



M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM

ÉPÍTŐMÉRNÖKI KAR

HIDAK ÉS SZERKEZETEK TANSZÉK

TÖRÖK VIKTÓRIA

TDK DOLGOZAT

NAGY NYÍLÁSOKKAL ÁTTÖRT ÖSZVÉR GERENDÁK

NUMERIKUS ANALÍZISE

Konzulensek:

Dr. Kovács Nauzika

egyetemi docens

Németh Gábor

doktorandusz

BUDAPEST, 2021

Összefoglaló

Napjainkban az öszvérszerkezetek alkalmazása a kedvező tulajdonságaiknak köszönhetően az építőiparban nagyon elterjedt. Magasépítésben a födémgerendákon szükség van gépészeti átvezetésekre, ugyanakkor a födém szerkezeti magasságának minimalizálása is elsődleges szempont. Gyakran alkalmazott megoldás a födém szerkezeti magasságának csökkentésére, hogy az öszvértartó gerincét nagy nyílásokkal törik át, így a gépészetet nem a gerenda alatt kell átvezetni, növelve ezzel a födém szerkezeti magasságát. Az ilyen szerkezetek méretezése azonban nem egyszerű feladat, ugyanis az Eurocode összefüggések nem használhatók, mivel ezek nem veszik figyelembe az áttöréseket. Ugyan a nagy nyílásokkal áttört gerincű tartók méretezését az EC szabvány jelenleg nem tartalmazza, de analitikus számítások fellelhetők a szakirodalomban. Az analitikus számítások mellett a vége-selemes modelleken alapuló számítások is nagy segítséget nyújthatnak az öszvérszerkezetek tervezésekor, de egy fejlett vége-selemes modell felépítése túl nagy terhet róhat a gyakorló mérnökre, hiszen ez jelenleg még kevésbé kutatott téma-terület, nincsenek kiforrott módszerek. Ezek alapján úgy gondolom, hogy egy vége-selemes számításra alapuló méretezési módszer kifejlesztésének jelentős ipari haszna lenne.

TDK dolgozatom célja, hogy vége-selemes modell építése, és azon megvizsgálom néhány szerkezeti paraméter hatását a szerkezet erőjátékára, teherbírására, feszültségeloszlására. A vége-selemes modellelmet egy a gyakorlatban elterjedt szerkezeti variánsra tesztelem, ahol az öszvérszerkezeten különböző geometriájú áttörések találhatóak. A numerikus számításaim helyességét a szakirodalomban található kísérleti eredményekkel verifikálom. A numerikus modellt Gid szoftverben készítem el, a számításokat pedig Atena szoftverben futtatom. A modell verifikálása után paraméteres vizsgálatokat tervezek készíteni azzal a céllal, hogy megismerjem a szerkezet viselkedését és az öszvérszerkezetben kialakuló feszültségeloszlásokat. A tartót tiszta hajlítás és tiszta nyírás alatt, valamint hajlítás nyírás interakciójában, teherbírási határállapotban vizsgálom. A paraméteres vizsgálatok eredményeiből meghatározom, hogy melyek azok a főbb geometriai és anyagi paraméterek, amelyek befolyásolják a szerkezet ellenállását.

Abstract

Nowadays, the use of composite structures is very common in the construction industry due to their favorable properties. In building construction, web openings are required, however, minimizing the height of the structural slab is also a primary consideration. A common solution to reduce the height of a structural slab is to break through the web with large openings. However, design is not an easy task, as Eurocode base design methods cannot be used as they do not take into consideration large openings. Although the composite beams with large openings not currently included in the Eurocode, analytical calculations can be found in the literature. In addition to analytical calculations, numerical simulations can also be of great help in design of composite beams, however to build up an advanced numerical model may cause significant problem for practicing engineers, since this is currently this problem is not in the main focus of research and there are no proven methods. Based on these, I believe that the development of a design method based on finite element calculation would have significant industrial benefits.

The aim of my TDK thesis is to develop finite element model with the aim to find the structural parameter having significant influence on the resistance of composite beams with large web opening. I will test my FE model on a structural variant that is typical solution in practice, where there will be opening of different geometry in the composite structure. I verify the results of my numerical calculations with the experimental results found in the literature. I create the numerical model in Gid software and run the calculations in Atena software. After verifying the model, I plan to perform parametric studies in order to understand the behavior of the structure and the stress distributions that develop in the composite structure. I examine the structures under pure bending and pure shearing, as well as in the interaction of bending and shear, in the ultimate limit state. From the results of the parametric tests I determine which are the main geometrical and material parameters that influence the resistance of the structure.

Tartalomjegyzék

1	Bevezetés és problémafelvetés	6
1.1.	Probléma felvetés	6
1.2.	Cél és megoldási stratégia	6
2	Szakirodalomkutatás	7
2.1.	Nagy nyílásokkal áttört öszvértartó kísérletek	7
2.2.	Numerikus modellek.....	14
2.3.	Öszvér gerenda tervezése analitikus összefüggések alapján	18
2.4.	Összefoglalás.....	19
3	Numerikus modell bemutatása	20
3.1.	Geometria	20
3.2.	Alkalmazott végelemek típusai	22
3.3.	Anyagmodell	22
3.4.	Peremfeltételek, terhek	22
3.5.	Hálózás	23
3.6.	Numerikus modell verifikálása, konvergencia vizsgálat.....	24
3.7.	Numerikus eredmények bemutatása	26
4	Paramétermegvizsgálata.....	28
4.1.	Vizsgált paraméterek.....	28
4.2.	Paraméteres vizsgálatok eredményeinek a bemutatása	30
5	Összefoglalás és konklúziók.....	48
6	Hivatkozások.....	51

1 Bevezetés és problémafelvetés

1.1. Probléma felvetés

Az öszvér szerkezeti elemeket elterjedten alkalmazzák a hídépítésben és a magasépítésben is egyaránt. Az öszvérszerkezetek alkalmazásával jelentősen csökkenthető a szerkezetek önsúlya, a födémek magassága és a kivitelezés ideje is továbbá nagyobb fesztávolságú gerendák tervezhetők és gazdaságosabb szerkezeteket lehet kialakítani. Ezen szerkezeti elemeknek a méretezése az összetett viselkedés miatt nem egyszerű feladat. A méretezési eljárást az Eurocode 4 1-1 [1] szabvány tartalmazza. Épületek tervezésekor figyelembe kell vennünk továbbá, hogy szükség van gépészeti átvezetésekre. A födém szerkezeti magasságának csökkentésére alkalmazott megoldás, hogy a gerendák gerincén áttöréseket alakítanak ki. Az ilyen szerkezetek méretezését az EC4 [1] szabvány jelenleg nem tartalmazza, de analitikus számítások, elvégzett kísérletek és numerikus modellek fellelhetők a szakirodalomban.

1.2. Cél és megoldási stratégia

A dolgozatom célja egy numerikus modell kifejlesztése, amivel lehetséges nagy nyílásokkal áttört öszvér gerendák szerkezeti viselkedését befolyásoló paraméterek hatásának elemzése. Első lépésben a szakirodalomban fellelhető nagy nyílásokkal áttört öszvértartókkal végzett kísérleteket és numerikus modellezési módszereket ismertetem. Folytatásként a szakirodalomban megtalálható analitikus megoldásokat mutatom be.

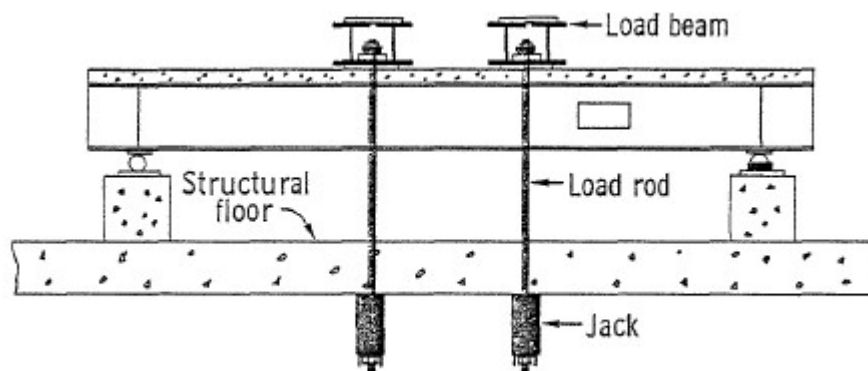
A szakirodalmi áttekintés után numerikus modellt fejleszték egy a gyakorlatban is elterjedt szerkezeti variánsra. A végeleemes modellt Gid szoftverben készíttem el, a számításokat pedig Atena szoftverben futtatom. A numerikus modellt kísérleti adatok alapján verifikálom. A végeleemes modellben nemlineáris anyagtípusokat alkalmazok és anyagilag nemlineáris számításokat végzek. A paraméteres vizsgálatokat során a nyílás geometriai kialakításait (szélesség és magasság), a nyílás hosszirányú elhelyezését és az acél, valamint a beton anyagminőségét módosítom. Végezetül a paraméteres vizsgálatokat hasonlítom össze.

2 Szakirodalomkutatás

Szakirodalmi áttekintésem célja, hogy bemutassam a nagy nyílásokkal áttört öszvér gerendákkal végzett kísérleteket, a numerikus modelleket és az analitikus számítási módszereket.

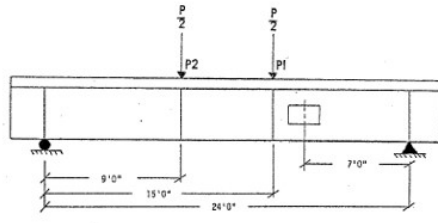
2.1. Nagy nyílásokkal áttört öszvértartó kísérletek

A gerincen nagy nyílással rendelkező öszvértartókkal végeztek kísérleteket Clawson és Darwin [2]. A vizsgálatokat azzal a céllal készítették, hogy megértsék a téglalap alakú lyukakkal áttört gerincű öszvértartó viselkedését és erőjátékát. A kísérlet elrendezése a 2.1. ábrán látható. A tartókat az acél alsó síkján, 2 végén támasztották meg és 2 ponton terhelték a betonlemez tetején. Az alakváltozások mérésére nyúlásmérőket helyeztek a tartóra.

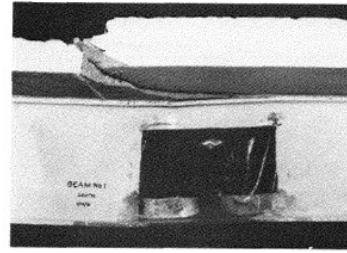


2.1. ábra Kísérlet elrendezése [2]

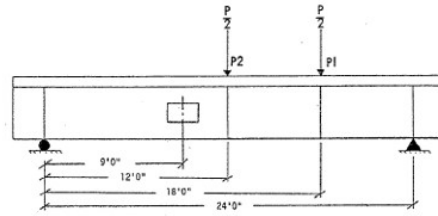
A kísérlet során 6 kialakítást vizsgáltak. A tartók kialakításaiban a lyukak és a terhelés pozíciója különbözött. A szerkezeti kialakítások és a hozzájuk tartozó tönkremeneteli módok láthatóak a 2.2 ábrán. Az első, a második, a negyedik, az ötödik és a hatodik gerenda esetében alacsony volt a nyírási igénybevétel a nyomatkhoz képest. Az alacsony nyírási arányú tartók tönkremenetelét a betonlemezen megjelenő nyírási jellegű repedések és az acél gerenda folyása jelentette. A harmadik gerenda esetében magas a nyomatk-nyírási aránya. A tartó tönkremenetele az acél gerenda folyása és a beton összemorzsolódása miatt következett be. A kapott eredmények alapján egy egyszerűsített interakciós tervezési eljárást fejlesztettek ki. [2]



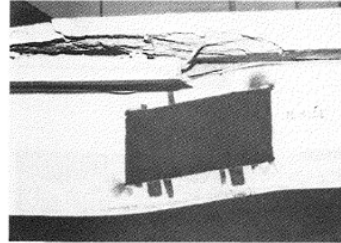
Beam No. 1



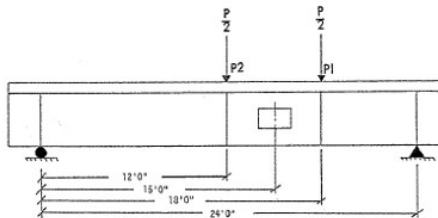
Beam No. 1



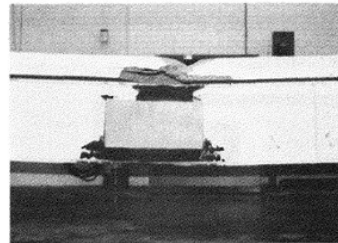
Beam No. 2



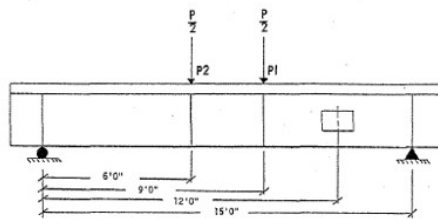
Beam No. 2



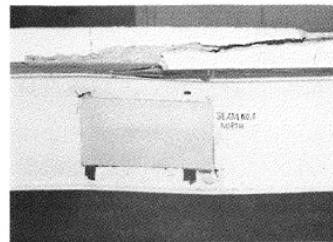
Beam No. 3



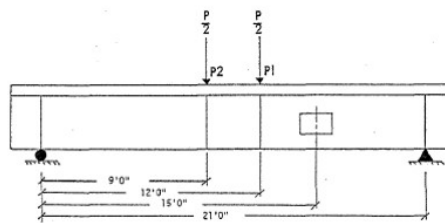
Beam No. 3



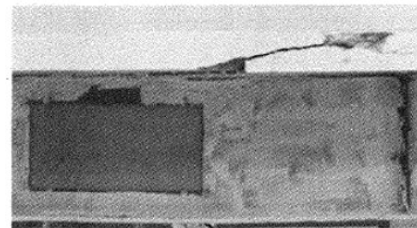
Beam No. 4



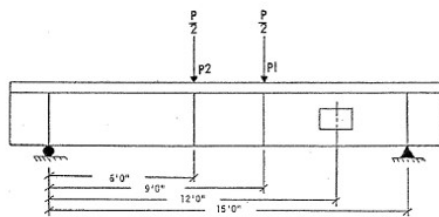
Beam No. 4



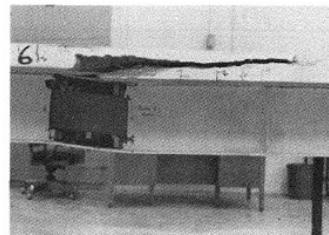
Beam No. 5



Beam No. 5



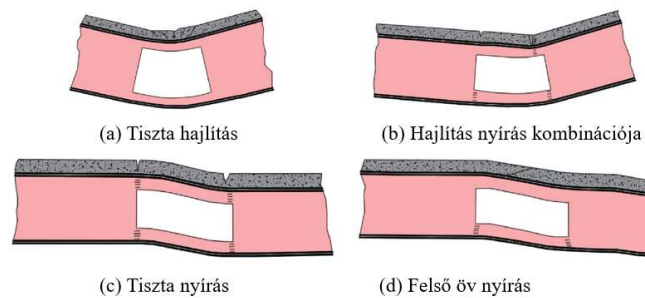
Beam No. 6



Beam No. 6

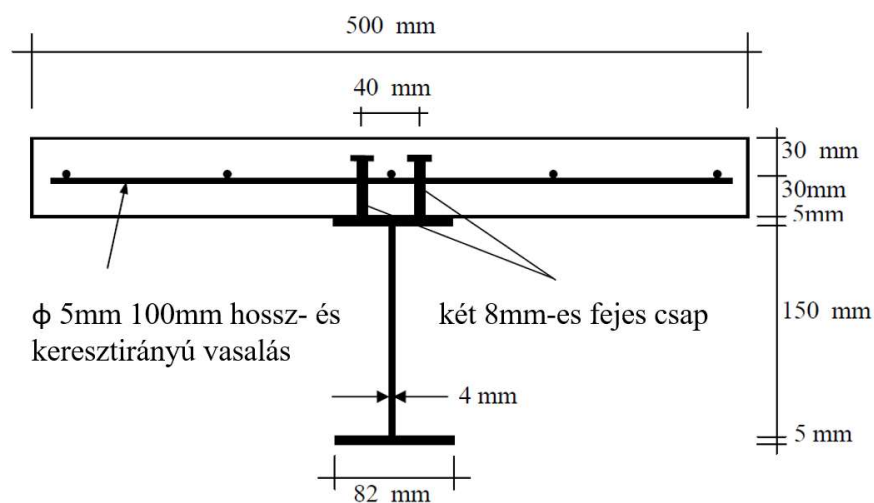
2.2. ábra Geometriai kialakítás és tönkremeneteli módok [2]

A beton repedésén kívül az acél elemben is többféle tönkremeneteli mód következhet be. A lehetséges tönkremeneteli módokat a 2.3. ábra szemlélteti. Az (a) esetben tiszta hajlítási tönkremenetel, a (b) esetben hajlítás és nyírás egyidejű tönkremenetel a (c) esetben tiszta nyírás tönkremenetel, míg a (d) esetben a felső öv nyírás tönkremenetele következett be. [2]

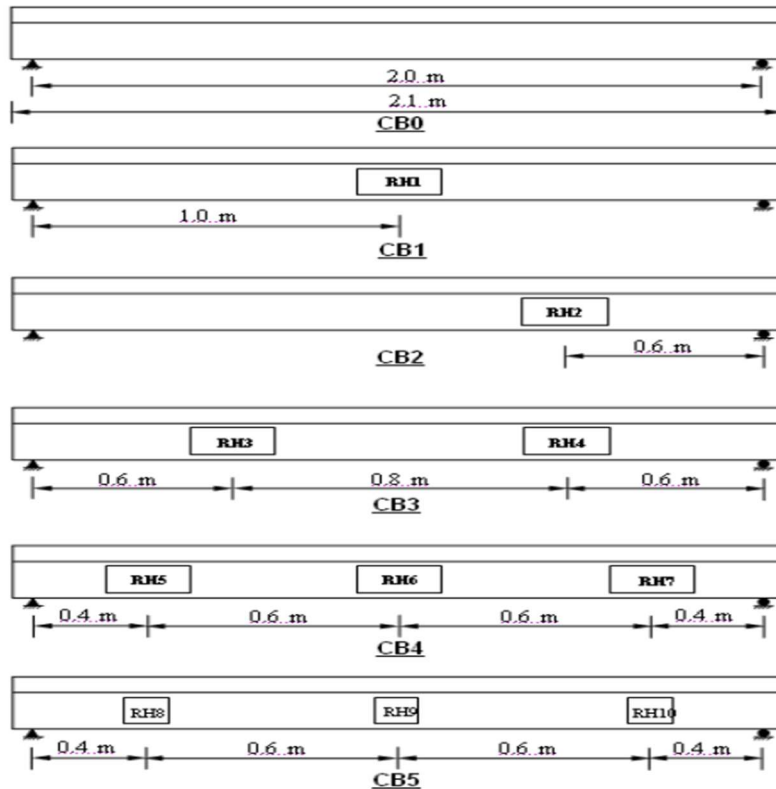


2.3. ábra Tönkremeneteli módok [3]

May és Waleed [4] téglalap alakú nyílásokkal rendelkező öszvér gerendákat vizsgáltak annak érdekében, hogy pontosabb képet kapjanak a több nyílással rendelkező gerendák viselkedéséről. A kísérletek elvégzése során a megtámasztási és terhelési viszonyok azonosak voltak. A támaszokat a gerenda végektől 5-5 cm távolságban helyezték el. A tartót koncentrált teherrel terhelték a középpontban. A gerendák közti különbség a nyílások méretében és elhelyezésében volt. A nyílások az 1-4 jelű gerenda esetében 10 cm magasak és 20 cm szélesek. Az 5. jelű gerenda esetében négyzetes nyílás került kialakításra, ami 10x10cm nagyságú. Az öszvértartó keresztmetszeti méreteit a 2.4. ábra mutatja, a vizsgált kialakítások a 2.5. ábrán 2.5. ábra láthatóak.

