



**Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem**

**Vízépítési és Vízgazdálkodási Tanszék**

**Görgetett hordalékhozam-becslő  
összefüggések összehasonlító vizsgálata és  
tesztelése hazai folyókra**

**Tudományos Diákköri Konferencia, 2014**

**Készítette: Pomázi Flóra**

**Konzulensek: Dr. Baranya Sándor  
Török Gergely Tihamér**

## Tartalomjegyzék

Tartalmi kivonat.....	3
1. Bevezetés.....	4
2. A görgetett hordalékszállítás .....	4
2.1. A görgetett hordalék mozgása .....	6
2.2. A görgetett hordalék szállításával kapcsolatos definíciók .....	6
2.3. Az Exner-egyenlet .....	7
2.4. A görgetett hordalékhozam-összefüggések .....	9
3. Vegyes szemösszetételű mederanyag szállítás .....	15
3.1. Inhomogén szemösszetétel és jellemzése .....	15
3.2. A vegyes szemösszetételre vonatkozó összefüggések vizsgálata.....	17
3.2.1. Mederfelszín alapú vizsgálat.....	18
3.2.2. Mederfelszín alatti rétegen alapuló vizsgálat.....	19
3.2.3. Összehasonlítás.....	19
3.2.4. Összefüggések .....	19
3.3. Hasonlósági összefüggés .....	21
3.4. Leárnyékoltság és kitettség.....	22
3.5. Mederpáncélozódás.....	23
4. A hordaléktranszport-becslő összefüggések vizsgálata.....	24
4.1. Az összefüggések összehasonlítása .....	25
4.2. Ajánlás hazai vízfolyásokra .....	29
5. Érzékenységvizsgálat .....	29
6. A hordalékszállítás modellezése.....	32

6.1. Áramlások egydimenziós modellezése .....	32
6.1.1. Alapegyenletek .....	33
6.1.2. Peremfeltételek .....	34
6.1.3. Az implicit centrális differencia séma .....	34
6.2. Hordalékszállítás modellezése a HEC-RAS-ban.....	34
6.2.1. Kvázi-permanens áramlás és peremfeltételei.....	35
6.2.2. A hordalékhozam modellezésére vonatkozó adatok és peremfeltételek.....	35
6.2.3. A hordalék tulajdonságainak megadása .....	37
6.2.4. Az eredmények megjelenítése .....	37
7. Hordalékszállítás modellezése a Duna egy szakaszára.....	38
7.1. A modell paraméterezése .....	38
7.2. Az 1D modell érzékenységvizsgálata .....	39
7.3. Az 1D hordaléktranszport-modell értékelése.....	40
8. Összefoglalás és kitekintés .....	41
Köszönetnyilvánítás .....	42
Felhasznált irodalom.....	43
Források .....	43
Függelék .....	45

## Tartalmi kivonat

Egy vízfolyás mérnöki szempontú jellemzéséhez a hidrológiai-hidraulikai viszonyok mellett a vízfolyás hordalékszállítását is ismernünk kell, hiszen bármilyen beavatkozást is teszünk a vízfolyás életébe, az a morfordinamikai folyamatokra is kihat. A hazai kutatásoknak azonban csak kis része irányul ezen rendkívül összetett tudományterület felé. A TDK dolgozat célja, hogy a rendelkezésre álló hazai és külföldi irodalmak alapján összegyűjtse, s átfogó képet alkosson a jelenleg rendelkezésre álló görgetett hordaléktranszportot becsülő összefüggésekről – a kezdetektől egészen a legfrissebb (a tudomány fejlődésével egyre pontosabbá váló) képletekig. Az összefüggések megismerése után a különböző empirikus/fél-empirikus hordalékmodelleket egymással összevetve, kiválasztom a hazai viszonyokra, azon belül is elsősorban a Dunára leginkább alkalmazható összefüggést, mellyel remélhetőleg a továbbiakban egyszerűbbé válik a folyók hordalékszállításának nagyléptékű (mind térben mind időben) vizsgálata.

A szakirodalmi áttekintés során bemutatom a hordalékmozgásra vonatkozó legfontosabb elméleti ismereteket, s a mintegy fél évszázad alatt felállított legfontosabb összefüggéseket. Az irodalomkutatás során összegyűjtött különféle összefüggéseket Visual Basic környezetben implementálom, az összehasonlító elemzést és az ajánlást egy általános téglalapszelvényre, de a Duna hidrológiai viszonyainak és szemösszetételének megfelelően, s az irodalmi háttérkutatást felhasználva hajtom végre. Ezzel együtt egy kiragadott képleten keresztül végrehajtok az összefüggésben szereplő jellemzőkre egy paraméter-érzékenységvizsgálatot, rámutatva többek között arra, hogy az egyes jellemzők (például esés- vagy érdességi viszonyok, mederösszetétel – melyek a Duna alsó és felső szakaszán jelentősen eltérőek) megváltozásának hatására lényegesen eltérő eredményt kaphatunk.

