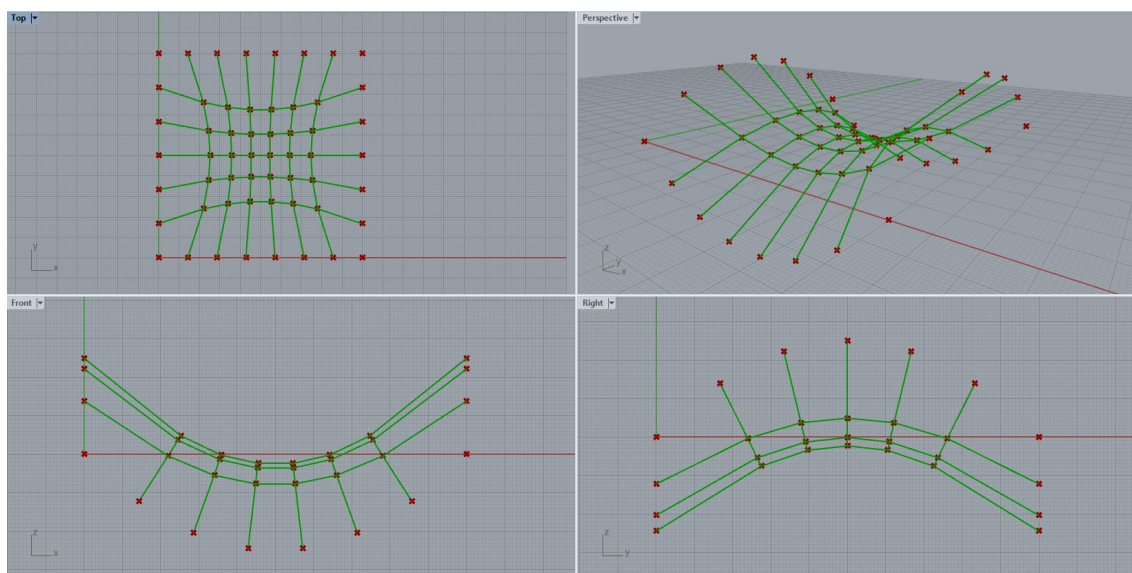
$$m = 7$$

$$n = 6$$

$$z = 25$$

{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}
{0,0,0}	{7.651953,7.258997,-2.059641}	{5.413847,9.706782,1.086081}	{1.970128,10.760345,2.961625}	{-1.970128,10.760345,5.2961625}	{-5.413847,9.706782,2.1086081}	{-7.651953,7.258997,-2.059641}	{0,0,0}
{0,0,0}	{10.240089,4.518637,-6.300282}	{6.851858,5.681408,-3.147261}	{2.437896,6.171671,-1.23161}	{-2.437896,6.171671,-1.23161}	{-6.851858,5.681408,-3.147261}	{-10.240089,4.518637,-6.300282}	{0,0,0}
{0,0,0}	{10.978749,0,-7.896387}	{7.25348,0,4.76413}	{2.567208,0,2.847734}	{-2.567208,0,2.847734}	{-7.25348,0,4.76413}	{-10.978749,0,-7.896387}	{0,0,0}
{0,0,0}	{10.240089,-4.518637,-6.300282}	{6.851858,-5.681408,-3.147261}	{2.437896,-6.171671,-1.23161}	{-2.437896,-6.171671,-1.23161}	{-6.851858,-5.681408,-3.147261}	{-10.240089,-4.518637,-6.300282}	{0,0,0}
{0,0,0}	{7.651953,-7.258997,-2.059641}	{5.413847,-9.706782,1.086081}	{1.970128,-10.760345,2.961625}	{-1.970128,-10.760345,5.2961625}	{-5.413847,-9.706782,2.1086081}	{-7.651953,-7.258997,-2.059641}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}

táblázat 10: 2-es számú szerkezet elmozdulásvektorainak mátrixa irányonként eltérő kötél szám esetén