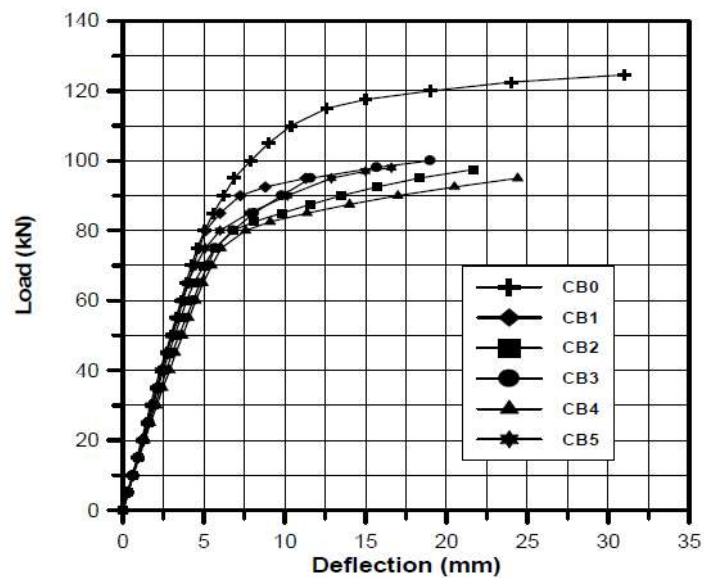


2.4. ábra Keresztmetszeti méretek [4]



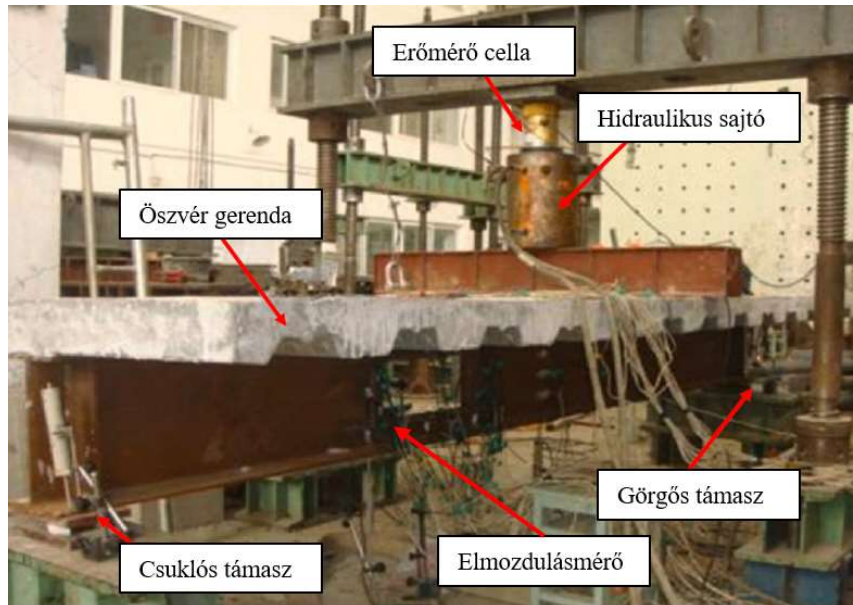
2.5. ábra Vizsgált gerenda kialakítások [4]

A kísérletek eredményei a 2.6. ábrán láthatóak. Az erő-elmozdulás diagramon jól látható, hogy a nyílásokkal rendelkező gerendák 19-24%-kal kisebb terhelés hatására mentek tönkre, mint a nyílás nélküli gerenda. Megállapítható továbbá, hogy a nyílások számának és méretének növelésével a terhelhetőség csökken. [4]



2.6. ábra Terhelés elmozdulás diagram [4]

A nyílással gyengített öszvérgerendák hajlítási merevségének vizsgálatára Hao Du és társai [5] végeztek kísérleteket. A tartókat hárompontos hajlításnak tették ki. A kísérlet elrendezését a 2.7. ábra mutatja be. A hajlítás vizsgálat során a terhelést a hidraulikus sajtó biztosította. A tartó egyik oldali megtámasztása görgős míg a másik oldali megtámasztás csuklós.



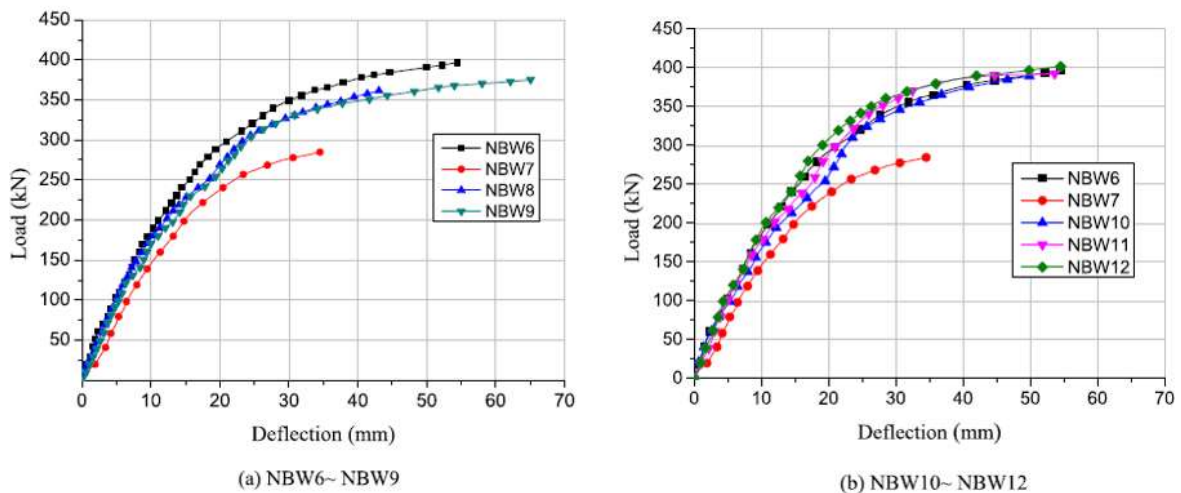
2.7. ábra Kísérlet elrendezése hárompontos hajlítás [5]

A vizsgálat során 5 öszvérgerendát vizsgáltak. Összehasonlításképp elvégezték a kísérletet egy nyílás nélküli öszvérgerendán és egy nyílással rendelkező, de lyuk körüli merevítés nélküli tartón is. Az 1. táblázatban a vizsgált gerendák jelölése, a lyukak pozíciója, a merevítések geometriai méretei és keresztmetszeti területei láthatóak. A táblázatban szereplő l_r és l_t a merevítők hosszát, a b_r és b_t a merevítések szélességét, az n_r és n_t a merevítők számát jelöli. Az A_r a merevítések keresztmetszeti területe, az A_0 az acél gerendán elhelyezett nyílás keresztmetszeti területe. [5]

Test specimens	M/ V of web opening (mm)	Longitudinal stiffeners $l_r \times b_r \times n_r$ (mm)	Transverse stiffeners $l_t \times b_t \times n_t$ (mm)	A_r/A_0
NBW6	—	—	—	—
NBW7	1200	—	—	—
NBW8	1200	750 × 30 × 2	—	0.49
NBW9	1200	750 × 45 × 2	—	0.73
NBW10	1200	750 × 30 × 4	—	0.98
NBW11	1200	750 × 30 × 4	195 × 30 × 4	0.98
NBW12	1200	750 × 50 × 4	195 × 50 × 4	1.63

1. táblázat Vizsgált kialakítások [5]

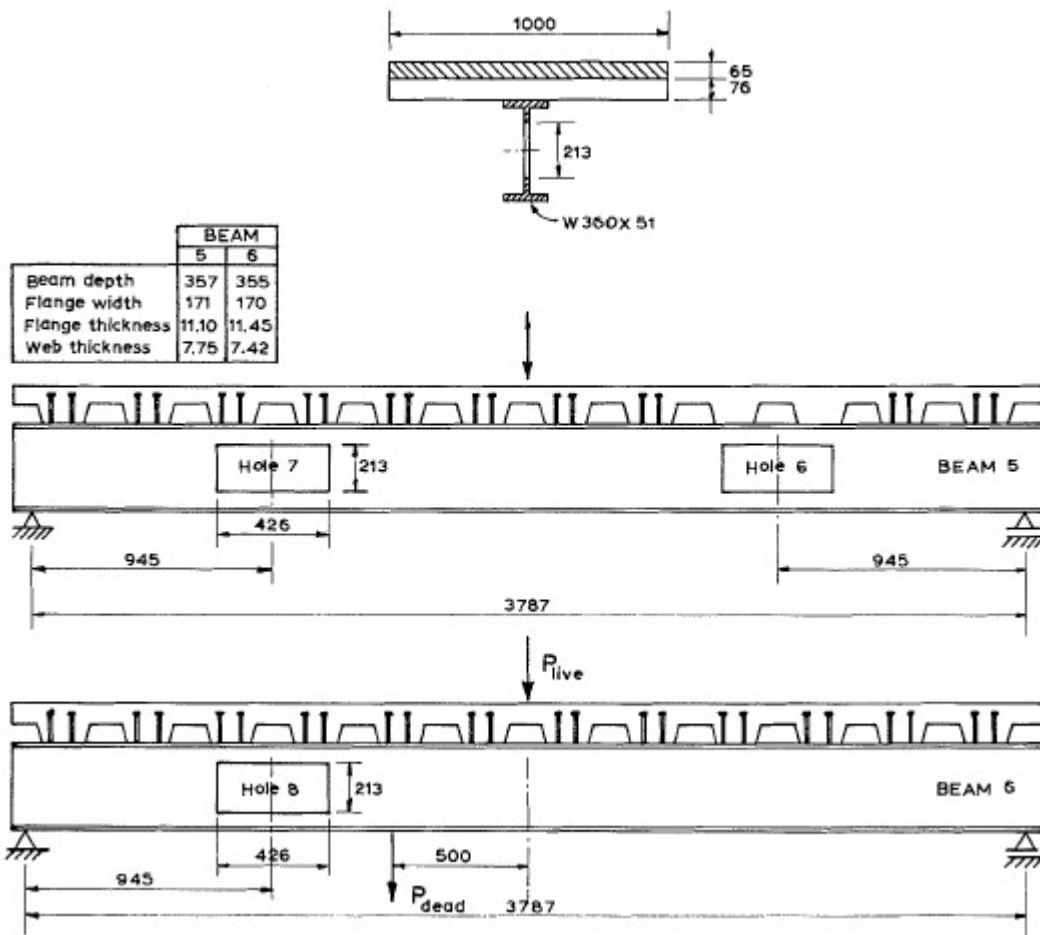
A kísérletek elvégzése során kapott erő-elmozdulás diagramok a 2.8. ábrán láthatóak. A bal oldali (a) ábrán a lyuk nélküli (fekete színnel jelölt) és a lyukkal áttört, de nem merevített tartó (piros színnel jelölt) diagramja látható, valamint két hosszanti merevítéssel ellátott tartó diagramja. A (b) ábrán az összehasonlítás alapját képező gerendákon kívül egy hosszanti merevítéssel rendelkező és kettő kétirányú merevítéssel rendelkező tartó diagramja látható. [5]



2.8. ábra Kísérletek erő-elmozdulás diagramjai [5]

A tesztek elvégzése után azt az eredményt kapták, hogy a hosszanti merevítések jelentősen javították az öszvérgerendák teherbírását. Abban az esetben amikor a két-irányban elhelyezett merevítések keresztmetszeti területe elérte a kivágott nyílás területét, az öszvérgerenda teherbírása közel azonos volt a lyuk nélküli gerenda teherbírásával. [5]

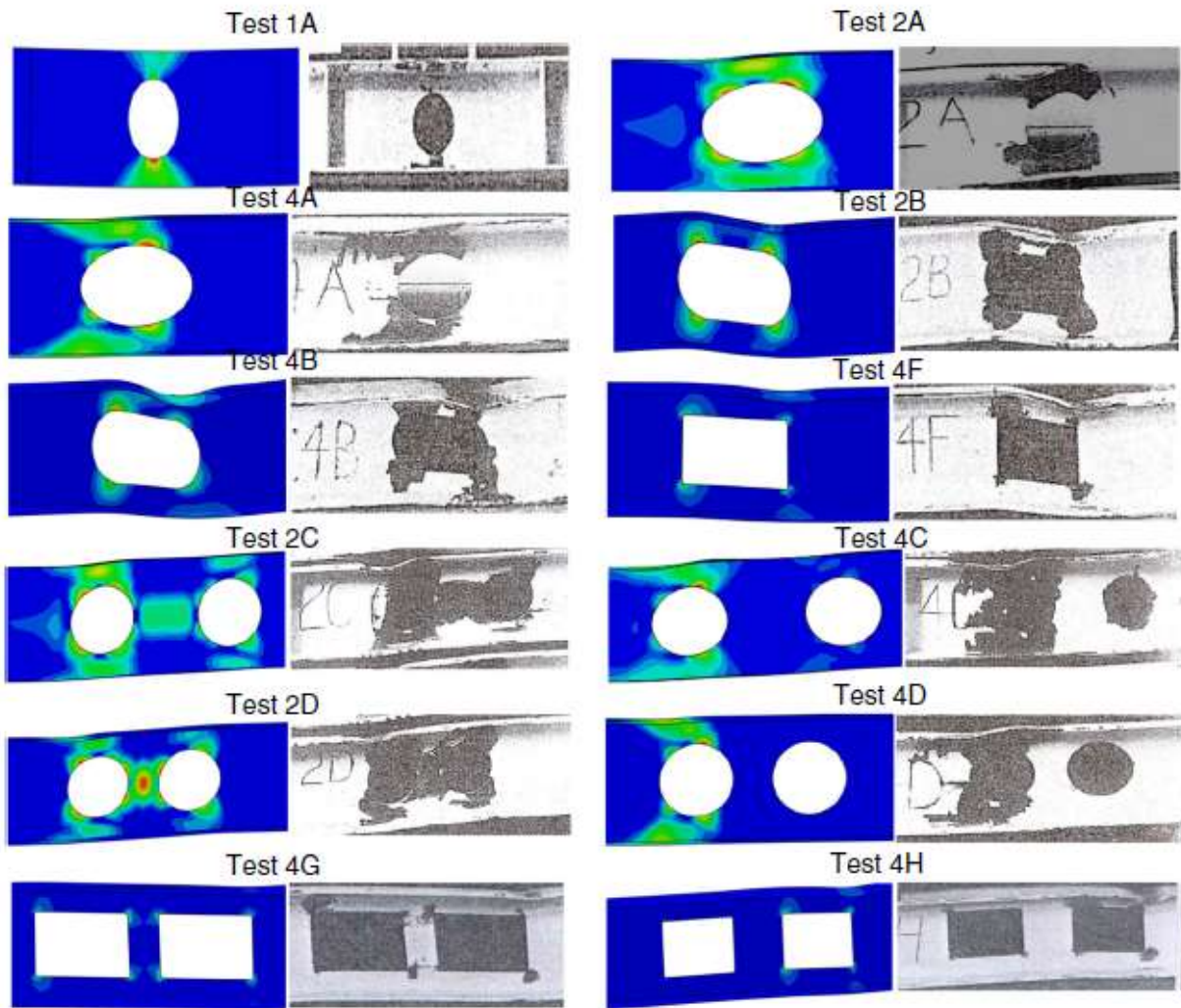
Redwood és társai [6] az öszvérgerendák nyíró csatlakozásait vizsgálták a nyílások tartományában, valamint az acél gerendát érő hatásokat elemezték építési állapotban. A vizsgálat során két gerenda-kialakítást vizsgáltak, melyek a 2.9. ábrán láthatóak. A Beam 5 jelű gerendán vizsgálták a nyíró kapcsolat hatását, a Beam 6 jelű gerendán tesztelték a terhelési sorrendet. Az 5-ös jelű gerenda esetében a 6 jelű nyílás felett nem helyeztek el nyíró-csapokat, a terhelés során itt jelentkezett először tönkremenetel. A 6-os jelű gerenda esetében az építési terhek szimulálására további terhet helyeztek el az acél gerenda alsó síkján.



2.9. ábra Öszvérgerendák geometriai kialakításai [6]

A tesztek eredménye, hogy a nyírt kapcsolatok elhagyása a lyukak hossza mentén jelentősen csökkenti a gerenda szilárdságát. Az építés során ható terhek nem voltak nyilvánvaló hatással az alátámasztás nélküli építési módra, ha a terhelés nem érte el az acélgerenda teherbírásának a 60%-át. [6]

A gerendák gerincén kialakított nyílások formavilága igen gazdag. Dolgozatom témája az öszvérszerkezetek tárgyalása, de fontosnak tartom megemlíteni az acélgerendákkal végzett kísérleteket is, melyek a nyílások alakjának hatását ismertetik. Najafi és Wang [7] kísérleti eredményekhez készítettek numerikus modelleket. Kutatásuk célja, hogy megismerjék a nyílásokkal ellátott tartók viselkedését egytengelyű hajlításra, nyírás és hajlítás interakciójára. A numerikus szimulációk alapján analitikus megoldási módszert hoztak létre. A kísérleti és a numerikus eredmények összehasonlítása a 2.10. ábrán látható.



2.10. ábra Numerikus és kísérleti eredmények összehasonlítása [7]

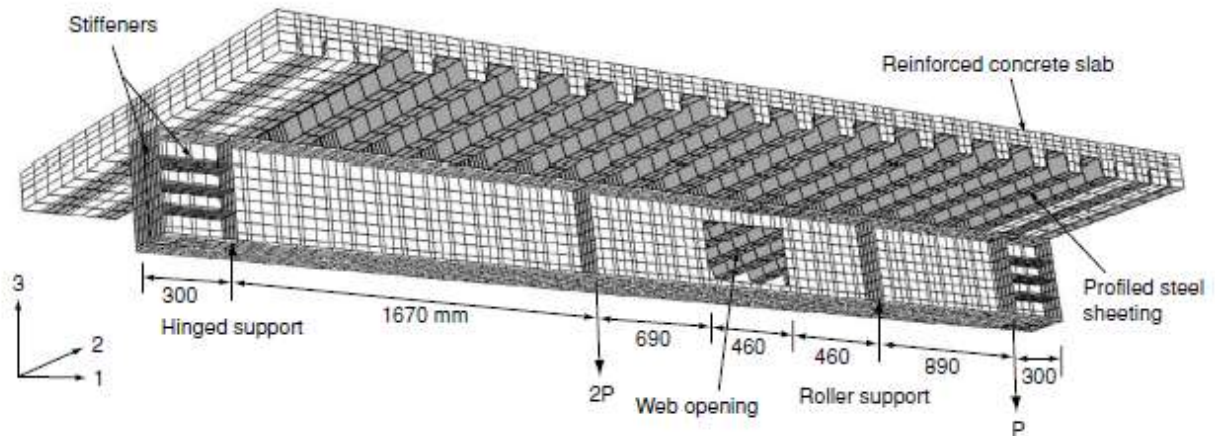
A kísérleti eredmények alapján jól látható, hogy a négyszögletes kivágások esetén a kivágások sarkaiban jelenik meg a tönkremenetel, míg az ovális vagy kerek kivágások esetében a gerenda öve és gerince közötti gerincszakaszon megy tönkre a tartó. Több kivágás esetén a lyukak távolságának hatása jelentősen befolyásolja a tartó viselkedését. [7]

2.2. Numerikus modellek

Numerikus modellek segítségével sokkal átfogóbb képet kaphatunk egy szerkezeti elem viselkedéséről. A továbbiakban numerikus modell felépítéseket és ezeken végzett kísérleteket mutatok be.

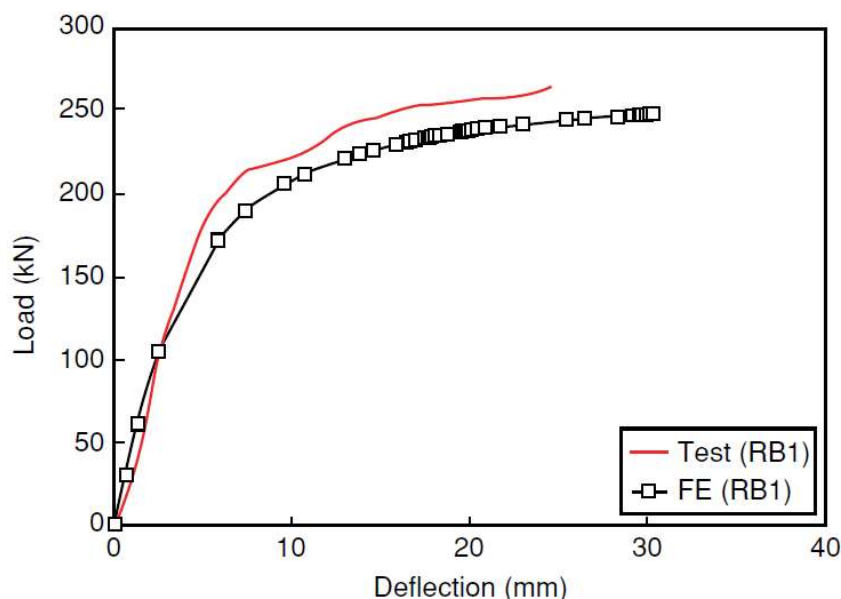
Ellobody és Young [8] merevített és merevítetlen nyílásokkal áttört kompozit gerendákat vizsgáltak. Az öszvérgerendák elemzésére nemlineáris 3D modellt fejlesztettek ki. A kísérleti eredményekkel történő verifikáció után paraméteres vizsgálatokat készítettek.