Az összefüggések összehasonlítása mellett egy hidrodinamikai modell használatával is megvizsgálom, hogy az áramlások egyik legegyszerűbb, egydimenziós leírási módja és az ahhoz kapcsolt hordaléktranszport modell alkalmas lehet-e nagy tér- és időléptékű morfordinamikai folyamatok leírására. Ehhez a vizsgálathoz a Duna felső-magyarországi szakaszát építettem be a modellbe, majd annak segítségével célirányos modelltesztelést hajtok végre. Az eredmények értékeléséhez a közelmúltban végrehajtott, a Duna mederváltozásait elemző tanulmány adataira támaszkodom.

## 1. Bevezetés

Az eróziós folyamatoknak köszönhetően a vízfolyásokban különféle szilárd anyagok is jelen vannak, azok a vízzel együtt mozgásban vannak, a mederben kiüledhetnek és felhalmozódhatnak. Ezeket a szilárd anyagokat hordaléknak nevezzük, jelenlétük – mennyiségük és minőségük sok emberi tevékenységre, vízepítési területre hatással van, összetett problémákat okoz. A hordalékmozgás hatására a mederben bekövetkező feltöltődés/kimélyülés jelentősen befolyásolja a vízfolyáson létesített műtárgyak állapotát (a nagyobb sziklák akár súlyosan is rongálhatják), az árvízviszonyokat, a hajózási viszonyokat, a hordaléktöménység pedig kihat a vízminőségre is (hordalékos víz tisztítása fontos probléma). Így tehát nem csak természettudományos, de mérnöki szempontból is fontos a hordalék vizsgálatával foglalkozni – egy vízfolyás teljes körű jellemzéséhez a hidraulikai viszonyokon kívül a hordalékviszonyokat is ismernünk kell.

A hordalék elnevezés tehát a víz által szállított, különböző méretű szilárd részeket jelöli (a legfinomabb agyagszemcséktől a nagyobb szikláig). A szemcsemérettől és más anyagi tulajdonságoktól függően (sűrűség, a folyóvíz viszkozitása, az áramlás ereje, hordalékszállító képessége, stb.) az egyes hordalékosztályok különféle módon viselkedhetnek. A hordalékszállítás mikéntje alapján az irodalom két alapvető csoportosítást határoz meg: a mederfenéken görgetett hordalékot görgetett hordaléknak, a vízben lebegve mozgó hordalékot pedig lebegtetett hordaléknak nevezik. (Létezik egy másik csoportosítás is, amely mederfenékkal érintkező hordalékot, illetve kimosott görgetett hordalékot különböztet meg.)

Görgetett hordaléknak a mederfenéken gördülő, csúszó vagy esetleg pulzáló mozgású hordalékot nevezzük. Mozgásának fő iránya a mederfenékkal párhuzamos. Folyók görgetett hordalékhozamának meghatározása nehéz feladat, hiszen több mozgató erő és további más tulajdonságok, fizikai mennyiségek együttesen határozzák meg. Ezen tulajdonságokra bizonyos feltételezéseket állítva, különféle paramétereket bevezetve, a hordalékhozam becslésére az évek során sok elméleti összefüggést vezettek már le, azonban alkalmazhatóságuk, matematikai-fizikai alapjuk néhol hagy kívánnivalót maga után. Az elméleti úton meghatározott kapcsolatokat érdemes a kísérleti úton – általában szintén valamilyen elvi megfontolás alapján - felállított összefüggésekkel összevetni. Továbbá a természetben végzett mérésekből is fontos tapasztalatokhoz lehet jutni, hiszen csak elméleti és kísérleti összefüggésekkel nem lehet egyértelműen meghatározni egy természetes vízfolyás hordalékszállítását.

Mint már említettem, egy vízfolyás minél tökéletesebb jellemzéséhez a hidraulikai tulajdonságokat és a hordalékviszonyokat egyaránt ismernünk szükséges. A vízfolyás hidraulikai jellemzői (tényezői) és a hordalékviszonyok közt fennálló összefüggések megfelelő elgondolásban való alkalmazásával a

hordalékhozam becsülhető. Kezdetben egyszerűbb képleteket állítottak fel a tudósok, ma már azonban a modern kísérletek pontossága, sokrétűsége, összetettebb összefüggéseket eredményezhetnek. Ezek az újabb kísérletek már további olyan tényezőket is figyelembe tudnak venni, melyekre korábban még nem adódott lehetőség, ilyen például az átlagos szemcseméret helyett a szemösszetételi görbe beépítése a becslési eljárásokba. A hordalékhozamot általában a  $q$  [ $m^2/s$ ] jelöléssel látjuk el, s egységnyi szélességre (és időre) vonatkozik.

A hordalékhozam becslő összefüggések nagy segítséget nyújtanak a vízfolyás hordalékviszonyainak megismerésében. Ezen dolgozat keretében szeretném magyar és idegen nyelvű tanulmányok alapján összegyűjteni és összevetni a különböző elméleti és tapasztalati összefüggéseket, hogy kiderüljön, melyek a legalkalmasabbak - akár hazai vízfolyásaink hordalékszállításának jellemzésére is.

## 2. A görgetett hordalékszállítás

A vízfolyások hordalékszállításának vizsgálata, az eredmények értékelése mind nagy nehézségekbe ütközik – talán a legnehezebb feladat a görgetett hordalékhozam meghatározása.

