



M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

**RÉZSŰK ÁLLÉKONYSÁGÁNAK VIZSGÁLATA
STATISZTIKAI MÓDSZEREKKEL**

**SLOPE STABILITY ANALYSIS USING
STATISTICAL METHODS**

Oláh Petra

Dr. Görög Péter

2020. 11. 01.

TARTALOMJEGYZÉK

1	BEVEZETÉS.....	6
2	DETERMINISZTIKUS RÉZSŰÁLLÉKONYSÁG-SZÁMÍTÁS.....	7
	2.1.FS/FoS = Factor of Safety (Biztonsági tényező).....	7
	2.2.Rézsű tönkremenetele.....	7
	2.3. A határegyensúlyi módszerek modellezésbéli korlátai és előnyei.....	9
3	VALÓSZÍNŰSÉGSZÁMÍTÁSI ALAPFOGALMAK.....	10
	Valószínűségi változó.....	10
	Diszkrét valószínűségi változó.....	10
	Középérték, várható érték.....	10
	Szórásnégyzet, variancia.....	10
	Szórás (standard eltérés).....	10
	Variációs együttható.....	11
	Sztochatikus kapcsolatok (kovariancia, korreláció).....	11
	Kovariancia.....	11
	Korreláció.....	11
	Megbízhatósági index (RI-Reliability Index).....	11
4	RÉZSŰÁLLÉKONYSÁG-SZÁMÍTÁS VALÓSZÍNŰSÉGI ALAPON.....	13
	4.1. Számítás bizonytalansággal.....	13
	4.2. A tönkremenetel valószínűsége.....	13
5	STATISZTIKAI MÓDSZEREK A RÉZSŰÁLLÉKONYSÁG-SZÁMÍTÁSBAN.....	15
	5.1. Monte-Carlo szimuláció.....	15
	5.2. Latin-Hypercube módszer.....	16
	5.3. First Order Second Moment Method (FOSM).....	17
	5.4. Pontbecslési módszer (Point Estimate Method (PEM)).....	17
	5.5. Módosított pontbecslési módszer (Modified Point Estimate Method (mPEM)).....	18
6	A RÉZSŰSTABILITÁS VALÓSZÍNŰSÉGÉNEK ELFOGADHATÓSÁGA.....	20
	6.1. A tervezési elfogadási kritériumok kiválasztásának jelenlegi gyakorlata.....	20
	6.2. Javasolt módszer a tervezési kritériumok elfogadásához – FS-PF szelekciós mátrix.....	22
7	GEOLÓGIAI JELLEGZETESSÉGEK, ÖSSZEFÜGGÉSEK.....	25
	Rézsűállékonyság során alkalmazott alapelvek.....	25
	Rézsűállékonyság számítások tipikus bemeneti adatai.....	25
	Geológiai feltételek.....	25
	Földrajzi topográfia.....	26
	Anyagtulajdonságok.....	26
	Nyírószilárdság.....	27
	Talajvíz.....	27
	Szeizmicitás.....	27
8	NEMZETKÖZI PÉLDA BEMUTATÁSA.....	28
9	A VISONTAI LIGNITBÁNYA VÉGRÉZSŰINEK ÁLLÉKONYSÁG-VIZSGÁLATA STATISZTIKAI MÓDSZERREL.....	32
	9.1. Adatok származtatása.....	33
	9.2. A számítás menete.....	36

9.3. A szelvények vizsgálata	36
Déli szelvények	36
1. szelvény vizsgálata	36
3. szelvény vizsgálata	38
5. szelvény vizsgálata	40
Északi szelvények	41
21. szelvény vizsgálata	41
24. szelvény vizsgálata	43
27. szelvény vizsgálata	45
10 A 21-ES SZÁMÚ FŐÚT MENTI SZIKLARÉZSŰ ÁLLÉKONYSÁG-SZÁMÍTÁSA VALÓSZÍNŰSÉGI ALAPON	48
10.1. Korábbi vizsgálatok eredményei	49
10.2. Geometria meghatározása.....	50
10.3. Rézsűállékonyság ellenőrzése körcsúszólapon statisztikai alapon a Slide-ban	51
10.3.1. Bemeneti adatok származtatása	51
10.3.2. A számítások eredményei	52
10.4. Rézsűállékonyság ellenőrzése síkcsúszólapon statisztikai alapon a RocPlane-ben.....	53
11 DISZKUSSZIÓ	56
12 ÖSSZEFOGLALÁS	58
IRODALOMJEGYZÉK.....	59
INTERNETES FORRÁSOK.....	60

ÁBRA-ÉS TÁBLAJEGYZÉK

1. ábra Rézsütönkremenetel szakaszai.....	8
2. ábra A tönkremeneteli valószínűség eloszlása.....	16
3. ábra Amiyan város elhelyezkedése.....	28
4. ábra Geometria a rézsűállékonyság-számításhoz.....	29
5. ábra A számításban figyelembe vett összes körcsúszólap	30
6. ábra A teljes elmozdulás kontúrjai deformált hálóval.....	31
7. ábra A k_n tényező meghatározása	34
8. ábra Az 1. szelvény statisztikai számításának eredménye (Slide).....	36
9. ábra Az 1. szelvényhez tartozó biztonsági tényezők hisztogramja (Slide).....	37
10. ábra Az 1. szelvényhez tartozó rézsű állékonyságának eloszlásfüggvénye (Slide).....	38
11. ábra A 3. szelvény statisztikai számításának eredménye (Slide)	38
12. ábra A 3. szelvényhez tartozó rézsű állékonyságának eloszlásfüggvénye (Slide).....	39
13. ábra A 3. szelvényhez tartozó biztonsági tényezők hisztogramja (Slide)	39
14. ábra Az 5. szelvény statisztikai számításának eredménye (Slide).....	40
15. ábra Az 5. szelvényhez tartozó biztonsági tényezők hisztogramja (Slide).....	40
16. ábra Az 5. szelvényhez tartozó rézsű állékonyságának eloszlásfüggvénye (Slide).....	41
17. ábra A 21. szelvény statisztikai számításának eredménye (Slide)	41
18. ábra A 21. szelvényhez tartozó biztonsági tényezők hisztogramja (Slide)	42
19. ábra A 21. szelvényhez tartozó rézsű állékonyságának eloszlásfüggvénye (Slide).....	42

20. ábra A 24. szelvény statisztikai számításának eredménye (Slide)	43
21. ábra A 24. szelvényhez tartozó biztonsági tényezők hisztogramja (Slide)	43
22. ábra A 24. szelvényhez tartozó rézsű tönkremeneteli valószínűsége (Slide)	44
23. ábra A 24. szelvényhez tartozó rézsű állékonyságának eloszlásfüggvénye (Slide).....	44
24. ábra A 27. szelvény statisztikai számításának eredménye (Slide)	45
25. ábra A 27. szelvényhez tartozó biztonsági tényezők hisztogramja (Slide)	45
26. ábra A 27. szelvényhez tartozó rézsű állékonyságának eloszlásfüggvénye (Slide).....	46
27. ábra A terület földtani térképe és jelmagyarázat.....	48
28. ábra Helyszínrajz részlet és a vizsgált szelvény.....	48
29. ábra 1F jelű fúrás.....	49
30. ábra 2F jelű fúrás.....	49
31. ábra 36+600 számú szelvény geometriája	50
32. ábra Az összesített statisztikai számítás futtatási eredménye (Slide).....	53
33. ábra 36+600 km. szelvény eredménye statisztikai módszerrel számolva (RocPlane).....	55
34. ábra 36+600 km. szelvényen végzett számításokhoz tartozó hisztogram (RocPlane).....	56
35. ábra 36+600 km. szelvény állékonyságának eloszlásfüggvénye (RocPlane).....	56

TÁBLÁZATJEGYZÉK

1. táblázat Példa az FS túlságosan általános értelmezésére (Sowers, 1979)).....	7
2. táblázat Sziklarézsűk elfogadhatósági kritériumai (Sjöberg, 1999).....	20
3. táblázat Sziklarézsűk elfogadhatóságának kritériumai (Schellman után)	20
4. táblázat Külfejtés rézsűinek tipikus tervezési elfogadási kritériumai	21
5. táblázat A tönkremenetel valószínűségének összehasonlító jelentősége	21
6. táblázat A bizonytalanság forrásai a bányarézsűk kialakításában.....	23
7. táblázat Következménytáblázat a rézsű tönkremenete szempontjából.....	24
8. táblázat Az FS-PF szelekciós mátrix	24
9. táblázat Bemeneti paraméterek	29
10. táblázat A kétféle homokkő réteg bemenő paraméterei.....	30
11. táblázat Különböző módszerekkel kapott determinisztikus és valószínűségi biztonsági tényezők	31
12. táblázat Az egyes rétegek adatsoraihoz tartozó statisztikai eloszlások	34
13. táblázat Összesített statisztikai értékek	35
14. táblázat A visontai szelvényeken végzett statisztikai számítások összesített eredményei	47
15. táblázat Valószínűségi alapon számolt bemenő adatok	52
16. táblázat Slide programban számolt eredmények (valószínűségi alapon).....	52
17. táblázat A tagoltságokon mért dőlésszögek statisztikai változói	54
18. táblázat A RocPlane-ben számolt eredmények összesítő táblázata.....	55

ABSZTRAKT

Jelen dolgozatban a geotechnikai tervezés során gyakran előforduló rézsűk számításának egy hagyományostól eltérő módszerét mutatom be, melynek elve, hogy a rézsű tönkremenetelének lehetséges bekövetkeztét nem egy biztonsági tényezővel szemlélteti, hanem egy valószínűségi értéket ad rá. Azaz megadja, hogy az adott rézsűnél mekkora százalékban számíthatunk tönkremenetelre vagy megfordítva, az állékonyság biztonságára. Ehhez a determinisztikus számítástól eltérően az egyes bemeneti paraméterekre nem egy állandó értéket adunk meg, hanem az értékekhez tartozó eloszlás szerinti statisztikai változókat, mint az átlag, szórás, relatív minimum és relatív maximum. A tanulmányban részletesen bemutatom az eddig alkalmazott statisztikai módszereket, majd a geológiai hatásokat, melyek befolyásolják egy rézsű állékonyságát, azután három különböző példán szemléletem, hogyan végezhető el a rézsűállékonyság-számítás valószínűségi alapon. E három esettanulmányból a kettő hazai példa saját munkám eredménye, a harmadik egy külföldi példa. A visontai példánál talajrétegekben számoltam a bánya rézsűinek az állékonyságot, a földcsuszamlásokról híres himalájai régióban található Amiyan-ban lévő lejtőnél két homokkő réteget határoltak el és számoltak, míg a 21-es főút menti rézsűnél kőzetcsavarokkal megerősített sziklarézsű esetén kerestem a tönkremeneteli valószínűség értékét.

ABSTRACT

In this study I attempt to present a non-traditional method of calculating slopes that often occur during geotechnical design. The principle of the method is that the occurrence of slope failure is not illustrated by a safety factor, but by a probability value. In other words, this method gives the percentage of failure or, conversely, the stability can be expected for a given slope. For this, unlike the deterministic calculation, we do not give constant values for each input parameters, but statistical variables according to the distribution of the values, such as mean, standard deviation, relative minimum and relative maximum. In this study, I also present statistical methods used so far, followed by the geological effects that affect the slope stability, and then I present three different examples of how the slope stability calculation can be performed on a probabilistic basis. Of these three case studies, two domestic examples are the results of my own work, the third one is a foreign example. In the Visonta example, I calculated the stability in soil layers, then two layers of sandstone were demarcated and calculate at the slope in Amiyan in the Himalayan region which is famous for landslides, then along main road no. 21 in Hungary, the rock slope was supported with rock bolts, so I was also searching here the value of the probability of failure.

1 BEVEZETÉS

A rézsúállékonyság-számítás a geotechnikának azon területe, ahol a legtöbb bizonytalanság van jelen. Geológiai anomáliák, talajparaméterek térbeli változékonysága, reprezentatív adatok hiánya, környezeti adottságok változása, váratlan tönkremeneteli mechanizmusok, a geotechnikai modellekben alkalmazott egyszerűsítések és közelítések, valamint a tervezés és a kivitelezés során bekövetkezett emberi hibák mind hozzájárulnak a számítás bizonytalansághoz. (*H. El Ramly et al., 2002*)

A determinisztikus rézsúállékonyság-számítás nem veszi figyelembe a bizonytalanságot, konzervatív paraméterekre támaszkodik. A valószínűségi elemzések lehetővé teszik a bizonytalanság számszerűsítését és észszerű beépítését a tervezésbe. A valószínűségi alapon történő rézsúállékonyság-számítást (PSSA) először az 1970-es években vezették be. (Alonso, 1976; Tang et al., 1976; Harr, 1977) Az elmúlt évtizedekben kidolgozták a PSSA fogalmát és alapelveit és mára jól beépültek az irodalomba. A bizonytalanság számítása mellett a PSSA hasznos módszer a veszélyek gyakoriságának becslésére is a kockázatelemzés során, különösen a reprezentatív empirikus adatok hiányában. (*H. El Ramly et al., 2002*)

A valószínűségi módszerek kockázatértékeléssel kombinálva kedvezőbbek a determinisztikus módszereknél a rézsűk kialakításának meghatározására. Ezen módszerek alkalmasak a kockázat figyelembevételére, amikor a bemeneti paraméterekben bizonytalanság van. Bányarézsűk tervezésekor általában megkövetelnek egy kompromisszum felállítását a tönkremenetel kockázata és a bányászat költsége között. A rézsű tönkremenetelével kapcsolatos biztonsági, környezeti és üzleti kockázatokat súlyozni kell egy adott rézsűtervezés bányászati költségeivel szemben, egészen addig, ameddig a tervezés el nem ér egy elfogadható egyensúlyt e két tényező között. Sajnos az átfogó, kvantitatív¹, kockázatalapú rézsűtervezési technikák még gyermekcipőben járnak, és habár az elmúlt években nagy előrelépés történt (Terbrugge et al., 2006; Steffen et al., 2008), a valóság az, hogy a bányászati projektek többségénél költségvetési korlátozások vannak arra, hogy olyan lejtőket tervezzünk, amelyek teljesíthetik az „elfogadható” stabilitási követelményeket. (*B. M. Adams, 2015*)

A rézsű tervezési munkák során a leggyakoribb elfogadási kritérium a biztonsági tényező (FS), gyakran kiegészítve a bizonytalanság kezelésére vonatkozóan a tönkremenetel valószínűségével (PF) vagy érzékenységi elemzéssel. (*B. M. Adams, 2015*)

¹ Kvantitatívnak nevezzük azt a leírást, ami egy dolgot vagy folyamatot mennyiségekkel ír le. (*www1*)

2 DETERMINISZTIKUS RÉZSÚÁLLÉKONYSÁG-SZÁMÍTÁS

2.1. FS/FoS = Factor of Safety (Biztonsági tényező)

A biztonsági tényező (FS) az ellenállás (a rézsű ellenállása a tönkremenetellel szemben) és az igénybevétel (a rézsűn ható erők pl. gravitáció és szeizmikus gyorsulás) aránya. Az egységnyi FS azt jelenti, hogy a rézsű éppen határ egyensúlyi állapotban van. Ekkor a terhelés kicsiny növelése vagy az ellenállás csökkenése instabil rézsűt eredményez ($FS < 1$). Ezzel szemben, ha az $FS > 1$ bizonyos többlet biztonságot foglal magába ($MS = FS - 1$) a tönkremenetellel szemben. Noha az FS közvetlen eredménye a LEM elemzésnek, nagyjából azonos biztonsági redukciós tényező (SRF) kiszámítható végeselemes módszerrel (FEM) és más numerikus módszerrel, a nyírószilárdság csökkentési módszer alkalmazásával (pl. Hammah et al., 2007).

Noha, széles korreláció van a rézsű biztonsági tényezője és az állékonyág között, számos más tényezőt is figyelembe kell venni, ideértve a tönkremenetel típusát, a veszélyeztetett elemeket és a modellezési folyamat során felmerülő bizonytalanságot. Az 1. táblázatban Sowers (1979) egy extrém példán mutatja az FS helytelen használatát, amely kijelenti, hogy az FS és a biztonság között ténylegesen közvetlen kapcsolat van. Valójában nem ez a helyzet. Például egy 1,0 méter magas 32° -os dőlésszögű, 32° -os súrlódási szöggel rendelkező száraz homok rézsű FS értéke 1,0 lehet, de valószínűtlen, hogy ez ne legyen biztonságosnak tekinthető. Ugyanígy egy masszív, mélyre nyúló, őskori sziklarézsű FS-e is lehet, hogy közel 1,0, de ettől függetlenül a biztonsági kockázat elhanyagolható. Másrészt egy 10 m^3 -es szikla ék, amelynek FS értéke 1,0, és elhelyezkedését tekintve egy nagy forgalmú autópálya szélén van, kétségtelenül kritikus biztonsági kockázatnak tekinthető.

1. táblázat Példa az FS túlságosan általános értelmezésére (Sowers, 1979) (B. M. Adams, 2015)

Biztonsági tényező	Jelentőség
Kevesebb, mint 1,0	nem biztonságos
1,0-1,2	kérdéses biztonság
1,3-1,4	megfelelő bevágásokhoz, töltésekhez, de gátaknál kérdéses
1,5-1,75	biztonságos gátak számára

2.2. Rézsű tönkremenetele

Egy rézsű tönkremenetele nem egyértelmű fogalom, nincs általánosan elfogadott meghatározása. A tönkremenetel jelenthet szerkezeti tönkremenetelt, leomlást, kipergést és teljes katasztrófát; valamint a megfelelőség ellentétjét is. Amint azonban azt Duncan (2000) helyesen megjegyzi, nem minden rézsűn fellépő „tönkremenetel” katasztrófális. Néhányat úgy tudnánk leírni, mint nem kielégítő teljesítményt. Például egy magas, padkázott rézsűn fellépő

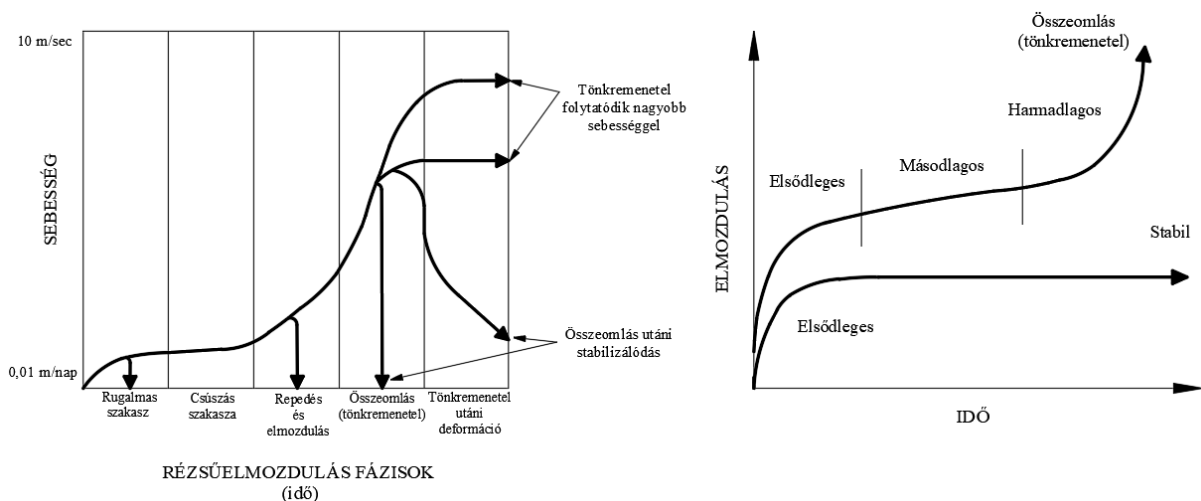
tönkrementelek általában elvárhatók és elfogadhatók, ha a rézsűpadkán megfelelően kezelik azokat. Más kifejezések, mint például az „instabilitás” vagy a „mozgás”, kevésbé jelenthetnek katasztrófát, ám ezek továbbra is többértelműek; míg a „kúszás” vagy az „összeomlás” kifejezések néha használhatók a rézsű „tönkrementelének” kissé pontosabb vagy intuitívabb leírására.

Az 1,0 értékű FS azt a pontot írja le, amelyen a rézsű teljes igénybevétele azonos a rézsű minden anyagon értelmezett teljes kapacitásával, egy meghatározott tönkrementeli mód esetén. Egy rézsű tönkrementele azonban sokkal összetettebb, mint ahogy a LEM modellezi. A gyakorlatban a tönkrementel nem egyidejűleg következik be egyetlen diszkrét felületen, hanem a lokalizált anyaghibák fokozatosan egyre nagyobb rézsűtönkrementellé fejlődnek. A rideg közettömegben tisztán szerkezet-vezérelt lejtőromlás kivételével a belső deformációs folyamat is nagy szerepet játszik a rézsű tönkrementelének kialakulásában.

A rézsűk tönkrementelük során általában több különböző mozgási fázison mennek keresztül:

1. Viszkoelasztikus válasz
2. Elsődleges csúszás, amely végül stabilizálódhat vagy előrehaladhat
3. Másodlagos csúszás
4. Harmadlagos csúszás (repedés és elmozdulás)
5. Összeomlás (tönkrementel)
6. Összeomlás utáni deformáció

Az 1. ábra mutatja a rézsűtönkrementel mozgási fázisait a fentebb leírtak szerint.



1. ábra Rézsűtönkrementel szakaszai (Sullivan, 2007) (forrás alapján újraserkesztve) (B.M. Adams, 2015)

Az első két szakasz vagy „kezdeti válasz” magában foglalja a közettömeg rugalmas viselkedését, relaxációját és/vagy tágulását (Zavodni, 2001). A másodlagos csúszás és az összeomlás előtti deformáció a közettömegben belüli struktúrák nyúlásával, lágyulásával, szilárdsági veszteséggel, lokalizált meghibásodással és megcsúszásokkal jár. Az 1. ábra görbéjének $FS = 1,0$ által leírt pontos helye ellentmondásos, bár általánosan elfogadott, hogy valahol a másodlagos kúszás és az összeomlás között van. (B.M. Adams, 2015)

2.3. A határegyensúlyi módszerek modellezésbéli korlátai és előnyei

A határegyensúlyi módszereket (LEM) a geotechnika kezdete óta alkalmazzák a rézsűk stabilitásának elemzéséhez. Az elmúlt néhány évtizedben a megnövekedett számítási teljesítmény lehetővé tette az egyszerűsített geometriákon túl, hatékonyabb csúszási felület keresési és optimalizálási rutinok alkalmazását. A módszer legfontosabb korlátozásai közé tartozik a progresszív tönkremenetel modellezésének hiánya, a csúszó tömeg belső deformációja vagy a rézsűnek a tönkremenetelt követő elmozdulása. Feltételezi, hogy a nyírási eltolódás egy egyedi csúszófelület mentén történik, és ezért az olyan rézsű tönkremeneteli mechanizmusok, mint aktív-passzív ékszerű és hajlított kiborulós tönkremenetel, amelyet egyértelműen a belső nyírási elmozdulás befolyásol, csak a LEM rendkívül óvatos használatával modellezhetőek, és lehetőleg back-analízissel kalibrálva.

E korlátozások ellenére a LEM értékes és költséghatékony eszköz a tönkremenetel előtti stabilitás becslésére, a rézsű érzékenységének leírására a geometria, valamint a nyírószilárdsági paraméterek tekintetében, a felszín alatti vizek és felszíni terhelések figyelembevételére; továbbá a stabilizálási lehetőségek meghatározására (például megtámasztás, horgonyok és a rézsűben fellépő nyomás csökkentése), így a mai napig széles körben használt módszer.

3 VALÓSZÍNŰÉGSZÁMÍTÁSI ALAPFOGALMAK

A rézsűállékonyságot befolyásoló bizonytalan paramétereket, azaz fizikai jellemzőket, valószínűségi változóként kezeljük a valószínűségszámításban. A determinisztikus számításokban az ilyen paraméterekről azt feltételezik, hogy egyetlen, egyedi értéke van, azonban most ezek egy értéktartománnyal írhatók le, amelyet egy valószínűségi sűrűségfüggvény (PDF) határoz meg. Az alábbiakban a valószínűségi változókkal kapcsolatos, a későbbiekben használt, alapfogalmakat ismertetem.