A numerikus modellt ABAQUS szoftverben fejlesztették ki. Az RB1 jelű gerenda numerikus modellje látható a 2.11. ábrán. A szerkezet geometriájának modellezése után a tartó megtámasztását és az alkalmazott terheket modellezték. Az ábrán látható, hogy a gerenda egyik végi megtámasztása egyszerű görgős támasz, a másik végi megtámasztása csuklós. [8]



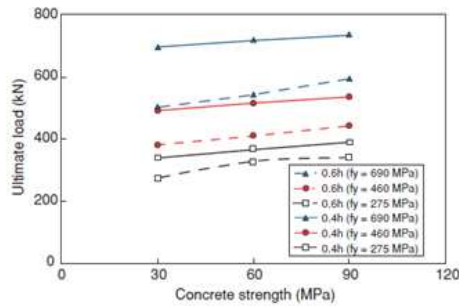
2.11. ábra RB1 gerenda numerikus modellje [8]

Az anyagmodellek mind az acél mind a beton esetében nemlineárisak. A beton és az acél együtt dolgozását fejes csapok biztosítják. A szerkezet hálóméretének kiválasztásánál a számítási idő és az eredmények pontossága a fő szempont. Az elemek maximális száma 27334 volt, a modell verifikációja Park és társai [9] által elvégzett kísérletek alapján történt. A numerikus modellből és a kísérletből származó erő-elmozdulás diagramokat mutatja be a 2.12. ábra. Jól látható, hogy jó egyezést mutat a teszt és a végeselemes kísérlet. [8]

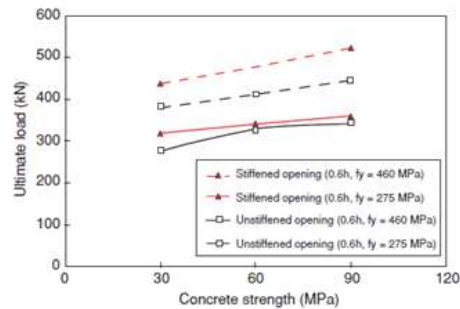


2.12. ábra Numerikus és kísérleti eredmény összehasonlítása [8]

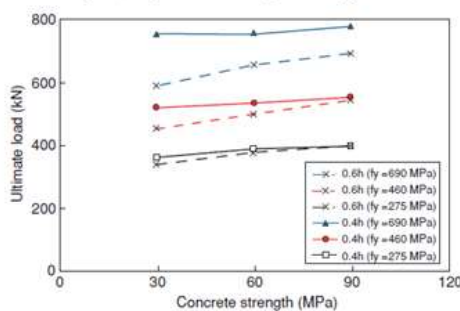
A verifikálás után paraméteres vizsgálatokat készítettek. Összesen 96 kísérletet végeztek el. A vizsgálatok során a gerenda fesztávolságát, a betonlemez effektív szélességét, az acélgerenda magasságát és a nyílás szélességét 2 szinten állították. Az acél-gerenda folyáshatárát 275, 460 és 690 MPa értékekkel vették figyelembe, míg a beton teherbírását 30, 60 és 90 MPa értékkel. A kísérleteket 39 csoportba sorolták. A G1-G27 csoportban a nyílásokat nem merevítették, míg a G28-G39 csoportban lévő gerendák a nyílások környezetében rendelkeztek merevítéssel. [8]



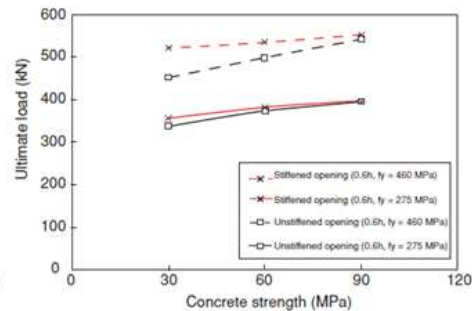
(a) Teher-beton szilárdság kapcsolata
Anyagminőség és nyílásmagasság
összehasonlítása, $L_{eff}=5.06m$, merevítetlen
nyílás, nyílás szélessége $0.4L_{eff}$



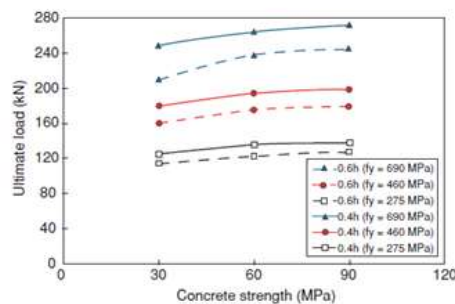
(b) Teher-beton szilárdság kapcsolata
Merevítetlen és merevített nyílás
összehasonlítása, nyílás szélessége $0.4L_{eff}$



(c) Teher-beton szilárdság kapcsolata
Anyagminőség és nyílásmagasság
összehasonlítása, $L_{eff}=5.06m$,
Merevítetlen nyílás, nyílás szélessége $0.25L_{eff}$



(d) Teher-beton szilárdság kapcsolata
Merevítetlen és merevített nyílás
összehasonlítása, nyílás szélessége $0.25L_{eff}$



(e) Teher-beton szilárdság kapcsolata
Anyagminőség és nyílásmagasság
összehasonlítása, $L_{eff}=3.25m$,
Merevítetlen nyílás, nyílás szélessége $0.4L_{eff}$

2.13. ábra Paraméteres vizsgálatok eredményei [8]

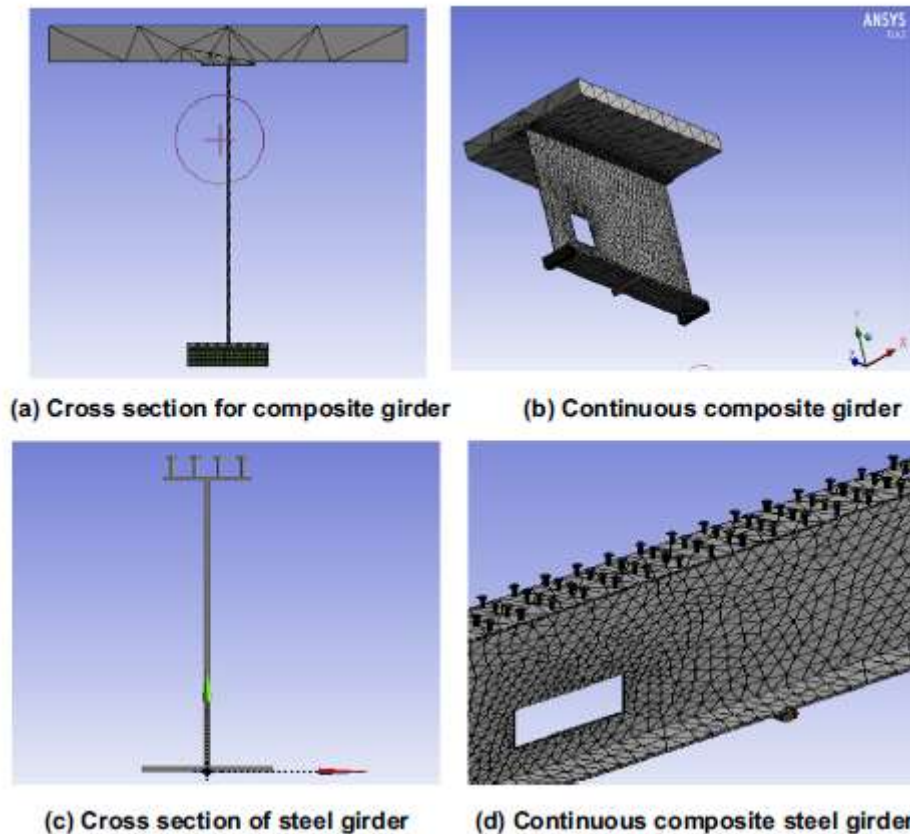
A paraméteres vizsgálatok eredményeit a 2.13. ábra mutatja be. Az eredmények minden esetben a terhelés és a betonszilárdság függvényében kerültek kiértékelésre. Az (a) ábrán folytonos vonallal jelölték a 0,4h magasságú, míg szaggatott vonallal a 0,6h magasságú nyílásokat. Jól látható az ábrán, hogy a gerenda teherbírására az acél anyagminőségének van a legnagyobb hatása. Ezen felül a nyílás magasságának is jelentős hatása van a teherbírásra, ugyanakkor a beton szilárdságának növelésével a teherbírás csak kisebb mértékben növelhető. [8]

A (b) ábrarészen a merevítés hatásait vizsgálták. A merevítések alkalmazásával növelhető a szerkezet szilárdsága, ugyanakkor még mindig az acél anyagminősége befolyásolja legnagyobb mértékben a tartó szilárdságát. Az ábrán látható, hogy kisebb szilárdságú acél alkalmazása mellett kisebb mértékben növelhető a teherbírás merevítés alkalmazásával. Nagyobb szilárdságú acéloknál a merevített és a merevítetlen szerkezet teherbírása közti különbség már jóval szembetűnőbb. [8]

Az (a) és (c) diagramokat, valamint a (b) és (d) diagramokat összehasonlítva látható, hogy a nyílás szélességének csökkentésével növelhető a teherbírás. Az (e) diagramon kisebb a gerenda effektív szélessége. Jelen esetben is érvényesül, hogy a teherbírást jelentősen az acél anyagminőségének a megnövelésével lehet növelni. A nyílás magasságának hatása is számottevő, míg a beton anyagminőségének növelésével a gerenda teherbírása csak kis mértékben növelhető. [8]

A kutatás során 7 paramétert vizsgáltak. Ezekből a paraméterekből azt állapították meg, hogy mindegyiknek van hatása a tartó teherbírására. A beton anyagminőségének hatása nem jelentős, a többi paraméternek szignifikáns hatása van. Kimutatták, hogy a szerkezet teherbírására az acél anyagminősége van legnagyobb hatással. [8]

ElSaer [10] egyszerű nyílással áttört öszvérgerenda feszültségeloszlásaira, a tönkremeneteli módok megismerésére fejlesztett ki végeelem modellt. A vizsgálat során ANSYS12 szoftvert használt. A numerikus modell geometriai kialakítása a 2.14. ábrán látható. A beton és az acél közötti kapcsolatot fejes csapok biztosítják.



2.14. ábra Végeselem modell [10]

A végeselem modellben a beton anyag modellezésére SOLID 186 elemtípust alkalmazott a repedések pontos lekövetése céljából. Az acélgerendát az anyagi nemlinearitás lekövetése érdekében SHELL 43 elemtípussal modellezték. A nyírt csapokat BEAM 189 elemtípussal modellezték. A modell validálását követően paraméteres vizsgálatokat hajtottak végre. [10]

2.3. Öszvér gerenda tervezése analitikus összefüggések alapján

Az öszvérszerkezetek méretezését az EC4 [1] szabvány tartalmazza. A méretezés során először egy együttdolgozó/effektív szélességet határozzunk meg, majd keresztmetszeti és stabilitási ellenállást számítunk. A keresztmetszeti ellenállás számítása után az öszvér gerendák együttdolgoztató kapcsolatát is méretezni kell.

A nagy nyílásokkal áttört öszvértartók számítását az EC4 [1] szabvány jelenleg nem tartalmazza. A szerkezetek méretezése a szakirodalmi ajánlások alapján történik. Analitikus megoldási módszereket dolgozott ki Clawson [11], Redwood és Poubouras [12] és Lawson és Hicks [13]. TDK dolgozatom fókuszában a numerikus modell létrehozása és a paraméteres vizsgálatok állnak, ezért az analitikus megoldási módszereket a dolgozat keretein belül nem ismertetem.

2.4. Összefoglalás

A szakirodalom átolvasása után feldolgoztam és csoportosítottam a forrásokat. Az első nagy csoport a nagy nyílással áttört öszvértartókkal végzett kísérletek, a második nagy csoport a numerikus modellek és az utolsó csoport az analitikus számítási eljárások.

A nagy nyílásokkal áttört öszvértartó kísérleteknél az irodalomból kiderült, hogy a gerendákat hajlításnak tették ki majd erő-elmozdulás diagramokat készítettek és megvizsgálták, hogy mi okozta a tartó tönkremenetelét. A nyílások hatásaival és ezek méretével, elhelyezésével kapcsolatosan Clawson és Darwin [2] és May és Waleed [4] végeztek kísérleteket. Hao Du és társai [5] a nyílások merevítésének hatásainak vizsgálatára készítettek kísérleteket. Redwood és társai [6] csak acélgerendákon végeztek vizsgálatokat a nyílások geometriájának hatásának megismerésére.

A numerikus számítási módszereknél az alkalmazott szoftverek alapján választottam ki a bemutatott példákat. Az Ellobody és Young [8] Abaqus végeelemes szoftverben, ElSaer [10] Ansys szoftverben fejlesztett ki numerikus modellt. Ellobody és Young [8] által készített numerikus modellek esetén paraméteres vizsgálatok kerültek bemutatásra, melyekből jól látható, hogy mely paraméterek befolyásolják a szerkezet teherbírását.

A szakirodalmi áttekintés harmadik csoportjában a nyílásokkal áttört öszvértartó analitikus megoldási lehetőségeit foglaltam össze. Először a régebbi analitikus megoldási módszerek elvét ismerttettem (Clawson és Darwin [14]; Redwood és Poubouras [12]), majd Lawson és Hicks [13] tervezési eljárásának korlátait és a tervezés fő lépéseit mutattam be.

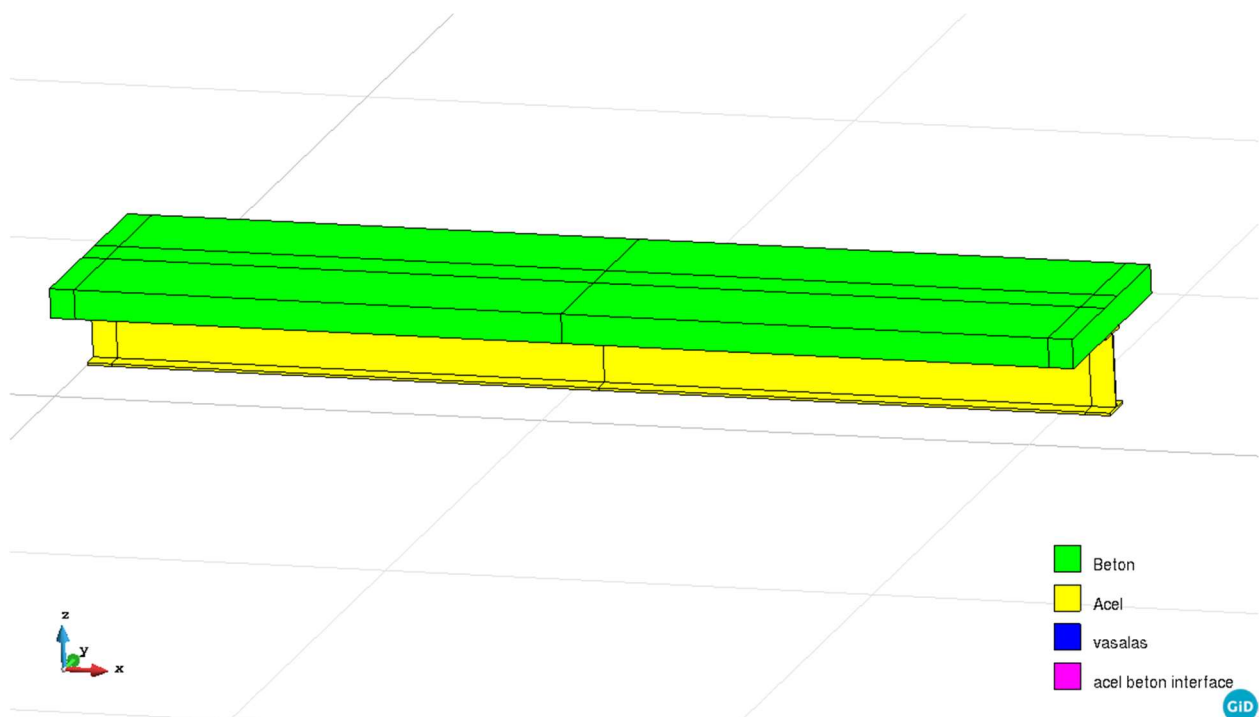
A szakirodalmi áttekintésből azt láthatjuk, hogy hiányzik egy szisztematikus, több paraméter bevonásával elvégzett numerikus vizsgálat, valamint nincsenek sem kísérleti, sem numerikus vizsgálati eredmények nagyobb szilárdságú acélok és betonok esetén, amely alapot szolgáltatna a méretezési összefüggések fejlesztéséhez. Ezért a dolgozatomban elkezdem ezt a szisztematikus paraméteres vizsgálatot, melyet majd az MSc diplomatervemben tervezek folytatni.

3 Numerikus modell bemutatása

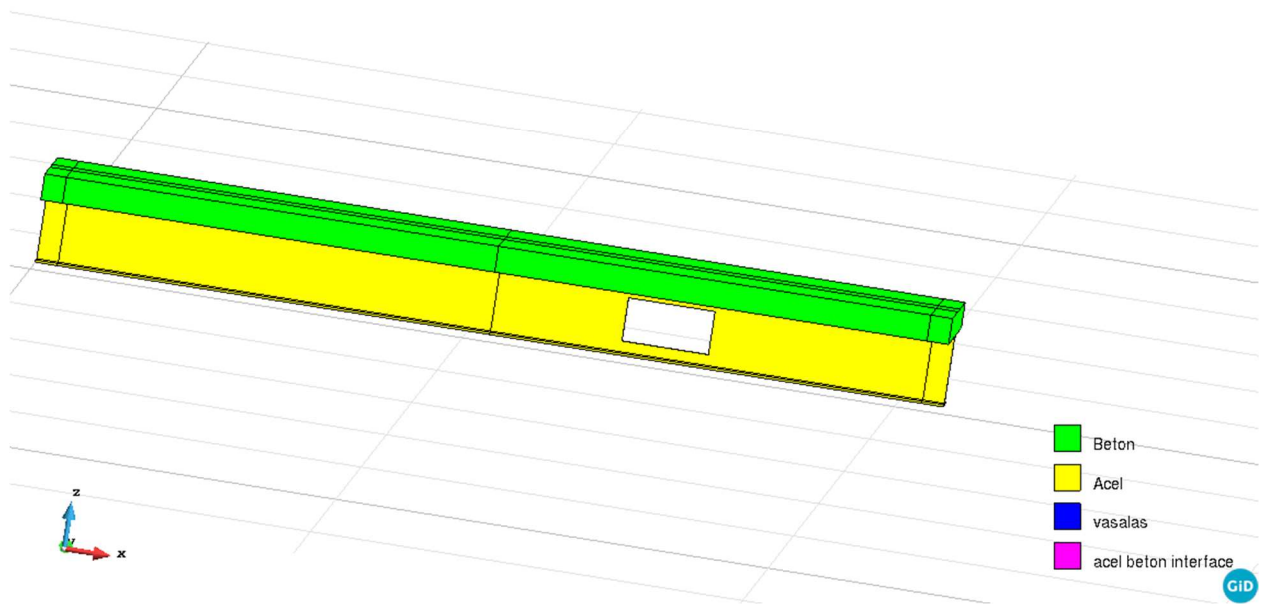
A numerikus modell geometriai kialakítását Gid 15.0.2. szoftver használatával az analízist az Atena Studio V5 szoftver alkalmazásával végeztem el. A modell felépítését a geometria kialakításával kezdtem, majd létrehoztam az interface elemet az acél és a beton között. A geometria megadása után anyagmodelleket rendeltem a szerkezethez és definiáltam a tartóra ható kényszereket, majd a számítás ellenőrzéséhez monitoring pontokat adtam meg a támaszoknál és a tartóközépen. A számítás megkezdése előtt hálóztam a szerkezetet, megadtam a teherlépcsők számát és a számítás beállításait. Jelen fejezetben részletesen bemutatom a leírt lépéseket.

3.1. Geometria

A dolgozatomban 2 numerikus modellt készítettem. Geometriai kialakítást a 2.1. fejezetben ismertetett May és Waleed [4] által végzett kísérletek alapján vettem fel. A numerikus modellben mindkét tartó 2,1 m hosszúságú, a betonlemez szélessége 0,5 m, az acél tartó magassága 0,16 m. Az általam modellezett első variáns (B1) a kísérletben szereplő CB2 jelű kivágás nélküli tartó, a második szerkezeti kialakítás (B2) a kísérletben szereplő CB2 jelű tartó. A B1 tartó numerikus modelljét a 3.1. ábra mutatja be. A továbbiakban a B2 numerikus modellt mutatom be részletesen. A B1 tartó numerikus modelljét a 3.2. ábra-3.5. ábra mutatja be.

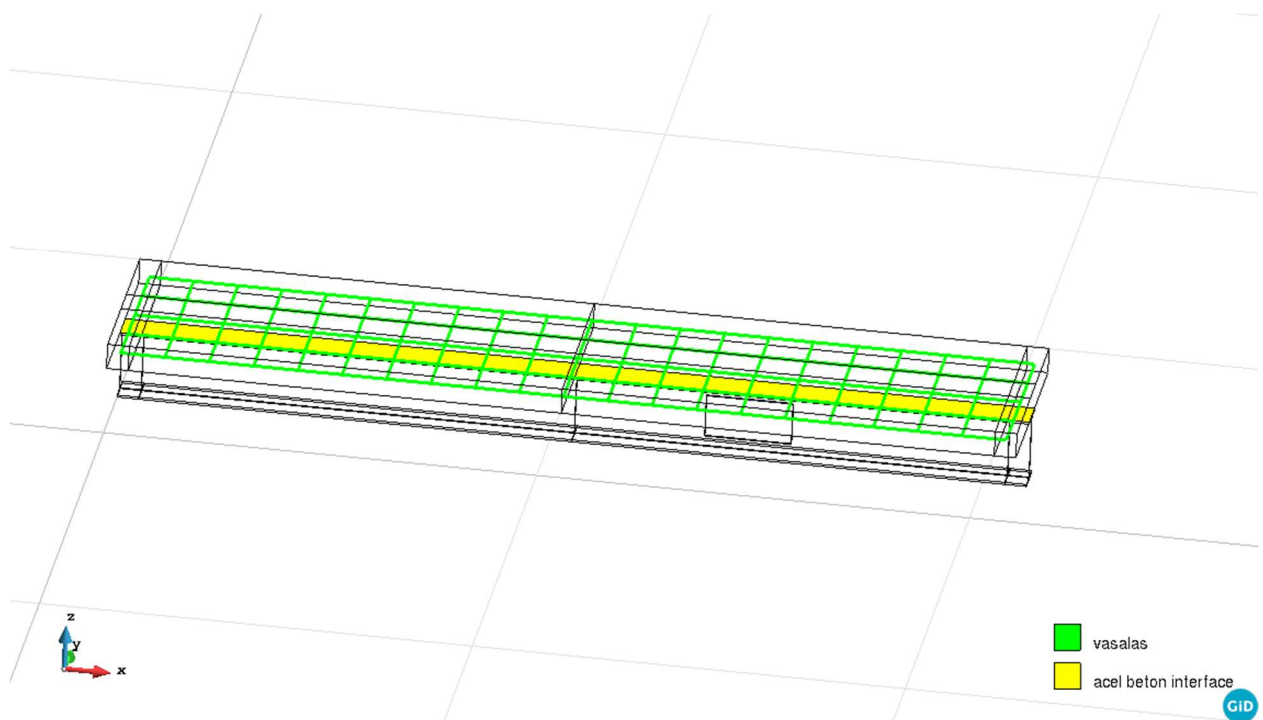


3.1. ábra B1 tartó numerikus modellje



3.2. ábra B2 tartó numerikus modellje

A beton és az acél együtt dolgozásának biztosítására interface felületet és anyagmodellt hoztam létre, ami 3.3. ábrán sárga színnel látható, a betonlemez vasalása az ábrán zöld színnel van jelölve. A modellezés során a két irányban elhelyezett $\phi 5$ mm-es betonacélokat tengelyükkel ábrázoltam.