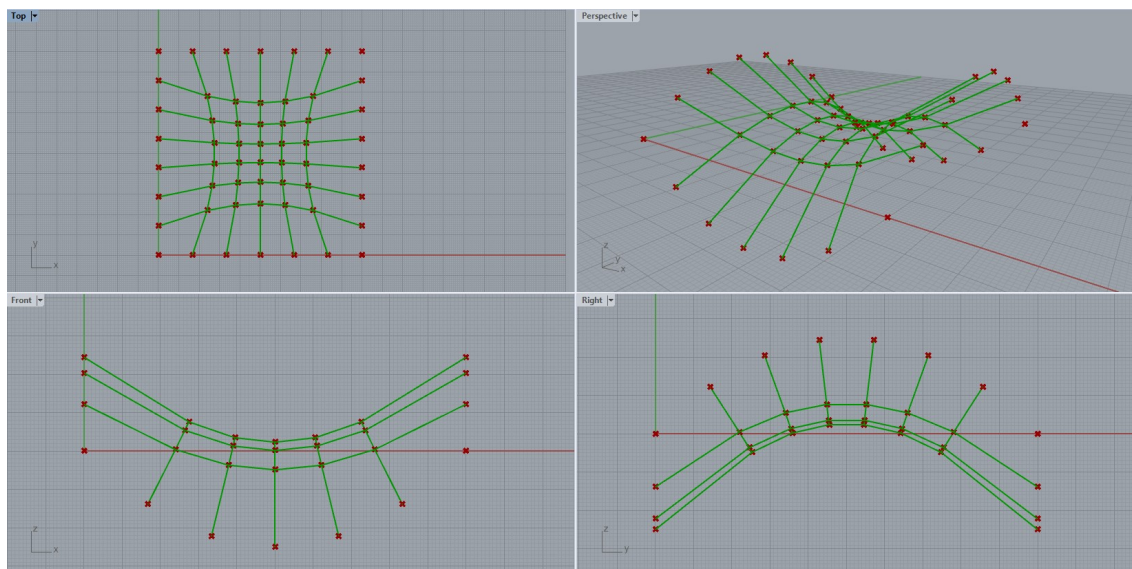
ábra 15: 2-es számú szerkezet egyensúlyi alakja irányonként eltérő kötél szám esetén

Észrevehető az a geometriai sajátosság ebben az esetben is, hogy a kialakult elméleti alak szoros kapcsolatban van az irányonkénti kötél számmal. A kiindulási geometriához képest itt is a kevesebb kötél számmal rendelkező irány köteleinek domború oldalán helyezkedik el a

kialakult egyensúlyi alak. Nézzük meg azt az egyensúlyi alakot és a hozzá tartozó táblázatot is, amelyben az m és az n értékeit felcseréljük.

{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}
{0,0,0}	{7.258997,7.651953,2.059641}	{4.518637,10.240089,6.300282}	{0,10.978749,7.896387}	{-4.518637,10.240089,6.300282}	{-7.258997,7.651953,2.059641}	{0,0,0}
{0,0,0}	{9.706782,5.413847,-1.086081}	{5.681408,6.851858,3.147261}	{0,7.25348,4.76413}	{-5.681408,6.851858,3.147261}	{-9.706782,5.413847,-1.086081}	{0,0,0}
{0,0,0}	{10.760345,1.970128,-2.961625}	{6.171671,2.437896,1.23161}	{0,2.567208,2.847734}	{-6.171671,2.437896,1.23161}	{-10.760345,1.970128,-2.961625}	{0,0,0}
{0,0,0}	{10.760345,-1.970128,2.961625}	{6.171671,-2.437896,1.23161}	{0,-2.567208,2.847734}	{-6.171671,-2.437896,1.23161}	{-10.760345,-1.970128,2.961625}	{0,0,0}
{0,0,0}	{9.706782,-5.413847,1.086081}	{5.681408,-6.851858,3.147261}	{0,-7.25348,4.76413}	{-5.681408,-6.851858,3.147261}	{-9.706782,-5.413847,1.086081}	{0,0,0}
{0,0,0}	{7.258997,-7.651953,2.059641}	{4.518637,-10.240089,6.300282}	{0,-10.978749,7.896387}	{-4.518637,-10.240089,6.300282}	{-7.258997,-7.651953,2.059641}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}

táblázat 11: 2-es számú szerkezet elmozdulásvektorainak mátrixa irányonként eltérő kötél szám esetén, ha a kötelek számát irányonként felcseréljük