A görgetett hordalékmozgás vizsgálatára vonatkozó elméleti meggondolásoknak két alapvető osztálya létezik, melyek a hordalékszállítás két legismertebb kutatójának –*Brigadier Ralph Alger Bagnold* és *Hans Albert Einstein* nevét viselik.

*Bagnold* (1956) szerint a görgetett hordalékszállítás esetén a gravitáció határozza meg a részecskék egymást követő érintkezését a mederfenékkal, míg a lebegtetett hordalékszállítás esetén a turbulens áramlatokból keletkező felfelé irányuló impulzusok vannak hatással a szemcsék súlyára.

*Einstein* (1942, 1950) ezzel szemben egy némileg eltérő megközelítést alkalmazott a jelenség leírására. *Einstein* a görgetett hordalékszállítás a következőképp definiálta: a hordalékszemcse a mederfenék fölött egy körülbelül két szemcse vastagságú rétegben csúszva, gördülve, illetve néhány szemcsényi magasságban ugrálva mozog. Ebben a rétegben a turbulencia olyan kicsiny, hogy közvetlenül nem befolyásolja a szemcsék mozgását.

A további kutatások nagy része besorolható ebbe a két osztályba. Az *Einstein*-féle összefüggések a görgetett hordalék szállítását a fenék-csúsztatófeszültség és más paraméterek alapján határozzák meg. Például a *Nakagawa és Tsujimoto* (1980), *van Rijn* (1984) és *Tsujimoto* (1991) által felállított összefüggések ebbe a típusba tartoznak. A *Bagnold*-féle hipotézis alapja a kritikus hordalékmozgató erő. Ebben a típusba tartoznak többek között *Ashida és Michiue* (1972) és *Engelund and Fredsøe* (1976), *Sekine és Parker* (1992) összefüggései; *Wiberg és Smith* (1989), *Sekine és Kikkawa* (1992),

*Niño és García* (1994, 1998) például a *Bagnold*-hipotézis alapján az ugrálva mozgó szemcsékre explicit módon határozta meg a görgetett hordalékszállítást. Az újonnan publikált összefüggések egyre inkább a *Bagnold*-hipotézisen alapulnak, ezzel szemben azonban egyre gyakrabban merülnek fel kétségek alkalmazhatóságára vonatkozóan. Például *Fernandez-Luque és van Beek* (1976) kísérletei nem támogatják a hipotézist, míg *Seminara és társai* (2002), valamint *Parker és társai* (2003) megmutatták, hogy a hipotézis átlós lejtésű mederben való egyensúlyi hordalékszállítás esetén nem felel meg – minden arra utal, hogy a *Bagnold*-hipotézisen alapuló összefüggésekkel csak bizonyos esetekben lehet megbecsülni a görgetett hordalékszállítást.

### **2.1. A görgetett hordalék mozgása**

A görgetett hordalék mozgása többféleképpen történhet. A hordalékszemcse akkor lendül mozgásba, amikor a hordalékmozgató erő eléri a kritikus értéket (határállapot), vagyis olyan erők hatnak rá folyamatosan (vagy nagyon kis megszakításokkal), melyeknek eredője nagyobb a mozgás ellenében ható erők eredőjénél. Ekkor a szemcse csúszni, gördülni kezd a mederfenéken, majd a mozgató erő növekedésének hatására felemelkedik és trajektóriák mentén ugrálva, lüktetésszerűen mozog a vízben. A mozgás fő iránya a mederfenékkal párhuzamos, vagyis gyakorlatilag vízszintes. Az, hogy a görgetett hordalék gyorsabban vagy lassabban, illetve mekkora tömegben mozog, a mederfenéken lévő hordalék minőségétől és a rá ható mozgató erők nagyságától függ.

A mederfenéken lévő görgetett hordaléokra az áramló víz a mederfenékkal párhuzamos súrlódó erőt, és arra merőlegesen hidrodinamikai emelő erőt fejt ki, míg a szemcse önsúlyából eredően a nehézségi erő és a felhajtó erő is hat még a hordalékanyagra. A legtöbb esetben azonban csak a súrlódó erőt veszik figyelembe.

### **2.2. A görgetett hordalék szállításával kapcsolatos definíciók**

A görgetett hordalékszemcsék csúsznak, gördülnek, vagy éppen ugrálva mozognak a mederfenéken. Így tehát a hordalékszállítás érintőleges a mederfenékhez viszonyítva. Amikor az összes szemcse mozgása egy irányba tart, egységnyi szélességben definiálhatjuk a fajlagos hordalékszállítást ( $q_b$ ), melynek mértékegysége [hosszúság<sup>2</sup>/idő] alakú. Általánosságban a  $q_b$  a csúsztató feszültség és más paraméterek függvénye:

$$q_b = q_b(\tau_b, \text{egyéb paraméterek})$$

A hordalékszállítás általában vektoriális, felbontható az áramlás irányának megfelelő ( $q_{bs}$ ) és oldalirányú ( $q_{bn}$ ) komponensekre. A hordalékhozam alapvetően a hordalékszemcsék koncentrációjával, sebességével és a hordalék réteg vastagságával is definiálható:

$$q_b = u_b c_b \delta_b$$

ahol  $q_b$  a fajlagos hordalékhozam [ $\text{m}^2/\text{s}$ ]  
 $u_b$  a hordalékszemcse sebessége [ $\text{m}/\text{s}$ ]  
 $c_b$  a fajlagos hordaléktöménység  
 $\delta_b$  a hordalékréteg vastagsága [ $\text{m}$ ]