3.3. ábra Interface elem numerikus modellje

3.2. Alkalmazott végelemek típusai

Mindkét modell esetében térfogat/test végelem modellt készítettem. Az acél, beton és interface elemek 4 csomópontos tetrahedra-, a betonacélok 2 csomópontos rúdelemekkel vannak kialakítva. A vizsgálatok során Arc-Length módszert és DCG megoldót alkalmaztam.

3.3. Anyagmodell

A geometriai kialakítás után anyagmodelleket definiáltam a betonra, a betonacélra, az acélra, valamint a beton és az acél együtt dolgozását biztosító interface elemre.

Betonlemez esetén nem lineáris, repedő anyagmodellt alkalmaztam. A C30/37 jelű beton értékeiből indultam ki. Ez alapján a beton nyomószilárdsága 20 MPa, rugalmassági modulusa 32000 MPa. Az elvégzett kísérletek alapján a beton nyomószilárdságát 21 MPa-ra állítottam át.

A betonacélokat lineárisan felkeményedő anyagmodellel modelleztem, anyagminőségük B500B.

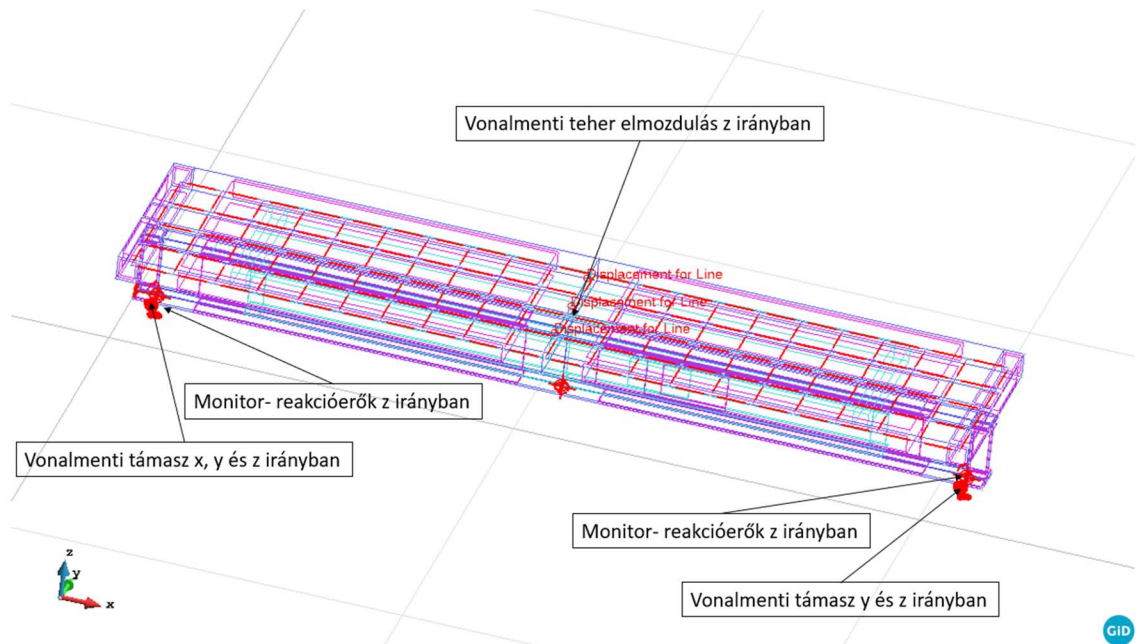
Az acél esetén bilineáris anyagmodellt és Von Mises féle folyási feltételt alkalmaztam a modellezés során. Az acél folyáshatára 300 MPa.

Az interface anyagmodell definiálásánál két irányú merevség és a két anyag közötti súrlódási együttható megadására van lehetőség. A modellezés során merev kapcsolatot alakítottam ki az acél és a betonlemez között. A merevség mindkét irányban $K = 2 * 10^8 \text{MPa/m}^3$, a súrlódási együttható értékét 0,1-re vettem fel.

3.4. Peremfeltételek, terhek

A vizsgált gerenda két végén van megtámasztva. A vonalmenti megtámasztást az acél profil alsó síkján definiáltam a tartóvégektől 5-5 cm távolságban. A tartó jobb oldali támaszát y és z síkban, a bal oldali támaszt x, y és z síkban korlátoztam (x, y, és z irányokat a 3.4. ábra mutatja). Kiindulási állapotban a gerendára közepén hat a teher, amit a beton felület felső síkján működtetek. A pontszerű tönkremeneteli módok elkerülése érdekében a terheket vonalmenti teherként definiáltam a tartón. A tartó a terhelést elmozdulás formájában kapja. A 250 mm-es elmozdulást 25 teherlépcsőn keresztül építi fel a szoftver a szerkezeten. A 3.4. ábra a modell megtámasztását, terhét és ellenőrző pontjait mutatja be. Az ellenőrző (monitoring) pontokat a számítás kiértékeléséhez helyeztem el a tartón. A kísérlettel történő összehasonlíthatóság érdekében középen az acélgerenda alsó síkján helyeztem el elmozdulást mérő monitoring pontot. A terhek

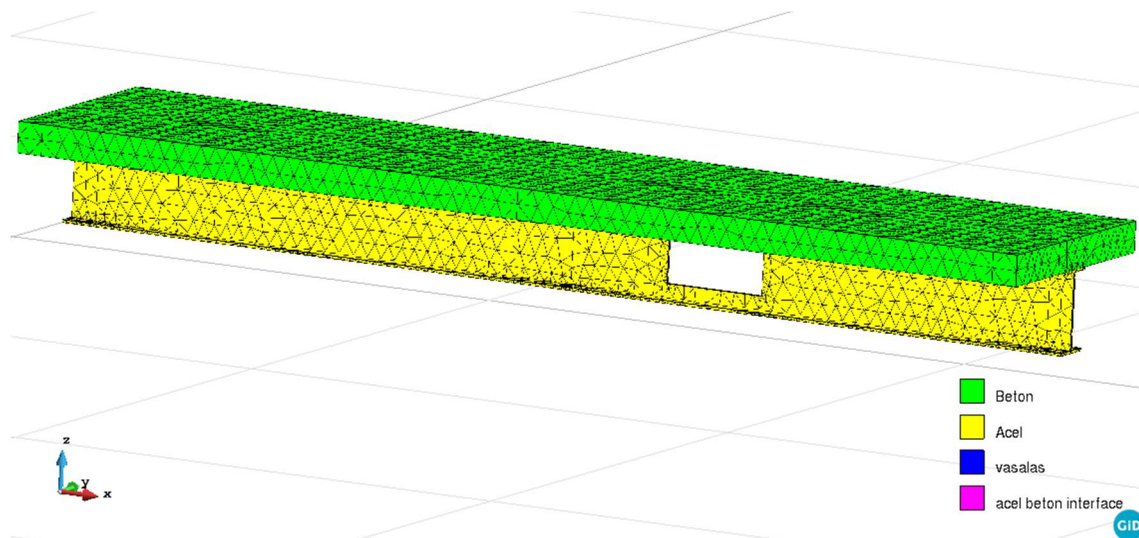
lekövetésére a két oldali támaszoknál reakcióerőt mérő pontokat helyeztem el, szintén az acél profil alsó síkján. A két ellenőrző pont segítségével előállítható az erő-elmozdulás diagram.



3.4. ábra Numerikus modell támaszai, terhei és ellenőrző pontjai

3.5. Hálózás

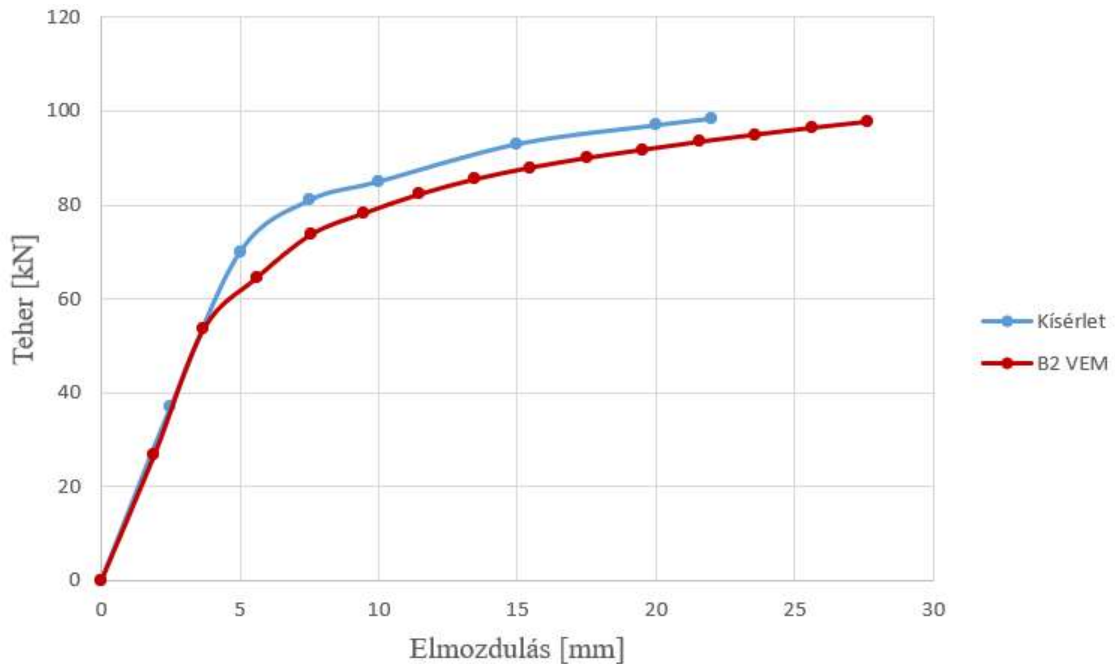
Az Atena programban a bonyolultabb szerkezeti geometriával rendelkező térfogatelemeket 4 csomópontos tetraéder elemekkel lehet hálózni, ezért esetemben a beton, az acél és az interface elemeket is ezzel az elemtípussal hálóztam. A vasalást rúdelemekkel hálóztam. Az alkalmazott hálóméret 30 mm (a hálóméret meghatározását a 3.6 fejezet tartalmazza). A végelem hálót a 3.5. ábra mutatja be a B2 gerendára.



3.5. ábra Numerikus modell hálózása

3.6. Numerikus modell verifikálása, konvergencia vizsgálat

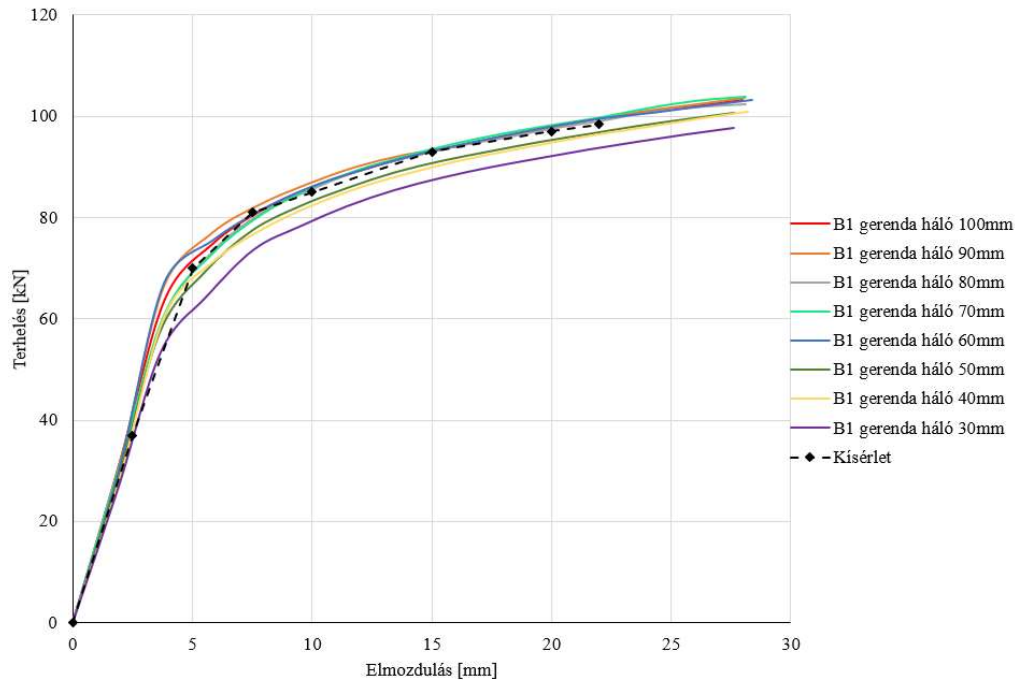
A modell verifikálását a 2.2. fejezetben ismertetett May és Hamoodi [4] által elvégzett kísérletek alapján végzem el. A kísérletből kapott erő-elmozdulás diagramot hasonlítom össze a numerikus modell erő-elmozdulás diagramjával.



3.6. ábra B2 gerenda numerikus modell és kísérlet erő-elmozdulás diagramja

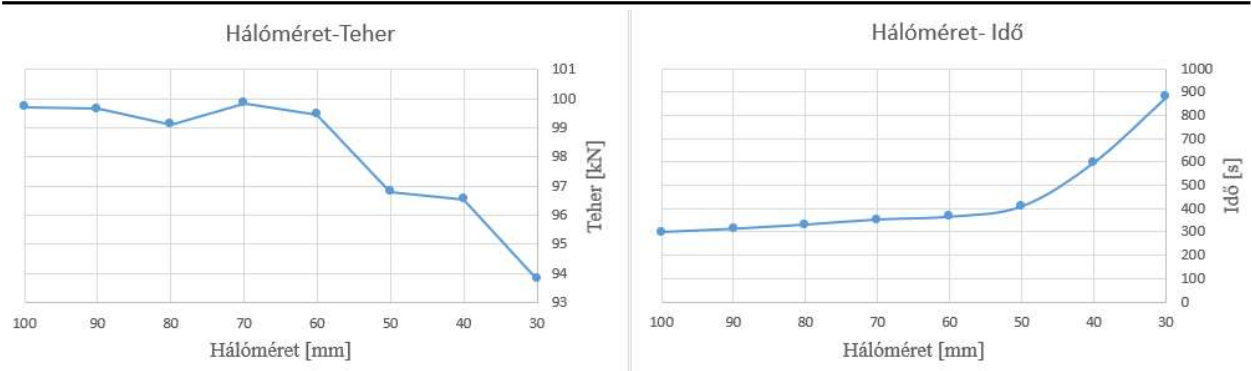
A 3.6. ábrán látható a tartó végeselemes modellből és a kísérletből kapott erő-elmozdulás diagram. A görbéken látszik, hogy a kezdeti lineáris szakaszban a végeselem modell jó közelítést ad, 10 és 20 mm-es elmozdulás tartományában már kisebb eltérések jelentkeznek. A kapott eredményeket 22 mm-es elmozdulásnál (kísérlet vége) hasonlítom össze. A numerikus modellből nyert terhelés értéke 93,81kN, a kísérletből nyert terhelés értéke 98,4 kN, ami 4,7%-os eltérést jelent. Ez az eltérés öszvérszerkezetek esetében elfogadható. Továbbá a diagramon azt is láthatjuk, hogy a végeselemes modell görbéje végig a kísérlet során kapott görbe alatt helyezkedik el, ami azt jelenti, hogy a numerikus modellem a biztonság javára közelít.

A modell verifikálása után konvergenciavizsgálatot végeztem. Az optimális hálóméret megtalálásra a hálóméretet 100 mm-ről 30mm-re csökkentettem 10 mm-es lépcsőkben. A hálóméret csökkentésével kapott eredményeket a 3.7. ábra mutatja be.



3.7. ábra Konvergencia vizsgálat

Az összehasonlíthatóság érdekében a 22 mm-es elmozduláshoz tartozó erőket hasonlítottam össze, továbbá a számítások futási idejét is megvizsgáltam. Az eredményeket a 3.8. ábra mutatja be. A Gid szoftverben nincs lehetőség arra, hogy a beton vastagsága, az acél öve mentén vagy a lyuk környezetében sűrítsük a hálózást, a program automatikusan osztja ki egy algoritmus alapján. Nem elegendően sűrű hálóméretetek (100-70mm-es hálóméret) esetén nincs jelentős eltérés sem a terhelésben, sem a futási időben azonban a kísérlethez képest nagyobb terhelést adnak. 70 mm-nél kisebb hálóméretetek esetében az eredmények konvergálnak. 30 mm-es hálóméret alkalmazása esetén, már kellően sűrű volt a hálózás a lyuk környezetében, acél övekben és a betonlemez vastagsága mentén is. Kisebb hálóméretetek hatásait tovább kellene vizsgálni, amíg a két hálóméret közti különbség nem releváns, ugyanakkor a számítógépem kapacitása csak 30 mm-es hálóméretre volt elegendő. A bal oldali ábrán látható, hogy a terhelés értéke csökken kisebb hálóméret alkalmazásával, ugyanakkor a számítási idő exponenciálisan nő (jobb oldali ábra).

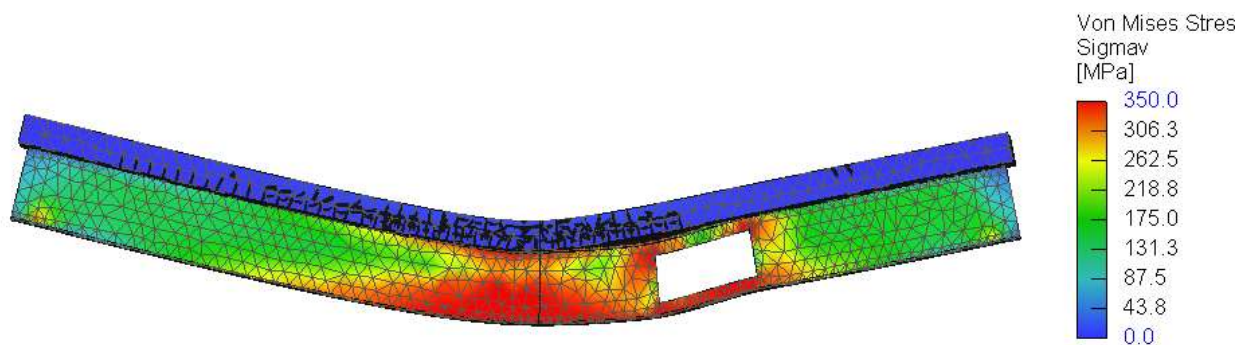


3.8. ábra Hálóméret-teher diagram, hálóméret-idő diagram

Ezek alapján a végeelem modellekben 30 mm-es hálóméretet alkalmaztam.

3.7. Numerikus eredmények bemutatása

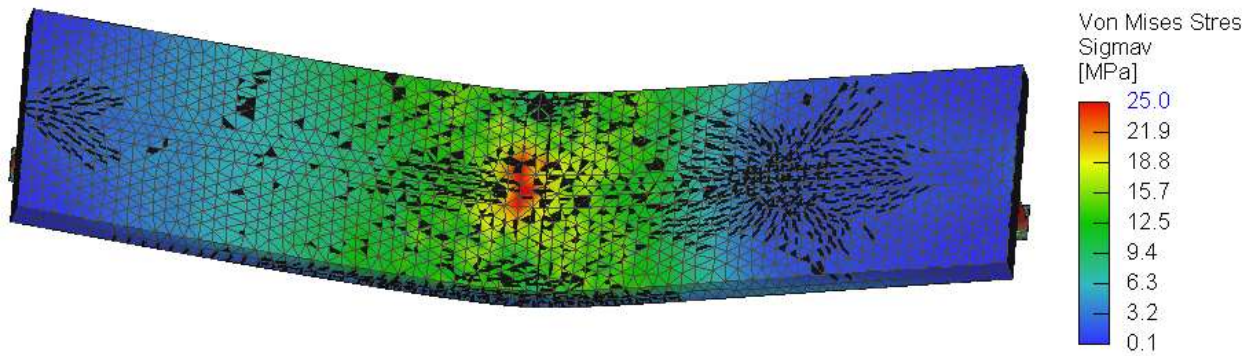
A numerikus eredményeket a nyílással áttört öszvérgerenda esetére mutatom be. Először a szerkezet erőjátékát ismertetem. Az acélgerenda feszültségábrája a 3.9. ábrán látható.



3.9. ábra Acélgerenda feszültségábrája

Az ábrán a tartó deformált alakja és a beton repedései láthatóak. Kéttámaszú tartók deformált alakjához hasonló tartódeformációt láthatunk. A nyílás körül jól látható a nyírási deformáció. Az ábra jobb oldalán található színskála az acélgerendában ébredő feszültségértékeket mutatja meg. Piros színnel láthatjuk azokat a helyeket (lyuk környezete, gerenda közepe), ahol a legnagyobb feszültségek keletkeznek az acélgerendában. A támaszok környezetében szintén megfigyelhető, hogy a vonalmenti megtámasztás következtében a gerenda alsó övében és a gerinc alsó szakaszán nagyobb feszültségek keletkeznek.

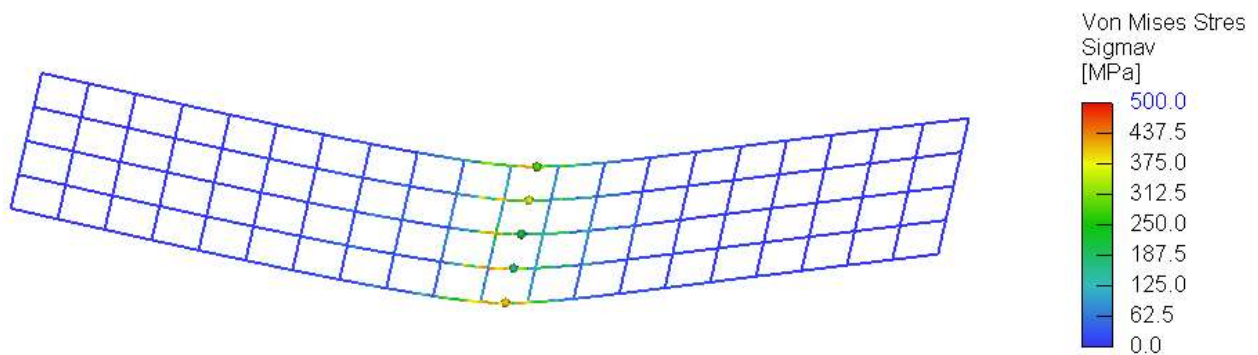
A 3.10. ábra mutatja a betonban keletkező von Mises feszültségek eloszlását. Megfigyelhető a beton feszültségábráján, hogy a tartó közepén keletkeznek a legnagyobb feszültségek a központos terhelés hatására. A tartó lehajlása kéttámaszú tartó esetében a támaszok között van.