ábra 16: 2-es számú szerkezet egyensúlyi alakja irányonként eltérő kötél szám esetén, ha a kötelek számát irányonként felcseréljük



## Térbeli, feszített kötél szerkezetek merevségének paraméteres vizsgálata

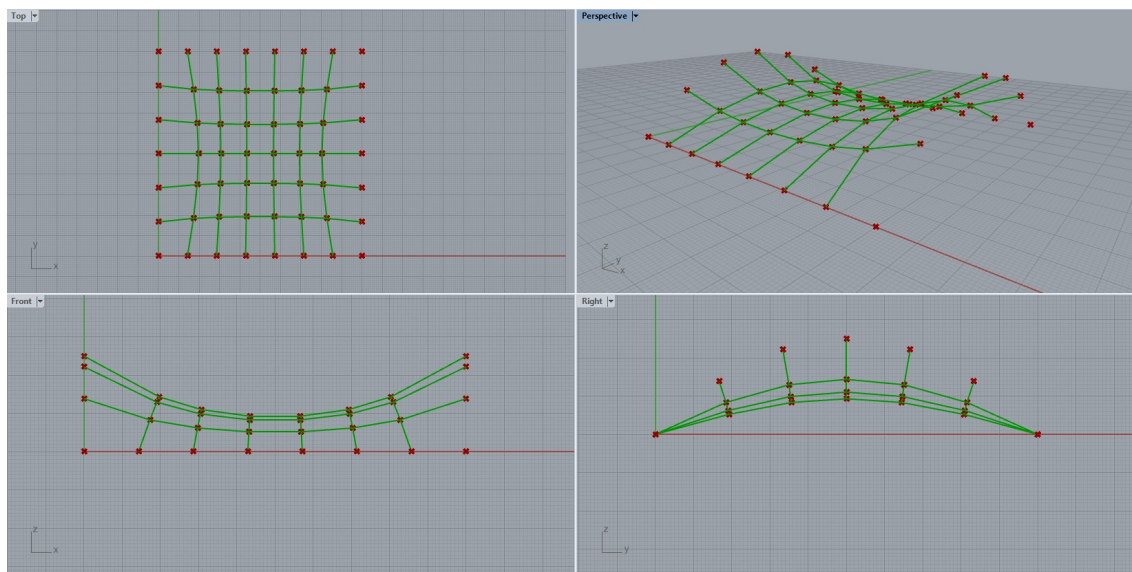
Vizsgálva a 10-es és 11-es táblázatok értékeit, arra a következtetésre juthatunk, hogy az egyik táblázatot tulajdonképpen úgy származtathatjuk a másiktól, hogy transzponáljuk az elmozdulásvektorok mátrixát (9-es táblázat), az egyes mátrixelemekben, amelyek vektorok, kicseréljük az x és az y koordináták értékeit és végül a z koordinátát helyettesítjük az ellentettjével. Ha megfigyeljük ez egy bővített formája tulajdonképpen az erőintenzitás-módszer során megfogalmazott szabálynak, ami mellesleg arra is igaz, mivel a különbség az elmozdulásvektorok x és y koordinátái között van, amelyek az előző esetben mind zérusak voltak.

Annak érdekében, hogy össze tudjuk hasonlítani az 1-es és 2-es számú szerkezeteket irányonként eltérő kötél szám esetén, még szükség lesz az 1-es szerkezet egyensúlyi alakjára ebben az esetben.

{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}
{0,0,0}	{2.95614,1.79734,-5.555897}	{1.136793,2.345467,-7.667347}	{0.294537,2.578184,-8.671965}	{-0.294537,2.578184,-8.671965}	{-1.136793,2.345467,-7.667347}	{-2.95614,1.79734,-5.555897}	{0,0,0}
{0,0,0}	{4.78919,1.597408,-9.268236}	{1.88727,2.039921,-12.339465}	{0.491476,2.241302,-13.895338}	{-0.491476,2.241302,-13.895338}	{-1.88727,2.039921,-12.339465}	{-4.78919,1.597408,-9.268236}	{0,0,0}
{0,0,0}	{5.376071,0,-10.635842}	{2.134906,0,-13.977969}	{0.556973,0,-15.701352}	{-0.556973,0,-15.701352}	{-2.134906,0,-13.977969}	{-5.376071,0,-10.635842}	{0,0,0}
{0,0,0}	{4.78919,-1.597408,-9.268236}	{1.88727,-2.039921,-12.339465}	{0.491476,-2.241302,-13.895338}	{-0.491476,-2.241302,-13.895338}	{-1.88727,-2.039921,-12.339465}	{-4.78919,-1.597408,-9.268236}	{0,0,0}
{0,0,0}	{2.95614,-1.79734,-5.555897}	{1.136793,-2.345467,-7.667347}	{0.294537,-2.578184,-8.671965}	{-0.294537,-2.578184,-8.671965}	{-1.136793,-2.345467,-7.667347}	{-2.95614,-1.79734,-5.555897}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}