Valószínűségi változó

Ha egy kísérlet minden lehetséges kimeneteléhez, azaz a kísérlet teljes eseményrendszere mindegyik elemi eseményéhez egyértelműen hozzárendelünk egy-egy valószínűségi értéket, akkor egy valószínűségi függvényt értelmezünk. Ezt a függvényt valószínűségi változónak nevezzük és X -szel jelöljük. (Obádovics, 2009)

Diszkrét valószínűségi változó

Egy X valószínűségi változót diszkrétnek nevezünk, ha csak megszámlálható számú értéket vehet fel, azaz lehetséges értékeinek halmaza véges vagy megszámlálható halmaz. (Obádovics, 2009)

Középérték, várható érték

Az X véletlen változó esetén PDF-el $f(x)$ függvény határozható meg, az átlag, μ_x vagy másnéven a várható érték, az $E[X]$:

$$E[X] = \mu_x = \int x f(x) dx \quad \text{folytonos függvényekre} \quad (1)$$

$$E[X] = \mu_x = \frac{1}{n} \sum x_i \quad \text{diszkrét függvényekre} \quad (2)$$

Szokásos jelölése még $M[X]$, M , μ , m_x vagy m . (Obádovics, 2009)

Szórásnégyzet, variancia

A szórásnégyzet leírja a véletlenszerű változó tartományának kiterjedését az átlag körüli értékre és az alábbiakkal számolható:

$$\text{Var}[X] = \int (x - \mu_x)^2 f(x) dx \quad \text{folytonos függvényekre} \quad (3)$$

$$\text{Var}[X] = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \mu_x)^2 \quad \text{diszkrét függvényekre} \quad (4)$$

A szórásnégyzet jellemzi tehát az X -re vonatkozó egyes mérési adatok eltérését átlaguktól. Más szóval az adatok négyzetes középhibája $D^2(X)$ körül ingadozik.

A szórásnégyzet szokásos jelölése még s^2 , σ^2 és $D^2(X)$. (Obádovics, 2009)

Szórás (standard eltérés)

A szórás, σ_x , a varianciával ($\text{Var}[X]$) van összefüggésben:

$$\sigma_x = \sqrt{\text{Var}[X]} \quad (5)$$

A $D^2(X)$ szórásnégyzet pozitív négyzetgyökét az X valószínűségi változó szórásának (standard eltérése) nevezzük.

A szórás szokásos jelölése még s , D . (Obádovics, 2009)

Variációs együttható

A szórás és az átlagérték aránya

$$V_x = \frac{\sigma_x}{\mu_x} \times 100 [\%] \quad (6)$$

Sztochatikus kapcsolatok (kovariancia, korreláció)

A valószínűségi változókról fontos tudnunk, hogy függetlenek-e vagy sem. Ha az X és Y független valószínűségi változók, és közülük az egyik ismert, annak alapján a másik változóra nem nyerünk új információt. A gyakorlati feladatokban előforduló valószínűségi változók között gyakran van bizonyos összefüggés. Általában, ha az X és Y nem függetlenek, akkor az egyik változóról nyert információból a másik változóra is szerezhetünk információkat. A valószínűségi változók közötti kapcsolatot sztochatikus kapcsolatnak nevezzük. Az X és Y valószínűségi változók közötti összefüggés számszerű jellemzésére, a valószínűségi változók közötti sztochatikus kapcsolat szorosságának mérésére bevezetésre került a kovariancia és a korrelációs együttható fogalma. (Obádovics, 2009)

Kovariancia

Ha egy véletlenszerű változó pár (például X és Y) függ egymástól, akkor az X és Y változók kapcsolatát korrelációnak tekintjük és a kovarianciájuk

$$\text{Cov}[X, Y] = E[(X - \mu_x)(Y - \mu_y)] \quad \text{folytonos függvényekre} \quad (7)$$

$$\text{Cov}[X, Y] = \frac{1}{n} \sum (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y) \quad \text{diszkrét függvényekre} \quad (8)$$

Korreláció

Ha az X és Y valószínűségi változók szórása és kovarianciája létezik, akkor az $R(X, Y)$ -nak jelölt korrelációján az

$$R[X, Y] = \frac{\text{Cov}[X, Y]}{D(X)D(Y)} = \frac{M(X, Y) - m_x m_y}{D(X)D(Y)} \quad (9)$$

képlettel meghatározott számot értjük. (Obádovics, 2009)

Megbízhatósági index (RI-Reliability Index)

A bemeneti paraméterek a rézsúállékonyság-számításban véletlenszerű (random) változóként definiáltak és a biztonsági tényező sűrűségfüggvényének (PDF) becslésére szolgálnak. A PDF-et a középértéke és a szórása jellemzi. Habár a biztonsági tényező (FS) a PDF-e bármilyen típusú lehet, leggyakrabban azonban normális vagy lognormális eloszlásúnak feltételezzük. (Lee W. Abramson et al., 2002)

A megbízhatósági index a standard eltérések számát jelzi, amelyek elválasztják az átlagos biztonsági tényezőt a kritikus biztonsági tényezőtől (= 1). A megbízhatósági index kiszámítható a biztonsági tényező eredményeinek normál vagy lognormális eloszlásának feltételezésével. A megbízhatósági index javasolt értéke legalább 3, ez a minimális biztosíték arra, hogy a tervezett rézsű állékony. (*Rocscience Slide, 2018*)

RI (Normál)

$$\beta = \frac{\mu_{FS}-1}{\sigma_{FS}} \quad (10)$$

ahol

- β megbízhatósági index
- μ_{FS} átlagos biztonsági tényező
- σ_{FS} a biztonsági tényezők szórása

RI (Lognormál)

Ha feltételezzük, hogy a biztonsági tényezők lognormális eloszlásnak felelnek meg a legjobban, akkor a megbízhatósági index kiszámításához az alábbi egyenletet kell használni.

$$\beta_{LN} = \frac{\ln \left[\frac{\mu}{\sqrt{1+V^2}} \right]}{\sqrt{\ln(1+V^2)}} \quad (11)$$

ahol

- μ az átlagos biztonsági tényező
- V a biztonsági tényezőre vonatkozó variációs együttható (= σ/μ)

4 RÉZSŰÁLLÉKONYSÁG-SZÁMÍTÁS VALÓSZÍNŰSÉGI ALAPON

4.1. Számítás bizonytalansággal

Az FS egy determinisztikus koncepció eredménye, amely nem írja le a rézsű stabilitásának valós bizonytalanságát. Az alábbiakban bemutatott eszközök, módszerek legalább részben segíthetnek ezen a problémán:

Az érzékenységi elemzés egy rendkívül egyszerű, ám hatékony módszer annak felmérésére, hogy az egyes bemeneti paraméterek (például a súrlódási szög, kohézió vagy piezometrikus nyomás) milyen hatással vannak a rézsű FS-ére. Ez lehetővé teszi a tervezőnek, hogy meghatározza a rézsű állékonyságának legfontosabb befolyásoló tényezőit. A folyamatot a LEM szoftverben automatizálták az anyagparaméterekkel, a felszín alatti vizek nyomásaival és az alkalmazott terhelésekkel kapcsolatos bizonytalanság felmérése érdekében. Mindemellet nem egyszerű feladat a felszín alatti térbeli és geometriai bizonytalanságok, például a nem egyértelmű réteghatárok vagy a mállott rétegek elhelyezkedésének és irányának felmérése.

A valószínűségi modellezés olyan módszer, amely a bemeneti paraméterekkel kapcsolatos bizonytalanságot az elemzéskor figyelembe veszi és az FS statisztikai eloszlását adja eredményül, egyetlen determinisztikus érték helyett. Az ebből adódó tönkremeneteli valószínűség (PF) a tervezés általánosan elfogadott kritériumává vált. A legújabb fejlesztések közé tartozik a numerikus elemzések használata a valószínűségi modellezéshez (Hammah és társai, 2009; Chiwaye és Stacey, 2010; Gibson, 2011).

4.2. A tönkremenetel valószínűsége

A PF (Probability of Failure) koncepció alapvető előfeltétele, hogy statisztikai eloszlást (valószínűségi sűrűségfüggvényt) kell meghatározni az egyes bemeneti paraméterekre egy lejtőstabilitási elemzéshez. A sztochasztikus szimulációs folyamat segítségével meghatározható az FS körüli statisztikai eloszlás. A PF meghatározza az eredmények százalékos arányát, abban az esetben, amikor $FS < 1$. A PF-ben is vannak azonban bizonytalanságok, amelyek szintén kezelni kell:

Sztochasztikus eloszlási bizonytalanság: A PF-et nagy mértékben befolyásolja a bemeneti paraméterekre kiválasztott valószínűség-eloszlás (például UCS vagy súrlódási szög). A gyakorlatban gyakran nincs elegendő adat a kiválasztás alapjául. Továbbá, például a normál eloszlás gyakran központosan gyűjti az adatokat. Sok esetben észszerűbb lehet szélesebb háromszög alakú, vagy akár egyenletes eloszlást feltételezni a becsült felső és alsó határértékek között.

A bizonytalanságok sokasága: A kimeneti eloszlást és a PF-et erősen befolyásolja a modellben szereplő anyagok száma és az egyes feltételezett statisztikai eloszlások száma. A bizonytalanságok megsokszorozása indokolatlanul kisebb PF-ekhez vezet, mivel több anyagot és véletlenszerű változót adnak a modellhez.

Paraméter-korrelációs bizonytalanság: A PF-et erősen befolyásolja a véletlenszerű változók közötti feltételezett korreláció (vagy ennek hiánya). Például gyakran fennáll a korreláció a sűrűség és az szilárdság, vagy a súrlódás és a kohézió között, és a korreláció formájának ismeretének hiánya újabb bizonytalansághoz vezet.

Legmagasabb PF vs. legalacsonyabb FS tönkremeneteli felület: A minimális biztonsági tényezővel rendelkező tönkremeneteli felületnek nem feltétlenül kell a legnagyobb tönkremeneteli valószínűséggel rendelkező felületnek lennie (Oka és Wu, 1990). Ezért a valószínűségi számítás során figyelembe kell venni az összes feltételezhető csúszólapot, nem csak a minimális biztonsági tényezőhöz tartozót. Ez lényegesen több számítási időt igényel, ám a kapott PF jelentősen eltérhet.

Számított vs. teljes PF: A valószínűsíthető modellezési rutinok a leggyakrabban használt Slide (Rocscience) és Slope / W (GEO-SLOPE) szoftverekben lehetővé teszik a felhasználó számára, hogy megbecsülje a PF-et, csak az anyagtulajdonságokkal, a talajvíz nyomásaival és a külső terhelésekkel kapcsolatban, de nem veszi figyelembe a többi fontos bizonytalansági forrást, és ennek eredményeként sokkal kisebb lehet, mint a rézsű teljes PF-je. Ilyen az anyagtulajdonságok térbeli változékonysága, ismeretlenek a szerkezeti geológiai modellben, az esőzésekhez és a szeizmikus veszélyekhez kapcsolódó időbeli valószínűségek, a számítási modell egyszerűsítései és a megvalósítás tervezéstől való eltérése.

Időfüggőség hiánya: Időtől függő bemeneti változók hiányában a kiszámított PF-nek nincs időskálája. A valóságban egy rézsű PF-je valószínűleg összekapcsolódik a feszültség újraeloszlásának sebességével, az anyagszilárdság romlásának sebességével (pl. időjárással és köztömeg-relaxációval), valamint a természeti események - például esőzések vagy földrengések - kiváltó időbeli valószínűségével.

Az előzőek azt sugallják, hogy a kvantitatív kockázatértékeléshez a kiszámított PF értékével kapcsolatban komoly kérdések merülnek fel. Ezek némelyikét Terbrugge (2006) és Steffen (2008) kvantitatív, eseményfa jellegű rézsű tervezési eljárással oldották meg. (B. M. Adams, 2015)

5 STATISZTIKAI MÓDSZEREK A RÉZSŰÁLLÉKONYSÁG-SZÁMÍTÁSBAN

A valószínűségi elemzések több számítógépes erőforrást igényelnek, mint a determinisztikus elemzések, így sok esetben a valószínűségi elemzés tízszer vagy akár ezerszer több számítógépes erőforrást igényel, mint egy ezzel egyenértékű determinisztikus elemzés. Az olyan módszerek, mint a Monte-Carlo- szimuláció (MC), a modellben figyelembe vett változók számától függően több ezer elemzést igényelhetnek. Más módszerek, például a First Order Second Method módszer (FOSM) vagy a pontbecslési módszer (PEM) akár száz vagy ezer analízist igényelnek. A Monte-Carlo-szimulációt manapság rutinszerűen alkalmazzák olyan egyszerű eseteknél, mint például az ék stabilitásának vizsgálata vagy határegyensúlyi elemzések; a jelenlegi számítógépek akár ezer futtatásra képesek viszonylag rövid idő alatt. A nagyméretű modellek akár a leggyorsabb számítógépekkel is órákig futnak, ahol a Monte-Carlo módszer nem alkalmazható, így más alternatív módszereket kell alkalmazni. (*W. Gibson, 2011*)

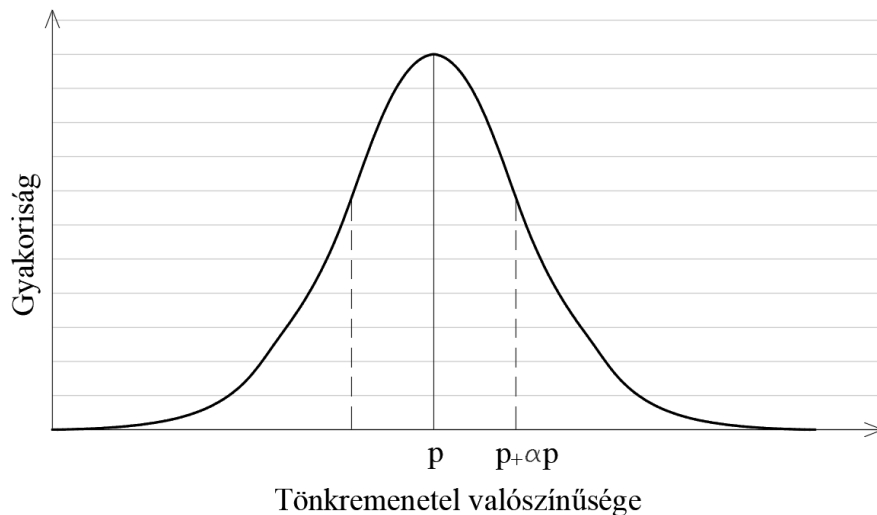
5.1. Monte-Carlo szimuláció

A Monte-Carlo szimuláció (MC) egy egyszerű módszer, amely véletlenszerűen, a bemenő paraméterek segítségével több futtatás során értékeli a problémát. Mindegyik elemzés során a PF-et egy célfüggvény kiértékelésével számítja ki. A módszer szerint a tönkremenetel meghatározására van szükség az elemzés elvégzése előtt. Példaként említhető egy előre meghatározott értéknél nagyobb elmozdulás; a biztonsági tényezőre való kitétel, $FS < 1,0$ vagy a megbízhatósági index, $\beta < \beta_{krit}$.

A Monte-Carlo módszer használatának feltételei a következők: a megfelelő eloszlás kiválasztása, amely a modellben szereplő változókat legjobban szemlélteti. Például, a normális eloszlás negatív értékeket eredményezhet, amelynek nincs fizikai értelme (negatív belső súrlódási szög, kohézió). Ilyen esetben jobb a lognormális eloszlás használata. Továbbá, adott esetben a modellnek tartalmaznia kell a változók közötti korrelációt. Ezekben az esetekben a véletlenszerű paraméterek független generálása nem megfelelő. Annyi szimuláció futtatása szükséges, amennyivel az FS és a megbízhatósági index elég pontosan meghatározható. A tönkremenetel valószínűségének hibáját az α -tényező határozza meg. (2. ábra) A szükséges futtatások száma a 12. egyenlettel becsülhető:

$$n = \left(\frac{d}{\alpha}\right)^2 \frac{1-p}{p} \quad (12)$$

ahol	n	futtatások száma
	d	normál szórás
	α	a tönkremenetel valószínűségének számításában elfogadható hiba
	p	a tönkremenetel valószínűsége



2. ábra A tönkremeneteli valószínűség eloszlása (forrás alapján újraserkesztve)
(Gibson, 2011)

A 12. egyenlettel kapcsolatban két megjegyzést kell figyelembe venni: a szükséges Monte-Carlo szimulációk száma független a változók számától. Másodjára a tönkremenetel valószínűsége nem ismert, tehát a 12. egyenlet alkalmazásához meg kell becsülni a valószínűség (p) értékét. A Monte-Carlo szimuláció népszerű az egyszerű problémák esetén, mivel viszonylag rövid idő alatt nagy számú szimuláció futtatható vele. Nem igényel eloszlás feltételezést a célfüggvényre. A módszer nem alkalmas olyan komplex problémákra (bányák 3D modellei, dinamikus analízisek), ahol az egyik szimuláció órákig, esetenként napokig tart. (W. Gibson, 2011)

5.2. Latin-Hypercube módszer

A Latin-Hypercube módszer hasonló eredményeket ad a Monte-Carlo módszerhez képest, de kevesebb mintát használ. A módszer alapja a rétegzett mintavétel véletlenszerű kiválasztással az egyes rétegekben. Ennek eredményeként a valószínűségi eloszlás simább lesz. Általában a Latin-Hypercube módszerrel nyert 1000 minta felhasználásával végzett elemzés hasonló eredményeket ad, mint a Monte-Carlo módszerrel végzett számítás, csak sokkal kevesebb időt vesz igénybe. (Rocscience Slide, 2018)

5.3. First Order Second Moment Method (FOSM)

Ez a módszer a célfüggvény ($f(x_i)$) Taylor sorának kibővítésén alapszik. A módszer a célfüggvény átlagának és szórásának értékét becsüli meg az N bementi változó alapján. A Taylor-sor kiterjesztése egy többváltozós $f(x_i)$ függvényre, amelyben csak a lineáris komponenseket tartjuk meg a 13. és 14. egyenletben láthatók:

$$y=f(x)=f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (13)$$

$$y=f(x)=f(\bar{x}_i) + \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_i) \frac{\Delta y}{\Delta x_i} \quad (14)$$

Az előző egyenletekből bizonyítható (US ACE, 1997), hogy az y várható értéke ($E[y]$) és az y varianciája ($\text{Var}[y]$) a 15. és a 16. egyenlet alapján számítható:

$$E[y]=f(\bar{x}_i) + \frac{1}{2} \sum \frac{\Delta^2 y}{\Delta x_i \Delta x_j} \text{Cov}(x_i, x_j) \quad (15)$$

$$\text{Var}[y]=\sum \left[\left(\frac{\Delta y}{\Delta x_i} \right)^2 \text{Var}[x_i] \right] + 2 \sum \left[\frac{\Delta y}{\Delta x_i} \frac{\Delta y}{\Delta x_j} \text{Cov}(x_i, x_j) \right] \quad (16)$$

Gyakori, hogy a 15. egyenletben nem használjuk a kovariancia kifejezését. (US ACE, 1997). A 15. és a 16. egyenlet megköveteli az y célfüggvény deriváltjának számítását a változók vonatkozásában. Ezt a 17. egyenlettel lehet becsülni:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x_i} \approx \frac{f(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_i + \sigma_i, \dots, \bar{x}_N) - f(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_i - \sigma_i, \dots, \bar{x}_N)}{2\sigma_i} \quad (17)$$

Ehhez a módszerhez a célfüggvény $2N+1$ számú becslését igényel. Egyes esetekben, amikor a célfüggvény nem ismert, a becslést numerikus analízissel végzik el, ez azt jelenti, hogy $2N+1$ számú elemzésre lesz szükség. Például rézsúállékonyság-számításnál a határegyensúlyi módszereket használva és az anyag tulajdonságait használva változóként, több elemzést igényel a 17. egyenlet számításához.

5.4. Pontbecslési módszer (Point Estimate Method (PEM))

Ha valamelyik ismeretlen paramétert egyetlen számértékkel becsüljük, akkor pontbecslésről beszélünk, ha pedig egy olyan intervallummal, amely nagy valószínűséggel tartalmazza az ismeretlen paramétert, akkor intervallumbecslésről beszélünk. (Obádovics, 2009)

A pontbecslési módszert Rosenblueth (1975) és Harr (1987) fejlesztette ki a várható érték $E[y]$ és variancia $\text{Var}[y]$ meghatározására, ahol y az N változók függvénye. (18. egyenlet)

$$y=f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_N) \quad (18)$$

Minden x_i változó számára két értékelési pont van. Ezek a következők: $x_{i+} = \bar{x}_i + \sigma_{x_i}$ és $x_{i-} = \bar{x}_i - \sigma_{x_i}$. Az y függvényt kiértékeljük az értékelési pontok minden lehetséges kombinációiban, ehhez 2^N darab számolásra lesz szükség. (19. egyenlet)

$$(\bar{x}_1 + \sigma_{x_1}, \bar{x}_2 + \sigma_{x_2}) \quad (19)$$

$$(\bar{x}_1 - \sigma_{x_1}, \bar{x}_2 + \sigma_{x_2})$$

$$(\bar{x}_1 + \sigma_{x_1}, \bar{x}_2 - \sigma_{x_2})$$

$$(\bar{x}_1 - \sigma_{x_1}, \bar{x}_2 - \sigma_{x_2})$$

Az y várható értékét és szórását a 20. és 21. egyenletekkel lehet kiszámítani.

$$E[y] \approx \sum_{k=1}^{2^N} p_k y_k \quad (20)$$

$$\text{Var}[y] \approx \sum_{k=1}^{2^N} p_k y_k^2 - E[y]^2 \quad (21)$$

A p_k -t a 22. egyenlettel lehet kiszámolni:

$$p_k = \frac{1}{2^N} + [1 + \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=1+1}^N S_i S_j \rho_{ij}] \quad (22)$$

Ahol a ρ_{ij} a korrelációs együttható az x_i és x_j között, $S_i = +1$ azon pontokra, amik nagyobbak, mint az átlag és $S_i = -1$ azokra, amik kisebbek, mint az átlag. Például a 19. egyenlet harmadik egyenletére az $S_1 = +1$ és $S_2 = -1$.

Az FOSM módszerhez hasonlóan a PEM becslést ad a fő változó átlagára és variációjára. Nincs információ a változó tényleges eloszlásáról. A tönkremenetel valószínűségének számításához az y eloszlásának ismerete szükséges.

5.5. Módosított pontbecslési módszer (Modified Point Estimate Method (mPEM))

A módosított pontbecslési módszer a PEM egy olyan változata, mely csökkenti a szükséges elemzések számát. A pontbecslési módszer a hiba valószínűségének meghatározásához 2^N darab elemzést használ, míg a módosított pontbecslési módszer $2N$ -et. A módszert Harr (1989) mutatta be egy példán keresztül. A módszerhez szükséges egyenleteket az alábbiakban ismertetem.

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_N) \quad (23)$$

A 23. egyenlet az x_i bemeneti változók és az y kimeneti paraméterek közti kapcsolatot szemlélteti. Az y paraméter lehet az FS, az x_i pedig a sűrűség, a kohézió, a belső súrlódási szög vagy a modell egyéb változói. Az $f(x)$ függvény egy adott elemzést ábrázol az y kiszámításához, ez lehet egyensúlyi elemzés, véges elemes számítás vagy analitikus kifejezés.

Minden változó esetén ismert az átlag (24. egyenlet) és a szórás (25. egyenlet)

$$\bar{X} = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_N) \quad (24)$$

$$S = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_N) \quad (25)$$

A változók közötti összefüggés szintén ismert. A K képviseli a korrelációs mátrixot, ahol a k_{ij} kifejezés az i és a j változók közötti korrelációt jelenti.

A módszer a 26. egyenlet által jelzett sajátérték-probléma megoldását követeli, ahol az i alsóindex az i-hez tartozó λ sajátértéket és ϕ sajátvektort jelzi.

$$(K - \lambda_i I) \phi_i = 0 \quad (26)$$

A λ_i sajátértékeket normaljuk, azaz $\sum \lambda_i = N$.