3.10. ábra Beton feszültségábrája

A feszültségeloszláson kívül az ábrán látható a beton törésképe is, ezek fekete vonalakkal vannak jelölve. A nagy nyomófeszültség hatására a beton bereped, és a fekete háromszögekkel jelölt területeken már nem is dolgozik a beton, a valóságban ezek kipotyognak, morzsolódnak. A lyuk feletti környezetben a beton szintén bereped, annak köszönhetően, hogy a lyuk feletti acélszakaszban a nyírási deformációk hatására jelentős alakváltozás keletkezik, így az acél felső övvel összekapcsolat betonlemez is nagy alakváltozásokat szenved.

A betonacél armatúra feszültségeloszlása látható a 3.11. ábrán. A betonacélban keletkező feszültségeloszlás összhangban van a betonban keletkező feszültségeloszlással.



3.11. ábra Betonacél feszültségeloszlása

4 Paramétervizsgálat

4.1. Vizsgált paraméterek

A végeelemes modell verifikálása és az eredmények bemutatása után paraméteres vizsgálatokat készítettem. A paraméteres vizsgálatokat az alábbi csoportokba osztottam:

1. Áttörés pozíciójának módosítása x (hossz) tengely irányban. Az áttörés helye a jobb oldali támasztól:
 - 1000 mm (feszítv felében - tiszta hajlítás zóna)
 - 600 mm (hajlítás és nyírás interakciós zóna)
 - 200 mm (támasznál - tiszta nyírás zóna).
2. Áttörés pozíciójának módosítása z (függőleges) tengely irányban. Az áttörés helye az acélgerenda gerincének középpontjától
 - +20 mm,
 - -20 mm.
3. Áttörések geometriájának a vizsgálata 1. A lyuk magasságát a gerenda h gerinc magasságának a függvényében az alábbiakra választottam:
 - $1/3h$,
 - $1/2h$,
 - $2/3h$.
4. Áttörések geometriájának a vizsgálata 2. A lyuk szélessége:
 - 100 mm,
 - 200 mm.
5. Acél anyagminőségek. Folyáshatár:
 - 315 MPa,
 - 460 MPa,
 - 690 MPa.
6. Beton anyagminőségek. Nyomószilárdság:
 - 21 MPa,
 - 31.5 MPa,
 - 42 MPa.

A 2. táblázat tartalmazza a paraméteres vizsgálatok adatait. Az első oszlopban a vizsgált gerendák jele, a második oszlopban a lyuk hosszirányú (x irány) elhelyezése, a harmadik oszlopban a lyuk z irányú (függőleges) pozíciója, a negyedik oszlopban a lyuk szélessége, az ötödikben a lyuk magassága és az utolsó oszlopban a lyuk magasságának az aránya látható az acélgerenda gerincének (h) magasságához képest.

Gerenda jele	Lyuk elhelyezése x irány L_x [mm]	Lyuk középpontja a tartó közepétől L_z [mm]	Lyuk szélessége x_0 [mm]	Lyuk magassága h_0 [mm]	h_0
B1	-	-	-	-	-
1 1	600	20	200	100	2/3h
1 3	600	0	200	100	2/3h
1 5	600	-20	200	100	2/3h
2 1	1000	20	200	100	2/3h
2 3	1000	0	200	100	2/3h
2 5	1000	-20	200	100	2/3h
3 1	200	20	200	100	2/3h
3 3	200	0	200	100	2/3h
3 5	200	-20	200	100	2/3h
4 1	600	20	200	75	1/2h
4 3	600	0	200	75	1/2h
4 5	600	-20	200	75	1/2h
5 1	1000	20	200	75	1/2h
5 3	1000	0	200	75	1/2h
5 5	1000	-20	200	75	1/2h
6 1	200	20	200	75	1/2h
6 3	200	0	200	75	1/2h
6 5	200	-20	200	75	1/2h
7 1	600	20	200	50	1/3h
7 3	600	0	200	50	1/3h
7 5	600	-20	200	50	1/3h
8 1	1000	20	200	50	1/3h
8 3	1000	0	200	50	1/3h
8 5	1000	-20	200	50	1/3h
9 1	200	20	200	50	1/3h
9 3	200	0	200	50	1/3h
9 5	200	-20	200	50	1/3h
10 1	600	20	100	100	2/3h
10 3	600	0	100	100	2/3h
10 5	600	-20	100	100	2/3h
11 1	1000	20	100	100	2/3h
11 3	1000	0	100	100	2/3h
11 5	1000	-20	100	100	2/3h
12 1	200	20	100	100	2/3h
12 3	200	0	100	100	2/3h
12 5	200	-20	100	100	2/3h

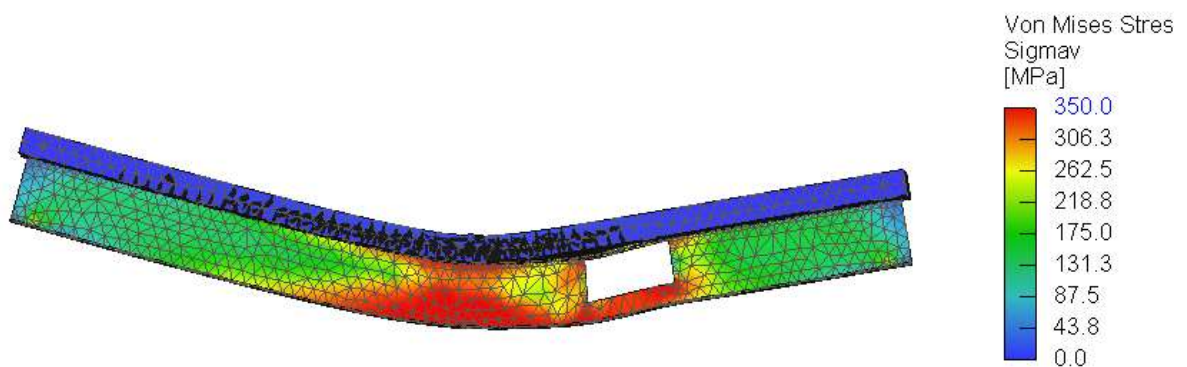
2. táblázat Geometriai paraméterek

4.2. Paraméteres vizsgálatok eredményeinek a bemutatása

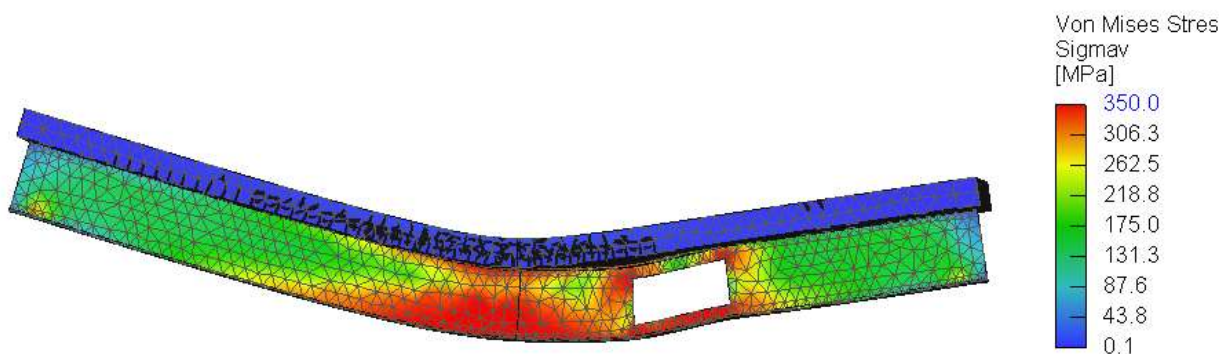
4.2.1 Feszültségeloszlások elemzése

A számítások után azt tapasztaltam, hogy az áttörések hosszirányú eltolása során a kapott erőelmozdulás diagramok és a szerkezet erőjátéka hasonló. Ennek következtében egy-egy esetre fogom részletesen ismertetni a kapott eredményeket.

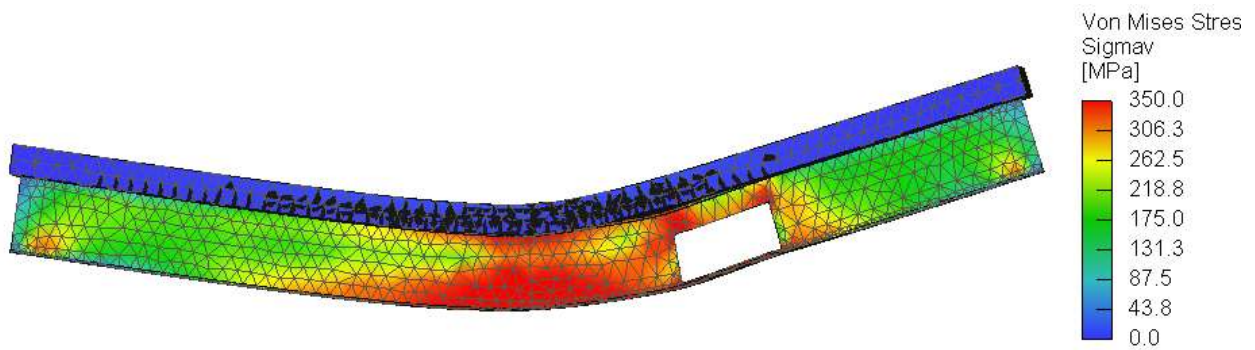
Jobb támasztól 600 mm-re elhelyezett áttörés esetében (hajlított-nyírt zóna) az 1-es jelű gerendákon (1_1, 1_3, 1_5) mutatom be a szerkezet erőjátékát. A 4.1-4.3 ábrákon látható, hogy a lyukak z-tengely (hossz) irányú eltolása az acélgerendákban eltérő feszültségeloszlásokat eredményezett.



4.1. ábra 1_1 jelű tartó acélgerenda feszültségeloszlása (áttörés gerinc közepétől 20 mm felfelé)

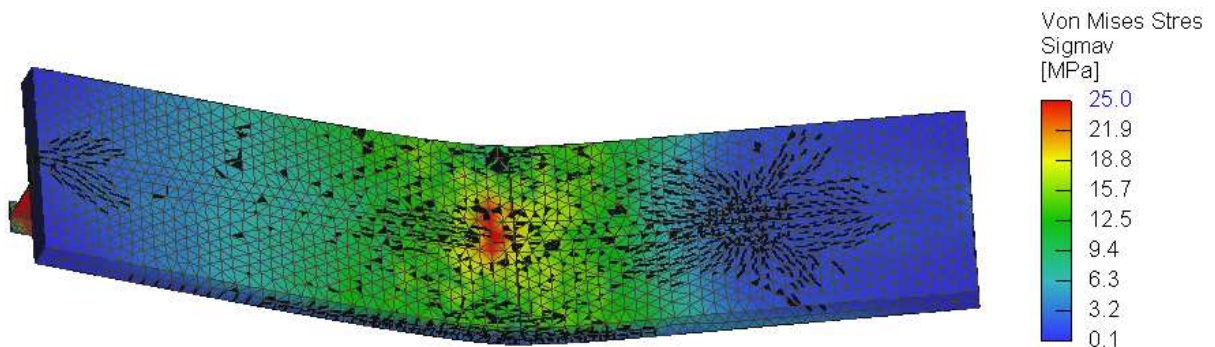


4.2. ábra 1_3 jelű tartó acélgerenda feszültségeloszlása (áttörés függőlegesen a gerinc közepén)



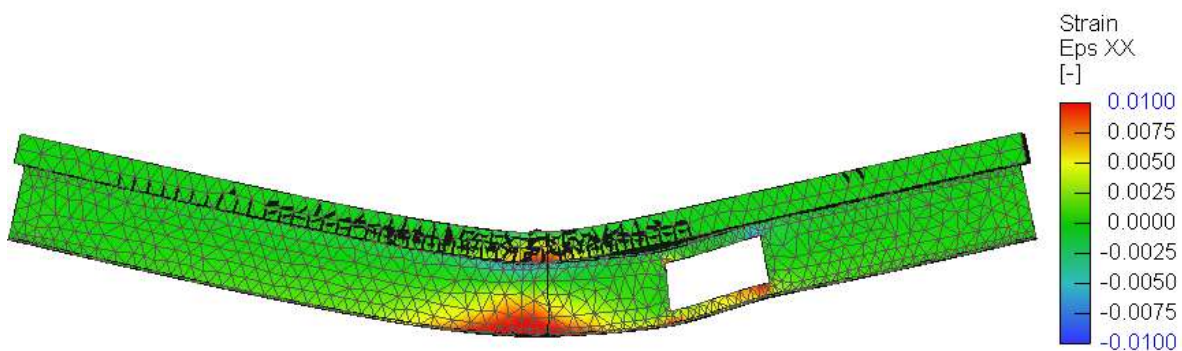
4.3. ábra 1_5 jelű tartó acélgerenda feszültségeloszlása (áttörés gerinc közepétől 20 mm lefelé)

A 4.4. ábra mutatja a betonban keletkező feszültségeloszlást. A betonlemezben a korábbi futtatásokhoz hasonlóan a terhelés alatt keletkezik a legnagyobb feszültség. Az ábrán fekete vonalakkal a betonban ebben az esetben is a keletkező repedések, törések vannak ábrázolva.



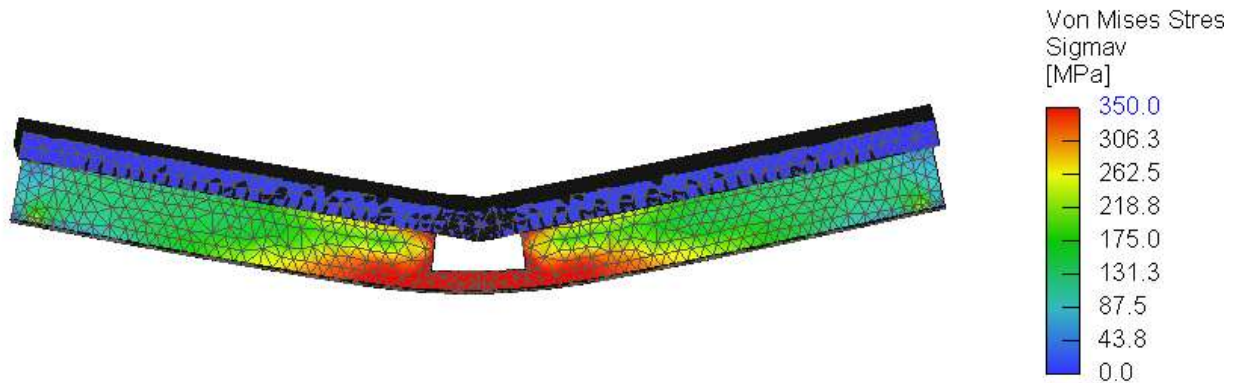
4.4. ábra 1_3 jelű tartó beton feszültségeloszlása (áttörés függőlegesen a gerinc közepén)

A 4.5 ábrán a tartó alakváltozási ábrája látható. A gerenda a legnagyobb alakváltozások helyén, azaz a betonlemez esetében a tartó közepén törik meg, ahol a beton morzsolódik. Az acélgerenda a leginkább húzott szakaszon, a nyílások sarok pontjainál törik meg, ahol képlékeny csuklók alakulnak ki.

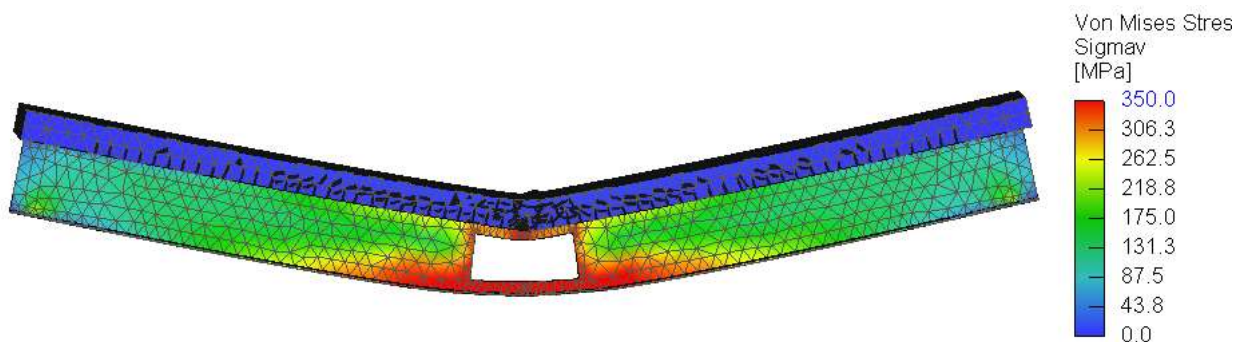


4.5. ábra 1_3 jelű tartó alakváltozás ábrája (áttörés függőlegesen a gerinc közepén)

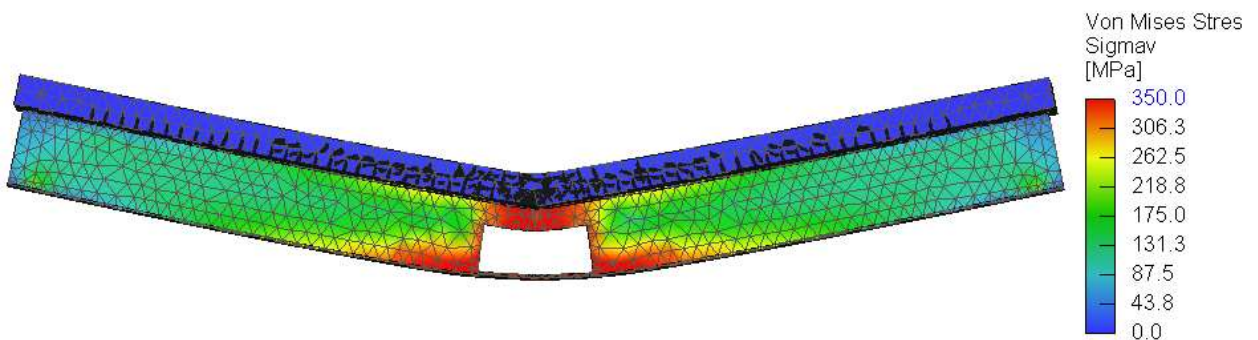
A tartóközépen (jobb támasztól 1000 mm-re) elhelyezett kivágás esetében (tisztán hajlított zóna) az előbb leírtaktól eltérő eredményt kaptam. A vizsgálatok eredményeit a 2-es jelű tartókon (2_1, 2_3, 2_5) ismertetem. Az acélgerendák feszültségeloszlását a 4.6.-4.8. ábrák mutatják be. Az ábrákon jól látható, hogy jelen esetben nagyobb hatása van a lyuk magasság (z tengely) irányú eltolásának. Mindhárom esetben az acélgerendában a legnagyobb feszültségek tartóközépen keletkeznek. A 2_5 jelű tartó esetében már alig marad húzott zóna.



4.6. ábra 2_1 jelű tartó acélgerenda feszültségeloszlása (áttörés gerinc közepétől 20 mm felfelé)

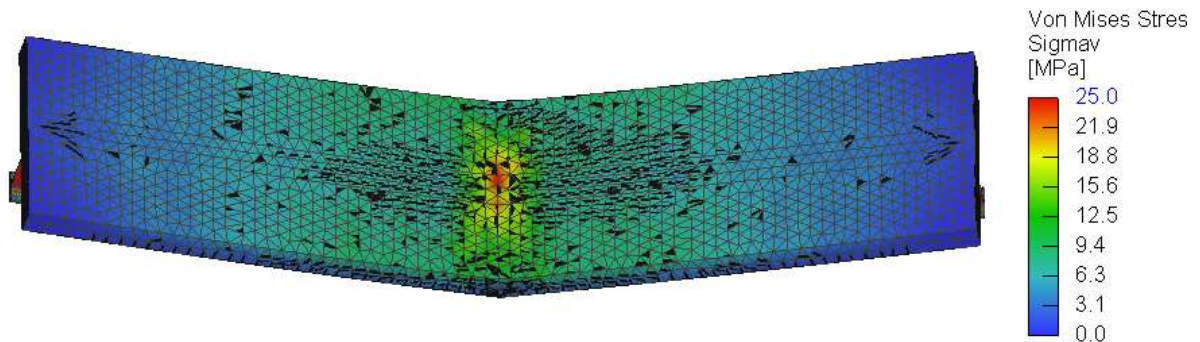


4.7. ábra 2_3 jelű tartó acélgerenda feszültségeloszlása (áttörés függőlegesen a gerinc közepén)



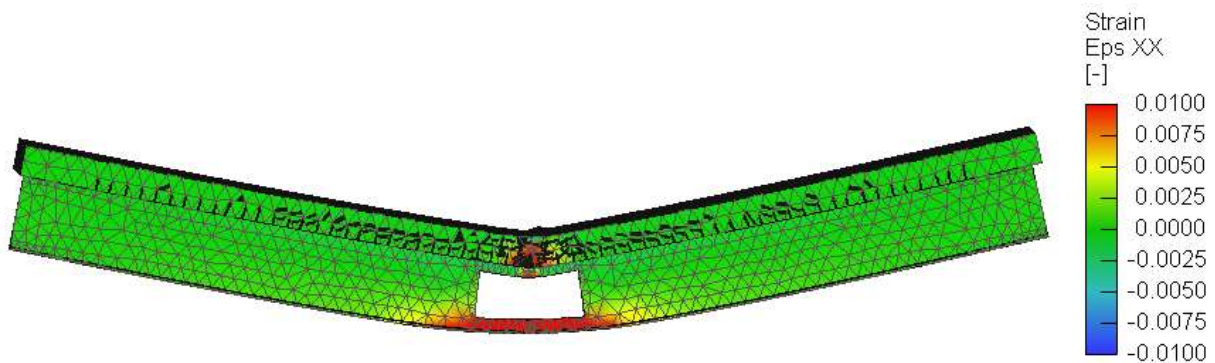
4.8. ábra 2_5 jelű tartó acélgerenda feszültségeloszlása (áttörés gerinc közepétől 20 mm lefelé)

A beton törésképét és a betonlemezben keletkező feszültségeloszlásokat a 4.9. ábra mutatja. A 4.4 ábrához képest jelen esetben a törések, repedések a terhelés környezetére koncentrálódnak. Ennek oka, hogy az áttörés közvetlen a terhelés alatt helyezkedik el és itt a legnagyobb a tartó lehajlása.