táblázat 12: 1-es számú szerkezet elmozdulásvektorainak mátrixa irányonként eltérő kötél szám esetén

## Térbeli, feszített kötél szerkezetek merevségének paraméteres vizsgálata



ábra 17: 1-es számú szerkezet egyensúlyi alakja irányonként eltérő kötélzásm esetén

{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}
{0,0,0}	{-4.695813,-5.461657,-3.496255}	{-4.277054,-7.361315,-8.753428}	{-1.675591,-8.182161,-11.63359}	{1.675591,-8.182161,-11.63359}	{4.277054,-7.361315,-8.753428}	{4.695813,-5.461657,-3.496255}	{0,0,0}
{0,0,0}	{-5.4509,-2.921228,-2.967953}	{-4.964588,-3.641487,-9.192204}	{-1.94642,-3.930369,-12.663728}	{1.94642,-3.930369,-12.663728}	{4.964588,-3.641487,-9.192204}	{5.4509,-2.921228,-2.967953}	{0,0,0}
{0,0,0}	{-5.602678,0,-2.739455}	{-5.118574,0,-9.213839}	{-2.010235,0,-12.853618}	{2.010235,0,-12.853618}	{5.118574,0,-9.213839}	{5.602678,0,-2.739455}	{0,0,0}
{0,0,0}	{-5.4509,2.921228,-2.967953}	{4.964588,3.641487,-9.192204}	{1.94642,3.930369,-12.663728}	{-1.94642,3.930369,-12.663728}	{4.964588,3.641487,-9.192204}	{5.4509,2.921228,-2.967953}	{0,0,0}
{0,0,0}	{4.695813,5.461657,-3.496255}	{4.277054,7.361315,-8.753428}	{1.675591,8.182161,-11.63359}	{-1.675591,8.182161,-11.63359}	{4.277054,7.361315,-8.753428}	{4.695813,5.461657,-3.496255}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}

táblázat 13: 1-es és 2-es számú szerkezetek csomóponti elmozdulásainak különbsége vektor formában felírva

0	0	0	0	0	0	0	0
0	8.006507	12.210842	14.321165	14.321165	12.210842	8.006507	0
0	6.859638	11.063642	13.40173	13.40173	11.063642	6.859638	0
0	6.236555	10.540144	13.009863	13.009863	10.540144	6.236555	0
0	6.859638	11.063642	13.40173	13.40173	11.063642	6.859638	0
0	8.006507	12.210842	14.321165	14.321165	12.210842	8.006507	0
0	0	0	0	0	0	0	0

táblázat 14: 1-es és 2-es számú szerkezetek csomóponti elmozdulásainak különbsége vektorok hosszaiként felírva

A 13-as táblázatban az 1-es és 2-es számú szerkezetek egyensúlyi alakjainak összehasonlítását láthatjuk. Tulajdonképpen a táblázat vektorokkal írja le, hogy a megfelelő csomópontok mennyire térnek el egymástól a két szerkezet esetén. A 14-es táblázat ugyanezt az információt szolgáltatja, mint az ezt megelőző, azzal a különbséggel, hogy ebben az esetben nem magukat a vektorokat, hanem azoknak az abszolút értékét sorolom fel hasonló, mátrixos formátumban. Ebben az esetben is látható, úgy ahogy a 8-as és 9-es elmozdulásvektor-mátrixok esetében, az ahogy a két görbe és két egyenes peremmel rendelkező szerkezet vízszintes síkú elmozdulásai kisebbek, addig a négy parabolikus peremmel rendelkező szerkezet kisebb függőleges irányú elmozdulásokat mutat.