Minden λ_i sajátérték és ϕ_i sajátvektor esetében az y célfüggvényt kiértékeljük a 27. és 28. egyenletek által meghatározott értékelési pontokra:

$$y_i^+ = f(\bar{x} + \phi_i \sqrt{N} \sigma_i) \quad (27)$$

$$y_i^- = f(\bar{x} - \phi_i \sqrt{N} \sigma_i) \quad (28)$$

Ahol y az adott elemzéshez kiszámított eredmény paraméter, azaz a rézsűállékonyságnak, gerenda kihajlásnak stb. a biztonsági tényezője. Az y és y^2 várható értékét a 29. és 30. egyenlet adja:

$$E[y_i, \lambda_i] = \frac{y_i^+ + y_i^-}{2} \frac{\lambda_i}{N} \quad (29)$$

$$E[y_i^2, \lambda_i] = \frac{(y_i^+)^2 + (y_i^-)^2}{2} \frac{\lambda_i}{N} \quad (30)$$

Az y változó és ennek varianciája a 31. és 32. képlettel számolható:

$$E[y] = \sum_1^N E[y_i, \lambda_i] \quad (31)$$

$$Var[y] = \sum_1^N E[y_i^2, \lambda_i] - (\sum_1^N [y_i, \lambda_i])^2 \quad (32)$$

A várható érték $E[y]$ és a variancia $Var[y]$ kiszámításakor meg lehet becsülni a tönkremenetel valószínűségét, feltételezve, hogy az y változó eloszlása normális, lognormális, vagy más. (W. Gibson, 2011)

6 A RÉZSŰSTABILITÁS VALÓSZÍNŰSÉGÉNEK ELFOGADHATÓSÁGA

6.1. A tervezési elfogadási kritériumok kiválasztásának jelenlegi gyakorlata

Steffen (2006) azt javasolta, hogy a rézsű kialakításának kritériumait inkább a kockázatokra, mintsem a biztonsági tényezőre vagy a tönkremenetel valószínűségére kell alapozni. A kockázat kiszámításakor figyelembe veszi a tönkremenetel valószínűségét és annak következményeit.

A kockázat a negatív hatással fenyegető események (lehetséges következmények) bekövetkeztének esélye. A kockázatot a veszély hozza létre és az esemény valószínűségétől és a következményektől függ.

$$R_A = \sum_{i=1}^{n_E} R_{E_i} = \sum_{i=1}^{n_E} P_{E_i} \cdot C_{E_i} \quad (33)$$

ahol R_E kockázat
 P_E esemény bekövetkeztének valószínűsége
 C_E esemény következménye

A következménynek magában kell foglalnia a halálos kockázatot és a gazdasági veszteségeket is.

A szakirodalom szerint a rézsű tönkremenetel valószínűségének megfelelőségi megítéléséhez bizonyos táblázatok alkalmazhatók. Sjöberg (1999) szerint a rézsűket csoportosítani lehet a tönkremenetel utáni következmény súlyossága szempontjából (2. táblázat), de a tönkremenetel során leeső földtömeg súlya szerint is (3. táblázat).

Sjöberg (1999) táblázata bemutatja, hogy a tönkremenetel következménye összefügg a tönkremeneteli valószínűséggel és a β megbízhatósági indexszel.

2. táblázat Sziklarézsűk elfogadhatósági kritériumai (Sjöberg, 1999) (Gibson, 2011)

Tönkremeneteli kategória és következmény	Példa	Megbízhatósági index, β (-)	Tönkremenetel valószínűsége, PF (%)
Nem komoly	Nem kritikus rézsű	1,4	<10,0
Közepesen komoly	Ideiglenes rézsű	2,3	1,0-2,0
Nagyon komoly	Magas/állandó rézsű	3,2	<0,3

3. táblázat Sziklarézsűk elfogadhatóságának kritériumai (Schellman után) (Gibson, 2011)

Leeső tömeg a tönkremenetel során (t/m)	Biztonsági tényező, FS (-)	Tönkremenetel valószínűsége, PF (%)
<15.000	>1,20	<12,0
15.000 – 30.000	>1,25	<10,0
> 30.000	>1,30	<8,0

4. táblázat Külfejtés rézsűinek tipikus tervezési elfogadási kritériumai
(Wesseloo & Read nyomán, 2009) (B.M. Adams, 2015)

Rézsű nagysága	Tönkremenetel következménye		
	Alacsony	Közepes	Magas
Töltés/rézsűpadka	FS $\geq 1,1$ PF $\leq 25-50\%$		
Gát	FS $\geq 1,15-1,2$ PF $\leq 25\%$	FS $\geq 1,2$ PF $\leq 20\%$	FS $\geq 1,2-1,3$ PF $\leq 10\%$
Magas, állandó rézsű	FS $\geq 1,2-1,3$ PF $\leq 15-20\%$	FS $\geq 1,3$ PF $\leq 5-10\%$	FS $\geq 1,3-1,5$ PF $\leq 5\%$

Kirsten (1983) egy másik táblázatot mutat be a meghibásodás valószínűségével kapcsolatban az élettartam, az állami felelősség és az ellenőrzés kapcsán (5. táblázat):

5. táblázat A tönkremenetel valószínűségének összehasonlító jelentősége
(B.M. Adams, 2015)

Tönkre- menetel való- színűsége (%)	Tervezési kritériumok, amelyek alapján megbecsülhető a tönkremenetel valószínűsége			Környezeti szempontok, amelyek alapján megbecsülhető a tönkremenetel valószínűsége	
	Élettartam	Nyilvánosság felelőssége	Szükséges ellenőrzés	A nyilvánvaló lejtőcsúszások gyakorisága	A nyilvánvalóan instabil mozgások aránya
50-100	Gyakorlatilag zérus	Nyilvános hozzáférés tilos	Semmilyen cél nem szolgál	Tönkremenetel nyilvánvaló	Kúszó völgyoldalak bizonyítékai
20-50	Nagyon rövid távú (ideiglenes nyílt bányák, tarthatatlan tönkremeneteli kockázat)	Nyilvános hozzáférés akadályozott	Folyamatos monitoring	Jelentős számú instabil lejtő	Kúszó völgyoldalak egyértelmű bizonyítékai
10-20	Nagyon rövid távú (kvázi-ideiglenes lejtők nyílt aknabányákban - a kvázi-ideiglenes építési munkák nemkívánatos kudarveszélye)	Nyilvános hozzáférés aktívan akadályozott	Folyamatos monitoring kifinomult eszközökkel	Néhány nyilvánvalóan instabil lejtő	Néhány bizonyíték a lassan kúszó völgyoldalakra
5-10	Rövid távú (félíg ideiglenes lejtők nyílt aknáknban, kőbányákban)	Nyilvános hozzáférés akadályozott	Tudatos felületi ellenőrzés	Nincsenek instabil lejtők nyomai	A rendkívül lassan kúszó völgyoldalak nem nyilvánvalóak
1,5-5	Középtávú (félíg állandó lejtők)	Nyilvános hozzáférés engedélyezett	Véletlenszerű felületi ellenőrzés	Nincs nyilvánvaló instabil lejtő	Nincs nyilvánvaló instabil mozgás
<0,5	Nagyon hosszú távú (állandó lejtők)	Nyilvános hozzáférés engedélyezett	Nincs szükség monitorozásra	Stabil lejtők	Nincs mozgás

6.2. Javasolt módszer a tervezési kritériumok elfogadásához – FS-PF szelekciós mátrix

A rézsű kialakításához a megfelelő elfogadási kritériumok kiválasztásának egyszerű technikáját foglalja magába az úgynevezett FS-PF szelekciós mátrix. A módszer célja annak biztosítása, hogy a lejtő stabilitási kockázatait és a bizonytalanságokat logikusan és kiterjedt módon vegyék figyelembe. Öt alapvető lépésre bontható:

1. lépés: A kontextus meghatározása:

Az egyes bányarézsűk stabilitási követelményei függenek a lejtő jellemzőitől, a tervezési élettartamtól, a tönkremenetel következményeitől, valamint a lejtő stabilizálhatóságának megvalósíthatóságától. A biztonsági és környezetvédelmi követelményeket a szabályozási feltételek és jogszabályok diktálhatják, és/vagy különféle érdekelt felek irányíthatják azokat, ideértve a bányák alkalmazottjait, a vezetést, a szomszédos földtulajdonosokat vagy lobbicsoportokat. A pénzügyi teljesítmény követelményeit egy jól megfogalmazott üzleti kockázati stratégiának kell vezérelnie. A geotechnikus mérnök feladata a kockázatnak és a modell bizonytalanságának meghatározása, ám a teljesítménykövetelményeket a legjobban az érintett személyekkel való konzultáció alapján lehet meghatározni.

2. lépés: Bizonytalanságok azonosítása és rangsorolása:

A rézsű tervezési folyamatában a bizonytalanság általános forrásait a 6. táblázat tartalmazza és sorolja fel. Félkvantitatív megítélést kell készíteni a tervezési bizalom relatív szintjéről. Ezt úgy kell elvégezni, hogy a 6. táblázatban felsorolt releváns bizonytalansági típusokhoz egy megbízhatósági besorolást (magas, közepes, alacsony) rendelünk. A következetesség kialakítása érdekében rögzíteni kell a kiválasztott konfidenciaszintek alapját.

3. lépés: A rézsűn bekövetkező lehetséges tönkremeneteli forgatókönyvek leírása:

A lejtőn fellépő lehetséges mechanizmusok és jellemzők csak átfogó geotechnikai modellel és/vagy hasonló geológiai és tektonikus környezetben lévő lejtők előzetes viselkedésével érthetők meg. Egy rézsű tönkremenetele tipikusan a csúszás, rogyás, suvadás, kúszás, folyás, omlás.

4. lépés: A következmények azonosítása és besorolása:

Bányászati környezetben a következményeket általában legalább három hatáskategóriába sorolják:

- [1] Egészség és biztonság, figyelembe véve elsősorban a károkat, a sérüléseket vagy a halált;
- [2] Környezeti hatások, figyelembe véve a hatások súlyosságát, mértékét és időtartamát; és
- [3] Üzleti hatások, ideértve a takarításhoz és a talajjavításhoz kapcsolódó közvetlen pénzügyi költségeket, a berendezések és az aknák infrastruktúrájának kárait, a késleltetés vagy

leállítás miatt elveszített termelést, valamint az olyan kevésbé kézzelfogható hatásokat, mint például a jó hírnév elvesztése.

A lejtő tönkremenetelének következményeit a 3. lépés alapján kell becsülni, és minőségi szintekre kell besorolni, amelyek megfelelnek egy meghatározott következménytáblának (például 7. táblázat).

6. táblázat A bizonytalanság forrásai a bányarészsűk kialakításában
(B.M. Adams, 2015)

Bizonytalanság típusa	Bizonytalanság forrása	Javasolt kezelés
Paraméter	anyag tulajdonságainak sztochasztikus változása; korlátozott adatok: anyag szilárdsága, sűrűsége és hidraulikai vezetőképessége	érzékenység-elemzés további mérésekkel és tesztek
Geometriai	domborzat; talajvíznyomás; geológiai határok (réteghatárok); diszkontinuitások (hibák, időjárás horizontok stb.); tulajdonságok térbeli változása	különböző geológiai modellek elemzése; bizonytalanságokhoz megbízhatósági rangsorolást (magas, közepes, alacsony)
Időbeli terhelés vagy szilárdságsökkenés (kiváltó okok)	in-situ feszültség-újraelosztás; csapadékintenzitás; időtartam és gyakoriság; piezometrikus nyomásváltozások; földrengés-veszély becslések; robbanás okozta feszültségek; egyéb terhelések (teherautók, hulladéklerakók stb.); időjárás vagy relaxációs hatások az anyag tulajdonságaira	jelentős időbeli forgatókönyv külön tervezési esetként való elemzése; forgatókönyveket eseményfa elemzése; kombinálva kvalitatív kockázátértékeléssel
Rézsű viselkedése	geológia, anyag tulajdonságai, a talajvíz viszonyai és a terhelési forgatókönyv mind befolyásolják a tönkremeneteli mechanizmust, a mennyiséget; a kifutást; sebességet	attribútum rangsor (magas, közepes, alacsony) a tapasztalatok és a korábbi lejtőviselkedés alapján
Számításbeli	rézsű tönkremenetelének egyszerűsítése és eltérése a valós fizikai folyamatoktól (szilárdsági tönkremenetel kritériuma; elemzési technikák korlátai)	attribútum rangsor (magas, közepes, alacsony) a számítási módszerbe vetett bizalomtól függően a várható rézsű tönkremenetel-mechanizmus pontos modellezéséhez
Emberi tényezők	működési eltérés a tervezési feltételezésektől, a magasfal geometriája, robbanás károsodás; emberi hibák a tervezés vagy a megvalósítás szakaszában	üzemi eltérés becslése az előzetes, megvalósíthatósági vagy tervezési szakaszban; hatékony minőség ellenőrzési és felülvizsgálati protokollok

7. táblázat Következménytáblázat a rézsű tönkremenete szempontjából
(B.M. Adams, 2015)

Hatás-kategória	Következményi szint				
	Jelentéktelen	Kicsi	Mérsékelt	Jelentős	Katasztrofális
Egészség és biztonság	Elsősegély-sérülés	Orvosi segítséggel ellátható sérülés	Hosszabb ideig gyógyuló	Tartós károsodás	Végzetes
Környezet	Magában foglalt	Lokalizált hatás	Bányán belüli hatás	Területen kívüli hatás	Súlyos, területen kívüli hatás
Üzleti	Nincs kérés, költség kevesebb, mint 10 000 \$	Kisebb kérés, 10 \$ - 100 000 \$	Teljes veszteség 100 000 \$ - 5 millió \$	Teljes veszteség 5–100 millió \$	Teljes pénzügyi veszteség > 100 millió \$

5. lépés: FS-PF szelekciós mátrix kidolgozása:

A megfelelő FS és PF tervezési elfogadhatósági kritériumok kiválasztására szolgáló mátrixot a 8. táblázat mutatja be. A kulcsfontosságú bemenetek magukban foglalják a rézsű tervezési élettartamát (1. lépés), a tervezésbe vetett bizalom szintjét (2. lépés) és a következmény szintjét (3. és 4. lépés). A megfelelő FS és PF javaslása mellett a szelekciós mátrix javasolja a lejtő stabilitási kockázatának megfelelő szintű alkalmazását is.

8. táblázat Az FS-PF szelekciós mátrix
(B.M. Adams, 2015)

Következmény szintje		Jelentéktelen-kicsi			Mérsékelt			Jelentős-katasztrofális		
		Magas	Közepes	Alacsony	Magas	Közepes	Alacsony	Magas	Közepes	Alacsony
Állandó bevágás, töltés vagy természetes lejtő (tervezett élettartam > 10 év)	min FS	1,3	1,3	1,3	1,3	1,4	1,5	1,4	1,5	1,6
	max PF	20%	20%	20%	20%	10%	5%	10%	5%	2%
Ideiglenes bevágás vagy töltés rézsű (tervezett élettartam 0,5-10 év)	min FS	1,2	1,25	1,3	1,2	1,3	1,4	1,3	1,4	1,5
	max PF	30%	25%	20%	30%	20%	10%	20%	10%	5%
Ideiglenes bevágás vagy töltés rézsű (tervezett élettartam <6 hónap)	min FS	1,2	1,25	1,3	1,25	1,3	1,35	1,25	1,35	1,4
	max PF	30%	25%	20%	25%	20%	15%	25%	15%	10%
Feltárás utáni azonnali visszatöltés (tervezett élettartam <néhány nap)	min FS	1,05	1,1	1,15	1,1	1,15	1,2	1,15	1,2	1,25
	max PF	45%	40%	35%	40%	35%	30%	35%	30%	25%

7 GEOLÓGIAI JELLEGZETESSÉGEK, ÖSSZEFÜGGÉSEK

Rézsúállékonyság során alkalmazott alapelvek

A modern talajmechanika kezdete Terzaghi által az 1920-as években tett hatékony feszültség elvének felfedezése. Ez a koncepció a rézsúállékonyság problémái során is releváns. Vegyünk három főfeszültséget: σ_1 , σ_2 és σ_3 , a telített talaj tömegének bármely pontján és legyen u a pórusvíznyomás ezen a ponton. A főfeszültségek pórusvíznyomás hatására bekövetkező változása (semleges feszültség) gyakorlatilag nem befolyásolja a térfogatváltozást vagy a tönkremeneteli feszültség feltételeit. A tömörítés, torzulás és a nyírási ellenállás változása kizárólag a σ_1' , σ_2' és σ_3' hatékony feszültségeinek megváltozásából származik, amelyeket az alábbi módon határozhatunk meg:

$$\sigma_1' = \sigma_1 - u, \quad \sigma_2' = \sigma_2 - u \quad \text{és} \quad \sigma_3' = \sigma_3 - u \quad (34)$$

Ezért az ezekben történő változások a hatékony feszültség változásaihoz vezetnek.

A lejtők hajlamosak megcsúszni a talajban a gravitációs és egyéb erők (például vízáram, tektonikus feszültségek, szeizmikus aktivitás) által létrehozott nyírófeszültségek miatt. Feltételezzük, hogy a határegyensúlyi állapot akkor létezik, amikor a nyírási ellenállás a feltételezett tönkremenetel felületen (csúszólapon) megegyezik a talaj nyírószilárdságával, tehát amikor az $FS=1,0$.

Rézsúállékonyság számítások tipikus bemeneti adatai

Geológiai feltételek

Rézsúállékonyság-számításhoz elengedhetetlen a hely geológiájának ismerete. A rézsúk stabilitását befolyásoló alapvető geológiai jellemzők a következők:

- lejtő anyaga (például ásványi anyagok)
- ásványok iránya és rétegződése
- vetők és gyűrődések, palák, hasadások, diaklázis² okozta szakadások és redők
- geológiai anomáliák, például puha telepek, alapkőzettel való érintkezés és korábban nyírt zónák
- időjárási viszonyok
- talajvíz
- korábbi földcsuszamlások hatása
- „in situ” feszültségek.

Ezeket a tulajdonságokat mindenképp figyelembe kell venni a lejtőstabilitási számítás előtt.

² közethasadék; hasadékszerűen szétvált repedés vagy törés a kőzetben *www2*

Földrajzi topográfia

A földrajzi topográfia egyértelmű bizonyíték a korábbi földcsuszamlásokra és a potenciális instabilitásokra. Például a földcsuszamlás fő régióját mutatja az elfordult árkok jelenléte, fák törzsének megdőlése. A földcsuszamlások és a potenciális instabilitási területek azonosításához gyakran szükség van részletesebb ismeretekre, mint amit a topográfiai térképek mutatnak. A szárazföldi formák jellege és eredete, ezek kialakulásának folyamata fontos szerepet játszanak a lejtő alak és a stabilitás kapcsolatának megértésében.

Rézsú tervezésekor törekedni kell arra, hogy a lehető legkevesebb felületen érje a csapadék. Minél kisebb a bevágáshoz feltárt földmennyiség, annál meredekebb a lejtő és annál kisebb lesz a csapadéknak kitett lejtőfelület. A bevágás oldalán árokkal rendelkező rézsúpadka szükséges, hogy összegyűjtse és eltávolítsa a lefolyó vizet.

Gyakran a meredekebb lejtő jobb megoldásnak bizonyul, -ha elég erős a talaj-, mint a kisebb dőléssel rendelkezők, mert a meredek lejtőn a csapadéknak kitett lejtőfelület nagysága minimalizált. Példa erre a lösz síkmetszetű lejtőinek tönkremenetele, ahol az eső feloldja a talaj természetes összetartó erejét.

Anyagtulajdonságok

A talajszemcsék közti hézagok folyadékkal (vízzel) vagy gázzal (levegővel) vagy mindkettővel töltve lehetnek. A talaj viselkedésének megértéséhez elengedhetetlen az alkotó ásványok ismerete is.

A kohéziós talajok általában kvarcot, földpátot és csillámot tartalmaznak. A kvarc, mely bőségesen fordul elő, nagyon stabil kristályszerkezettel rendelkezik. A földpát gyenge, kevésbé stabil és kevésbé fordul elő talajokban, mint magmás kőzetekben. A csillám jelenléte növeli az összenyomhatóságot a terhelés alatt és a duzzadás tehermentesítése után. Az agyagásványokat kalcium- és alumínium-szilikátok alkotják. A vizet az agyag ásványok erősen felszívják. A víz és az agyag ásványok között az effajta kötés fontos szerepet játszik a lejtők stabilitásában. A természetes talajok tulajdonságai a különböző méretű finomszemcsék és durvaszemcsés anyagok arányától, valamint ezek mineralógiájától. Ezen felül pedig a képződés folyamata, a talajok testsűrűsége, valamint a feszültség történet is meghatározó szempont.

Ahogy az agyagfrakció növekszik, a ϕ értéke általában csökken. Az agyagásványok közül a montmorillonit adja a legalacsonyabb ϕ értéket, míg az illit és a kaolinit magasabbat.

Az ép kőzetek anyagi tulajdonságai nagymértékben függenek az ásványtól, a keménységtől és az egyirányú nyomószilárdságtól. A legtöbb sziklarézsú állékonysági probléma során a kőzettest tulajdonságai meghatározók. A kőzettest tulajdonságai

nagymértékben függenek a tagoltságok folytonosságától, irányától és a nyírószilárdságtól, illetve a palásságtól, réteglaptól, a nyírástól és a vetőktől.

Nyírószilárdság

A lejtő stabilitás nem elemezhető a nyírószilárdsági értékek ismerete nélkül, az alkalmazott egyensúlyi egyenlet módszerétől függetlenül. Az állékonyságszámítás során a két nyírószilárdsági érték a drénezetlen (c_u) és a drénezett nyírószilárdságtól (c'). A teljes feszültség számításoknál a drénezetlen nyírószilárdságot, míg a hatékony feszültség analízis során drénezett nyírószilárdságot veszünk számításba.

Talajvíz

A gravitáció mellett a talajvíz a legfontosabb tényező a lejtő stabilitásában. A talajvíz az alábbi módokon befolyásolhatja a rézsű stabilitását:

- (1) Csökkenti a szilárdságot,
- (2) Kémiai átalakulás és oldódás során megváltoztatja az ásványi összetevőket,
- (3) Megváltoztatja a térfogatsűrűséget,
- (4) Pórusvíznyomást teremt,
- (5) Eróziót okoz.

Szeizmicitás

A földrengésekből felszabaduló energia szeizmikus gyorsulás hullámokat küld, melyek a földben továbbítódnak. Az ilyen típusú tranziens dinamikus terhelések azonnal növelik a nyírófeszültségeket a rézsűben és csökkentik a hézagterefogatot a rézsű anyagán belül, amely által növekedik a pórusokban a folyadék (víz) nyomása. Tehát növekednek a nyíróerők és csökken az ellenálló súrlódási erő. Egyéb tényezők, amelyek befolyásolják a rézsűk választását földrengések során:

- (1) Szeizmikus gyorsulások nagysága,
- (2) A földrengés időtartama,
- (3) Az érintett anyagok dinamikus szilárdsági jellemzői,
- (4) A rézsű méretei.

Földrengés után a rézsű lehet erősebb, gyengébb vagy ugyanolyan, mint korábban. Ahogy korábban említettem, a földrengések növelik a nyírófeszültséget és csökkentik a nyírószilárdságot a pórusvíznyomás növelésével. A homok és az iszap szemcsék megfolyósodása a földrengések során a rézsű tönkremenetelét okozhatja. (*L.W. Abramson et al., 2002*)

8 NEMZETKÖZI PÉLDA BEMUTATÁSA

Rézsúállékonyság-számítás statisztikai módszerrel az Amiyan-i térségben, Uttarakhandban

Amiyan városa Kathgodam-tól észak-keleti irányban található Uttarakhand államban, Indiában.



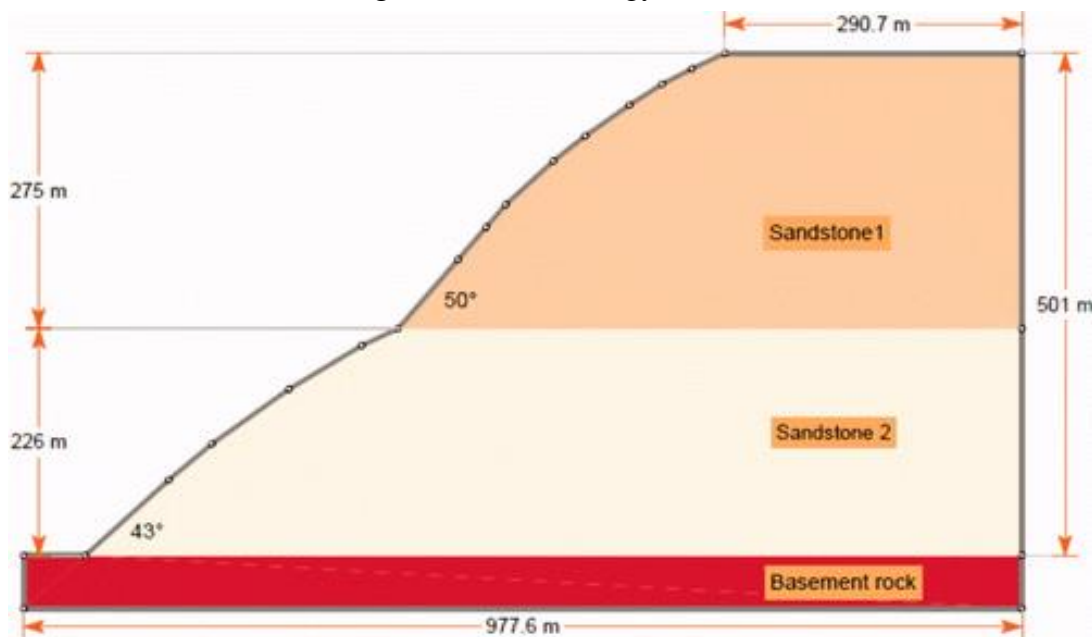
3. ábra Amiyan város elhelyezkedése
(Google Maps)

Amiyan területe a Közép-Himalája egyik legaktívabb földcsuszamlásos területe. A tektonikailag aktív, összetett geológiával rendelkező fiatal himalájai régióban az ismétlődő földcsuszamlások becslése nem teljesen magától értetődő. A nagy intenzitású csapadék tovább súlyosbítja az állékonysági problémákat a kőzet nagy porozitása és nedvesedése miatt. (El-Ramly et al. 2002)

A térség lejtői nagyon veszélyesek, 1992-ben és 1998-ban két jelentős földcsuszamlás történt, de szinte minden évben, főleg monszun szezon után kisebb jelentőségű csúszások tapasztalhatók. A pórúsvíz nyomása szintén jelentős szerepet játszik a kőzet szilárdságának csökkenésében. A rézsútönkremenetel során a lezúduló földtömeg a folyóba kerül, mely hatására megnő a vízszint és csökken a folyó kapacitása, a folyóban lévő víz a hordaléktól eliszaposodik.