A szállított hordaléksúly az egységnyi keresztmetszetben mozgásban lévő hordalékszemcsék számának, a szemcsék térfogatának és sebességüknek összefüggéseként is definiálható:

$$q_b = N_b V_b u_b$$

ahol  $N_b$  az egységnyi keresztmetszetben mozgásban lévő hordalékszemcsék száma [ $\text{m}^{-2}$ ]  
 $V_b$  a szemcsék térfogata [ $\text{m}^3$ ]  
 $u_b$  a hordalékszemcse sebessége [ $\text{m}/\text{s}$ ]

Ha a hordalékszemcse térfogata az ugráló-lüktetészerű mozgás hosszának ( $\lambda$ ) függvényében van meghatározva és  $T$  a mozgás periódusideje (azaz  $u_b = \lambda/T$ ), akkor:

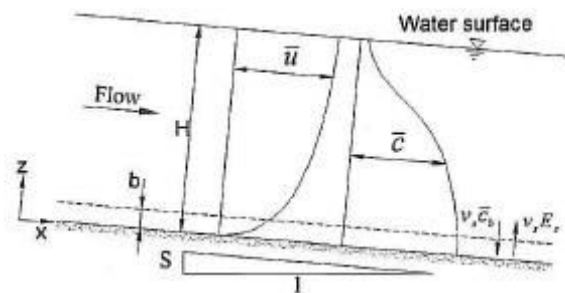
$$q_b = \frac{N_b V_b \lambda}{T} = E_p \lambda = D_p \lambda$$

Itt  $E_p$  és  $D_p$  az erodált és a lerakódott hordalékszemcsék mennyisége egységnyi keresztmetszetben, egységnyi idő alatt [ $\text{m}/\text{s}$ ]. Egyensúlyi hordalékszállítás esetén  $E_p = D_p$ .

### 2.3. Az Exner-egyenlet

Mielőtt jobban megismerkednénk a hordalékhozam-összefüggésekkel, fontos meghatározni az eróziós és kiülepedési folyamatok következtében a mederfenéken lévő hordalék és a vízszlop közt fennálló kapcsolatot, így eljutva a hordalék tömegmegmaradási egyenletéhez.





1. ábra – Hordalék tömegmegmaradás nyíltfelszíni áramlás esetén <sup>[1]</sup>

Az 1. ábra alapján az erózió útján a vízbe kerülő mederanyag nagysága egységnyi keresztmetszetben, egységnyi idő alatt ( $E_r$ ) megegyezik a hordalék vízfolyás által mozgásba lendülő dimenziómentes nagyságának ( $E_s$ ) és a hordalék ülepedési sebességének ( $v_s$ ) szorzatával:

$$E_r = v_s E_s$$

$E_s$  általában megkapható a fenék-csúsztatófeszültségből ( $\tau_b$ ) és más paramétereiből.

Jelölje  $\bar{u}$  az áramlás középsebességét [m/s], és  $\bar{c}$  pedig a hordalék fajlagos töménységét. Ekkor az áramlás irányában a hordalékszállítás egységnyi szélességben:

$$q_s = \int_0^H \bar{u} \bar{c} dz$$

A mederfenékhez közeli hordaléktöménységet megszorozva az áramlás középsebességével meghatározható a kiüledő hordalék mennyisége. Egyes szerzők úgy vélik, a mederfenékhez közeli hordaléktöménység megegyezik a görgetett hordalékszállításban szerepet játszó réteg hordaléktöménységével. A kiüledő hordalék mennyiségét  $D_r$  jelöli:

$$D_r = v_s \bar{c}_b$$

Most már felírható a hordalék tömegére vonatkozó mérlegegyenlet:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\text{mederanyag tömege}] = \text{bejutó hordaléktömeg} + \text{kiüledő hordaléktömeg}$$

Az időbeli változást  $\eta$  által jelölve:

$$\rho_s (1 - \lambda_p) \frac{\partial}{\partial t} (\eta ds dn) = \rho_s (q_{bs}|_s - q_{bs}|_{s+ds}) dn + \rho_s (q_{bn}|_n - q_{bn}|_{n+dn}) ds + \rho_s (D_r - E_r) ds dn$$

A korábbi egyenleteket felhasználva, az egyenlet végleges, egyszerűsített alakja:

$$(1 - \lambda_p) \frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{\partial q_{bs}}{\partial s} - \frac{\partial q_{bn}}{\partial n} + v_s(\bar{c}_b - E_s)$$

Ezt az alapösszefüggést (mely nem tartalmazza a lebegtetett hordalék komponensét) elsőként *Felix Exner* (1925), osztrák kutató javasolta egydimenziós áramlás vizsgálatához hordalékos mederfenék esetén.