## 6. Az erőintenzitás-módszer és a dinamikus ellazítás során keletkező egyensúlyi alakok és azok tulajdonságainak összehasonlítása

A két alakkeresési eljárás összehasonlítását a két vizsgált szerkezet esetén egyaránt végrehajtom. A szerkezetek egyensúlyi alakjai és bizonyos ezekhez tartozó adatok fentebb megtalálhatóak. Az összehasonlítás során a geometriai paraméterek a következők:

$$a = 100$$

$$b = 100$$

$$m = 7$$

$$n = 6$$

$$z = 25$$

## Térbeli, feszített kötél szerkezetek merevségének paraméteres vizsgálata

Az alakkeresés során az egyensúly meghatározásához szükséges hibahatár 0,0001 értékű ebben az esetben is.

{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}
{0,0,0}	{-2.95614,-1.79734,0.028948}	{-1.136793,-2.345467,-0.674419}	{-0.294537,-2.578184,-0.873783}	{0.294537,-2.578184,-0.873783}	{1.136793,-2.345467,-0.674419}	{2.95614,-1.79734,0.028948}	{0,0,0}
{0,0,0}	{-4.78919,-1.597408,1.057558}	{-1.88727,-2.039921,-0.399721}	{-0.491476,-2.241302,-0.845047}	{0.491476,-2.241302,-0.845047}	{1.88727,-2.039921,-0.399721}	{4.78919,-1.597408,1.057558}	{0,0,0}
{0,0,0}	{-5.376071,0,1.614466}	{-2.134906,0,-0.131038}	{-0.556973,0,-0.680117}	{0.556973,0,-0.680117}	{2.134906,0,-0.131038}	{5.376071,0,1.614466}	{0,0,0}
{0,0,0}	{-4.78919,1.597408,1.057558}	{-1.88727,2.039921,-0.399721}	{-0.491476,2.241302,-0.845047}	{0.491476,2.241302,-0.845047}	{1.88727,2.039921,-0.399721}	{4.78919,1.597408,1.057558}	{0,0,0}
{0,0,0}	{-2.95614,1.79734,0.028948}	{-1.136793,2.345467,-0.674419}	{-0.294537,2.578184,-0.873783}	{0.294537,2.578184,-0.873783}	{1.136793,2.345467,-0.674419}	{2.95614,1.79734,0.028948}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}

táblázat 15: A két eljárás során a két egyensúlyi alakban részt vevő csomópontok koordinátáinak különbsége az 1-es szerkezet esetén

Az első szerkezet esetén, a 15-ös táblázat alapján megfigyelhető, hogy a csomópontok függőleges koordinátáinak különbségei relatív kicsik, az eltérés nagy részét a vízszintes komponensek között tapasztaljuk. Ez az észrevétel várható volt a két számítás kapcsán, hiszen az erőintenzitás-módszer során a szerkezeti csomópontok nem szenvednek vízszintes irányú eltolódást a dinamikus ellazítással ellentétben, ami viszont azt eredményezi, hogy a teljes x, illetve y irányú komponensek közötti különbséget a második eljárás során keletkező vízszintes eltolódások adják.

0	0	0	0	0	0	0	0
0	3.459774	2.692277	2.738117	2.738117	2.692277	3.459774	0
0	5.158147	2.80764	2.445217	2.445217	2.80764	5.158147	0
0	5.613256	2.138924	0.879078	0.879078	2.138924	5.613256	0
0	5.158147	2.80764	2.445217	2.445217	2.80764	5.158147	0
0	3.459774	2.692277	2.738117	2.738117	2.692277	3.459774	0
0	0	0	0	0	0	0	0

táblázat 16: A két eljárás során a két egyensúlyi alakban részt vevő csomópontok koordinátáinak különbsége az 1-es szerkezet esetén távolságban kifejezve

A 16-os táblázatban ugyanazoknak a vektoroknak a hosszai kerülnek felsorolásra, amiből szembetűnően látható a vízszintes eltolódás elmozdulásra gyakorolt hatása. Észrevehető, hogy a geometriailag középső elhelyezkedésű csomópontok helyei térnek el a legkevésbé a két módszer alapján, és ahogy közelítünk a peremek felé, nő ez a különbség.