A rézsúállékonyság számítására két módszert használtak: a határegyensúlyi módszert és a véges elemes módszert. A vizsgált lejtő magassága hozzávetőlegesen 501 m, két terrasszal és változó dőlésszöggel rendelkezik. Az alsó rézsúpadban keletkezik a csúszás és ez vezet a többi rész tönkremeneteléhez is. A csúszást tovább súlyosbítja a közeli Gaula-folyó vízszintjének ingadozása, mely a lejtőtömeg mentén folyik. A terület stabilitásának ismerete nagyon fontos, ugyanis a lejtő környezetében mezőgazdasági földterületek és a folyó mentén falvak vannak.

A vizsgált terület elsősorban üledékes kőzetekből áll, amelyek széntartalmú palákat, agyagot és kavicsos homokkővet tartalmaznak. Az Amiyan lejtőgeometria két egységre van felosztva a lejtő litológiája és geomechanikai tulajdonságai alapján. A homokkő felső része nagyobb szilárdságú, mint az alsó terasz. Az alsóbb terazon mért kohézió, belső súrlódási szög és húzószilárdság értékek a felsőhöz képest sokkal gyengébbek. Az alsó és a felső teraszok átlagos lejtési szöge 43° és 50° (4. ábra). Az anyag tulajdonságainak Mohr-Coulomb szilárdsági kritériumait alkalmazták. A homokkő egységek bemeneti tulajdonságait a 9. táblázat tartalmazza. A bemeneti paraméterek közül a kohézió, a belső súrlódási szög és a térfogatsúly statisztikailag reprezentatív valószínűségi módszerrel került megadásra. Az összes bemeneti paraméterre normális valószínűség-eloszlást vettek figyelembe.



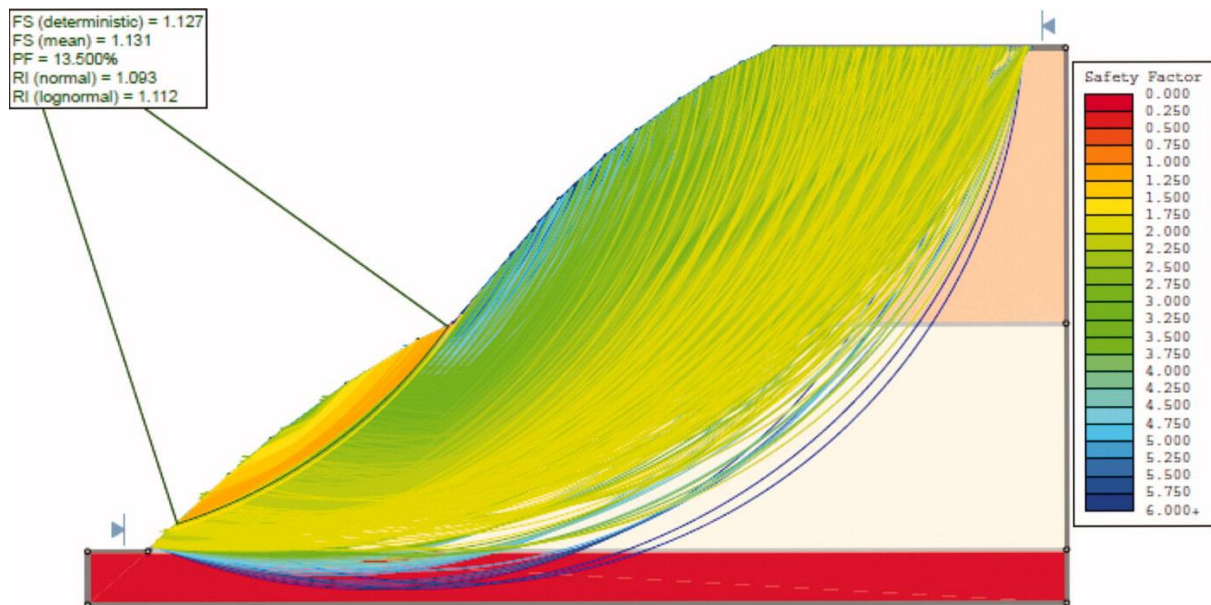
4. ábra Geometria a rézsűállékonyság-számításhoz (R. Singh et al., 2012)

9. táblázat Bemeneti paraméterek (R. Singh et al., 2012)

	Kohézió [kPa]	Belső súrlódási szög [°]	Térfogatsúly [kN/m ³]
Tartomány	40-160	19-37	18-21
Átlag	100	28	19,5
Szórás	20	19,5	0,5

A valószínűségi kockázatot a determinisztikus módszer kombinációjával, a határ egyensúlyi módszer és a VEM segítségével vizsgálták meg a terület rézsűállékonyságát Slide és Phase2 (RS2) szoftverekkel. A valószínűségi elemzést a legkritikusabb csúszási felületen hajtották végre, a determinisztikus rézsűstabilitási elemzés alapján, majd a biztonsági tényezőt újra kiszámítja az N-szer (ahol N=a minták száma; 1000) a globálisan legkisebb biztonsággal rendelkező csúszási felületre, véletlenszerűen generált bemeneti változókkal minden

elemzéshez. Az elemzés során kiszámították a determinisztikus biztonsági tényezőt, az átlagos biztonsági tényezőt, a tönkremenetel valószínűségét és a megbízhatósági indexet.



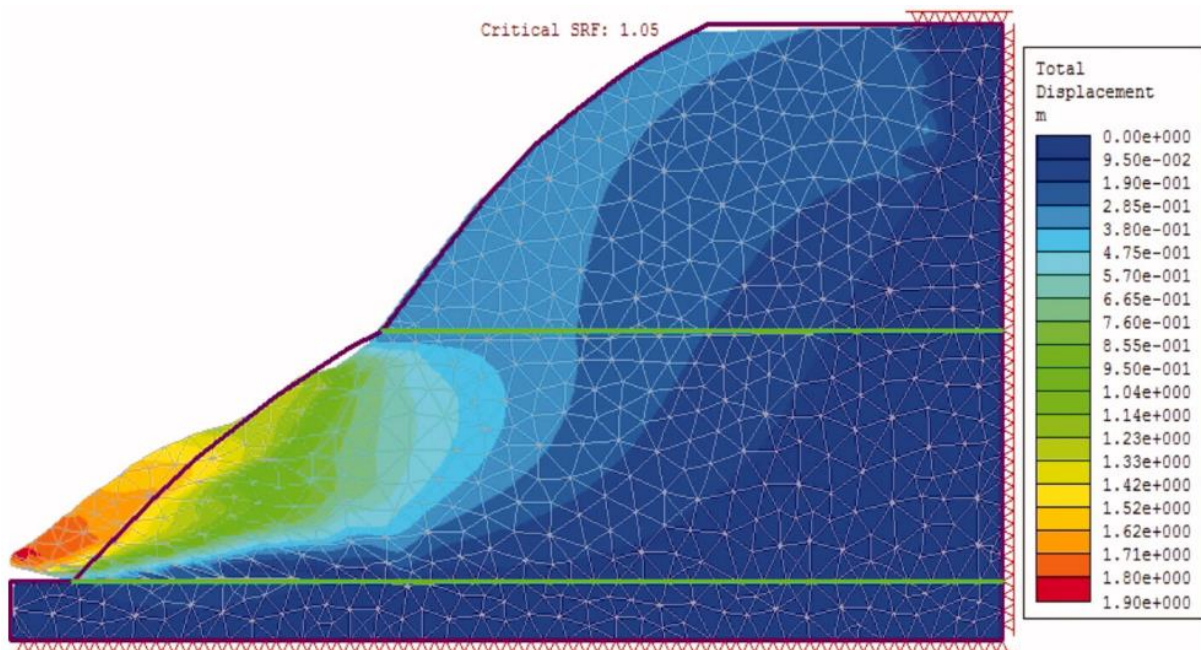
5. ábra A számításban figyelembe vett összes körcsúszólap (R. Singh et al., 2012)

A VEM analízist a Phase 2 nevű programban végezték. Egyenletesen, hatszögletű hálókat generált a program. Összesen 1214 végelem és 2545 csomópont jött létre. A Mohr-Coulomb tönkremeneteli kritériumot alkalmazták az anyagok rugalmas viselkedésének modellezésére.

A Phase 2. bemeneti determinisztikus adatait a 10. táblázat tartalmazza:

10. táblázat A kétféle homokkő réteg bemenő paraméterei (R. Singh et al., 2012)

Tulajdonság	Homokkő 1.	Homokkő 2.
Anyagmodell	Mohr-Coulomb	Mohr-Coulomb
Térfogatsúly (kN/m ³)	19,56	19,5
Kohézió (kPa)	4200	100
Belső súrlódási szög (°)	38	28
Young modulus (kPa)	94000	45500
Poisson tényező (-)	0,24	0,255
Húzószilárdság (kPa)	3282	124
Rézsű dőlése (°)	50	43



6. ábra A teljes elmozdulás kontúrjai deformált hálóval
(R. Singh et al., 2012)

11. táblázat Különböző módszerekkel kapott determinisztikus és valószínűségi biztonsági tényezők
(R. Singh et al., 2012)

Módszer	Biztonsági tényező		Tönkremenetel valószínűsége (%)	Megbízhatósági index
	Determinisztikus	Valószínűségi		
Egyszerűsített Bishop	1,127	1,131	13,5	1,093
Egyszerűsített Janbu	1,104	1,108	16,9	0,922
Spencer	1,128	1,129	13,8	1,081

Az eredmények értékelése alapján mindkét módszer, a PSSA és a VEM, a rézsű tönkremenetelét jelezte a lejtőn belül található gyenge réteg miatt. A meredekség kritikus, mivel a biztonsági tényező mind a determinisztikus, mind valószínűségi módszerrel nagyon közel van az 1,0-hez. A PSSA előzetes technikája megmutatta a meghibásodás valószínűségét, amely 13,1% és 16,9% között volt, míg a VEM a lejtő tönkremenetelét jelezte a kritikus SRF 1,05 alapján. A magasabb elmozdulás a rézsűlábánál azt jelzi, hogy a mozgás a lenti rétegben indul, melyet szükséges megerősíteni a rézsűlábánál, és ezáltal javítható a stabilitás a további katasztrófák elkerülése érdekében. (R. Singh et al., 2012)

9 A VISONTAI LIGNITBÁNYA VÉGRÉZSŰINEK ÁLLÉKONYSÁG-VIZSGÁLATA STATISZTIKAI MÓDSZERREL

A Gyöngyöstől keleti irányban található Visontán a Mátrai Erőmű Zrt. által külszíni fejtésű lignitkitermelés folyik már az 1970-es évektől kezdve. A meglévő bányákat már leművelték, egy részüket rekultiválták, majd keleti irányban folytatódott a lignit bányászata, melyet villamosenergia termelésre használnak fel. Az új bánya a Keleti III-as elnevezést kapta és nagy magasságú határrézsűk tervezésére és ezek állékonyságának biztosítására volt szükség a bányászat megkezdése előtt. *(Mátrai Erőmű Zrt., 2012)*

A végrézsűhöz 3-3 szelvény tartozik az északi és a déli oldalon, melyek az 1-3-5. (déli rézsű) és 21-24-27. (északi rézsű) számot viselik. A rézsűállékonyságszámítás determinisztikus módon kezdődött, aztán ezt követően statisztikai alapon is leellenőriztem az optimalizált szelvények állékonyságát, tehát statisztikai számításokat a már optimalizált szelvényeken végeztem, azaz a legkisebb biztonság minden szelvélynél elérte az 1,35-ös értéket.

A bányaterület nagyon lényeges részét képezi tágabb értelemben az északmagyarországi, szűkebb értelemben pedig a mátraaljai lignitterületnek. *(Kabai, 1997)*

A lignitelőfordulás területét a negyedkori takaróréteggel fedett pliocén korú képződmények alkotják. A terület makró szerkezete medence jellegű, amelynek a vázát, mint alaphegységet a Mátra hegység miocén korú képződményei, főleg különböző andezit képződmények alkotják. Erre az aljzatra települ a több száz méter vastagságú pliocén összlet. A lignittelepeket az összleten belül a felső pannon korú rétegsor foglalja magában. A felső és az alsó pannon korú képződmények a folyamatos üledékképződés miatt élesen nem határolhatók el egymástól. A lignittelepek közti homok, homokliszt rétegek jól osztályozott sekélytengeri, parti üledékek. Helyenként előfordulnak megfolyósodásra hajlamos finomszemű durva iszap, durva iszapos finomhomok rétegek. Ezek a rétegek a szűrőkutas víztelenítés ellenére gyakran maradék vizet tartalmaznak, mely víz a bányagödörben történő megnyitásukkor távozik - gyakran a megfolyósodó durva iszappal együtt-, eláztatva a művelési szintet, kiüregelődést okozva a rézsűben. *(Mátrai Erőmű Zrt., 2012)*

A területet felépítő meddő rétegsoron belül úgy a fedőösszletben, mint a széntelepek között jelentős arányban fordulnak elő szemcsés anyagból álló vízvezető, illetve víztárolórétegek, amelyek jelentős rétegvízet tartalmaznak. *(Kabai, 1997)*

A ligniten felül előfordul a területen a felszíntől lefelé haladva: kvarter kövér agyag, kvarter agyagos iszap, durva iszap, iszapos agyag, iszap, homokos agyag, kövér agyag, agyagos iszap, szervesnyomos iszap, közepes agyag, bentonitos kövér agyag és legalul homokos iszap.

9.1. Adatok származtatása

A valószínűségi alapon történő vizsgálatot az adatok kigyűjtésével kezdtem. Minden talajréteghez megkerestem az összes talajmintát, amelyhez végeztek vizsgálatot. Ezek a TM-214, TM-215, TM-216, TM-217, TM-218, TM-220, TM-221, TM-222, TM-230, TM-231, TM-232, TM-234. és a K-60-41A, illetve a K-60-43 számú minták laboreredményei voltak. A legtöbb információt a TM-218, TM-230, TM-231, TM-232 és TM-234-es számú mintákból tudtam kinyerni. A programban változóként meg lehet adni az egyes talajrétegek kohézióját, belső súrlódási szögét, sűrűségét és térfogatsúlyát. Mivel a rendelkezésemre álló laboreredmények sajnos nem szolgáltatnak teljeskörű információval, illetve számos talajmintához nem végeztek vizsgálatot vagy hiányosak az eredmények, így kizárólag a kohéziót és a belső súrlódási szöget tudtam kigyűjteni és csak az „in situ” vizsgálattal kapott eredményeket használtam fel, míg a pépnyírással kapott értékeket elhanyagoltam. Végül hét réteghez találtam statisztikai számításhoz elegendő adatot: kvarter kövér agyag, -2. fedő iszapos agyag, -1./0 homokos agyag (agyagos iszap), 0. köztes szerves kövér agyag, 0./0 agyagos iszap, I. fedő szervesnyomos iszapos kövér agyag, I. a. fedő bentonitos kövér agyag. A számomra továbbított Excel táblázatokból kigyűjtöttem a maximális, illetve a reziduális értékeket mind a kohézióhoz, mind a belső súrlódási szöghöz. Külön számoltam az átlagot és a szórást a maximális, illetve a reziduális értékekre vonatkozóan. A minimumhoz a globálisan legalacsonyabb értéket kerestem, míg a maximumot karakterisztikusan határoztam meg. A karakterisztikus értéket célszerű úgy származtatni, hogy a vizsgált határállapotot meghatározó kedvezőtlen érték valószínűsége ne legyen nagyobb 5%-nál. Normális eloszlás esetén statisztikai módszerekkel a karakterisztikus érték meghatározása az alábbi képlettel történhet:

$$x_k = x_m \cdot (1 - k_n \cdot v_x) \quad (35)$$

Ahol x_m a várható érték, amely minden esetben az adatok átlagával egyezik meg
 k_n a minták számától függő statisztikai paraméter
 v_x a relatív szórás (variációs tényező), amelyet előzetes ismeretek alapján veszünk fel, azaz statisztikailag „ismertnek” tételezzük fel, vagy mérési eredményekből számítunk, azaz statisztikailag (előzetesen) „ismeretlenek” tekintünk.

A variációs tényező meghatározása:

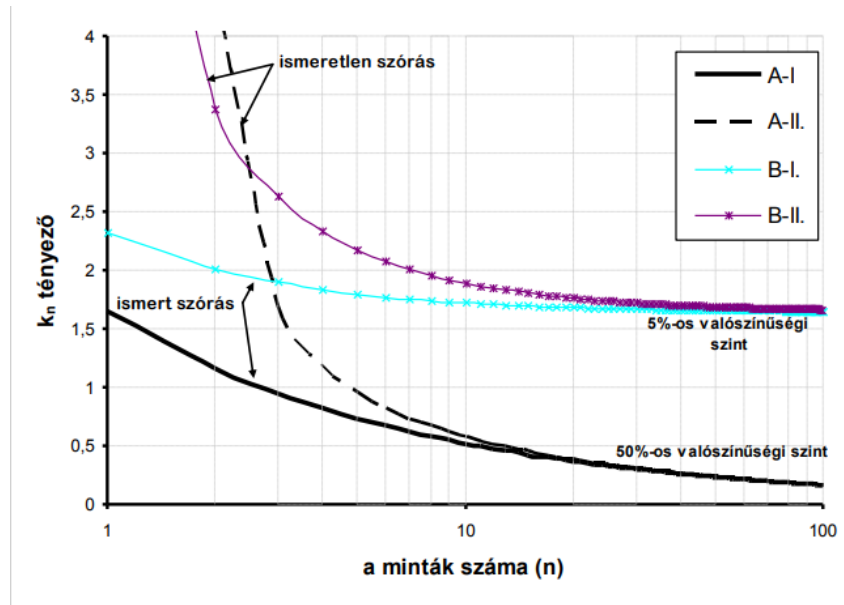
$$v_x = \frac{S_x}{x_m} \quad (36)$$

Ahol s_x a szórás

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum(x_i - x_m)^2}{n-1}} \quad (37)$$

(Rocscience Slide, 2018)

Az átlagértékekhez és a szélsőértékekhez tartozó k_n tényező függ a minták számától (n), értékét táblázatból vagy grafikonról tudjuk meghatározni:



7. ábra A k_n tényező meghatározása
(Takács, 2017)

A legalább 6 értékelhető adattal rendelkező rétegekhez számoltam statisztikai értékeket. Az eltérő mélységben elhelyezkedő mintákat belevettem a számításba, illetve azokat is, amelyeknek megnevezése nem teljesen azonos a réteg nevével. Erre azért volt szükség, mert igen kevés olyan talajmintát találtam, amelynek megnevezése és a minta kora is megegyezik az eredeti réteg ezen tulajdonságaival. A kimagaslóan eltérő eredményeket tartalmazó mintákat azonban nem vettem bele a számításba. Az összesített statisztikai adatokat a 13. táblázata szemlélteti.

Az egyes rétegek adatsoraihoz legjobban illeszkedő statisztikai eloszlásokat a CumFreq nevű szoftverrel határoztam meg:

12. táblázat Az egyes rétegek adatsoraihoz tartozó statisztikai eloszlások

Réteg megnevezése	Kohézió	Belső súrlódási szög
Kvarter kövér agyag	normál	lognormál
-2. fedő iszapos agyag	lognormál	gamma
-1./0 homokos agyag (agyagos iszap)	gamma	lognormál
0. köztes szerves kövér agyag	lognormál	normál
0./0 agyagos iszap	normál	normál
I. fedő szervesnyomos iszapos kövér agyag	lognormál	gamma
I. a. fedő bentonitos kövér agyag	lognormál	gamma

13. táblázat Összesített statisztikai értékek

Sorszám	Réteg jele	Réteg neve	Kohezió [kPa]								Belső sűrűlási szög [°]							
			Maximális átlag	Reziduális átlag	Maximális szórás	Reziduális szórás	Abszolút minimum	Relatív minimum	Karakterisztikus maximum	Relatív maximum	Maximális átlag	Reziduális átlag	Maximális szórás	Reziduális szórás	Abszolút minimum	Relatív minimum	Karakterisztikus maximum	Relatív maximum
1.	kvarter	kövérgyag	115	80	48	46	3	77	94	13	13	10	8	7	6	34	21	
4.	-2. fedő	iszapos agyag	128	40	64	4	36	4	94	54	7	6	6	6	5	12	1	
8.	-1./0	homokos agyag (agyagos iszap)	61	28	28	7	17	11	47	18	3	2	19	3	3	22	1	
11.	0. köztes	szerves kövérgyag	102	35	51	16	15	20	76	41	6	5	5	6	6	12	2	
12.	0./0	agyagos iszap	88	25	33	14	2	23	72	47	5	6	14	6	6	21	1	
13.	I. fedő	szervesnyomos iszapos kövérgyag	98	29	52	23	11	19	71	42	6	5	6	4	4	10	0	
16.	I.a. fedő	bentonitos kövérgyag	97	39	69	14	18	21	61	22	6	4	5	5	5	11	0	

9.2. A számítás menete

A választott számítási módszer a globális minimum analízis, amely azt jelenti, hogy a legkisebb biztonsággal, azaz a globális minimummal rendelkező csúszólapon számol a program, mely a hagyományos állékonyságszámításból adódott. A statisztikai módszer a Latin Hypercube analízis, a próbafuttatások száma $N=1000$ db. A program a biztonsági tényezőt N -szer újraszámolja a globálisan legkisebb biztonságú csúszólagra, miközben véletlenszerűen generálja a nyírószilárdsági változókat. Ezeket a változókat a 13-14. számú táblázatok alapján vittem be a program erre a célra szolgáló adatbázisába. Az általam kiválasztott hét darab réteghez tartozóan megadtam az előzetesen kiszámolt átlagot (Mean), ide minden esetben a reziduális értékekből számolt átlagot írtam, mivel a lehető legrosszabb kimenetelre számítok. A szórást (Standard Deviation) szintén a reziduális értékekből számoltam, majd a globális minimum, illetve a karakterisztikus maximum átlagtól való eltérését, ezt jelenti a relatív minimum, illetve a relatív maximum. Azoknál a rétegeknél, ahova nem adtam meg statisztikai változókat, a program az eredeti értékekkel számol.