#### 2.4. A görgetett hordalékhozam-összefüggések

A hordalékhozam becslésére szolgáló összefüggések többsége a következő, dimenzió nélküli alakban fejezhető ki:

$$q^* = q^*(\tau^*, Re_p, R)$$

ahol  $q^*$  a dimenzió nélküli hordalékhozamot jelöli, amelyet elsőként *Hans Albert Einstein* vezetett be 1950-ben, és az alábbi alakban határozott meg:

$$q^* = \frac{q_b}{D\sqrt{gRD}}$$

ahol  $q_b$  a görgetett hordaléksúly egységnyi szélességben [kg/sm],  
 $g$  a nehézségi gyorsulás [ $m/s^2$ ],  
 $R = \frac{(\rho_s - \rho)}{\rho}$  a hordalékszemcse fajsúlya,  
 $D$  a szemátmérő,  
 $Re_p = \sqrt{gRD} D/\nu$  az ülepedési Reynolds-szám.

Einstein összefüggése dimenziómentes alakban:

$$q^* = E_b^* L_s^*$$

ahol  $E_b^* = \frac{E_b}{\sqrt{gRD}}$   $E_b$  a keletkező hordalék fajlagos mennyisége,  
 $L_s^* = \frac{L_s}{D}$   $L_s$  a hordalékszemcse által a keletkezéstől a kiülepedésig megtett út.

*Wong és Parker* (2006) közel azonos szemösszetételű kavics szállítását vizsgálta nagy áramlás által. Az eredményekből  $E_b^*$  és  $L_s^*$  értékére azt kapták, hogy mindkettő a Shields-diagram alapján meghatározható  $\tau^*$  függvénye:

$$E_b^* = 0.06(\tau^* - 0.0549)^{1.97}$$

$$L_s^* = 44.33(\tau^* - 0.0549)^{-0.47}$$

Az első nagyon hasonló értékeket eredményez a *Fernandez és van Beek* (1976) által kapottakhoz, míg az utóbbi ellentmond *Einstein* (1950) alapötletének, mely szerint a kritikus hordalékmozgató erőnek nincs szerepe a mozgásban, s a dimenzió nélküli  $L_s^* = 100$  minden esetben.

*Wong és Parker* így tehát a következő összefüggésre jutott:

$$q^* = 2.66(\tau^* - 0.0549)^{3/2}$$

**Bagnold (1956):**

$$q^* = \frac{q_b}{D\sqrt{gRD}} = \frac{c_b \delta_b}{D} \frac{u_b}{\sqrt{gRD}}$$

*Bagnold* hipotézise lehetővé teszi a fajlagos hordaléktöménység becslését a görgetett hordalék rétegében egységnyi keresztmetszetre vonatkozóan, a hordaléktöménység ( $c_b$ ) és a hordalék réteg vastagságát a következőképpen megadva:

$$\frac{c_b \delta_b}{D} = \frac{\tau^* - \tau_c^*}{\mu_d}$$

ahol  $\mu_d$  a dinamikai viszkozitási együttható.

*Ashida és Michiue* (1972) makroszkópikus analízis alapján, mely így nem szolgál magyarázattal az ugráló mozgás komplexitására, a hordalékszemcse dimenziómentes közepességére a következő összefüggést felhasználva:

$$\frac{u_b}{\sqrt{gRD}} = 8.5 \left[ (\tau^*)^{1/2} - (\tau_c^*)^{1/2} \right],$$

az alábbi összefüggésre jutottak:

$$q^* = 17(\tau^* - \tau_c^*) \left[ (\tau^*)^{1/2} - (\tau_c^*)^{1/2} \right]$$

*Ashida és Michiue*  $\tau_c^*$  értékére 0.05-öt javasoltak. Az összefüggésük 0.3 mm és 7 mm szemnagyságú, közel azonos szemcséjű mederanyag esetén érvényes. Ez az összefüggés jó példa a *Bagnold*-féle elemzésnek.

**Meyer-Peter és Müller (1948):**

$$q^* = 8(\tau^* - \tau_c^*)^{3/2}$$

ahol  $\tau_c = 0.047$ . Ezen empirikus összefüggés durva homokra és kavicsra érvényes. Egyike a legkorábbi összefüggéseknek, s a mai napig széles körben alkalmazzák. Vízfolyások hegyvidéki szakaszain igen gyakran alkalmazzák (mint például Svájcban), de a parti hordalékszállításnál is alkalmazható. A gyakorlatban azonban több nehézség is mutatkozik: a mértékadó szemmagyság meghatározása igen nehéz, a 90 súlyszázalékhoz tartozó szemátmérővel helyettesítik – ez viszont nem teljesen meggyőző. Több kutató szerint nagy tömegű vagy éppen szórványos hordalékszállításnál nem használható az összefüggés.