Az első szerkezet erőinertizálás-módszer által egy 10908.166449 m<sup>2</sup> területű felületet képez, amíg a dinamikus ellazítás 10909.984832 m<sup>2</sup> felületet. Ez azt jelenti, hogy a két modell közel azonos felületet generál, az eltérés csupán 0.999833% , ami validálja ezáltal a két eljárást.

{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}
{0,0,0}	{-7.651953,-7.258997,0.593638}	{-5.413847,-9.706782,-3.298608}	{-1.970128,-10.760345,-5.49343}	{1.970128,-10.760345,-5.49343}	{5.413847,-9.706782,-3.298608}	{7.651953,-7.258997,0.593638}	{0,0,0}
{0,0,0}	{-10.240089,-4.518637,4.12251}	{-6.851858,-5.681408,-0.231494}	{-2.437896,-6.171671,-2.677821}	{2.437896,-6.171671,-2.677821}	{6.851858,-5.681408,-0.231494}	{10.240089,-4.518637,4.12251}	{0,0,0}
{0,0,0}	{-10.978749,0,5.50362}	{-7.25348,0,1.022112}	{-2.567208,0,-1.496889}	{2.567208,0,-1.496889}	{7.25348,0,1.022112}	{10.978749,0,5.50362}	{0,0,0}
{0,0,0}	{-10.240089,4.518637,4.12251}	{-6.851858,5.681408,-0.231494}	{-2.437896,6.171671,-2.677821}	{2.437896,6.171671,-2.677821}	{6.851858,5.681408,-0.231494}	{10.240089,4.518637,4.12251}	{0,0,0}
{0,0,0}	{-7.651953,7.258997,0.593638}	{-5.413847,9.706782,-3.298608}	{-1.970128,10.760345,-5.49343}	{1.970128,10.760345,-5.49343}	{5.413847,9.706782,-3.298608}	{7.651953,7.258997,0.593638}	{0,0,0}
{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}	{0,0,0}

táblázat 17: A két eljárás során a két egyensúlyi alakban részt vevő csomópontok koordinátáinak különbsége a 2-es szerkezet esetén

A második szerkezeti geometria esetén azt tapasztalhatjuk (17-es táblázat), hogy nagyobb az eltérés a csomópontok függőleges koordinátái között, mint az előző szerkezet esetében, a vízszintes koordináták különbségei pedig itt is mértékadóan nagyobbak. Ebben az esetben is a két modell közötti legnagyobb különbségek a vízszintes komponensekből adódnak. Elmondható még, hogy a vízszintes eltolódást okozó komponensek különbségei ebben a helyzetben is a megfelelő peremek közelében a legnagyobbak és a szerkezet közepe felé haladva csökkennek. Ez úgy épül fel, hogy az x irányú peremnél az y komponens maximális, és befelé haladva csökken. Ugyanez igaz fordított esetben az x komponensre is.

0	0	0	0	0	0	0	0
0	10.563987	11.593627	12.241087	12.241087	11.593627	10.563987	0
0	11.927808	8.903928	7.155668	7.155668	8.903928	11.927808	0
0	12.280992	7.32514	2.971739	2.971739	7.32514	12.280992	0
0	11.927808	8.903928	7.155668	7.155668	8.903928	11.927808	0
0	10.563987	11.593627	12.241087	12.241087	11.593627	10.563987	0
0	0	0	0	0	0	0	0

táblázat 18: A két eljárás során a két egyensúlyi alakban részt vevő csomópontok koordinátáinak különbsége a 2-es szerkezet estén távolságban kifejezve

A 18-as táblázat alapján azt mondhatjuk, hogy összhangban van az első szerkezet vizsgálata során keletkezett következtetéssel. A csomópontok eltérései ebben az esetben is a szerkezet középső részén a legkisebbek, és fokozatos növekedés tapasztalható ahogy haladunk a peremek felé.

Érdemes megjegyezni, hogy a második szerkezet erőinenzitáció-módszer által egy  $12786.677997 \text{ m}^2$  területű felületet képez, amíg a dinamikus ellazítás  $12809.179897 \text{ m}^2$  felületet. Ez azt jelenti, hogy a két modell közel azonos felületet generál, az eltérés csupán  $0.998243\%$ , ami validálja ezáltal a két eljárást.