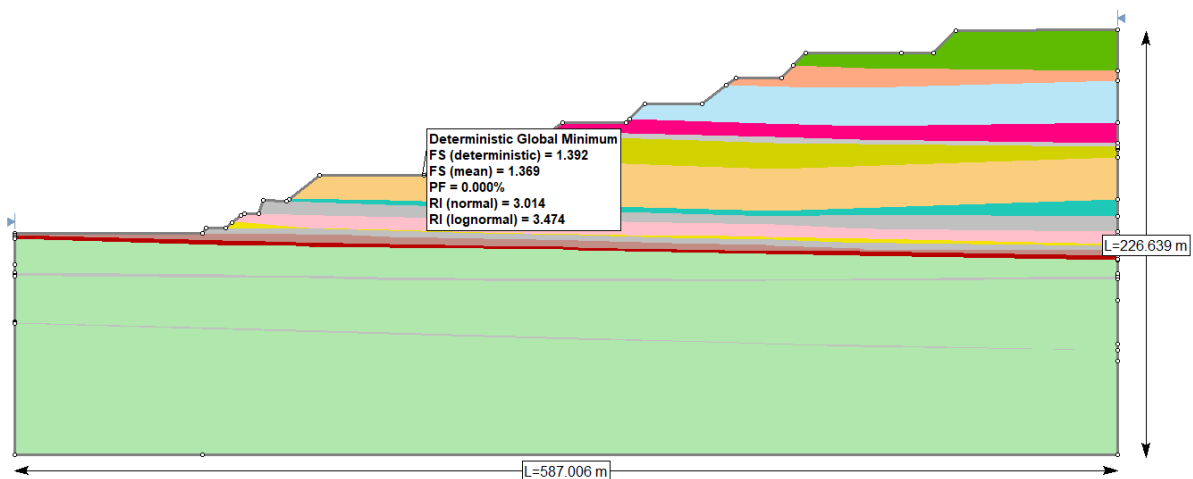
A tönkremenetel valószínűsége (PF - Probability of Failure) megegyezik az analízisek azon számával, melynél a biztonsági tényező leosztva az összes minták számával kisebbre adódott, mint 1. A megbízhatósági index (RI - Reliability Index) egy másik, szintén gyakran használt rézsűállékonyság mérőszám, amelyet a valószínűségi analízis során alkalmaznak. Akkor kielégítő a biztonság, ha ez a mérőszám eléri a 3,0 értéket.

9.3. A szelvények vizsgálata

Déli szelvények

1. szelvény vizsgálata

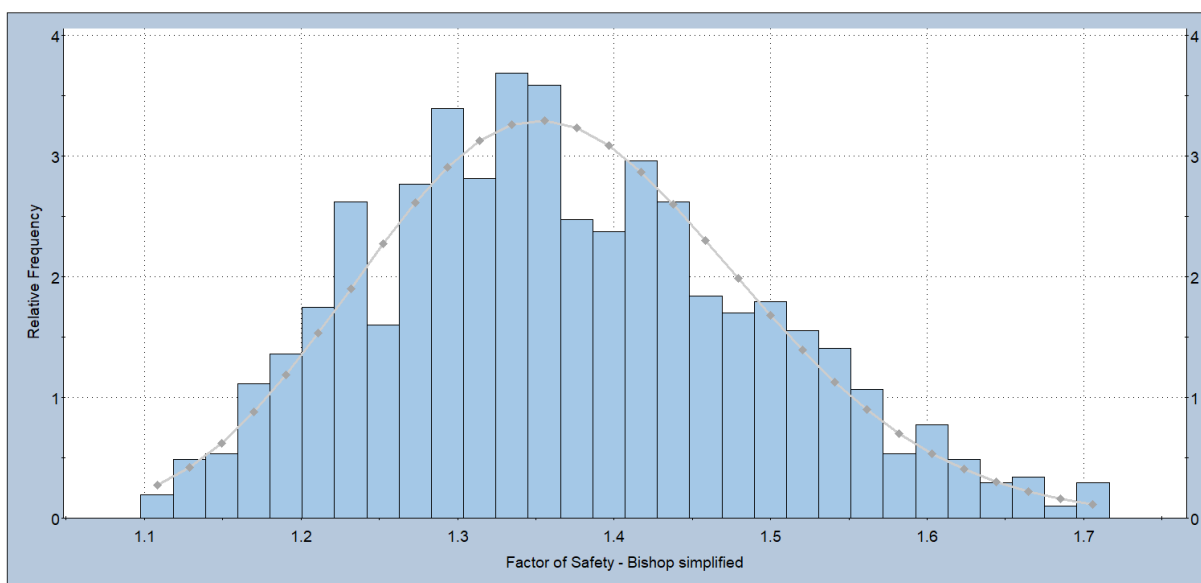
A statisztikai futtatás utáni eredmény:



8. ábra Az 1. szelvény statisztikai számításának eredménye (Slide)

Az 1. szelvény statisztikai számítása szerint a rézsű állékonysága teljesen biztonságos. A tönkremenetel valószínűsége 0,000 %, a megbízhatósági index pedig eléri a 3,0 értéket. A determinisztikus biztonsági tényező (FS (deterministic)) az az érték, amelyet a program a hagyományos módszerrel, azaz nem valószínűségi alapon számol. Ilyenkor a talajrétegek nyírószilárdsági paramétereikhez az átlag értékeket rendeli. Az átlagos biztonsági tényező (FS (mean)) a valószínűségi alapon történő számítás során a kritikus csúszólaphoz tartozó összes biztonsági tényezőnek az számtani közepe. A kétféle eredménynek viszonylag közel kell lennie egymáshoz. Minél több a futtatások száma, annál kisebb kell lennie a köztük lévő különbségnek. Az összes szelvénynél az egyszerűsített Bishop módszerrel kapott eredményt mutatom be, mivel így egyszerűbb az eredmények összehasonlítása, de alkalmaztam még az egyszerűsített Janbu és a Morgenstern-Price számítási módszereket is. Az 1. szelvény esetén az egyszerűsített Janbu módszer $n=1,277$ -et, míg a Morgenstern-Price $n=1,364$ -et adott eredményül.

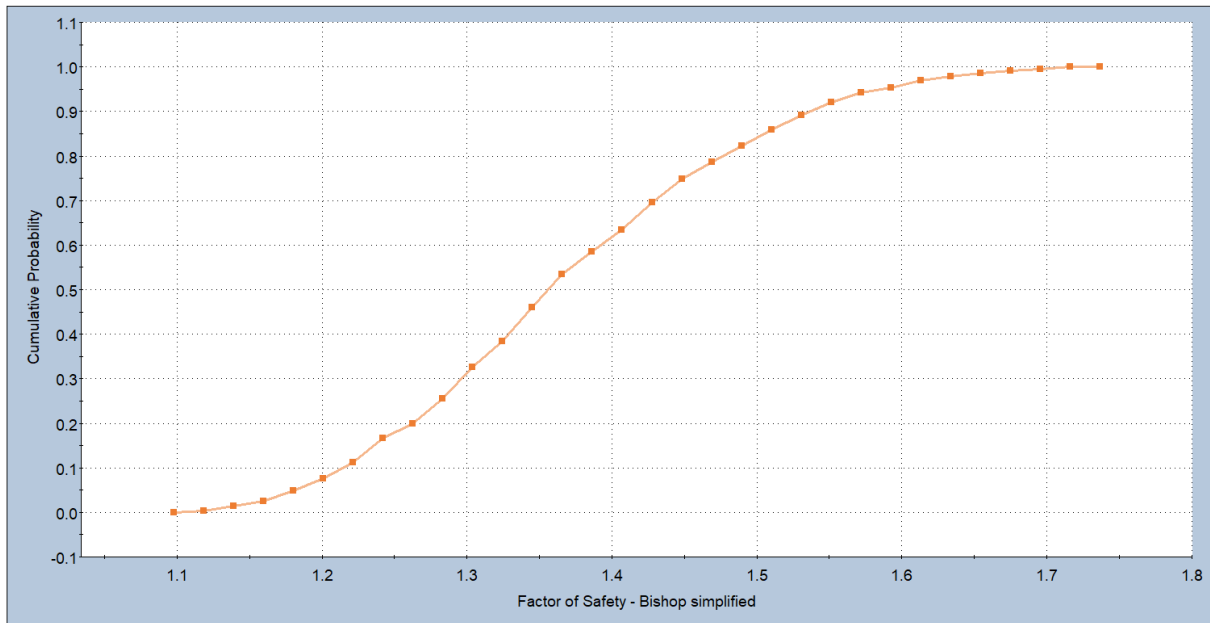
A hisztogram egyfajta oszlopdiagram, amelyet leginkább a gyakoriságok grafikus ábrázolására használnak. ^{www3} Bizonyos mennyiségeket a szorosan egymás mellé rajzolt téglalapok jelölik, ahol az egyes téglalapok területe az adott osztály gyakoriságát mutatja. A téglalapok magassága az osztály gyakorisági sűrűségét jelöli, ami az adott osztály szélességével leosztott gyakoriság. A hisztogramok felfoghatók a folytonos valószínűségi változó sűrűségfüggvényének becsléseként. ^{www4} A 9. ábrán látható az 1. szelvénynél kapott biztonsági tényezők alakulása relatív gyakoriságuk függvényében.



SAMPLED: mean=1.369 s.d.=0.1223 min=1.098 max=1.716 (PF=0.000% RI=3.47409, best fit=Lognormal distribution)
FIT: Lognormal mean=1.369 s.d.=0.1223 min=1.098 max=1.716

9. ábra Az 1. szelvényhez tartozó biztonsági tényezők hisztogramja (Slide)

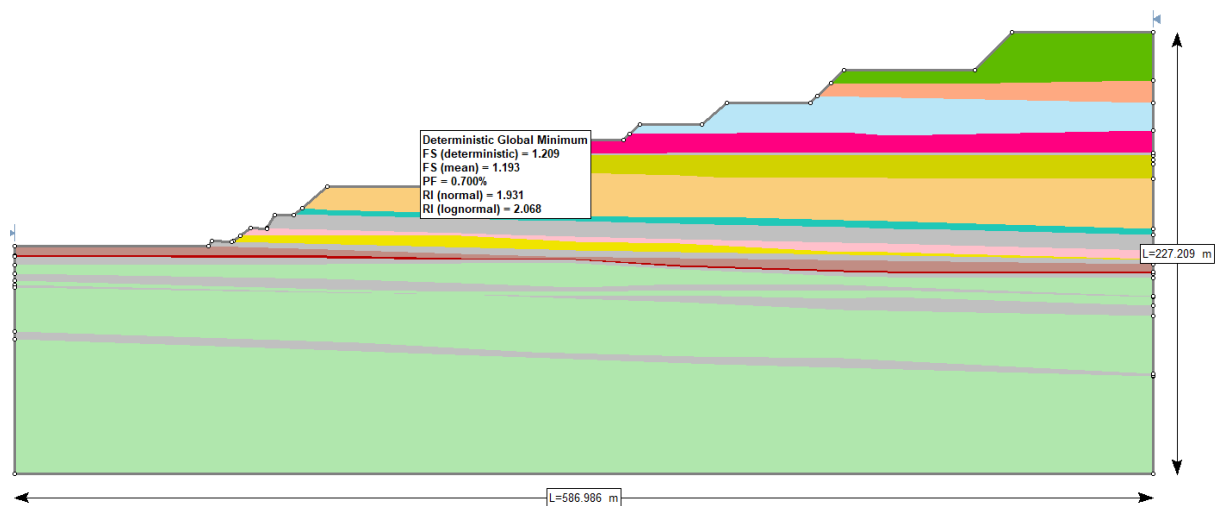
Az eloszlásfüggvény (Cumulative plot) reprezentálja a halmozott valószínűségét annak, hogy a véletlenszerűen változó érték kevesebb vagy egyenlő a megadott értékkel. Ahol az eloszlásfüggvénynek inflexiós pontja van, az a tönkremenetel várható valószínűsége. Az 1. szelvény esetén a legkisebb biztonsági tényező $n_{\min}=1,098$, míg a legnagyobb $n_{\max}=1,716$, míg a rézsű tönkremeneteli felületéhez tartozó átlagos biztonsági tényező $n=1,369$ (FS (mean)).



SAMPLED: mean=1.369 s.d.=0.1223 min=1.098 max=1.716 (PF=0.000% RI=3.47409, best fit=Lognormal distribution)

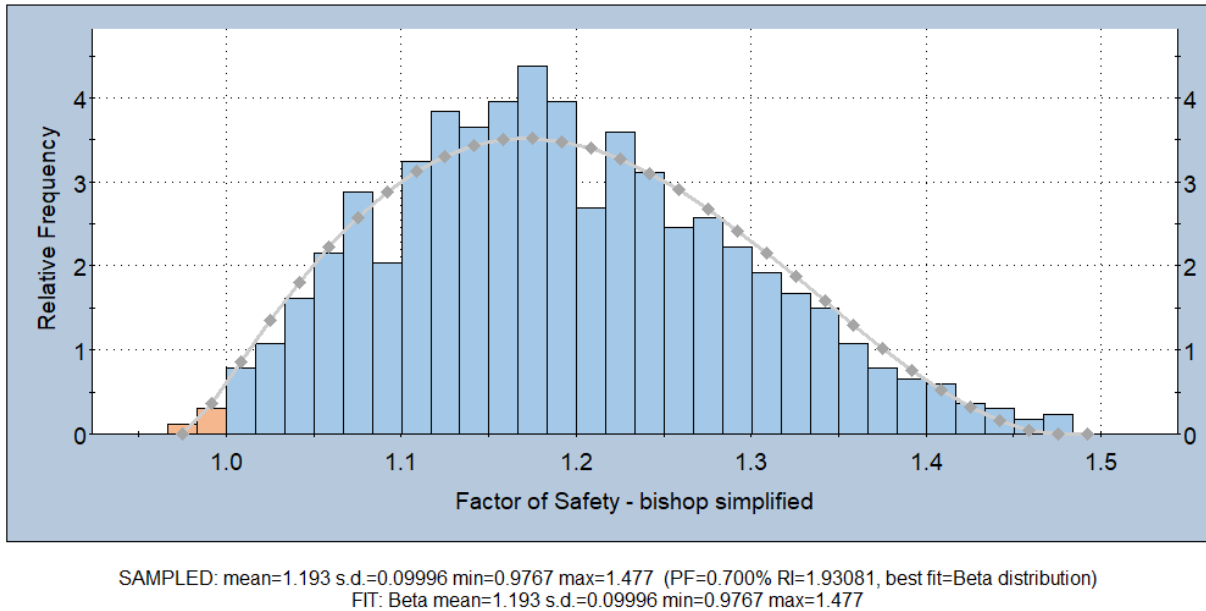
10. ábra Az 1. szelvényhez tartozó rézsű állékonyságának eloszlásfüggvénye (Slide)

3. szelvény vizsgálata

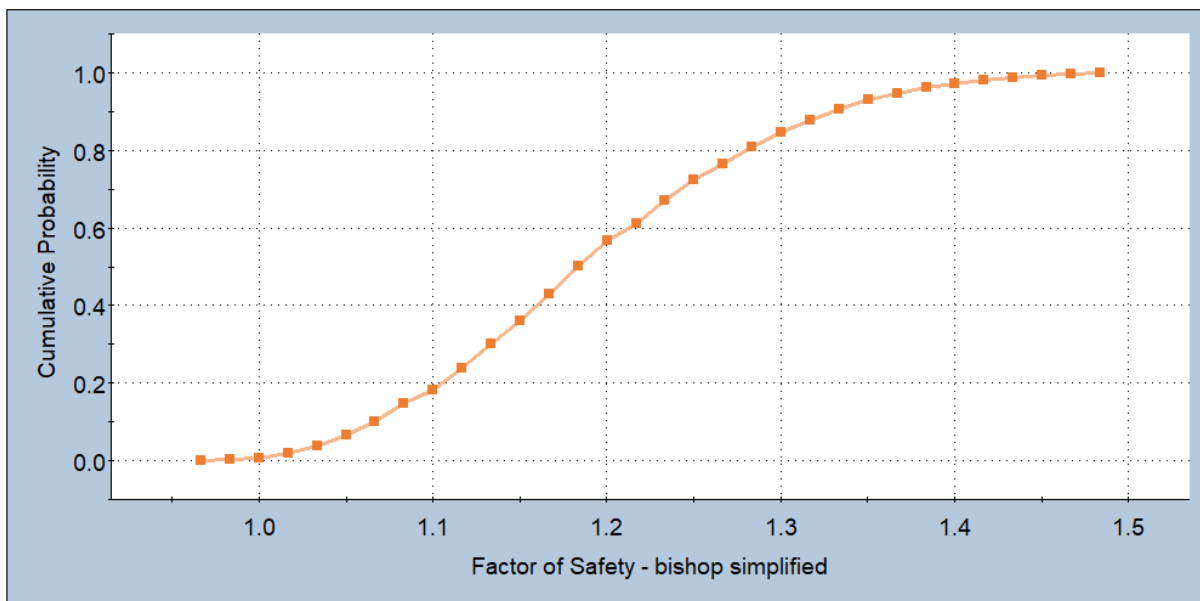


11. ábra A 3. szelvény statisztikai számításának eredménye (Slide)

A 3. szelvény esetén a tönkremenetel valószínűsége az egyszerűsített Bishop módszerrel számolva $PF = 0,700\%$. A determinisztikus biztonsági tényező FS (deterministic)=1,209 míg az átlagos FS (mean)=1,193. Az RI értékek nem érik el a 3 értéket, tehát a rézsű nem teljesen biztonságos, $0,700\%$ a valószínűsége, hogy tönkremegy. Ez azt jelenti, hogy a vizsgált 1000 esetből 7 esetenél volt kisebb a biztonsági tényező, mint 1,0. A 13. ábrán leolvasható, hogy az átlagérték a függvény inflexiós pontjában található. Az $n_{\min}=0,9767$, az $n_{\max}=1,477$, mely összhangban van a hisztogrammal is.



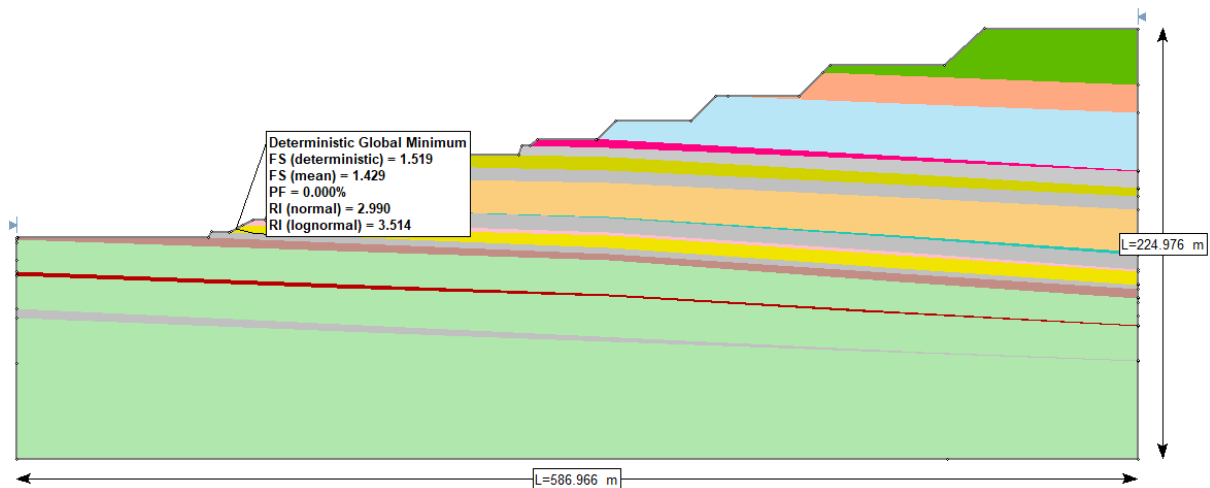
13. ábra A 3. szelvényhez tartozó biztonsági tényezők hisztogramja (Slide)



12. ábra A 3. szelvényhez tartozó rézsű állékonyságának eloszlásfüggvénye (Slide)

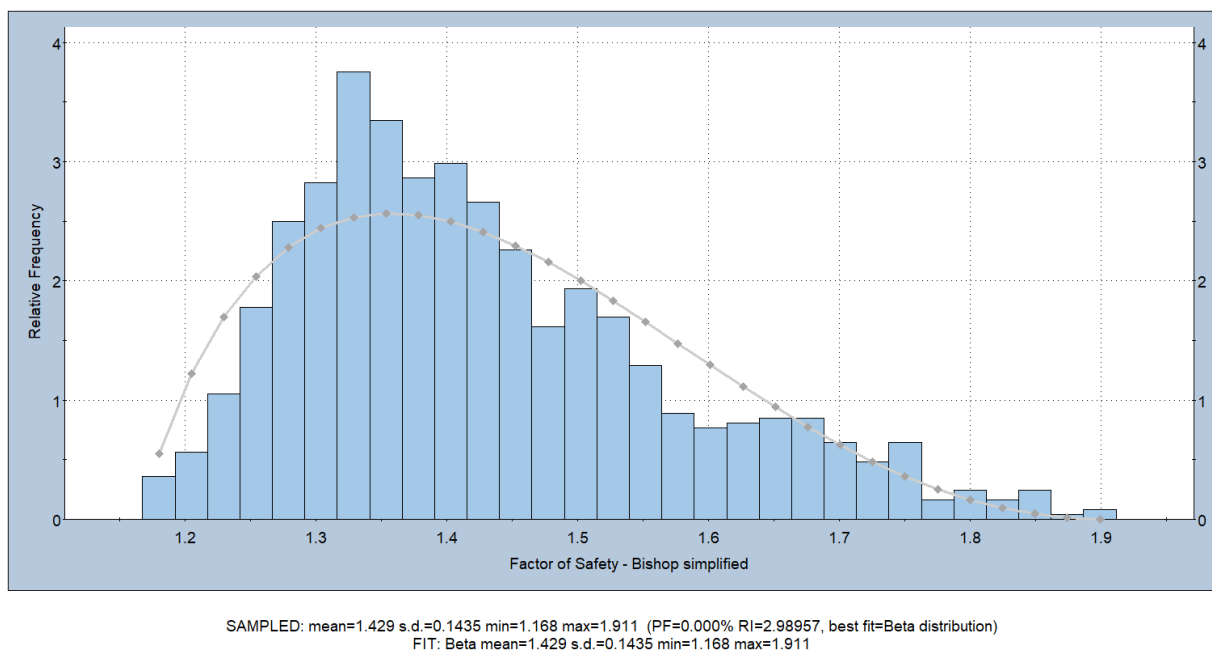
5. szelvény vizsgálata

Az 5. szelvény esetén szintén 0,000% a tönkremenetel valószínűsége. A Bishop módszerrel számolva a determinisztikus biztonsági tényező, FS (deterministic)=1,519, az átlagos biztonsági tényező pedig FS (mean)=1,429. Érdekes, hogy mind a determinisztikus, mind pedig az átlagos biztonsági tényező bőven meghaladja a minimális értéket, a normál eloszlás szerinti megbízhatósági index értéke mégsem éri el a 3,0 határértéket.

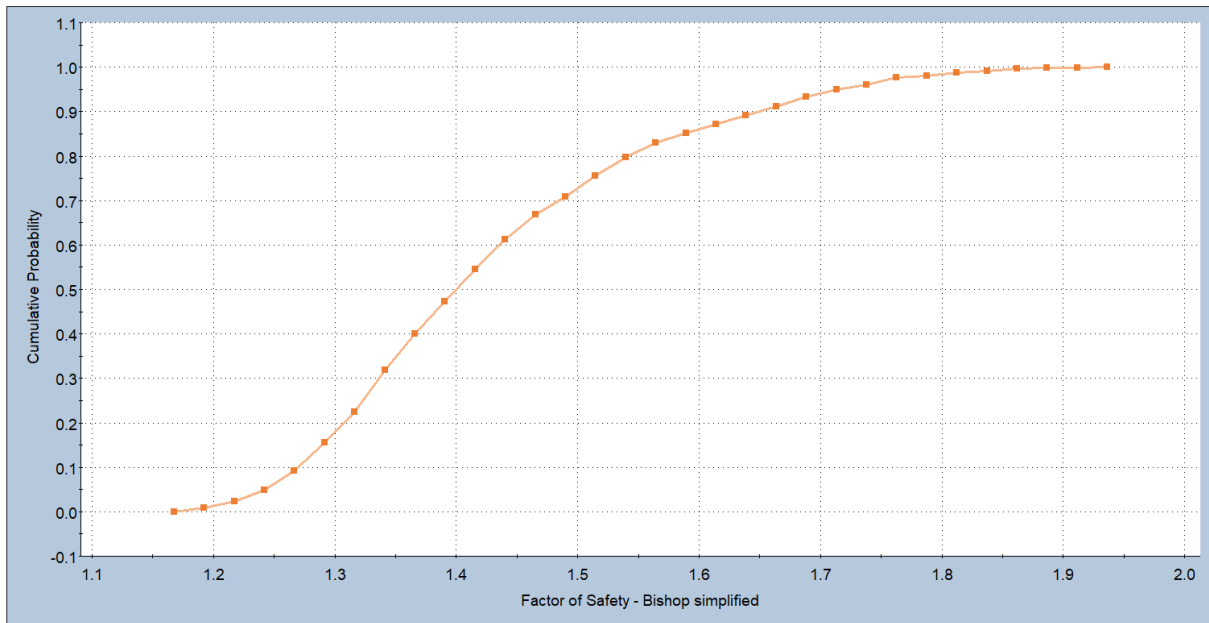


14. ábra Az 5. szelvény statisztikai számításának eredménye (Slide)

Az 5. szelvény tönkremeneteli felületén kialakuló csúszólaphoz tartozó biztonsági tényezők legkisebb értéke $n_{\min}=1,18$, míg a legnagyobb $n_{\max}=1,919$. A bemeneti paraméterek legrosszabb kombinációban is kijelenthető, hogy a rézsű megáll.