Wong és Parker (2006) a Meyer-Peter és Müller által felhasznált adatok újbóli elemzésével két alternatív összefüggést is felállított, melyek jobban alkalmazhatóak:

$$q^* = 4.93(\tau^* - 0.047)^{1.6}$$

$$q^* = 3.97(\tau^* - 0.0495)^{3/2}$$

**Einstein (1950):**

$$q^* = q^*(\tau^*)$$

amely implicit módon számítható:

$$1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-(\frac{0.413}{\tau^*})^{-2}}^{(\frac{0.413}{\tau^*})^{-2}} e^{-t^2} dt = \frac{43.5q^*}{1 + 43.5q^*}$$

Ez az összefüggés volt az első kísérlet a görgetett hordalékhozam meghatározására. Megfigyelhető, hogy nem tartalmazza a kritikus hordalékmozgató erőt. Közel azonos szemösszetételű homok és kavics esetén alkalmas a hordalékhozam leírására. Yang és Wan (1991) szerint az összefüggés nagy vízfolyások hordalékszállításának becslésére alkalmazható, kisebb folyók és folyamok esetén azonban nem.

**Yalin (1963):**

$$q^* = 0.635s(\tau^*)^{1/2} \left[ 1 - \frac{\ln(1 + a_2s)}{a_2s} \right]$$

ahol

$$a_2 = 2.45(R + 1)^{0.4}(\tau_c^*)^{1/2}S = \frac{\tau^* - \tau_c^*}{\tau_c^*}$$

és  $\tau_c$  értékét a Shields-diagram segítségével becsüljük. A képletben szereplő két konstans *Einstein* (1950) 0.8 mm és 28.6 mm szemnagyságra vonatkozó adatainak felhasználásával becsülhető. *Wiberg és Smith* (1985, 1989) a hordalékszemcse ugráló mozgásán alapuló modelljük alapján szintén *Yalin* összefüggésére jutottak.

**Wilson (1966):**

$$q^* = 12(\tau^* - \tau_c^*)^{3/2}$$

ahol  $\tau_c^*$  a Shields-diagram szerint határozandó meg. Az empirikus összefüggés a hordalékszállítás magasabb tartományainak leírására többségében alkalmas. Homok és ipari anyagok (mint például nylon) mennyiségének becslésére alkalmazható.

**Paintal (1971):**

$$q^* = 6.56 \times 10^{18} \tau^{*16}$$

*Paintal* az összefüggésre nagyon alacsony hordalékszállításra vonatkozó mérések alapján jutott. Érvényes  $0.007 < \tau^* < 0.06$ , valamint 1 mm (durva homok) és 25 mm (kavics) közötti szemnagyság esetén. Az összefüggés azt is megmutatja, hogy kis hordalékmozgató erő esetén a hordalékszállítás nagymértékben nemlineáris. Ez alapján már a mozgató erőben bekövetkezett kis változás is drasztikusan megnöveli a hordalékhozamot.

**Engelund és Fredsøe (1976):**

$$q^* = 18.74(\tau^* - \tau_c^*) \left[ (\tau^*)^{1/2} - 0.7(\tau_c^*)^{1/2} \right]$$

ahol  $\tau_c^* = 0.05$ . A képlet alapjaiban hasonlít *Ashida és Michiue* összefüggésére, szinte teljesen megegyeznek, noha függetlenek egymástól. Az összefüggés későbbi újragondolása során *Fredsøe és Deigaard* (1992) nagyon hasonló összefüggéshez jutott:

$$q^* = \frac{30}{\pi\mu_d}(\tau^* - \tau_c^*) \left[ (\tau^*)^{1/2} - 0.7(\tau_c^*)^{1/2} \right]$$

*Fredsøe és Deigaard* különböző  $\mu_d$  dinamikus viszkozitási együtthatókra alkalmazta képletét.  $\mu_d = 1.0$  esetén az eredmények igen közel esnek *Meyer-Peter és Müller* eredményeihez. Azonban nagy feszültségek esetén mindkét összefüggés felülbecsli a hordalékhozamot.

**Fernandez-Luque és van Beek (1976):**

$$q^* = 5.7(\tau^* - \tau_c^*)^{3/2}$$

ahol  $\tau_c^*$  0.9 mm-es szemmagyságú hordalékanyag esetén 0.05, míg 3.3 mm-es szemmagyság esetén 0.058. Az empirikus összefüggést laboratóriumi kísérletek alapján állították fel.

**Parker (1979):**

$$q^* = 11.2 \frac{(\tau^* - 0.03)^{4.5}}{\tau^{*3}}$$

*Parker* képlete *Einstein* (1950) összefüggésének egyszerűsített változata, melyet a kavics medrű vízfolyásokhoz tartozó *Shields*-számokra alkalmazott. Az összefüggést kavics medrű vízfolyások hidraulikai viszonyainak elemzésére használta.

**Van Rijn (1984):**

$$q^* = 0.053 \frac{T^{2.1}}{D_*^{0.3}}$$

A képlet olyan vízfolyások hordalékszállításának becslésére alkalmazható, melyek esetén a meghatározó szemmagyság 0.2 és 2.0 mm közé esik. Ezen összefüggés a dimenziómentes szemátmérőn és a T hordalékszálítási kapacitáson alapszik:

$$D_* = D_{50} \left( \frac{gR}{\nu^2} \right)^{1/3} = Re_p^{2/3}$$

és

$$T = \frac{\tau_s^* - \tau_c^*}{\tau_c^*}$$

Itt  $\tau_s^*$  a finom szemcsék súrlódásából eredő hordalékmozgató erő,  $\tau_c^*$  pedig a kritikus hordalékmozgató erő a Shields-diagram alapján.