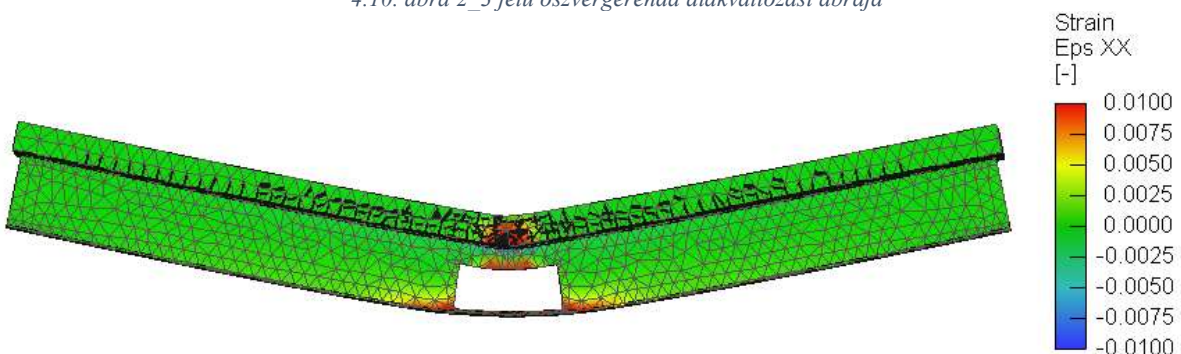


4.9. ábra 2_3 jelű öszvérgerenda betonfeszültség eloszlása

A 4.10 ábra és a 4.11. ábra az öszvértartók alakváltozási ábráját mutatja. A lyukak z irányú eltolásának hatása az előző esethez képest nagyobb. Ebben az esetben az acélgerendában nem csak a nyílások sarkainál jön létre képlékeny csukló, hanem a nyílás felső és alsó éle mentén is.

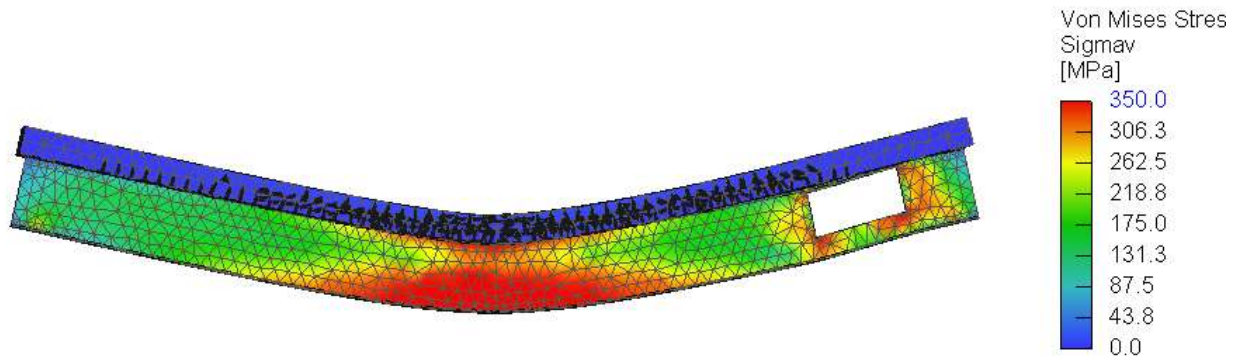


4.10. ábra 2_3 jelű öszvérgerenda alakváltozási ábrája

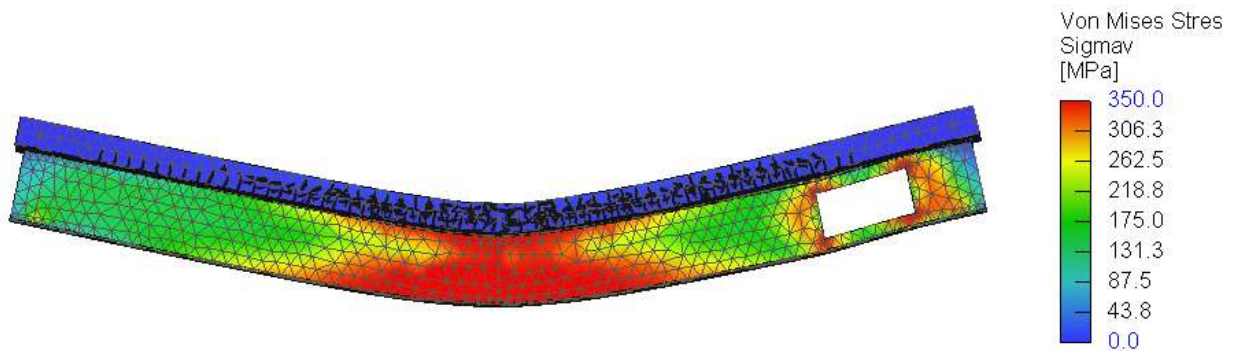


4.11. ábra 2_5 jelű öszvértartó alakváltozási ábrája

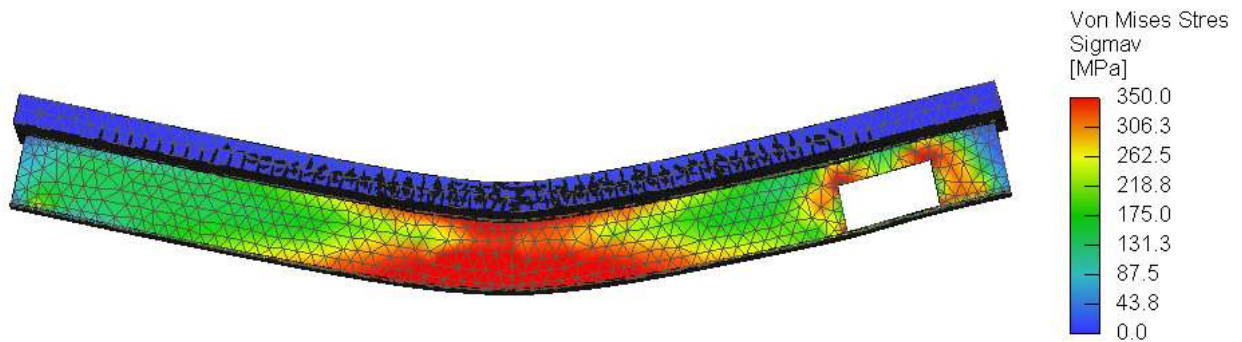
A hosszirányú (x tengely) eltolás utolsó esete, amikor a kivágást a jobb támasztól 200 mm-rel eltolva alakítjuk ki (~tisztán nyírt zóna). A szerkezet erőjátékát a 3-as jelű tartón ismertetem (3_1, 3_3, 3_5). Az acélgerendában keletkező feszültségeloszlást a 4.12-4.14. ábra szemlélteti.



4.12. ábra 3_1 jelű tartó acélgerenda feszültségeloszlása

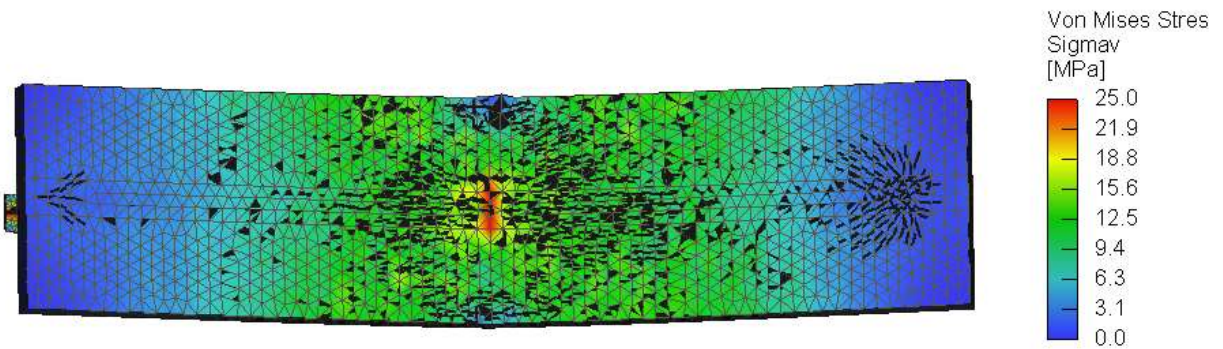


4.13. ábra 3_3 jelű tartó acélgerenda feszültségeloszlása



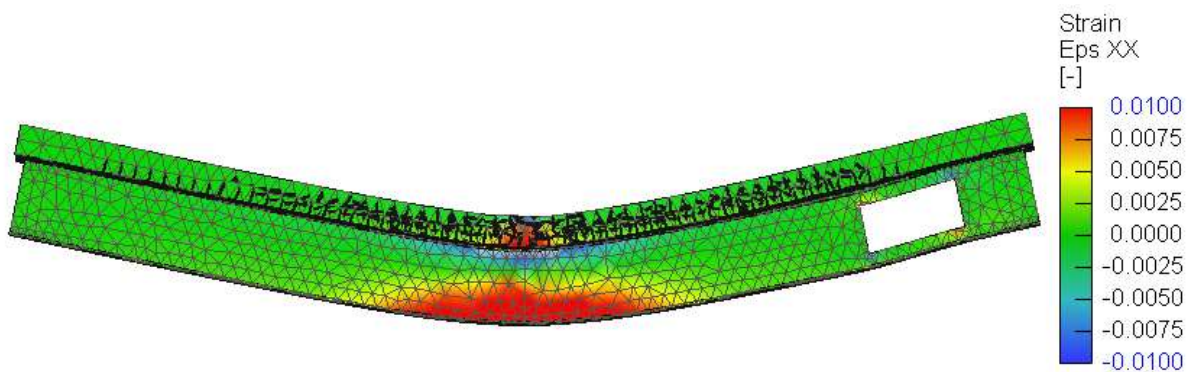
4.14. ábra 3_5 jelű tartó acélgerenda feszültségeloszlása

A betonlemez feszültségeloszlása a 4.15. ábrán látható. A korábbiakhoz hasonlóan most is a terhelés alatt, a tartó közepén keletkeznek a legnagyobb feszültségek. A repedések, törések ebben az esetben is a terhelés környezetére és a lyuk feletti betonrészre koncentrálódnak.



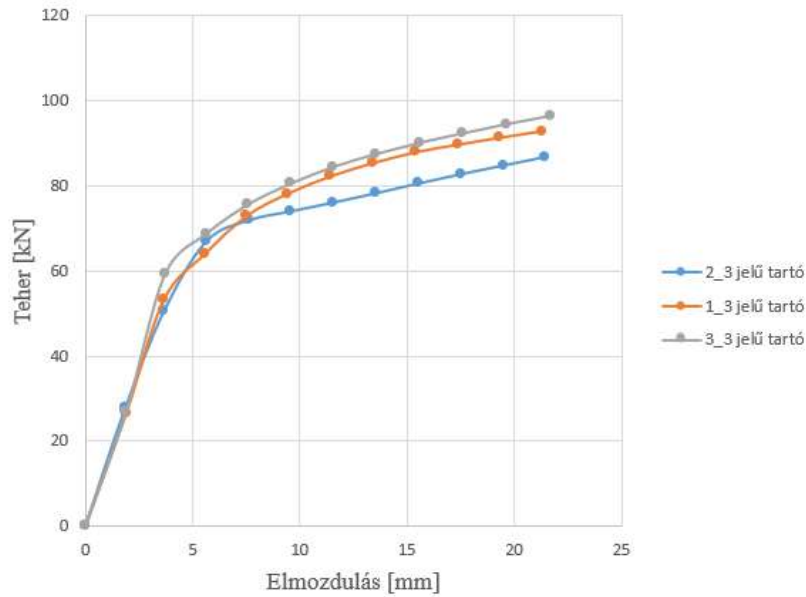
4.15. ábra 3_3 jelű tartó betonlemez feszültségeloszlása

A 4.16. ábrán látható a 3_3 jelű tartó alakváltozás ábrája. Az alakváltozás ábra az 1-es jelű tartó alakváltozás ábrájára hasonlít. Itt is megfigyelhetjük, hogy a betonlemez a nyomott zónában törik meg a legnagyobb alakváltozások helyén, míg az acélgerendában tartóközépen keletkeznek a legnagyobb alakváltozások. A nyílás lokális környezetében szintén megjelennek a képlékeny csuklók.



4.16. ábra 3_3 jelű tartó alakváltozás ábrája

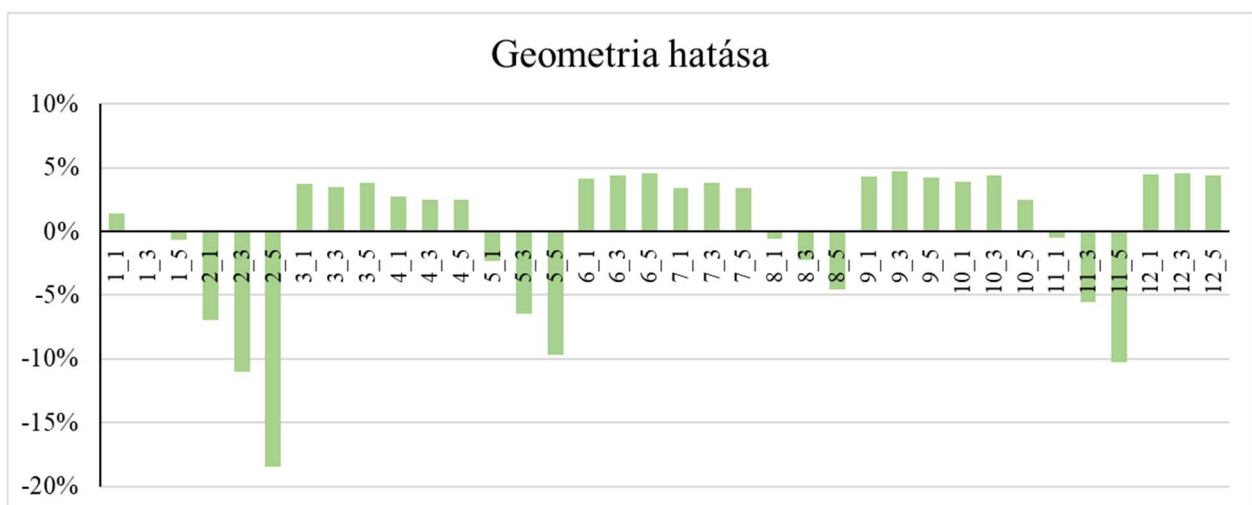
A tartók erő-elmozdulás diagramjait a 4.17. ábra mutatja. Látható, hogy a szerkezetek kezdeti merevsége közel azonos. A 2_3 jelű (tisztán hajlított zóna) tartónál sokkal kisebb a végső terhelés. Az 1_3 és a 3_3 jelű tartó erő-elmozdulás diagramja jellegre hasonló.



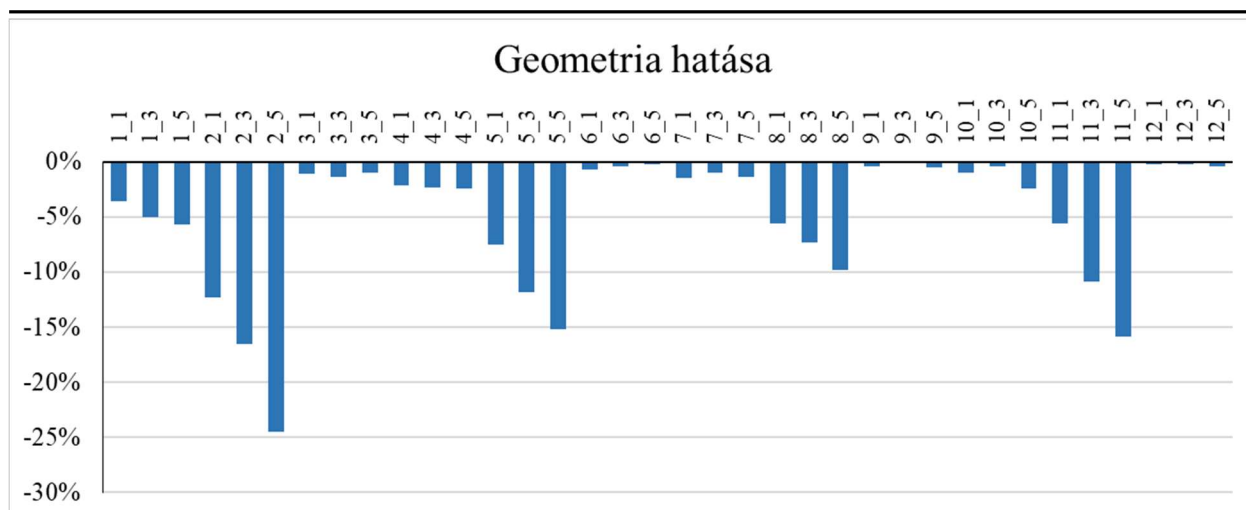
4.17. ábra Gerendák erő-elmozdulás diagramjai

4.2.2 Erő-eltolódás diagramok elemzése – összes modell

A 2. táblázat szerinti összes modell esetén meghatároztam az erő-eltolódás diagramot: az erő a támaszokon jelentkező reakcióerő, az elmozdulás pedig a középső keresztmetszet elmozdulása. Az erő-elmozdulás diagramok alapján meghatároztam a 22 mm-es (kísérleti gerenda eredményeinek a vége) alakváltozáshoz tartozó teherszintet, melyeket összehasonlítottam a verifikált modellel (1_3), valamint a lyuk nélküli modellel (B1). Az 1_3 jelű tartótól az eltéréseket a 4.18. ábra, a B1 jelű tartótól való eltéréseket a 4.19. ábra szemlélteti.



4.18. ábra Geometria hatása, 1_3 jelű tartótól való eltérések ábrázolása



4.19. ábra Geometria hatása, B1 jelű tartótól való eltérések ábrázolása

Minden tartó 22 mm-es elmozduláshoz tartozó terhelése kisebb, mint a B1 referencia tartó terhelése. A diagramon látható, hogy a B1 jelű tartótól leginkább a 2-es, 5-ös, 8-as és 11-es jelű tartók terhelése tér el. Ennek oka, hogy az áttörések a maximum nyomaték helyén, azaz tartó közepén kerültek kialakításra jelentősen lecsökkentve a húzott oldali acél szelvény méretét, ezzel a teljes öszvér keresztmetszet teherbírását. A legkisebb eltéréseket a nyírt zónában elhelyezett áttörések esetén, a 3-as, a 6-os, a 9-es és a 12-es jelű tartók esetében kaptam.

A paraméteres vizsgálatok eredményeit táblázatos formában közlöm (3. táblázat).