15. ábra Az 5. szelvényhez tartozó biztonsági tényezők hisztogramja (Slide)



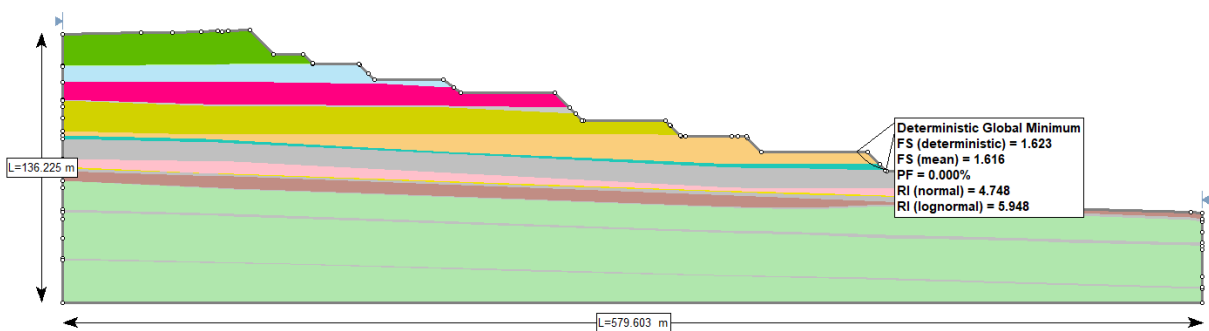
SAMPLED: mean=1.429 s.d.=0.1435 min=1.168 max=1.911 (PF=0.000% RI=2.98957, best fit=Beta distribution)

16. ábra Az 5. szelvényhez tartozó rézsú állékonyságának eloszlásfüggvénye (Slide)

Északi szelvények

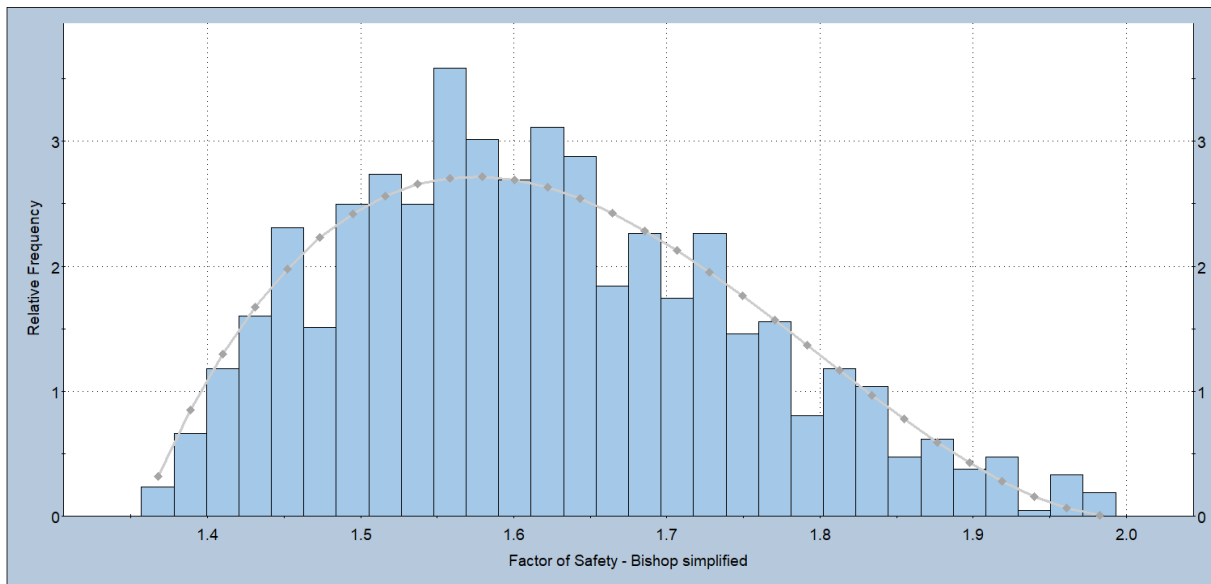
21. szelvény vizsgálata

A 21. szelvény esetén a számítás kielégítő eredményt hozott. A 17. ábrán látható, hogy a tönkremenetel valószínűsége 0,000%, elhanyagolhatóan kicsi.



17. ábra A 21. szelvény statisztikai számításának eredménye (Slide)

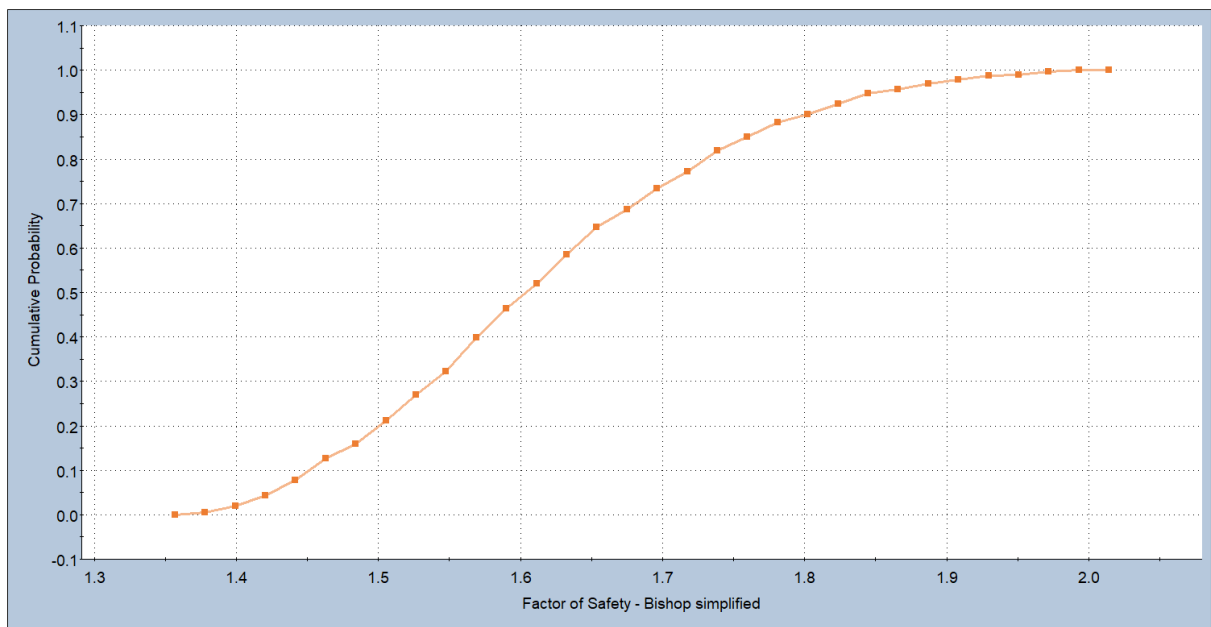
Az RI értékek bőven 3 felett van, mely szintén azt jelzi, hogy a rézsú állékony, sőt kicsit túl van méretezve. Ezt jelzi az is, hogy a determinisztikus számítás szerinti biztonsági tényező 1,6 körüli értéket vesz fel.



SAMPLED: mean=1.616 s.d.=0.1298 min=1.357 max=1.993 (PF=0.000% RI=4.74757, best fit=Beta distribution)
 FIT: Beta mean=1.616 s.d.=0.1298 min=1.357 max=1.993

18. ábra A 21. szelvényhez tartozó biztonsági tényezők hisztogramja (Slide)

Az RI értékekből következtethetünk a túlzott biztonság szintjére is. Jelen szelvénynél van biztonsági tartalék, a lignit rétegnél lehetne növelni a rézsű meredekségét, így növelve a kibányászott lignit mennyiségét.

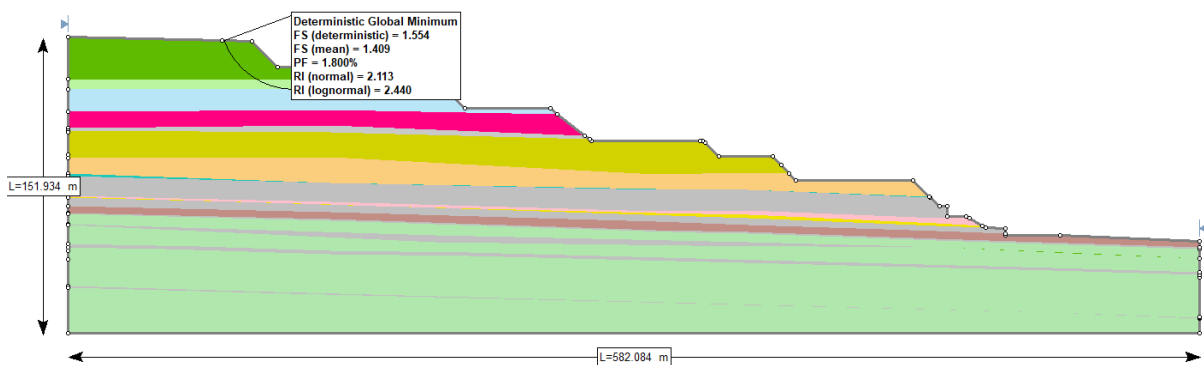


SAMPLED: mean=1.616 s.d.=0.1298 min=1.357 max=1.993 (PF=0.000% RI=4.74757, best fit=Beta distribution)

19. ábra A 21. szelvényhez tartozó rézsű állékonyságának eloszlásfüggvénye (Slide)

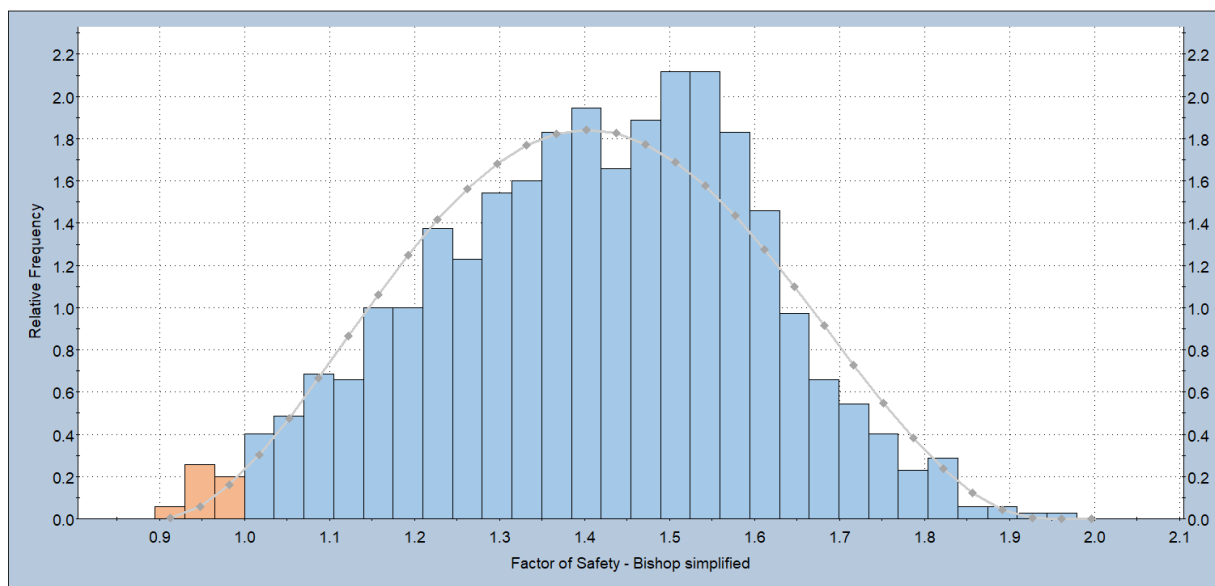
24. szelvény vizsgálata

A 24. szelvény esetén, habár a biztonsági tényező szerint megfelel a keresztmetszet, mivel FS (deterministic)=1,554 és FS (mean)=1,409, a tönkremenetel valószínűsége azonban PF=1,800%. Ez azt jelenti, hogy a program által elvégzett 1000 számítás során 18 esetben a legkritikusabb csúszólap biztonsága nem érte el az $n=1,0$ értéket. Ezt bizonyítja a megbízhatósági index is, ugyanis sem a normális eloszlással számolt, sem a lognormális eloszlással számolt RI értéke nem éri el az ajánlott 3-at. A valószínűségi számítás például ilyen esetben lehet nagyon hasznos. Mind az optimalizált szelvényen lefuttatott determinisztikus módszerrel számolva is eléri az $n=1,35$ -ös értéket, mind pedig a statisztikai módszer szerint, azonban mégis van az 1000 eset közül 18 olyan kombináció, amikor nem éri el a biztonság az $n=1,0$ értéket.



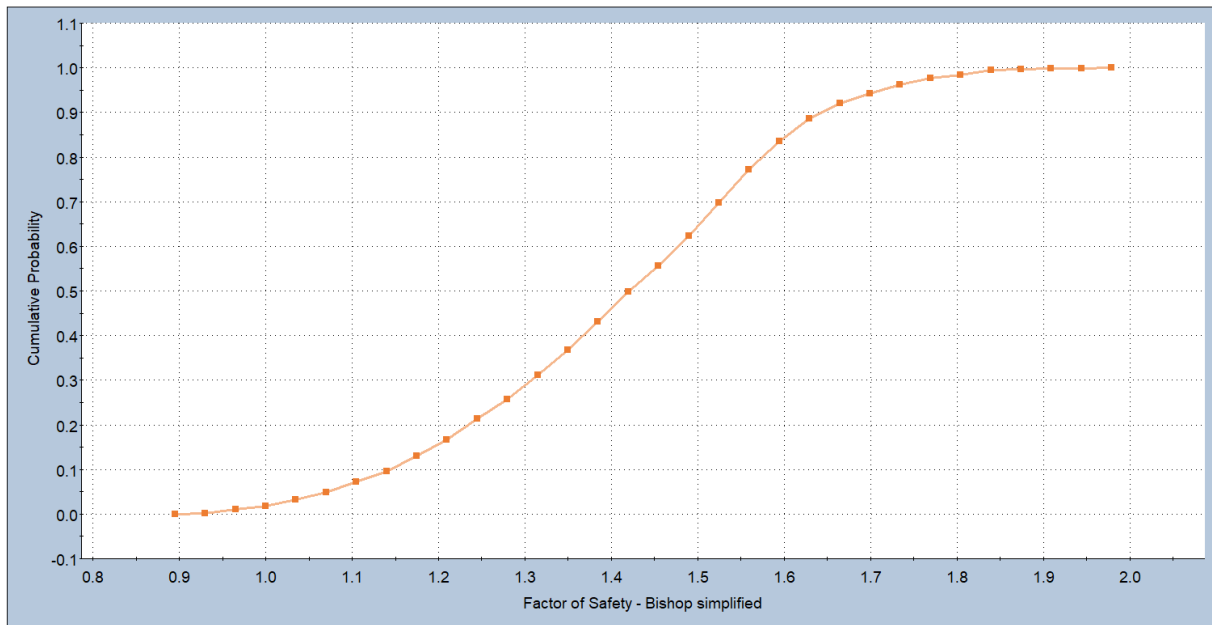
20. ábra A 24. szelvény statisztikai számításának eredménye (Slide)

A 21. ábrán látható hisztogramon a szoftver piros színnel kiemelte azokat az eseteket, amikor a biztonság nem érte el az 1,0 értéket.



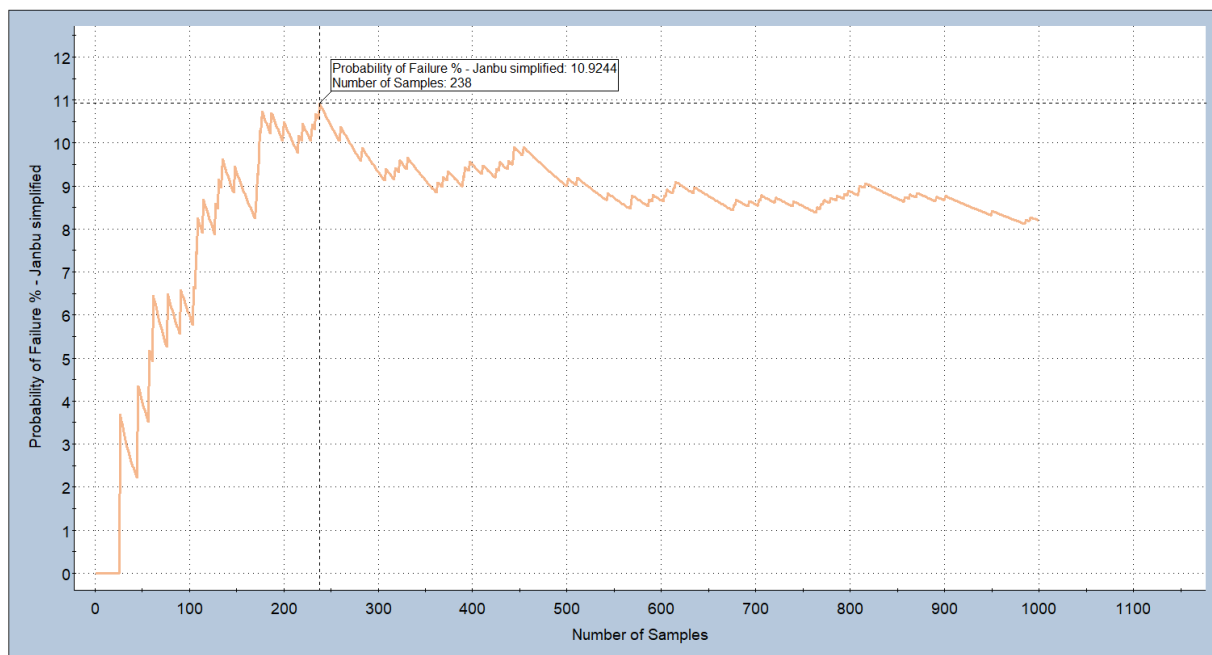
SAMPLED: mean=1.409 s.d.=0.1935 min=0.8978 max=1.947 (PF=1.800% RI=2.11329, best fit=Beta distribution)
FIT: Beta mean=1.409 s.d.=0.1935 min=0.8978 max=1.947

21. ábra A 24. szelvényhez tartozó biztonsági tényezők hisztogramja (Slide)



23. ábra A 24. szelvényhez tartozó rézsű állékonyságának eloszlásfüggvénye (Slide)

23. ábra mutatja a tönkremenetel valószínűségének változását Janbu módszer szerint a 24. szelvény esetén. A grafikonon látszik, hogy a minták számának növelésével egy állandó értékhez konvergál a görbe. A bemeneti paraméterek lehető legrosszabb kombinációja a 238. futtatásnál áll össze, ekkor a rézsű tönkremenetelének valószínűsége 10,92%. Fontos megjegyezni, hogy itt is az 1000 mintára értendő ez az érték. Tehát a 238. számítás szerint az 1000 esetből nagyjából 101 esetben lesz $FS < 1,0$.

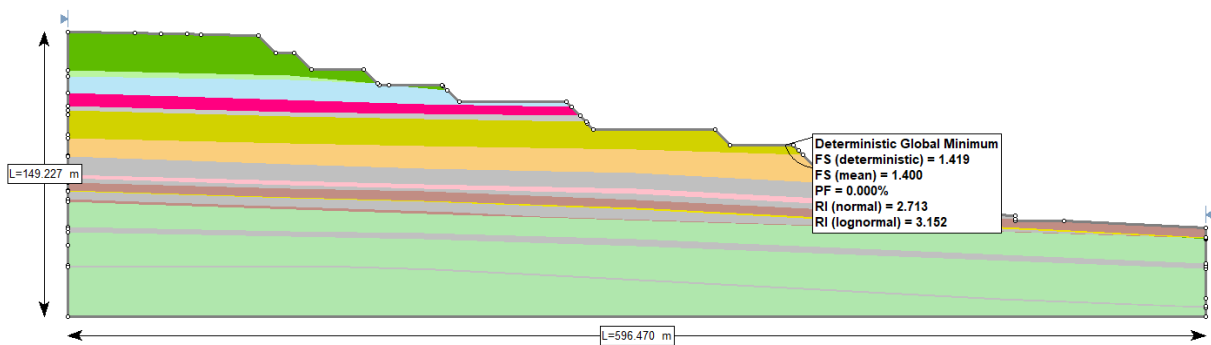


22. ábra A 24. szelvényhez tartozó rézsű tönkremeneteli valószínűsége (Slide)

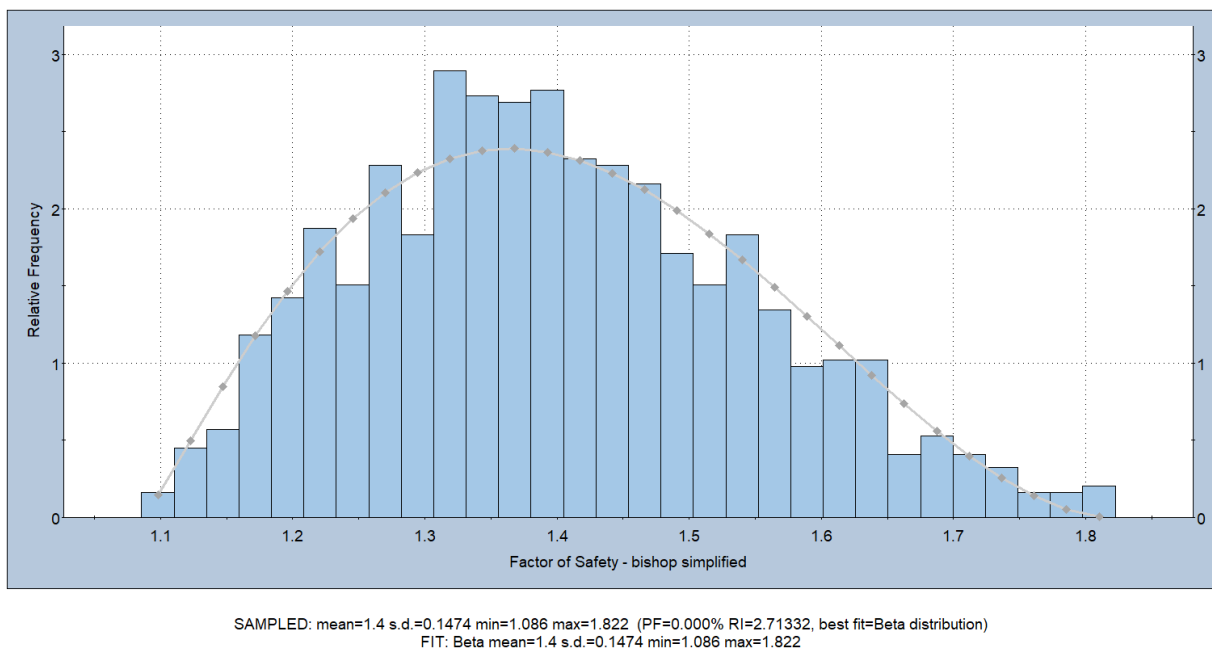
27. szelvény vizsgálata

A 27. szelvény esetén a biztonság a valószínűségi számítás szerint is megfelelő. A tönkremenetel valószínűsége $PF=0,000\%$. A determinisztikus biztonsági tényező $FS(\text{deterministic})=1,419$, míg az átlagos $FS(\text{mean})=1,400$. A normális eloszlással számolt megbízhatósági index $RI(\text{normal})=2,713$, míg az $RI(\text{lognormal})=3,152$.