**Madsen (1991):**

$$q^* = F_M \left( \tau^{*1/2} - 0.7\tau_c^{*1/2} \right) (\tau^* - \tau_c^*)$$

ahol  $F_M = 8/\tan \varphi$  csúszó, illetve gördülő homokszemcsék esetén, és  $F_M = 9.5$  a vízben ugráló homokszemcsék esetén.

**Nielsen (1992):**

$$q^* = 12\tau^{*1/2}(\tau^* - \tau_c^*)$$

*Nielsen* közelítőleg azonos szemösszetételű homok és kavics hordalékszállítási adatokra alkalmazva jutott az összefüggéshez. Erre az összefüggésre jutott *Nielsen*től függetlenül *Soulsby* (1997) is. *Madsen* és *Nielsen* összefüggései főként a parti vízépités területén alkalmazottak.

**Niño és García (1998):**

$$q^* = \frac{12}{\mu_d} (\tau^* - \tau_c^*) \left( \tau^{*1/2} - 0.7\tau_c^{*1/2} \right)$$

A képlet a lüktetésszerűen mozgó hordalék szállításának Lagrange-függvénnyel való leírásából származik, s kísérleti úton is tesztelték kavicsra (*Niño és García*, 1994) és homokra (*Niño és García*, 1998) vonatkozóan. A viszkozitási együtthatót  $\mu_d = 0.23$  értékre határozták meg, ami majdnem háromszor kisebb, mint amekkorát *Bagnold* (1973) javasolt. Az összefüggés felépítése alapjaiban megegyezik *Madsen* összefüggésével.

**Cheng (2002):**

$$q^* = 13\tau^{*3/2} \exp\left(-\frac{0.05}{\tau^{*3/2}}\right)$$

Ez az összefüggés a *Meyer-Peter és Müller* (1948), illetve az *Einstein*-féle (1950) összefüggésekhez hasonló eredményeket ad  $\tau^*$  hordalékmozgató erő dimenziómentes, csökkentett értékei esetén. *Paintal* (1971) kis hordalékmozgató erők mellett gyenge hordalékszállítási állapotra vonatkozó eredményeivel szintén jól megegyezik.

Intenzív hordalékszállítás és a dimenziómentes *Shields*-féle  $\tau^*$  hordalékmozgató erő magasabb értékei esetén az előbbi összefüggés a következő alakra egyszerűsödik:

$$q^* \cong 13\tau^{*3/2}$$

### **3. Vegyes szemösszetételű mederanyag szállítása**

Az előző fejezetben tárgyalt összefüggések mind homogén mederanyagra vonatkoznak, a valóságban azonban gyakrabban kell olyan viszonyokkal foglalkoznunk, amikor is a hordalékot homok és kavics együttesen alkotja. Ennek a jelenségnek vizsgálatához további, összetettebb paramétereket és összefüggéseket kell definiálnunk. Fontos beszélnünk a leárnýekoltság-kitettségek kérdésköréről, mely szintén befolyással van a hordaléktranszportra. Ezen fejezet a legfontosabb ismereteket hivatott bemutatni.

#### **3.1. Inhomogén szemösszetétel és jellemzése**

A folyóvizekben szállítódó különböző méretű hordalék szemcsék osztályozódását tekintve a mederanyag általában nem homogén, hanem homok és kavics egyaránt alkotója. A folyamatot a szemösszetétel középértéke alapján nevezhetjük el: homok-medrű, ha a mederalkotó szemcsék nagyságának középértéke a homok, míg kavics-medrű, ha a kavics tartományba esik. Általában a homok-medrű vízfolyások mindig tartalmaznak egy kevés kavicsot is, és fordítva – a kavics-medrű folyások gyakran jelentős mennyiségű homokot is tartalmaznak (habár viszonylag kis szemnagyságban, 1 és 8 mm között).



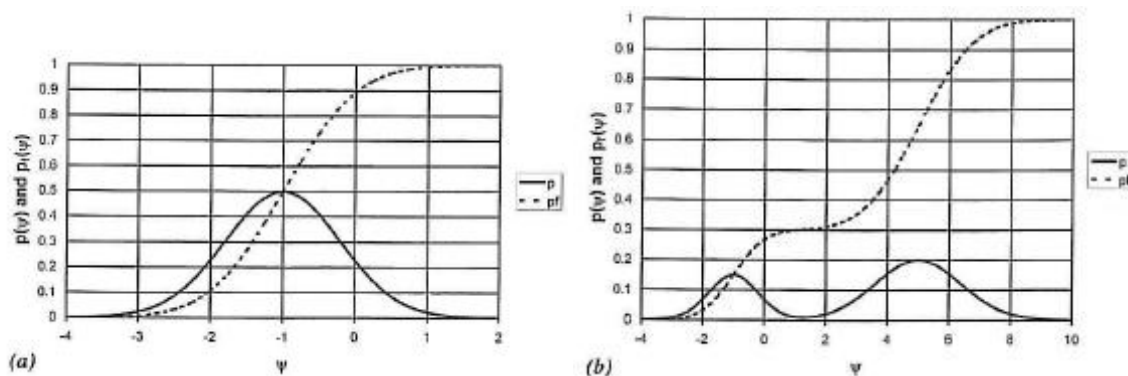
A szemmagyság alapján való osztályozódás fontos szerepet játszik a hordalékszállításban is. A különböző méretű szemcsék különböző módon szállítódnak, a finomabb szemcsék lényegesen mobilisabbak, mint a durvább szemcsék.