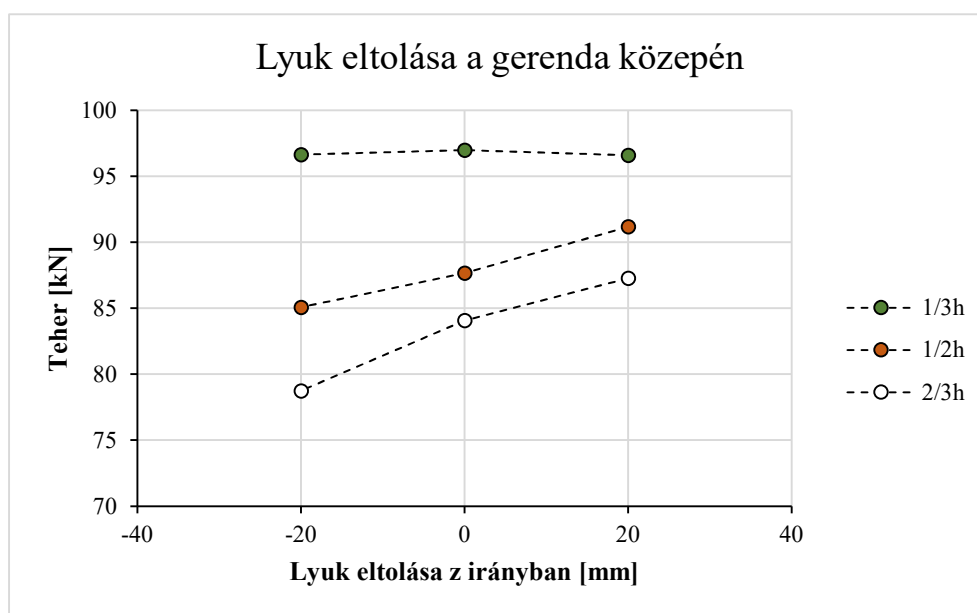
Gerenda jele	Lyuk elhelyezése x irány L_x [mm]	Lyuk középpontja a tartó közepétől L_y [mm]	Lyuk szélessége x_0 [mm]	Lyuk magassága h_0 [mm]	h_0	Teher [kN]	Eltérés 1_3-től [%]	Eltérés B1 gerendától
B1	-	-	-	-	-	98,00		0
1 1	600	20	200	100	2/3h	94,62	1,39%	-3,6%
1 3	600	0	200	100	2/3h	93,31	0	-5,0%
1 5	600	-20	200	100	2/3h	92,68	-0,68%	-5,7%
2 1	1000	20	200	100	2/3h	87,28	-6,91%	-12,3%
2 3	1000	0	200	100	2/3h	84,08	-10,98%	-16,6%
2 5	1000	-20	200	100	2/3h	78,75	-18,49%	-24,5%
3 1	200	20	200	100	2/3h	96,97	3,77%	-1,1%
3 3	200	0	200	100	2/3h	96,66	3,46%	-1,4%
3 5	200	-20	200	100	2/3h	96,99	3,80%	-1,0%
4 1	600	20	200	75	1/2h	95,94	2,75%	-2,1%
4 3	600	0	200	75	1/2h	95,73	2,53%	-2,4%
4 5	600	-20	200	75	1/2h	95,66	2,46%	-2,4%
5 1	1000	20	200	75	1/2h	91,18	-2,33%	-7,5%
5 3	1000	0	200	75	1/2h	87,67	-6,43%	-11,8%
5 5	1000	-20	200	75	1/2h	85,08	-9,67%	-15,2%
6 1	200	20	200	75	1/2h	97,36	4,16%	-0,7%
6 3	200	0	200	75	1/2h	97,62	4,41%	-0,4%
6 5	200	-20	200	75	1/2h	97,74	4,53%	-0,3%
7 1	600	20	200	50	1/3h	96,60	3,41%	-1,5%
7 3	600	0	200	50	1/3h	96,99	3,80%	-1,0%
7 5	600	-20	200	50	1/3h	96,64	3,45%	-1,4%
8 1	1000	20	200	50	1/3h	92,77	-0,59%	-5,6%
8 3	1000	0	200	50	1/3h	91,30	-2,20%	-7,3%
8 5	1000	-20	200	50	1/3h	89,26	-4,54%	-9,8%
9 1	200	20	200	50	1/3h	97,56	4,36%	-0,5%
9 3	200	0	200	50	1/3h	97,95	4,74%	-0,1%
9 5	200	-20	200	50	1/3h	97,47	4,27%	-0,6%
10 1	600	20	100	100	2/3h	97,08	3,88%	-1,0%
10 3	600	0	100	100	2/3h	97,59	4,39%	-0,4%
10 5	600	-20	100	100	2/3h	95,68	2,47%	-2,4%
11 1	1000	20	100	100	2/3h	92,84	-0,50%	-5,6%
11 3	1000	0	100	100	2/3h	88,39	-5,56%	-10,9%
11 5	1000	-20	100	100	2/3h	84,61	-10,28%	-15,8%
12 1	200	20	100	100	2/3h	97,73	4,53%	-0,3%
12 3	200	0	100	100	2/3h	97,75	4,55%	-0,3%
12 5	200	-20	100	100	2/3h	97,63	4,42%	-0,4%

3. táblázat Geometriai paraméterek vizsgálata

4.2.3 Áttörés függőleges eltolásának a hatása

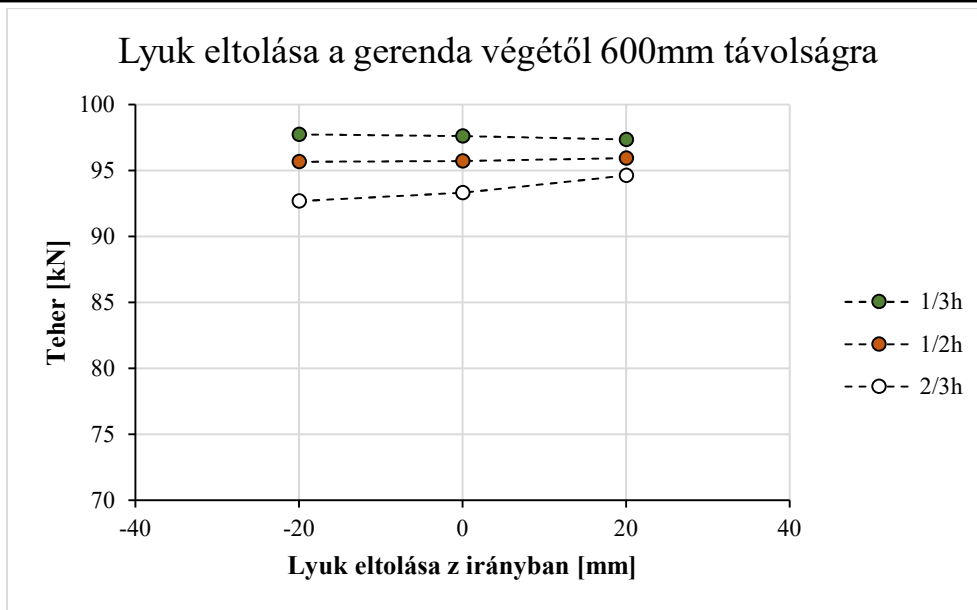
Először a lyuk z-tengely irányú (függőleges) eltolását vizsgáltam különböző magasságú áttörések esetén. Az alábbi diagramokon a 200 mm széles áttöréseket ábrázoltam. A diagramokon fehér színnel jelöltem a 2/3h nyílás magasságú, piros színnel a 1/2h nyílás magasságú, míg zöld színnel a 1/3h nyílás magasságú tartót.

A tartóközépen elhelyezett nyílások függőleges eltolásának eredményei különböző áttörés méret esetén a 4.20. ábrán láthatóak. A teher értékek ebben az esetben is a 22 mm-es elmozduláshoz tartozó értékeket jelöli. A diagramról leolvasható, hogy a nagyobb nyílással rendelkező tartók kisebb terhelést bírnak, mint a kisebb nyílásmagasságú tartók. Továbbá leolvasható az ábráról, hogy 1/3h magasságú nyílás esetén a z-tengely irányú eltolásoknak nincs jelentős hatása a terhelésre az általam vizsgált feltételek mellett. Az 1/2h és a 2/3h magasságú nyílások esetén a z-tengely irányú eltolásnak jelentős hatása van. Az acél alsó öve felé történő eltolással kisebb terhelés, míg az acélgerenda felső vége felé történő eltolással nagyobb terhelés érhető el.



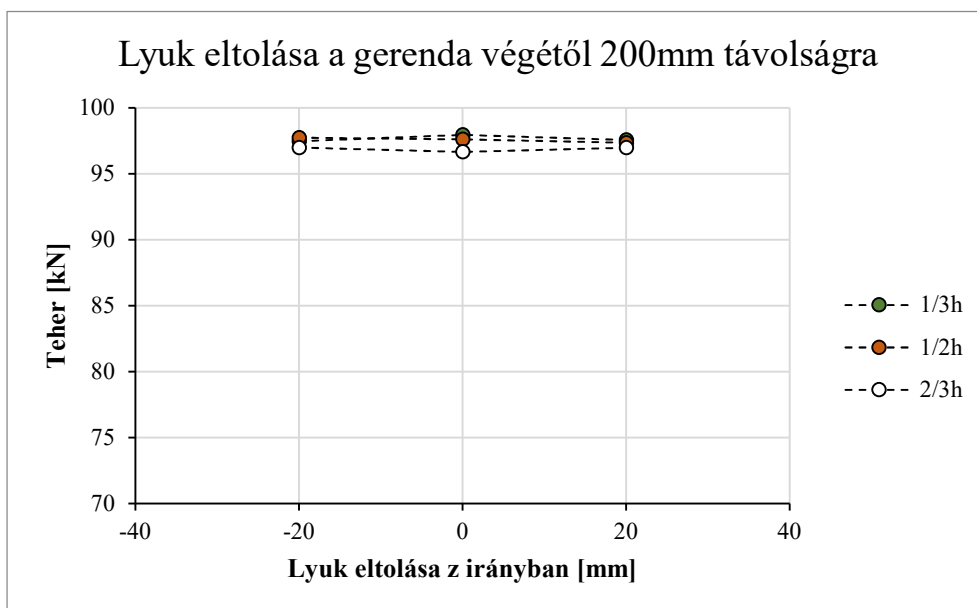
4.20. ábra Lyuk z-tengely irányú eltolásának hatása - áttörés tartóközépen

A 4.21. ábrán látható a z-tengely irányú eltolás hatása a tartó terhelésére, amikor a nyílást a tartó jobb végétől 600 mm-re helyeztük el. Az előző diagramhoz képest látható, hogy a z irányú eltolásnak már sokkal kisebb a hatása az 1/2h nyílásmagasságú és a 2/3h nyílásmagasságú tartók esetében is.



4.21. ábra Lyuk z-tengely irányú eltolásának hatása – áttörés a gerenda végétől 600 mm-re

A 4.22. ábra mutatja a z-tengely irányú eltolás hatását, amikor a gerendán a lyuk a tartó jobb végétől 200 mm-re található. Az előző két diagramhoz képest látható, hogy a tartóvég közelében elhelyezett áttörés esetében a z-tengely irányú eltolás hatása elhanyagolható.



4.22. ábra Lyuk z-tengely irányú eltolásának hatása – áttörés a gerenda végétől 200 mm-re

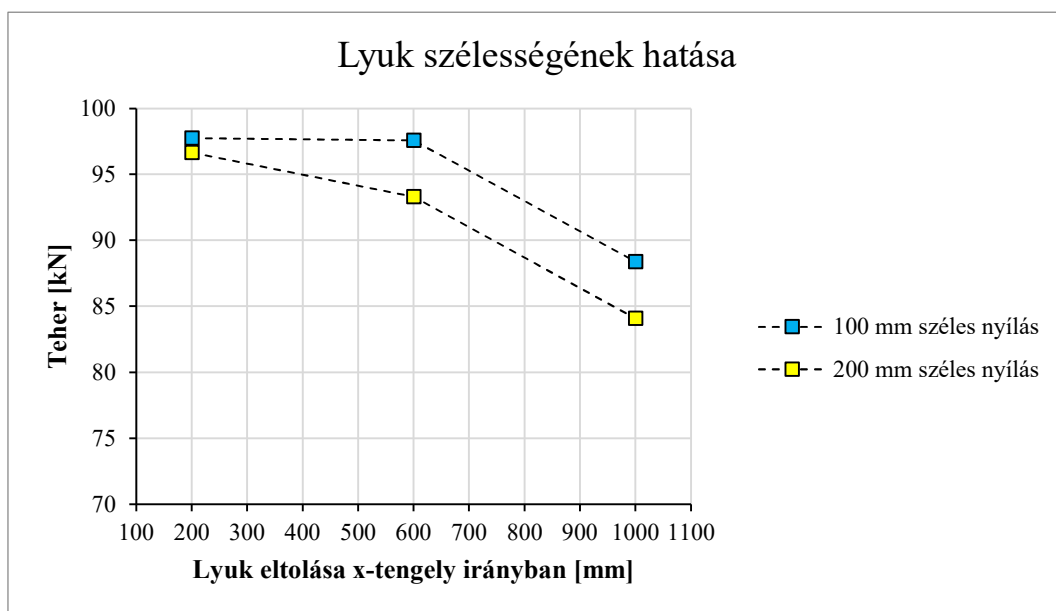
A lyukak elhelyezésének vizsgálatából arra a következtetésre jutottam, hogy a gerenda nyomatókterherre megy tönkre. A nyomatókkal igénybe vett helyen kivágott tartón sokkal nagyobb tehercsökkenést kaptam, mint amikor a tartóvégen alakítottam ki a nyílásokat. A jelenség részletes megismerésére további vizsgálatokat kellene folytatni oly módon, hogy más legyen a tartóban a

nyomaték és a nyíróerő aránya (rövidebb tartó vagy hosszabb tartó). A nyomaték és nyírás helyén kialakított nyílások esetében a két szélsőséges eset közötti eredményt kaptam.

4.2.4 Áttörés szélességének a hatása

A továbbiakban nyílás szélességének a hatását vizsgáltam. Az alábbi diagramokon kék színnel jelöltem a 100 mm széles és 100 mm magasságú nyílást, sárga színnel a 200 mm széles és 100 mm magasságú nyílást jelöltem.

A 4.23. ábrán látható eredmények ismét a 22 mm eltolódáshoz tartozó teherszinten mutatják, oly módon, hogy a különböző szélességű áttörések a hajlított zónában (x tengely irányban 1000 mm), a nyírt zónában (x tengely irányban 200 mm) és a hajlított-nyírt zónában (x tengely irányban 600 mm) vannak. A 4.23. ábrán látható, hogy a lyuk szélességének jelentős hatása van a tartó viselkedésére. 100 mm széles nyílás alkalmazásával a tartó nagyobb terhelésnek áll ellen. A diagramon látható, hogy a terhelés növekedés mellett, a lyuk hosszirányú elhelyezésében is jelentős szerepe van a nyílás szélességének. A kékkel jelölt értékek esetén látható, hogy a tartó terhelése közel azonos a gerenda végéhez közel döntően nyírt szakaszon elhelyezett lyukkivágásoknál. Tartó közepén elhelyezett nyílás esetén kisebb terhet kapunk, ugyanúgy, mint a 200 mm széles nyílás esetében, azonban tehercsökkenés mértéke a 600 mm és 1000 mm távolságok esetén kb. azonos. A nyílás szélességének legkisebb hatása a tartó megtámasztás közelében, a nyírt szakaszon van.



4.23. ábra Lyuk szélességének hatása x-tengely irányú eltolás esetén

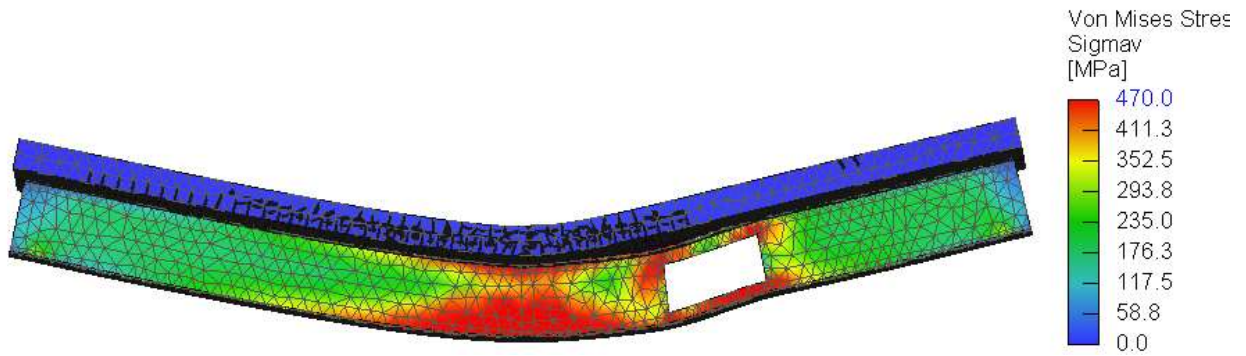
4.2.5. Anyagminőség vizsgálata

Az anyagminőségek vizsgálatánál az acél és a beton anyagminőségét változtattam a 4. táblázatban leírtak szerint. A referencia (kísérletben használt) anyagminőség értékek az acél folyáshatára 315 MPa és a beton nyomószilárdsága 21 MPa volt. A vizsgálatom célja, hogy megértsem, hogyan befolyásolja a tartó viselkedését, ha a referencia értékektől eltérőek lesznek a beton és acél anyagminőségek arányai: így növeltem az acél folyáshatárát (460 és 690 MPa) és konstans tartottam a betonminőséget (A1, A4, A7 modellek), illetve növeltem a betonszilárdságot (31,5 és 42 MPa) és konstans tartottam a z acélminőséget (B1, B4, B7 modellek). Az anyagminőség vizsgálata mellett az áttörés méretének a hatását is vizsgáltam (2/3h, 1/2h, 1/3h), minden acél-beton anyagminőségpár esetén.

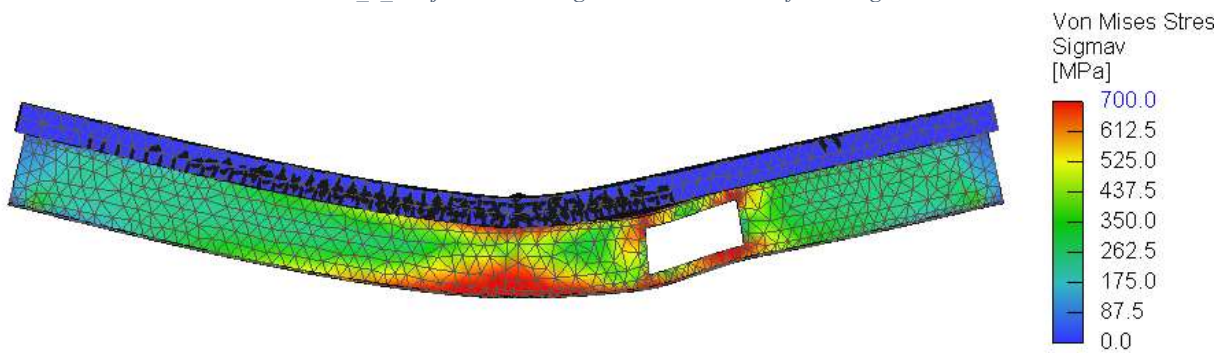
Gerenda jele	Acél anyagminősége [Mpa]	Beton anyagminősége [Mpa]	h ₀
A1_3_315	315	21	2/3h
A1_3_460	460	21	2/3h
A1_3_690	690	21	2/3h
B1_3_21	315	21	2/3h
B1_3_31.5	315	31,5	2/3h
B1_3_42	315	42	2/3h
A4_3_315	315	21	1/2h
A4_3_460	460	21	1/2h
A4_3_690	690	21	1/2h
B4_3_21	315	21	1/2h
B4_3_31.5	315	31,5	1/2h
B4_3_42	315	42	1/2h
A7_3_315	315	21	1/3h
A7_3_460	460	21	1/3h
A7_3_690	690	21	1/3h
B7_3_21	315	21	1/3h
B7_3_31.5	315	31,5	1/3h
B7_3_42	315	42	1/3h

4. táblázat Anyagminőség hatása

Az anyagminőségek növelésével a szerkezet erőjátéka is változik a korábban ismertetthez képest. A 4.24. ábra az A1_3_460 jelű és a 4.25. ábra az A1_3_690 jelű tartók esetében mutatja az acélgerendában keletkező von Mises féle feszültségeloszlásokat.

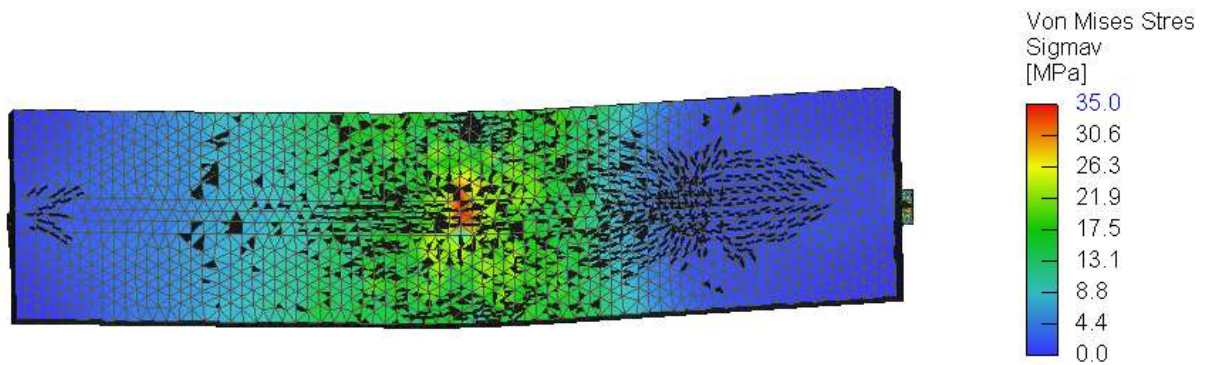


4.24. ábra A1_3_460 jelű tartó, acélgerendában keletkező feszültségeloszlás

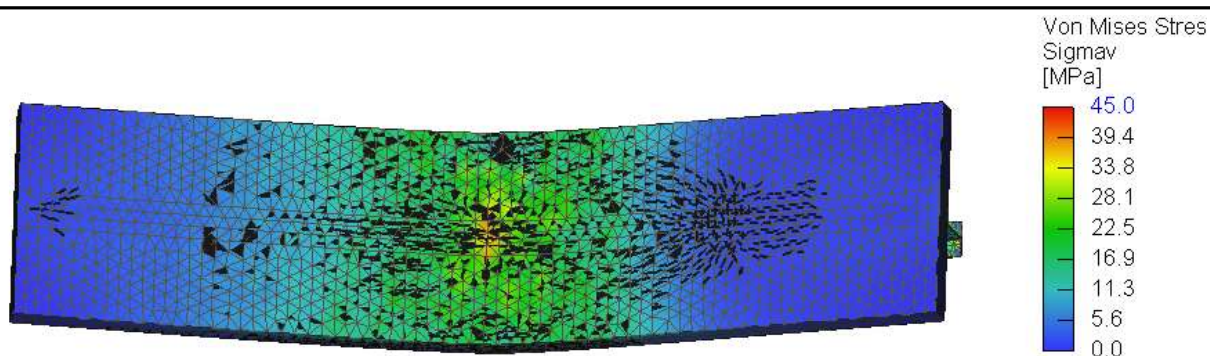


4.25. ábra A1_3_690 jelű tartó, acélgerendában keletkező feszültségeloszlás

A 4.26. ábra és a 4.27. ábra a betonban keletkező feszültségeloszlásokat mutatják be. A két tartó között a beton anyagminősége eltérő. A betonban keletkező feszültségeloszlás és a repedések kialakulása is hasonló a két esetben.