Továbbá érdemes azt is megjegyezni, hogy a mindkét szerkezet esetén  $1\%$  alatti az eltérés a képzett felületek között, ami arra enged következtetni, hogy a számítási és alakkeresési eljárás nem csak pontos, hanem nem egysíkú szerkezetek esetén univerzálisan használható.

## 7. Összefoglalás és megállapítások

Összefoglalásként kijelenthetem, hogy a két geometria közül, amelyek vizsgálat alá estek, a második, azaz az irányoként két maximum pontos parabola és két minimum pontos parabola által határolt kötélháló szerkezeten jelentek meg kisebb elmozdulások a kiindulási és egyensúlyi alakok között, kezdeti megfeszítés hatására, önsúly és külső teher működtetése nélkül.

Második észrevételként megjegyezném, hogy a két alakkereső modul, az erőinenzitáció-módszer és a dinamikus ellazítás egyaránt könnyen és célravezetően programozható a fentiekben bemutatott egyszerűsített eljárások alapján.

A két számítási mód közel azonos felületei arra engednek következtetni, hogy a kötél szerkezetek által meghatározott felületek egymáshoz nagyon hasonló alakot generálnak. Az eredményként kapott eltérés a különböző módon meghatározott egyensúlyi csomópontok között, a két eljárás alapvető különbségeiből származik, de ennek ellenére a képzett fiktív felületek konvergálnak egymáshoz.

Használhatóság szempontjából azt mondanám, hogy a kisebb lehajlást biztosító geometriai elrendezés a négy parabola által határolt kötélháló, amely vizsgálata során a biztonság javára (nagyobb lehajlási értéket mutat) közelít az erőintenzitás-módszer, viszont a pontosabbnak, mechanikailag precízebbnek sorolható dinamikus ellazítás modell még ennél is kisebb, kedvezőbb lehajlási értéket biztosít, ahol a lehajlási érték a kiindulási geometria és az egyensúlyi alak közötti különbségként értendő.

## 8. Köszönetnyilvánítás

Szeretném megköszönni konzulensemnek, dr. Hincz Krisztián Gyula egyetemi docensnek, hogy a kutatás alatt segítette a munkámat, illetve hasznos szakmai tanácsokkal látott el. Nélküle a jelen tanulmány nem jöhetett volna létre.

A kutatás az Innovációs és Technológiai Minisztérium ÚNKP-20-1-I kódszámú Új Nemzeti Kiválóság programjának szakmai támogatásával készült.

Ez a kutatás kapcsolódik az azonos című „Térbeli, feszített kötél szerkezetek merevségének paraméteres vizsgálata” kutatási projekthez.

## 9. Irodalomjegyzék

- [1] HINCZ K.: Feszített ponyvaszerkezetek tervezése és statikai vizsgálata numerikus módszerrel. *PhD értekezés*, Budapest, 2003, 19 – 25.
- [2] HEGYI D.: Ponyvaszerkezetek és ponyvaanyag nemlineáris vizsgálata numerikus és kísérleti módszerekkel, *PhD értekezés*, Budapest, 2006, 114 oldal.
- [3] SZABÓ J., KOLLÁR L.: *Függőtetőik számítása*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1974
- [4] BARNES M. R.: Form-finding and analysis of prestressed nets and membranes. *Computers and Structures* 30 (3), 1988, 685-695.
- [5] DAY A. S.: An introduction to dynamic relaxation. *The Engineer*, 219, 1965, 218-221
- [6] SEIDEL M.: *Tensile surface structures: A practical guide to cable and membrane construction*, Ernst & Sohn, 2009.
- [7] HEGYI D: Kötél szerkezetek, Különleges Tartószerkezetek Jegyzet kézirat 2012.

- [8] LÁMER G: Különleges épületszerkezetek: Esszé a különleges épületek téralkotásának tartószerkezeti kérdéseiről, TERC Kft. • Budapest, 2013
- [9] VÁRDAI A., MADARAS B.: Kötélpályák erőtani vizsgálata, 2016.
- [10] SZABÓ J., GÁSPÁR ZS., Peremkábelekre feszített derékszögű kötélháló számítása, Műszaki Tudomány, 48, 1974