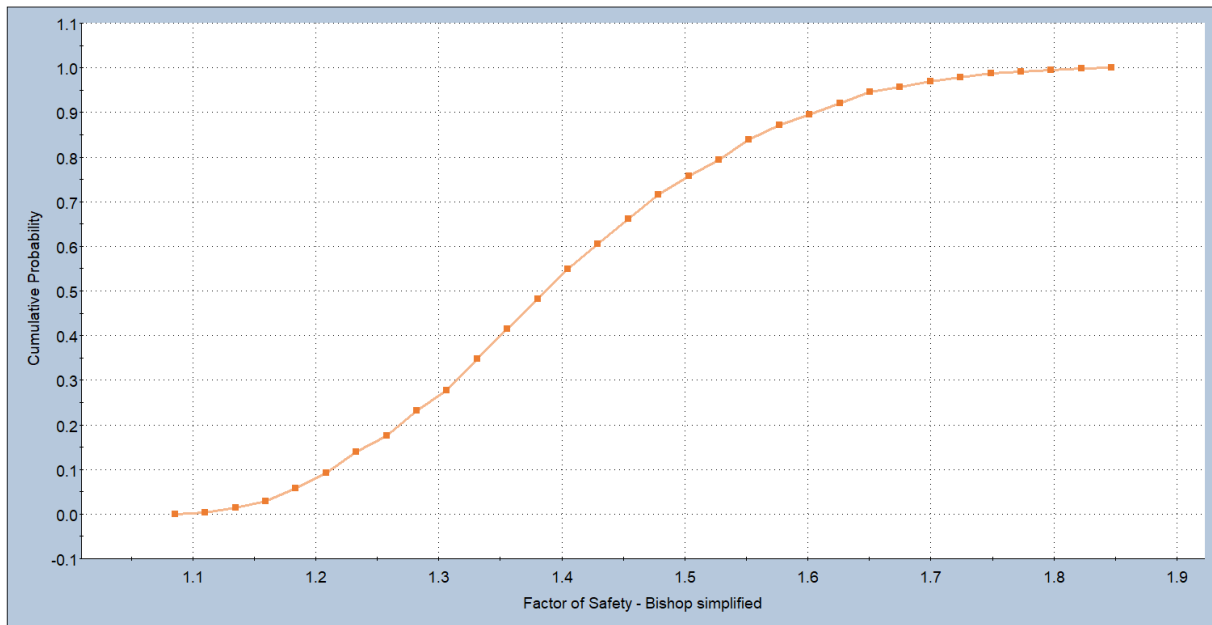
Ennél a szelvénynél ki szeretném emelni, hogy míg a biztonság bőven 1,35 felett van, a normális eloszlás szerint számolt RI értéke nem éri el a 3,0 értéket.



24. ábra A 27. szelvény statisztikai számításának eredménye (Slide)



25. ábra A 27. szelvényhez tartozó biztonsági tényezők hisztogramja (Slide)



SAMPLED: mean=1.4 s.d.=0.1474 min=1.086 max=1.822 (PF=0.000% RI=2.71332, best fit=Beta distribution)

26. ábra A 27. szelvényhez tartozó rézsú állékonyságának eloszlásfüggvénye (Slide)

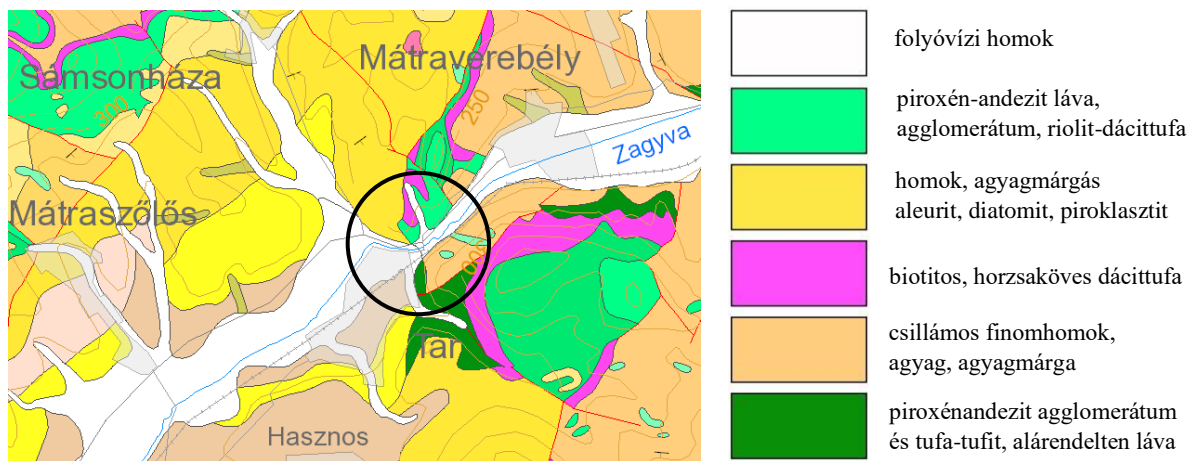
A 14. számú táblázatban mutatom be a visontai rézsúállékonyság-számítás eredményeit összesítve. Ahogy azt említettem, minden szelvény determinisztikus módszer szerinti számítással megfelel, eléri a biztonság az 1,35-ös értéket, a statisztikai módszerrel történő számítás szerint kettő szelvénynél mégsem 0,000% a tönkremenetel valószínűsége. Mivel ezek a rézsúk akár több száz méter magasak lehetnek, illetve bizonyos ideig (rekultiválásig, vízzel való visszatöltésig) maradandó rézsúnek kezelhetők, a 2. táblázat szerint az utolsó kategóriába esik, azaz a következmény mértéke „nagyon komoly”, ezért az RI értéke mindenhol legalább 3,2-nek kellene lennie, illetve a tönkremenetel valószínűségének 0,3 % alatt.

14. táblázat A visontai szelvényeken végzett statisztikai számítások összesített eredményei

Eredmény		Módszer	Egyszerűsített Bishop	Egyszerűsített Janbu	GLE/Morgenstern-Price
1. szelvény		FS (determinisztikus)	1,392	1,298	1,385
		FS (átlag)	1,369	1,277	1,364
		PF (%)	0,000	0,000	0,000
		RI (normál)	3,014	2,678	3,058
		RI (lognormál)	3,474	2,983	3,520
3. szelvény		FS (determinisztikus)	1,209	1,173	1,203
		FS (átlag)	1,193	1,159	1,189
		PF (%)	0,800	1,600	0,500
		RI (normál)	1,931	1,827	1,966
		RI (lognormál)	2,068	1,930	2,104
5. szelvény		FS (determinisztikus)	1,519	1,390	1,491
		FS (átlag)	1,429	1,307	1,394
		PF (%)	0,000	0,000	0,000
		RI (normál)	2,990	2,507	2,719
		RI (lognormál)	3,514	2,818	3,152
21. szelvény		FS (determinisztikus)	1,623	1,615	1,624
		FS (átlag)	1,616	1,608	1,574
		PF (%)	0,000	0,000	0,000
		RI (normál)	4,748	4,249	5,709
		RI (lognormál)	5,948	5,303	7,078
24. szelvény		FS (determinisztikus)	1,554	1,519	1,553
		FS (átlag)	1,409	1,339	1,409
		PF (%)	1,800	8,200	1,400
		RI (normál)	2,113	1,527	2,152
		RI (lognormál)	2,440	1,691	1,487
27. szelvény		FS (determinisztikus)	1,419	1,365	1,416
		FS (átlag)	1,400	1,347	1,398
		PF (%)	0,000	0,000	0,000
		RI (normál)	2,713	2,708	2,744
		RI (lognormál)	3,152	3,092	3,187

10 A 21-ES SZÁMÚ FŐÚT MENTI SZIKLARÉZSŰ ÁLLÉKONYSÁG-SZÁMÍTÁSA VALÓSZÍNŰSÉGI ALAPON

A 21-es számú főutat -amely Észak-Magyarországon, Hatvan és Somoskőújfalu között halad-, négysávosították, ami miatt több helyen meglévő sziklarézsűbe bevágást kellett kialakítani. Ilyen bevágások készültek a 36+375 és a 36+700 sz. km szelvények között is. Ezek közül a legkritikusabb és legmagasabb rézsű a 36+600 km szelvélynél jelentkezett. Itt a rézsű magassága 24,0 m, a sziklarétegben a bevágásra 60 fokot, míg a felső kb. 2 méteres talajrétegben 45 fokos bevágást kívántak létrehozni. Ebben a fejezetben a 21-es számú főút 36+600 sz. km szelvény bevágás rézsűjének állékonyságvizsgálatát mutatom be, melyet statisztikai módszerrel számoltam.



27. ábra A terület földtani térképe és jelmagyarázat www5

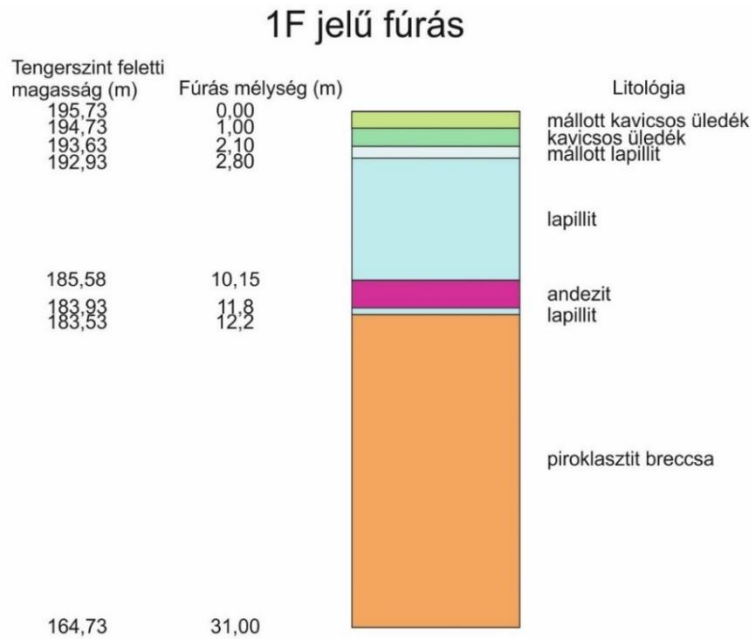
A terület Nógrád megyében, Tar község mellett, a Zagyva folyó közvetlen közelében található. A jellemző geológiai viszonyok nagyon változatosak: andezit, riolit, bazalt, mészkő, dolomit és sok egyéb kőzet is fellelhető. Egykor jelentős barnakőszéntelepekkel is rendelkezett, napjainkra azonban a bányászat ennek nagy részét felemészítette.



28. ábra Helyszínrajz részlet és a vizsgált szelvény
21-es számú főút 35+000 – 39+700 km szakasz négy nyomtávúsítása rézsűbiztosítás kiviteli terv
(Vásárhelyi B., 2018)

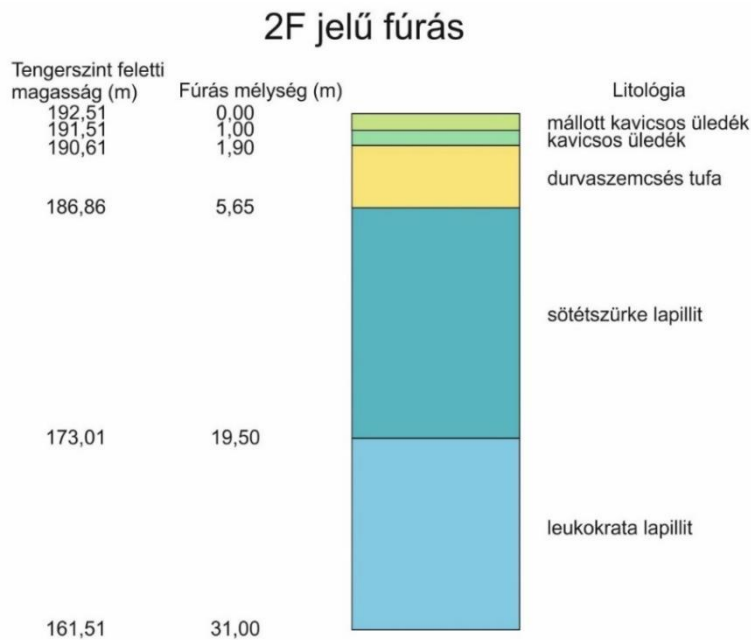
10.1. Korábbi vizsgálatok eredményei

A területen két fúrásos feltárás készült, melyek az 1F és 2F jelet viselik. A fúrások úgy lettek figyelembe véve, hogy a bevágás legfelső pontjától nagyjából 1 méterre készültek, mivel pontos helyük nem ismert.



29. ábra 1F jelű fúrás

(Mérnökgeológiai jelentés a 21. sz. főút IV. szakaszának sziklarézsű kialakításához
3.Melléklet: Fúrások geológiai szelvénye)



30. ábra 2F jelű fúrás

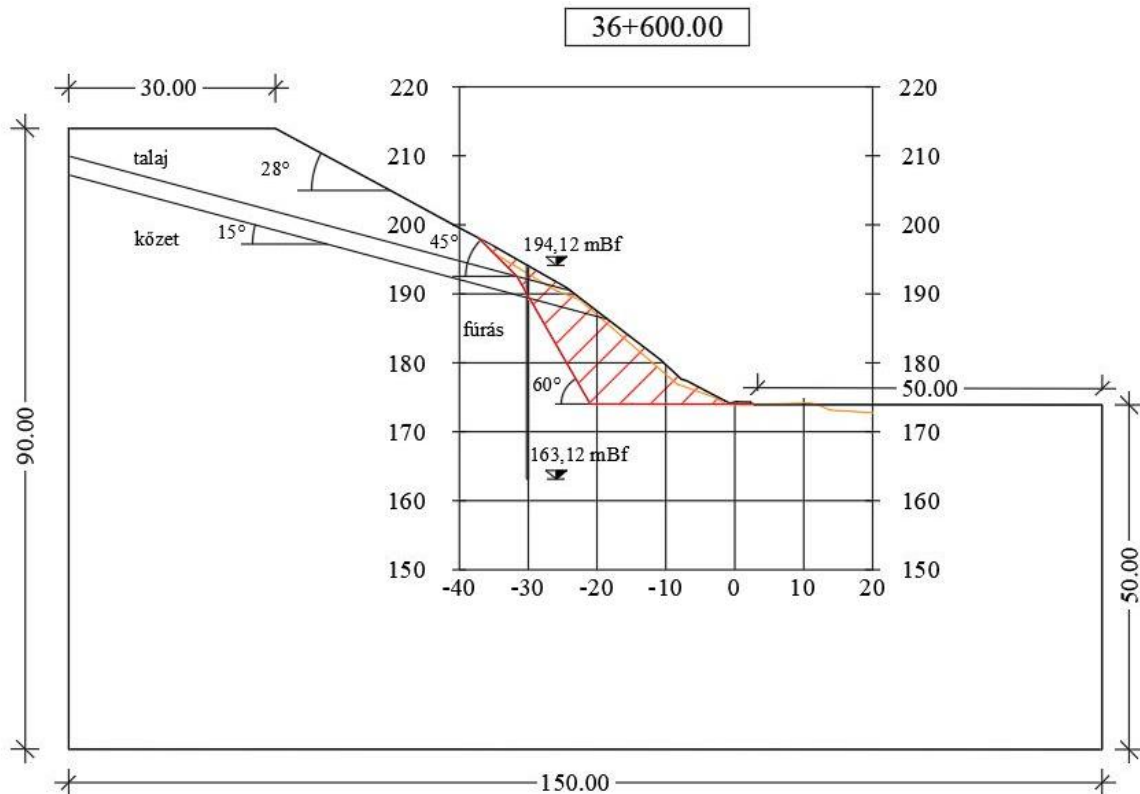
(Mérnökgeológiai jelentés a 21. sz. főút IV. szakaszának sziklarézsű kialakításához
3.Melléklet: Fúrások geológiai szelvénye)

A feltárások eredményeiből az látszik, hogy a területen körülbelül 2,0 méter mélységben mállott kavicsos üledék, kavicsos üledék és mállott lapillit található, mely anyagok szilárdságilag gyengék, a lentebbi kőzetes rétegektől teljesen elhatárolható. Körülbelül 2,0 méter mélység alatt már nagyobb rétegvastagságban behatárolható rétegek vannak, mint a lapillit, néhol vékonyabb andezit réteggel, illetve majdnem 20,0 méter vastagságban breccsa foglal helyet.

A lapillik egy vulkáni kitörés során a kráterből kihányt apró, mogyoró- vagy diónagyságú kőzetdarabok. *www6* A vulkanoklasztitokat képződésük, eredetük szerint három fő csoportra oszthatjuk: piroklasztit, autoklasztit, epiklasztit. Képződésük robbanásos vulkáni kitörés során történik. *www7*

10.2. Geometria meghatározása

A 36+560, 36+580 és 36+600 szelvények .dxf formátumban adták voltak számomra. A kiválasztott, legmagasabb rézsű a 36+600 számú szelvény, így ezen végeztem az állékonyásra vonatkozó számításokat.



31. ábra 36+600 számú szelvény geometriája

A rézsűn egy 23 méter széles és 24 méter magas bevágást terveztek, a kőzet rétegben 60°-os meredekséggel, a talajban pedig 45°-os meredekséggel haladva. A rézsű tetejét a terep lejtéséhez a Google Maps, illetve helyszíni tapasztalatok alapján vettem fel 28°-os szöggel további 15 méteren, a fölött pedig vízszintes terepet alkalmaztam.

10.3. Rézsűállékonyság ellenőrzése körcsúszólapon statisztikai alapon a Slide-ban

10.3.1. Bemeneti adatok származtatása

A talajréteg bemenő paramétereit: („Mállott kavicsos üledék”)

Mivel a területen ez a réteg mállott kavicsos üledék és mállott kőzet, így ehhez az közepesen tömör iszapmentes homokos kavicsos talajnak megfelelő talajfizikai paramétereket rendeltem, azaz a térfogatsúly $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$, kohézió $c = 5,4 \text{ kPa}$ értékű, míg a belső súrlódási szög a determinisztikus számítás során a javasolt értéktartomány alsó határa (a biztonság javára történő közelítés miatt) azaz $\varphi = 37^\circ$. Talajmodellként pedig a Mohr-Coulomb talajmodell szerint számolok. A területen talajvizet nem találtak, így mindenhol nedves térfogatsúly értékkel számolok és talajvizet nem veszek figyelembe.

A kőzetréteg bemenő paramétereit: („Lapillit-breccsa GSI30/GSI65”)

2,0 méter alatt kőzetréteget veszek figyelembe. Az itt használt modell az általánosított Hoek-Brown. A mért térfogatsúly értékekből miután a túlzottan kiugró, szélső értékeket figyelmen kívül hagytam, átlagot vontam, így a kőzetréteg összesített térfogatsúlya $\gamma = 19,3 \text{ kN/m}^3$, az uniaxiális nyomószilárdságok átlagértéke $22,8 \text{ MPa}$. A GSI 30 a felső 4,5 m vastagságban, alatta 65, a mi állandó a tufákra jellemző 13 értéket kapta és a D, azaz a zavartsági tényező értéke 0,7 volt. Vízrel ebben a rétegben sem számoltam.

A projekt beállításain belül a számításokhoz az egyszerűsített Bishop, az egyszerűsített Janbu, a Morgenstern-Price, illetve a hagyományos (Ordinary/Fellenius) módszert választottam. A lamellák száma 50, a tolerancia 0,005, a maximális iterációk száma 75. A valószínűségi módszerek közül a Latin-Hypercube féle valószínűségi módszert alkalmazom, illetve globális minimum analízist, amely azt jelenti, hogy a legkisebb biztonsággal, azaz a globális minimummal rendelkező csúszólapon számol a program, mely a hagyományos állékonyságszámításból adódott.

A Slide-ban a valószínűségi számítás során az alsó (GSI65) rétegre számoltam, mivel a feladat során ennek állékonyságvizsgálatára és megerősítésére koncentráltam. Négy különböző számítást végeztem: először a GSI értékeket vettem statisztikai alapon, majd a nyomószilárdságot, aztán a térfogatsúlyt, melyeket normális eloszlással adtam meg. Végül, egy külön számításban mindhárom paraméterre statisztikai értékeket állítottam be és úgy is lefuttattam az analízist.

A tervek szerint a rézsút horgonyokkal erősítik. A horgonyok paramétereit a rendelkezésemre bocsátott műszaki leírásból származtattam: 3,0 méter hosszú, 2x2 méteres raszterben kialakított horgonyok, melyek egyesével 60 kN-os erővel előfeszítve vannak. Ez azt

jelenti, hogy 2 méterre jut 60 kN erő, azaz a kapacitás 30 kN/m. Ezeket a rézsű felszínére merőlegesen helyeztem el, egymással párhuzamos helyzetbe.

15. táblázat Valószínűségi alapon számolt bemenő adatok

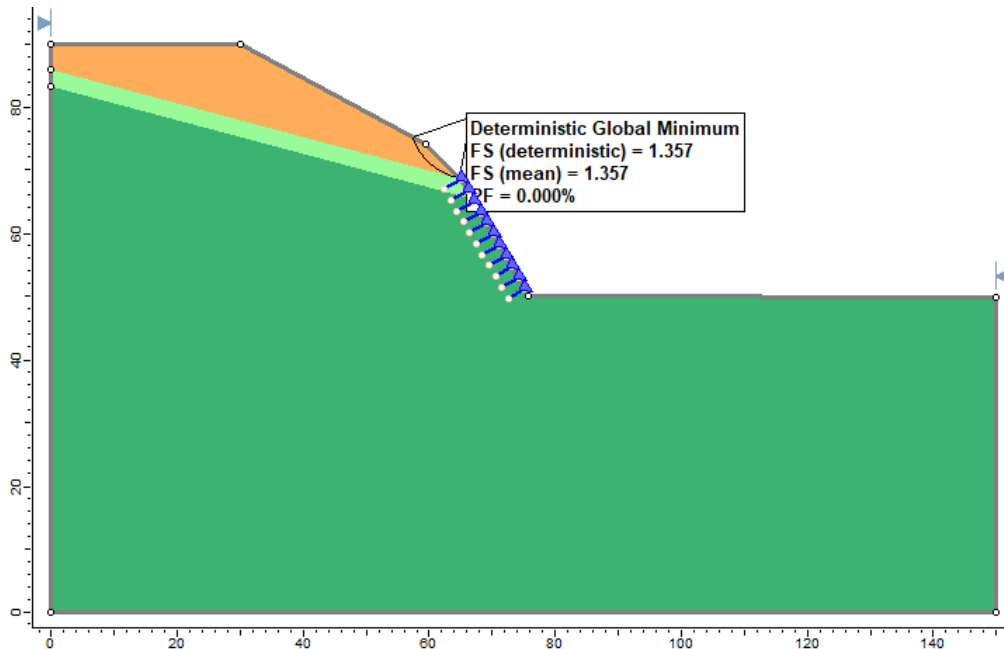
	GSI [-]	Nyomószilárdság [MPa]	Nedves térfogatsúly [kN/m ³]
Átlag	67,8	21,7	19,8
Abszolút minimum	45	4,1	15,9
Relatív minimum	22,8	17,5	3,9
Abszolút maximum	72	94,7	25,03
Relatív maximum	4,2	73	5,3
Szórás	8	15,4	2,7

10.3.2. A számítások eredményei

Először a Geológiai Szilárdsági Index (GSI) értékeiből számolt statisztikai paramétereket vittem be a programba. Mivel a bevágás kb. 20,0 méter magas és a fúrást a bevágás tetejére helyeztem, így a mért értékekből csak a felső 20,0 métert vettem számításba. A számolt statisztikai értékeket a 15. táblázat tartalmazza. A programba normális eloszlással vittem be az értékeket az erre a célra létrehozott felületen (Probabilistic Analysis). A futtatás eredménye az egyszerűsített Janbu módszerrel számolva azt adja, hogy a rézsű biztonságos, a tönkremenetel valószínűsége PF=0,00%. Ezután az uniaxiális nyomószilárdság (UCS) értékeihez rendeltem statisztikai változókat, ezen értékeket is a 15. táblázat tartalmazza. Az egyszerűsített Janbu módszerrel számolva a csúszólapon kialakuló tönkremenetel valószínűsége PF=0,000%, azaz a rézsű itt is biztonságosnak bizonyult. Majd a nedves térfogatsúly értékeiből is számoltam a normális eloszláshoz szükséges változókat, azaz az átlagot, a szórást és a relatív minimumot és maximumot. Szintén csak a felső 20,0 méterből vett értékeket vettem figyelembe. Végül, végeztem egy olyan analízist is, amelyben a modellhez a fenti mindhárom paramétert statisztikai változókkal láttam el. Az eredmény mindenhol ugyanaz lett. A statisztikai számítás szerint állékony a rézsű a tervezett megerősítésekkel. A körscúszólapon kialakuló tönkremenetel valószínűsége minden számított esetben PF=0,000%.