4.26. ábra B1_3_31.5 jelű tartó, betonlemez feszültségeloszlása



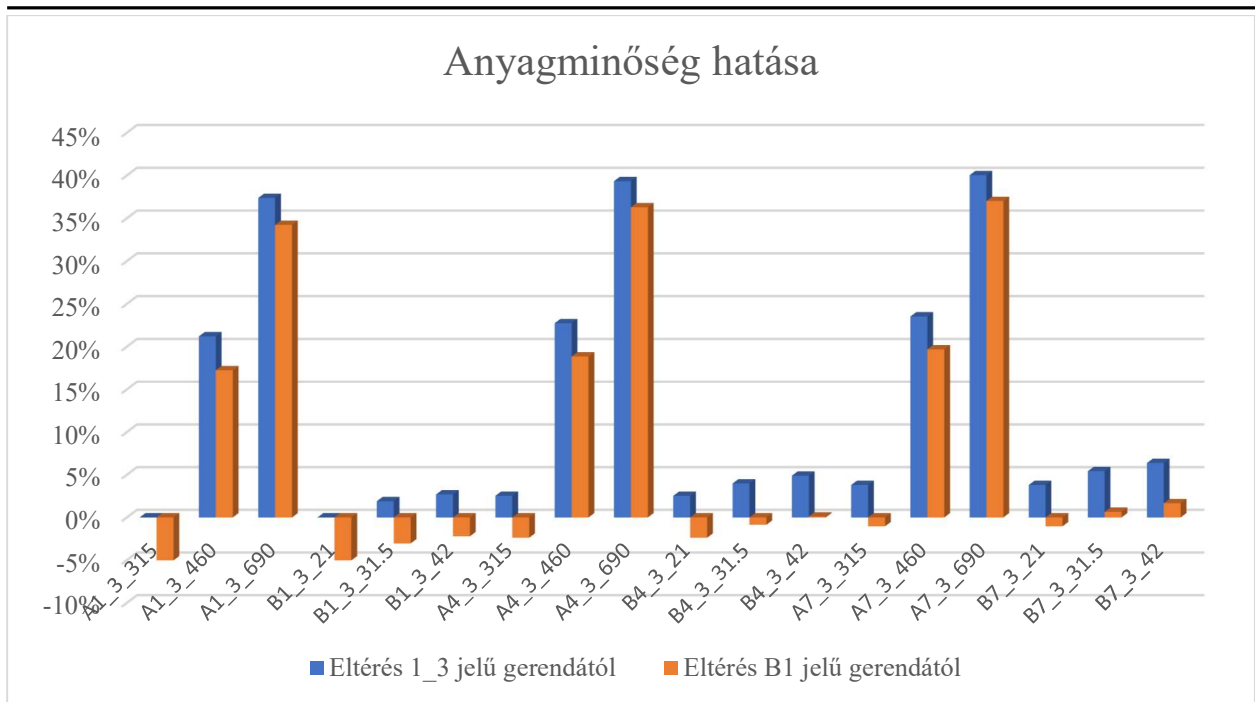
4.27. ábra B1_3_42 jelű tartó, betonlemez feszültségeloszlása

A kapott eredményeket az anyagminőségek vizsgálata során is táblázatos formában közlöm. Az 5. táblázatban a 22 mm-es elmozdulás során kapott teherértékek mellett feltüntettem a verifikált modellhez képesti eltéréseket, valamint a nyílás nélküli B1 jelű tartóhoz képesti eltéréseket.

Gerenda jele	Acél anyagminősége [Mpa]	Beton anyagminősége [Mpa]	h_0	Teher [kN]	Eltérés 1_3-től [%]	Eltérés B1 gerendától
A1_3_315	315	21	2/3h	93,3098	0,00%	-5,03%
A1_3_460	460	21	2/3h	118,415275	21,20%	17,24%
A1_3_690	690	21	2/3h	148,970923	37,36%	34,21%
B1_3_21	315	21	2/3h	93,3098	0,00%	-5,03%
B1_3_31.5	315	31,5	2/3h	95,1116694	1,89%	-3,04%
B1_3_42	315	42	2/3h	95,8906541	2,69%	-2,20%
A4_3_315	315	21	1/2h	95,7320	2,53%	-2,37%
A4_3_460	460	21	1/2h	120,765463	22,73%	18,85%
A4_3_690	690	21	1/2h	153,791604	39,33%	36,27%
B4_3_21	315	21	1/2h	95,7320	2,53%	-2,37%
B4_3_31.5	315	31,5	1/2h	97,1699161	3,97%	-0,86%
B4_3_42	315	42	1/2h	98,1048309	4,89%	0,10%
A7_3_315	315	21	1/3h	96,9947	3,80%	-1,04%
A7_3_460	460	21	1/3h	122,0156	23,53%	19,68%
A7_3_690	690	21	1/3h	155,60053	40,03%	37,02%
B7_3_21	315	21	1/3h	96,9947	3,80%	-1,04%
B7_3_31.5	315	31,5	1/3h	98,6509921	5,41%	0,66%
B7_3_42	315	42	1/3h	99,6606741	6,37%	1,66%

5. táblázat Anyagminőségi paraméterek változtatása után kapott eredmények

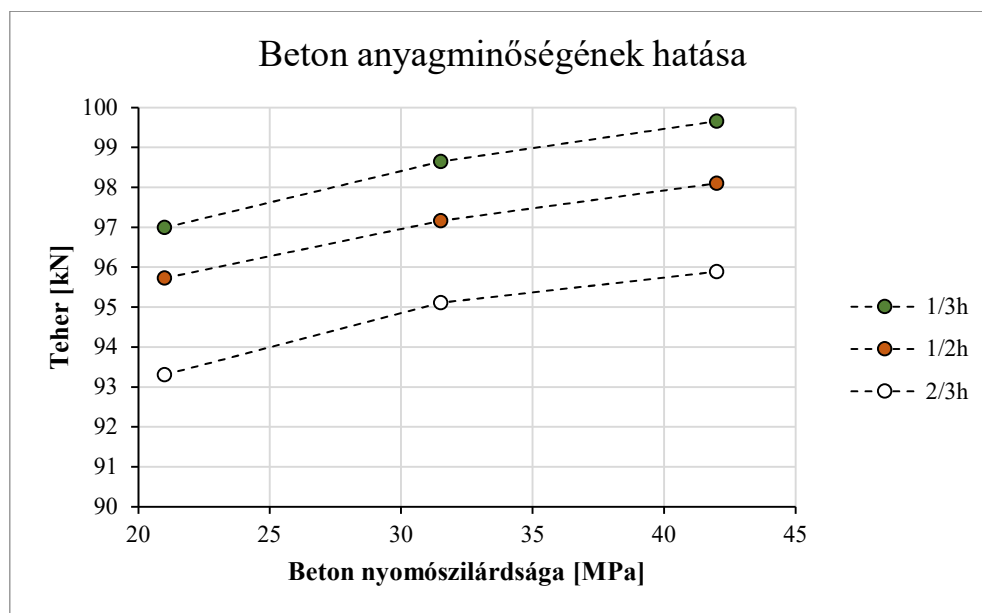
Az eredmények szemléltetése céljából oszlopdiagramot készítettem (4.28. ábra). A kapott eredményeket először az 1_3 jelű gerendához hasonlítottam. Megállapítható, hogy mind az acél, mind a beton anyagminőségének növelésével nagyobb terhelés érhető el. A B1 jelű gerendához képest az acél anyagminőségének javításával minden esetben pozitív eltérés tapasztalható. A beton anyagminőségének növelésével nem minden esetben érhető el akkor növelés, hogy a vizsgált tartó terhelése elérje a lyuk nélküli gerenda terhelését.



4.28. ábra Anyagminőségi paraméter vizsgálatok utána eredmények eltérései

A kapott eredményeket a nyílásmagasság függvényében tovább vizsgáltam. Mindkét esetben a nyílás a gerenda jobb szélétől 600 mm távolságban helyezkedik el, a nyílás szélessége 200mm. Zöld színnel jelöltem az 1/3h nyílásmagasságú, piros színnel az 1/2h nyílásmagasságú és fehér színnel a 2/3h nyílásmagasságú tartót.

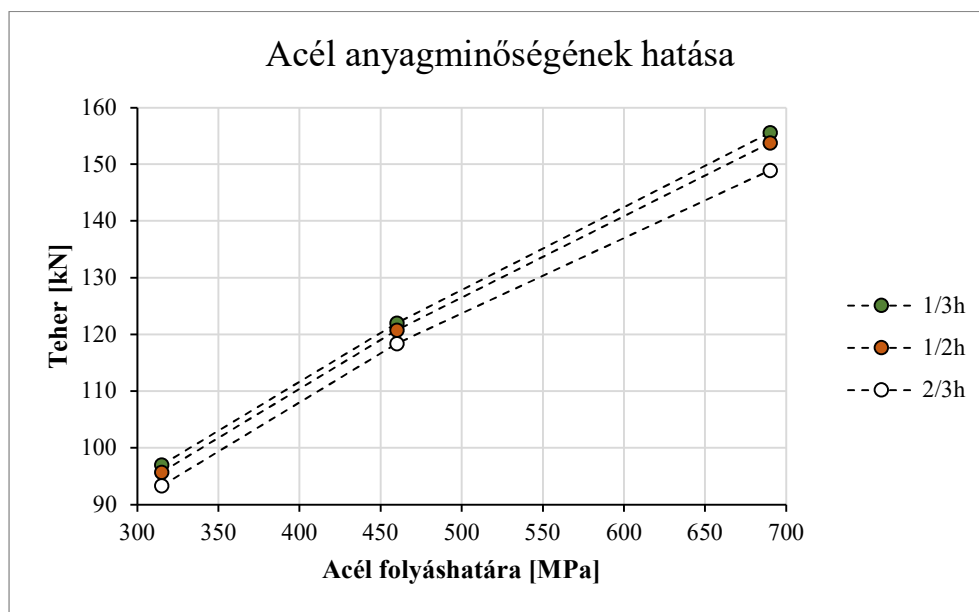
A 4.29. ábrán a beton anyagminőségének növelése látható különböző magasságú áttörések esetén.



4.29. ábra Beton anyagminőségének hatása

Az ábrán látható, hogy a korábban megfigyelt tendencia most jelen van, azaz a kisebb nyílásmagasságú áttörések esetén nagyobb terhelés érhető el. Továbbá minden nyílásmagasság esetén megfigyelhető, hogy a beton anyagminőségének növelésével növelhető a tartó terhelhetősége.

Az acél anyagminőségének hatása a 4.30. ábrán látható. Az acél anyagminőségének növelésével értem el a legnagyobb teher növekedést a vizsgált gerendák esetében. Az ábrán jól látható, hogy az áttörések magasságának hatása nagyobb acél anyagminőségek alkalmazása mellett jelentősebb eltéréseket okoznak, mint kisebb szilárdságú acélminőség esetén.



4.30. ábra Acél anyagminőségének hatása

Az anyagminőség hatását megvizsgáltam a 2_3 jelű tartón is. A szerkezeten az áttörés a tartó közepén található. A nyílás szélessége 200 mm, míg a magassága 100 mm. Az eredményeket a 6. táblázat tartalmazza.

Gerenda jele	Acél anyagminősége [Mpa]	Beton anyagminősége [Mpa]	h_0	Teher F_{22mm}	Eltérés 2_3-tól [%]	Eltérés B1 gerendától
A2 3 315	315	21	2/3h	84,0781	0,00%	-16,6%
A2 3 460	420	21	2/3h	104,215117	19,32%	6,0%
A2 3 690	690	21	2/3h	134,415047	37,45%	27,1%
B2 3 21	315	21	2/3h	84,0781	0,00%	-16,6%
B2 3 31.5	315	31,5	2/3h	84,8612415	0,92%	-15,5%
B2 3 42	315	42	2/3h	85,2190887	1,34%	-15,0%

6. táblázat 2_3 jelű tartó, anyagminőségek hatása

Ebben az esetben is jól látható a korábbiakkal megegyezően, hogy az acél anyagminőségének növelésével növelhető a tartó terhelhetősége és a beton anyagminőségének növelésével csak kisebb mértékben tudjuk növelni a terhelést.

5 Összefoglalás és konklúziók

5.1 Összefoglalás

A TDK dolgozatomban végeसेlemes numerikus modellt készítettem Atena szoftverben nagy nyílással áttört öszvér gerenda szerkezeti viselkedésének a vizsgálata céljából. A végeसेlemes modellt kísérleti adatok alapján verifikáltam. Szakirodalmi áttekintésből azt tapasztaltam, hogy hiányzik egy szisztematikus paraméteres vizsgálat, valamint nincsenek sem kísérleti, sem numerikus vizsgálati eredmények nagyobb szilárdságú acélok és betonok esetén, ezért ez szisztematikus paraméteres vizsgálatba kezdtem. Vizsgáltam az áttörés pozíciójának módosítását x (hossz) és z (függőleges) irányban, továbbá a nyílás magasságát és szélességét is változtattam. A geometriai paraméterek vizsgálata után a beton nyomószilárdságát és az acél folyáshatárát változtattam. A paramétervizsgálatokat azzal a céllal készítettem, hogy alapul szolgáljanak a méretezési összefüggések kifejlesztéséhez.

A TDK dolgozatban a két numerikus modell kifejlesztése után megvizsgáltam további (49db) numerikus modell eredményeit, melyek alapján az alábbi következtetéseket vonhatjuk le.

5.2 Konklúzió

A numerikus modell a kísérleti eredményeket a 0-22 mm-es elmozdulás tartományában követi le (22 mm volt a verifikációban használt kísérletek esetén a maximális alakváltozás).

A 4.2.3. fejezet alapján arra a következtetésre jutottam, hogy az $1/3h$ nyílás magasság esetén az eltolásoknak nincs nagy hatása a tartó teherbírására. Az EC4 [1] szabványban leírtak alapján $h/10$ nyílásmagasságú lyukakat lehet alkalmazni, ami nincs hatással a tartó teherbírására, vagyis az EC4 [1] konzervatívabb annál, amit a numerikus modell eredményeiből kaptam a vizsgált geometriájú tartók esetén.

A 4.2.3. fejezetben a lyukak magasság irányú eltolását vizsgáltam. Amennyiben a nyílásokat a támasztól 600mm-re távolságra alakítottam ki és a tartó középtől 20 mm-el feltoltam, akkor a nyílás magasságának 75%-ra csökkentésével 101%-ra nőtt a teher, míg a nyílás magasságának 50%-ra történő csökkentésével már 102%-os teher növekedést tapasztaltam. Az áttörést 600 mm-re a támasztól elhelyezve és az acélgerenda középpontjában hagyva, valamint attól lefelé 20 mm-es eltolással ugyanakkora teher növekedést értem el. Számszerűen, ha a nyílás magasságát 75%-ra csökkentettem, akkor a teher 103%-ra nőtt, míg a nyílás magasságának 50%-os csökkentésre 104%-os teher növekedést tapasztaltam.

Abban az esetben, amikor az átvágásokat a támasztól 200 mm-re helyeztem el kisebb, mint 1%-os változást tapasztaltam a terhelésben a nyílásmagasság csökkentésének hatására.

Amennyiben a nyílásokat a támasztól 1000 mm-re helyeztem el a nyílás magasságának csökkentésével jelentősen nőtt a teherbírás. A nyílást a betonlemez felé eltolva (felfelé 20 mm) 75%-os nyílásmagasság csökkentésre a teher 104%-ra nőtt, míg a nyílásmagasság 50%-ra csökkentésével 106%-ra nőtt a teher értéke. Az acélgerenda középpontjában elhelyezett nyílásnál 50%-ra csökkentett nyílásmagasság már 109%-kal növelte a tartó teherbírását. A nyílást további 20 mm-el lefelé történő eltolás után azt az eredményt kaptam, hogy ha a nyílásmagasságot 50%-kal csökkentem, akkor 113%-os teher növekedés érhető el.

A 4.2.3. fejezet alapján megállapítható, hogy a gerenda jobb végétől 600 mm-re elhelyezett nyílású gerendák eredményei (tehereloszlás, feszültségeloszlás, teherbírás) hasonlóak a kísérletben kapott eredményekhez, ezzel a modellt verifikáltnak tekinthetjük.

A 4.2.4. fejezetben a lyuk szélesség hatását vizsgáltam. A gerenda végétől 600 (hajlítás és nyírás interakció pozíció) és 1000 mm-nél (tisztá hajlítás pozíció) elhelyezett nyílások esetében párhuzamosan lefelé tolódik el a teherbírás szélesebb nyílás alkalmazása esetén. Amikor a kivágást 200 mm-re helyeztem el a támasztól akkor azt tapasztaltam, hogy a nyílás szélességének nincs hatása a tartó teherbírására. A 200 és 600 mm elhelyezésnél változás történik a szerkezetben, a korábbi tendenciák ezen a szakaszon nem érvényesek. A tartó végétől 1000 mm-re és 600 mm-re elhelyezett nyílás esetén, ha a lyuk szélességét a 50%-ra csökkentjük, akkor a tartó terhelése 105%-ra nő. 200 mm-nél elhelyezett nyílás esetén, ha 50%-ra csökkentjük a nyílás szélességét, akkor a terhelés csak 101%-ra nő.

A 4.2.5. fejezetben elvégeztem az anyagminőségek hatásának a vizsgálatát. A beton nyomószilárdságának növelésével különböző nyílásmagasságok esetén azonos teherbírás növekedést értem el. A beton nyomószilárdságát 150%-ra növeljük akkor a teher 102%-ra nő. Amennyiben a beton nyomószilárdságát 200%-ra növeljük a teher csak 103%-ra nő minden nyílásmagasság esetén.

Az acélgerenda folyáshatárát 146%-ra növeljük, akkor a teher 127%-ra nő. Az acélgerenda folyáshatárát 219%-ra növelve ~ 160%-ra nő a teher.

A paraméteres vizsgálatok során az anyagminőségek változtatásának hatása az előzetes elvárásoknak megfelelően befolyásolta a szerkezet terhelését. Legnagyobb terhelést az acél

anyagminőségének növelésével érhetjük el, a beton anyagminőségének növelésével kisebb növekedés figyelhető meg a szerkezeteken.

5.3 További célok, kutatások

A TDK dolgozathoz végzett numerikus vizsgálataim során egy szisztematikus paramétervizsgálatot kezdtem el, melynek az a végső célja, hogy részletesen megismerjük az egy nagy nyílással áttört öszvér gerenda szerkezeti viselkedését befolyásoló paramétereket, meghatározzuk, hogy mely paramétereknek van jelentős hatása a tartó feszültségeire és alakváltozásaira és melyek az elhanyagolható paraméterek. A paraméteres vizsgálatokat az MSc diplomatervemben tervezem folytatni, a TDK dolgozatomba leírt eredmények részletesebb elemzésével és további vizsgálatok elvégzésével. A TDK dolgozat megírása közben számtalan, további kutatási irány körvonalazódott előttem:

- a TDK dolgozatban bemutatott numerikus vizsgálatok megismétlése geometriailag és imperfect modellen,
- analitikus megoldások részletes bemutatása, analitikus eredmények összehasonlítása a numerikus modell eredményeivel,
- téglalap alakú nyílások sarok pontjainál lekerekítések alkalmazása a feszültségcsúcsok csökkentése,
- kör alakú nyílás/ok alkalmazása a tartó gerincén,
- betonlemez vastagságának hatásának vizsgálata.

6 Hivatkozások

- [1] EN1994-1-1., *Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings*, 2004.
- [2] W. C. Clawson és D. Darwin, *Composite beams with web openings*, Lawrence, Kansas: University of Kansas, 1980.
- [3] F. P. V. Ferreira, C. H. Martins és S. De Nardin, „Advances in composite beams with web openings and composite cellular beams,” *Journal of Constructional Steel Research*, 2020.
- [4] J. H. Dr. May és K. H. Waleed, „Tests of Composite Beams with Web Openings,” *Engineering and Technology Journal*, %1. kötet29, %1. szám10, pp. 2073-2086, 2011.
- [5] H. Du, X. Hu, D. Shi és B. Fang, „Effect of reinforcement on the strength of the web opening in steel-concrete composite beam,” *Engineering Structures*, 2021.
- [6] R. Redwood és G. Poubouras, „Tests of composite beams with web holes,” *Department of Civil Engineering and Applied Mechanics*, %1. kötet10(4), pp. 713-721, 1983.
- [7] M. Najafi és Y. Wang, „Behaviour and design of steel members with web openings under combined bending, shear and compression,” *Journal of Constructional Steel Research*, pp. 579-600, 2017.
- [8] E. Ellobody és B. Young, „Behaviour and Design of Composite Beams with Stiffened and Unstiffened Web Openings,” *Advances in Structural Engineering*, %1. kötetVol. 18 No. 6, pp. 893-918, 2015.
- [9] J. Park, H. Kim és S. Yang, „Ultimate ribbed slab composite beams with web openings,” *Journal of Structural Engineering, ASCE*, %1. kötet, összesen: %2Vol. 129, No. 6., pp. 810-817, 1982.
- [10] M. A. ElShaer, „Structural analysis of a composite continuous girder with a single rectangular web opening,” *Housing and Building National Research Center Journal*, 2015.
- [11] D. Darwin, „Design of composite beams with web openings,” *Progress in Structural Engineering and Materials*, pp. 157-163, 2000.

- [12] R. Redwood és G. Poubouras, „Analysis of composite beams with web openings,” *J Struct Eng*, pp. 1949-1958, 1984.
- [13] R. M. Lawson és S. J. Hicks, Design of composite beams with large web openings, Berkshire: SCI, 2011.
- [14] W. C. Clawson és D. Darwin, „Strength of Composite Beams at Web Openings,” *Journal of the Structural Division*, pp. 623-641, 1982.