16. táblázat Slide programban számolt eredmények (valószínűségi alapon)

Slide-ban számolt biztonsági tényezők a kritikus körscúszólapon (valószínűségi alapon)					
Számítási módszer	Ordinary/ Fellenius	Bishop simplified	Janbu simplified	GLE/Morgenstern Price	Tönkremenetel valószínűsége [%]
GSI szerint	1,350	1,420	1,345	1,414	0,000
Nyomószilárdság	1,350	1,420	1,345	1,414	0,000
Térfogatsúly	1,350	1,420	1,345	1,414	0,000
Mindhárom	1,350	1,420	1,345	1,414	0,000



32. ábra Az összesített statisztikai számítás futtatási eredménye (Slide)

10.4. Rézsűállékonyság ellenőrzése síkcúszólapon statisztikai alapon a RocPlane-ben

A kritikus tagoltságokat RocPlane nevű szoftverben vizsgáltam, mely síkcúszólapként veszi figyelembe a tagoltságokat. A számítás során nem használtam biztonsági tényezőt sem a teher, sem az ellenállás oldalon. Az EUROCODE Nemzeti Melléklete szerint GEO határállapotban az önsúly jellegű állandó terhek biztonsági tényezője 1,0, míg az ellenállás oldalon az EUROCODE 7 DA3-as tervezési módszer szerint a nyírószilárdsági jellemzőknek (τ és c) biztonsági tényezője 1,35. Ebben az esetben az állékonyság biztosított, amennyiben a számított biztonsági tényező $n \geq 1,0$. Jelen esetben a nyírószilárdsági jellemzőknél is 1,0 biztonsági tényezőt alkalmaztam, így a számítás eredményében $n \geq 1,35$ -ös biztonságot kell kapnom. (Görög-Török, 2016)

A RocPlane egy interaktív szoftver, mely síkcúszólapon kialakuló ék stabilitását vizsgálja sziklarézsű esetén. Bemeneti paraméterként megadhatók a rézsű geometriájára vonatkozó adatok, úgy, mint a rézsű magassága, dőlése, terepszint emelkedése, a tagoltságra vonatkozó adatok, továbbá a kőzet anyagára vonatkozó szilárdsági paraméterek. Ezen felül pedig megerősítés is bevihető a programba. Végül egy biztonsági tényező értéket kapunk eredményül. A programmal tudunk valószínűségi számítást is futtatni, mellyel jelen dolgozatban is foglalkozom. A program képes többféle modellt figyelembe venni, ennél a számításnál a Barton-Bandis modellt választottam.

A Barton-Bandis szilárdsági modell a tagoltság nyírószilárdságának modellezésére szolgál. A módszer a következőképpen határozza meg a tönkremeneteli sík nyírószilárdságát:

$$\tau = \sigma_n \tan \left[\phi_r + \text{JRC} \log_{10} \left(\frac{\text{JCS}}{\sigma_n} \right) \right] \quad (38)$$

ahol ϕ_r reziduális belső súrlódási szög a tagoltságnak
 JRC a tagoltság érdességének együtthatója. (*Rocscience, 2018*)

A számítást itt is a determinisztikus alapon történő számítással kezdtem, melynek lényege, hogy minden bemeneti paraméterhez konkrét értéket rendelek és a biztonságot a sziklarézsű kritikus tagoltságán működő csúszást akadályozó és segítő erők hányadosából számolja. A csúszást segítő hatások a lecsúszni akaró közettömeg önsúlya és minden egyéb felszíni teher (jelen tervezési feladatban ezzel nem kell számolni), a csúszást akadályozó hatások pedig a súrlódási erő, amelyet a sziklarézsű kőzetanyagának nyomószilárdsága, belső súrlódási szöge, sűrűsége, a tagoltság érdessége befolyásolja. Nem alkalmaztam parciális tényezőket, ezért a biztonság akkor megfelelő, ha $n \geq 1,35$.

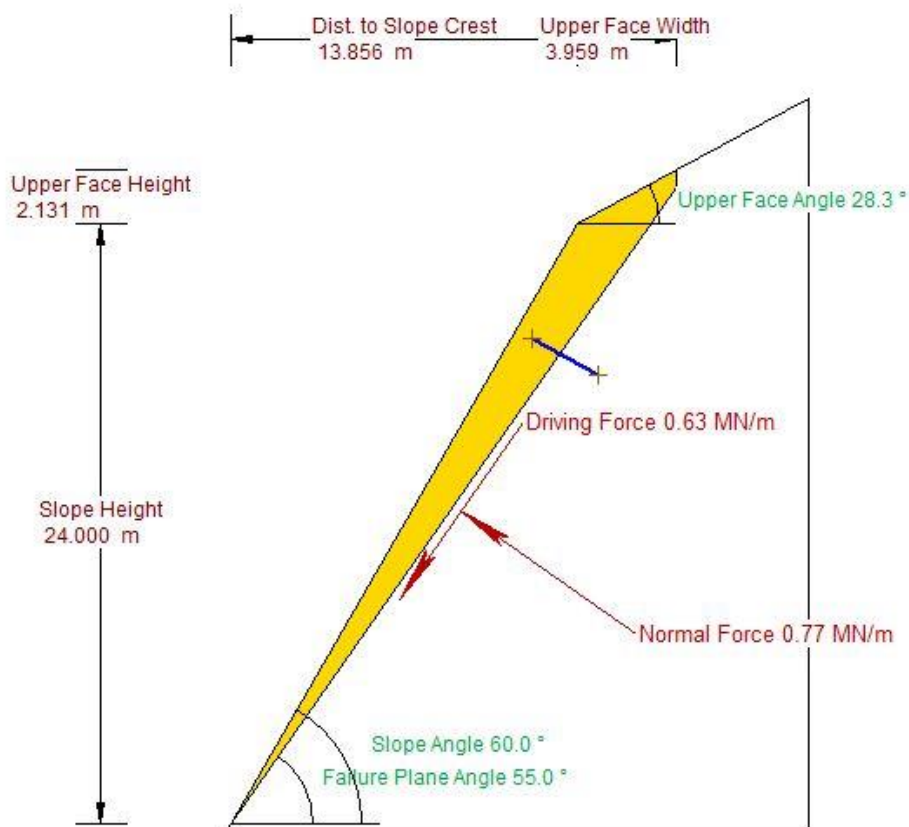
A RocPlane nevű programban a statisztikázott paraméterek: a térfogatsúly, a GSI és a nyomószilárdság értékek (15. táblázat), ezekhez voltak mérési eredményeim és normális eloszlást vettem figyelembe. Továbbá a JRC, a ϕ_r értékeket is statisztikáztam, de ezeknél egyenletes eloszlást alkalmaztam, mivel ezekhez nem voltak mért adatok, így szakirodalomból származtattam az értékeket. A JRC=10 és a $\phi_r=30^\circ$ szakirodalomból lett származtatva, míg a JCS-hez a nyomószilárdsági értékek számtani átlagát használtam.

A tagoltságokon mért dőlésszögekhez bőségesen volt mérési adatom, ezért egy külön programban, az EasyFit-ben meghatároztam, hogy melyik eloszlást követik leginkább az eredmények. Az EasyFit nevű program, egy kis méretű, egyszerű statisztikai számolóhoz alkalmas program, melybe adatsorokat beimportálva (például MS Excelből) lefuttatja az összes eloszlás típust és amelyikhez az adatokat legjobban illeszkednek, azokat sorrendben megjeleníti. A tagoltságokon mért dőlésszögekre a normális eloszlást jelölte meg, mint legjobban illeszkedő eloszlás, így ezt alkalmaztam. A program megbízhatósága azonban annál jobb, minél több mért adatunk van.

17. táblázat A tagoltságokon mért dőlésszögek statisztikai változói

Tagoltságokon mért dőlésszögek	
Átlag	30,00
Szórás	15,69
Abszolút minimum	0,00
Relatív minimum	30,00
Abszolút maximum	65,00
Relatív maximum	35,00

A statisztikai számítás is kielégítő eredményt ad. Az összesített eredményeket a 18. táblázat tartalmazza. Az eredeti tervek szerint a rézsút közetcsavarokkal erősítik. A 33. ábrán látható a végleges állapoton számolt eredmény. A RocPlane – a Slide programtól eltérően- nem a teljes rézsút modellezi, hanem csak 1 egységnyi szelvényét. A 33. ábrán lévő magasság jelölés megtévesztő lehet, ugyanis úgy tűnhet, mintha csak egy horgony lenne elhelyezve, de a program egy kiosztott raszterben számolja. (Oláh P., 2020)

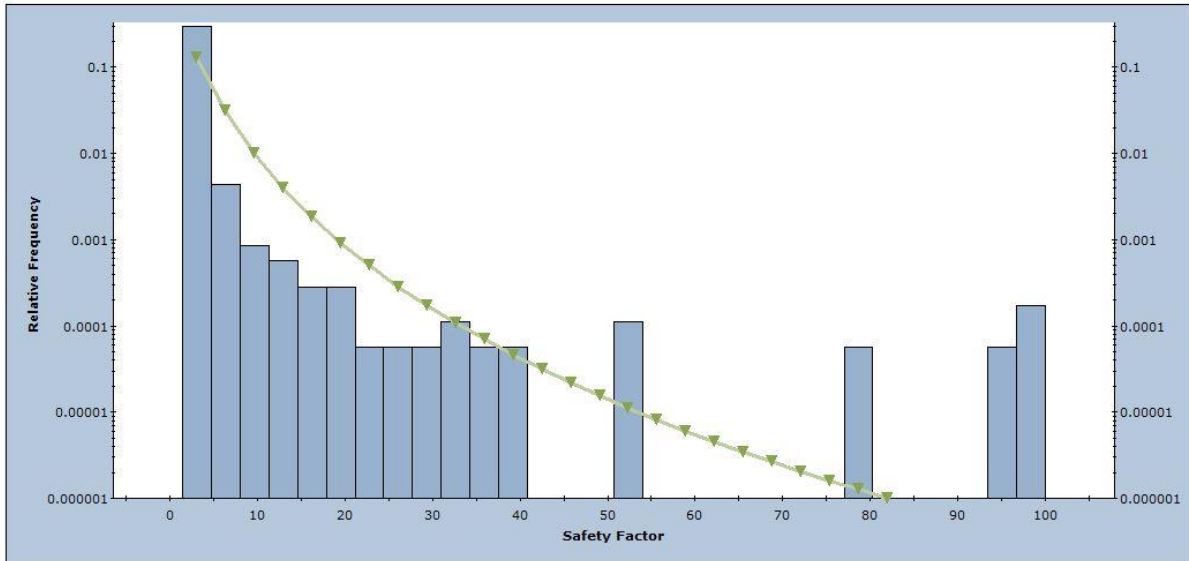


33. ábra 36+600 km. szelvény eredménye statisztikai módszerrel számolva (RocPlane)

18. táblázat A RocPlane-ben számolt eredmények összesítő táblázata

RocPlane-ben számolt biztonsági tényező a síkcúszólapon				
Építési fázis	Biztonsági tényező			Tönkremenetel valószínűsége [%]
	min.	átlag	max.	
Bevágás horgony nélkül [determinisztikusan]	1,29			-
Bevágás horgony nélkül [valószínűségi alapon]	1,12	2,49	5,10	0,000
Közethorgonyos megerősítéssel [determinisztikusan]	2,11			-
Közethorgonyos megerősítéssel [valószínűségi alapon]	1,44	3,03	100	0,000

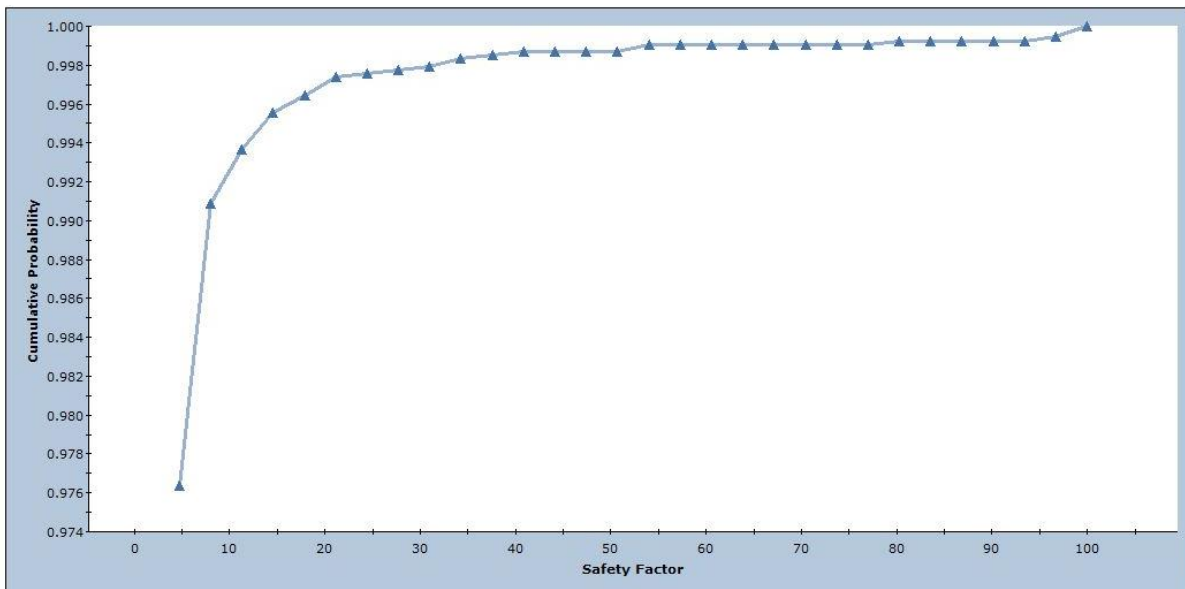
A 34. ábrán a biztonsági tényezők alakulása látszik a lefuttatott számítások szerint, a relatív gyakoriságuk függvényében. Az átlagos biztonság $n=3,03$ és a biztonsági tényezők a szoftver szerint lognormális eloszlást követnek. Látható továbbá, hogy a legrosszabb kombinációban is megfelel a részsű, ugyanis az $n_{\min}=1,44$.



SAMPLED: mean=3.03 s.d.=3.334 min=1.441 max=100 PF=0%
 FIT: LOGNORMAL mean=3.03 s.d.=3.334 min=1.441 max=100

34. ábra 36+600 km. szelvényen végzett számításokhoz tartozó hisztogram (RocPlane)

A 35. ábrán a kapott biztonsági tényezők alakulása látható halmozott valószínűségük szerint. A görbéből látható, hogy a biztonság megfelelő a horgonnyal erősített részsű esetén valószínűségi alapon számolva. A tönkremenetel várható valószínűsége elhanyagolhatóan kicsi, a számítás szerint 0,00%. részsű esetén valószínűségi alapon számolva.



Probability of Failure: 0%
 SAMPLED: mean = 3.02952 s.d. = 3.33369 min = 1.4412 max = 100

35. ábra 36+600 km. szelvény állékonyosságának eloszlásfüggvénye (RocPlane)

11 DISZKUSSZIÓ

A tanulmányban bemutatott példákban az a konklúzió vonható le, hogy a rézsűállékonyság-vizsgálatnál a határozatlanságot nem ajánlatos figyelmen kívül hagyni. A visontai esettanulmány bemutatásában látszik, hogy determinisztikusan számolva mindenhol 1,35 fölött van a legkritikusabb rézsűnek az állékonysága és alap esetben ezt elfogadhatónak tartjuk és itt a rézsű kialakításának tervezését általában befejezzük. Azonban, miután valószínűségi alapon is lefuttattam a számítást, láthattuk, hogy a hat szelvényből kettőnél volt a tönkremenetel valószínűsége viszonylag nagy, sőt az egyik szelvénynél az egyszerűsített Janbu módszerrel 8,2 % adódott a rézsű lecsúszásának esélyére. Ez azt jelenti, hogy az 1000 futtatásból 82 eset szerint lecsúszna a rézsű, mert ebben a 82 esetben a biztonsági tényező nem érte el az 1,0 értéket. Ez pedig a visontai lignitbánya esetében nem tekinthető elfogadható mértéknek, ugyanis a nagy magasságú rézsűk miatt a rézsű tönkremenetelének következménye a nagyon komoly kategóriába sorolandó a 2. táblázat szerint.

Ugyanakkor ennek a fordítottja is előfordulhat, ahogyan a másik magyar példában láttuk. Míg a rézsű biztonsága a Slide programban determinisztikusan, az egyszerűsített Janbu módszerrel számolva nem érte el az 1,35-ös értéket, addig a Slide-ban és a RocPlane-ben ugyanazon rézsűn valószínűségi alapon számolva 0,00 %-os tönkremeneteli valószínűséget adott.

Vannak olyan esetek is, -mint ahogy azt a himalájai példában tapasztaltuk-, hogy mind valószínűségi alapon, mind pedig végeselemes módszerrel számolva azt kapjuk, hogy a vizsgált rézsű állékonysága nem megfelelő. Előbbi módszer ezt egy nagy számú százalékos értékkel mutatja, utóbbi pedig az alacsony SRF (Stress Reduction Factor) értékkel.

Optimális esetben, egy rézsű geometriájának tervezésekor, törekszünk arra, hogy a biztonság minél jobban közelítse felülről az 1,35-öt a gazdaságos tervezés és kivitelezés miatt, azonban a teljes megbizonyosodást az adja, ha statisztikai módszerrel számolva is alátámasztjuk a rézsű megfelelését. Azaz, ha bebizonyosodik, hogy a rézsű geometriájának tervezése során a tönkremenetel valószínűségét is minimalizáljuk, a 0%-hoz mérten minél közelebbi értéket elérve. Ugyanez igaz egy meglévő rézsű, -legyen az talaj-vagy sziklarézsű- vizsgálata során: nem jelenthetjük ki biztosan a rézsű állékonyságát a determinisztikus számítással kapott kielégítő eredmény után, valószínűségi számítással is érdemes ezt az eredményt alátámasztani.

12 ÖSSZEFOGLALÁS

A mélyépítési feladatoknál, a földmunkák során általában találkozhatunk a földmegtámasztás problémájával. Az önmagában is megálló földtömegtől kezdve, egészen a nagyon nagy magasságú, több lépcsős rézsúkig jelen van a rézsúállékonyság problémája. Számítása ezért kiemelt fontosságú, ugyanis 1 m^3 föld a több tonnás súlyt is elérheti, a lecsúszása komoly problémákhoz vezethet, ezért a megtámasztásának biztosításáról gondoskodni kell.

A rézsúállékonyság-számítás a geotechnikának azon területe, ahol a legtöbb bizonytalanság uralkodik a bemenő paraméterekben. Egy hosszú bevágásnál például nem feltétlenül garancia, hogy minden szelvény esetén ugyanolyan geológiai viszonyok vannak, emellett a szabad földrézsú rendkívül érzékeny a vízhatásra is.

A földtani eltérések, talaj tulajdonságok változékonysága, egyes információk hiánya, a környezetbeli feltételek változása, egy-egy váratlan esemény, a geotechnikában alkalmazott közelítések (például a nehézségi gyorsulás $10 \text{ m}^2/\text{s}$ -al történő egyszerűsítése) a tervezésben vagy a kivitelezésben rejlő emberi hibák mind-mind önmagukban hordozzák a bizonytalanság tényét, ami csökkenti a determinisztikusan megválasztott változók megbízhatóságát. Egy-egy számítógépes programban történő számítás eredménye pedig éppoly megbízható, mint amennyire megbízható a bevitt (input) paraméter.

A hagyományosan, azaz a determinisztikus módszerrel számolt rézsúállékonyság során nem vesszük számításba a fenti eshetőségeket. Ott arra számítunk, hogy minden tökéletesen úgy van jelen a területen, ahogyan azt bemeneti adatként megadjuk és minden pontosan úgy viselkedik, ahogyan azt ezekből az adatokból elvárjuk.

A valószínűségi alapon történő rézsúállékonyság-számítást először ugyan csak az 1970-es években vezették be és azóta sem nagyon gyakran használt módszer. Az elmúlt évtizedekben kerültek jobban előtérbe a PSSA fogalma és alapelvei. Alapvető feltétel, hogy minden valószínűségi számítás során legyen kellő mért adatunk, melyekhez megfelelő eloszlás függvényt tudunk meghatározni és statisztikai értékeket tudunk számolni. Elegendő reprezentatív adat hiányában a számolt tönkremeneteli valószínűség akár nagyban eltérhet a valóságban kialakuló állapottól.

A valószínűségi módszerek a kockázat figyelembevételével kombinálva megbízhatóbb módszernek bizonyultak a rézsúk tervezése során, a determinisztikus módszerekkel szemben. Ezen módszerekkel a kockázatot is számíthatjuk, amikor a bemeneti paraméterekben bizonytalanság van. A valószínűségi elemzések hátránya, hogy lényegesen több számítógépes energiát igényelnek, mint a determinisztikus elemzések, de alkalmazásuk kifizetődő.

IRODALOMJEGYZÉK

- B. M. ADAMS** (2015) *Slope Stability Acceptance Criteria for Opencast Mine Design*, Australia New Zealand, Conference on Geomechanics At: Wellington, New Zealand Volume: Paper No. 120
- H. EL RAMLY ET AL.**, (2002) *Probabilistic slope stability analysis for practice*. Canadian Geotechnical Journal - June 2002, 20 pages, page 2.
- L. W. ABRAMSON ET AL.**, (2002) *Slope Stability and Stabilization Methods*, 2nd ed., A Wiley-Interscience Publication, John Wiley & Sons, INC. , New York, Unites States of America, pp. 34-50.
- OLÁH P.**, (2019) *Külfejtés határrezsűinek állékonyságvizsgálata*, Visonta, BSc Diplomamunka, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Budapest, 2019.
- OLÁH P.**, (2020) *A 21-es főút menti rézsű állékonyságvizsgálata determinisztikus módon és valószínűségi alapon*, Geotechnika és Mérnökgeológia Projektfeladat, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Budapest, 2020.
- OBÁDOVICS J. GY.**, (2016) *Valószínűségszámítás és matematikai statisztika*, SCOLAR Kiadó, Budapest, 71-92., 189-191. oldal
- R. SINGH ET AL.**, (2012) *Probabilistic analysis of slope in Amiyani landslide area, Uttarakhand*, Geomatics, Natural Hazards and Risk, 2013., Vol. 4, No. 1, 13–29, <http://dx.doi.org/10.1080/19475705.2012.661796>
- W. GIBSON** (2011) *Probabilistic methods for slope analysis and design*, Australian Geomechanics Vol 46 No 3 September 2011, 12 pages, pp. 1-9
- MÁTRAI ERŐMŰ ZRT.** (2012) *Rövid földtani információk a visontai lignitterületen, a K-II. bánya keleti irányú folytatásának területéről és a meddőhányó területéről*
- DR. GÖRÖG PÉTER – DR. TÖRÖK ÁKOS** (2016) *Jelentés a Visontai lignitbánya Keleti II. külfejtés, Északi és Déli határrezsűinek állékonyságáról*, BME Geotechnikai Tanszék, Budapest
- DR. NAGY LÁSZLÓ** (2017) *Rézsűállékonyság*, Földművek című tárgy előadás diáor
- DR. TAKÁCS ATTILA** (2017) *Rézsűállékonyság vizsgálata*, Földművek című tárgy gyakorlat diáor
- DR. KABAI IMRE** (1997) *Ellenőrző Geotechnikai szakvélemény a Visonta K-II. bánya zárórezsű rendszerének a kialakításáról* – Budapest
- Rocscience, Slide 2018. *Probabilistic Analysis, Tutorial* www.rocscience.com
- TOMPAI Z.** (2017) *21. sz. főút 35+000-39+700 km szelvényei közötti szakasz rézsűbiztosítás Kiviteli terv*
- VÁSÁRHELYI B.** (2018) *21-es számú főút 35+000 – 39+700 km szakasz négynyomtávúsítása rézsűbiztosítás 36+440 – 36+580 km sz. között kiviteli terv*
- Mérnökgeológiai jelentés a 21. sz. főút IV. szakaszának sziklarézsű kialakításához, 3.melléklet: *Fúrások geológiai szelvénye*

INTERNETES FORRÁSOK

- www1* Diaklázis fogalommagyarázat (weboldal felkeresve: 2020. 04.)
http://www.kislexikon.hu/diaklaziis_a.html
- www2* Kvantitatív fogalommagyarázat (weboldal felkeresve: 2020. 08.)
<https://hu.wiktionary.org/wiki/kvantitat%C3%ADv>
- www3* Hisztogram (weboldal felkeresve: 2020. 10.)
<https://spssabc.hu/diagram-keszitesi/hisztogram/>
- www4* Hisztogram (weboldal felkeresve: 2020. 10.)
<https://hu.wikipedia.org/wiki/Hisztogram>
- www5* A terület földtani térképe, jellemző litológia, 27. ábra (weboldal felkeresve: 2020.05.)
<https://map.mbfisz.gov.hu/fdt100/>
- www6* Lapilli (weboldal felkeresve: 2020.03.)
<https://hu.wikipedia.org/wiki/Lapilli>
- www7* Vulkanoklasztitok (weboldal felkeresve: 2020.10.)
https://regi.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop425/0038_foldrajz_asvanyekotzettanda/ch01s13.html