A szemösszetétel leírására szolgálnak a szemösszetételi görbék. A szemösszetétel számtani középértéke ( $\psi_m$ ) és szórása ( $\sigma$ ) mellett a jellemzéshez érdemes bevezetni a geometrikus középértéket ( $D_g$ ) és szórását ( $\sigma_g$ ):

$$D_g = 2^{\psi_m}$$

$$\sigma_g = 2^\sigma$$

Ha szemösszetételt leíró sűrűségfüggvénynek egy csúcsa van, akkor unimodális (azaz egyetlen módusza van, lásd 2. (a) ábra) – ha pedig két csúcsa van, bimodális (két módusza van, lásd 2.(b) ábra) a szemösszetétel. A homok-medrű vízfolyásokat tekintve a középérték,  $D_{50}$  a homok tartományba esik (azaz a mederanyagot alkotó szemcsék 50%-a homok vagy homoknál finomabb, 0.0625-2 mm), valamint sűrűségfüggvényüket tekintve unimodális a szemösszetételük. Kavics meder esetén  $D_{50}$  a kavics tartományba ( $2 < D_{50} < 256$  mm) esik, s sűrűségfüggvényük két csúccsal rendelkezik, azaz a szemösszetétel bimodális.



2. ábra - Unimodális és bimodális függvények<sup>[2]</sup>

A lognormális eloszlás jellemzőinek alapján a két középérték és szórás a következők szerint kapható meg:

$$\psi_m = \frac{1}{2}(\psi_{84} + \psi_{16})$$

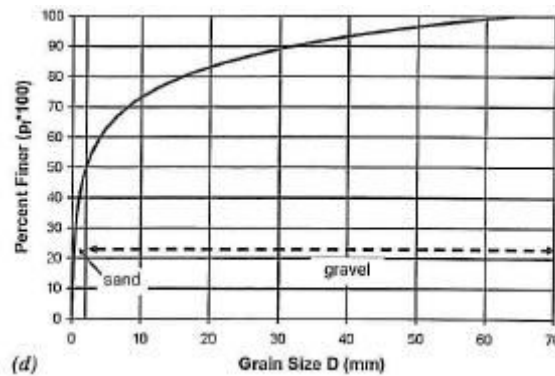
$$\sigma = \frac{1}{2}(\psi_{84} - \psi_{16})$$

így

$$D_g = \sqrt{D_{84}D_{16}}$$

$$\sigma_g = \sqrt{\frac{D_{84}}{D_{16}}}$$

A különböző szemcseméret-tartományokat integrálgörbe formájában ábrázolva lineáris léptékben a finomabb szemcsék lényegében az ábra sarkába zsúfolódnának (lásd 3. (d) ábra), tekintve, hogy a durvább szemcsék lényegesen nagyobbak (a legkisebb és a legnagyobb szemek akár több nagyságrenddel különbözhetnek) – ami által kevésbé látszik jól a tényleges arányuk. Ahhoz, hogy a szemösszetételi görbe a finomabb tartományokban is sokatmondó legyen, a szemnagyságok ábrázolásához logaritmikus léptéket szükséges használni.



3. ábra - Szemösszetételi görbe lineáris léptékben <sup>[3]</sup>

A szemösszetételi görbék alakjáról is következtethetünk a mederveviszonyokra: ha meredek lefutású, akkor rosszul graduált, vagyis közel azonos szemcsékből áll, míg elnyújtott görbe esetén jól graduált, sok frakciót tartalmaz.

### 3.2. A vegyes szemösszetételre vonatkozó összefüggések vizsgálata

Az elmúlt évtizedek során egyre összetettebb vizsgálatokat tudtak alkalmazni a tudósok, melyek eredményeképpen az inhomogén mederanyag transzportját is mind bonyolultabb leírásokkal tudták jellemezni. A 3.2. fejezet a vegyes szemösszetételű hordaléktranszport vizsgálatának két eltérő megközelítési módját, majd a rendelkezésre álló irodalomból kiragadott összefüggéseket hivatott ismertetni.

### 3.2.1. Mederfelszín alapú vizgálat

Inhomogén szemösszetételű hordalékszállítás esetén nem minden szem tud részt venni a hordalékmozgásban (ezen jelenségre a későbbiek folyamán még kitérek), így a hordaléktranszport leírására szolgáló összefüggések felállításához az egységnyi idő alatt egységnyi szélességben a hordalékmozgásban résztvevő szemcsék arányában vonatkoztatott fajlagos hordalékhozam ( $q_{vi}$ ) került bevezetésre.

Ez a hordalékhozam általában maximum 2 hidraulikai paraméter és egyéb paraméterek (pl. vízsűrűség, viszkozitás, mértékadó szemcseméret, stb.) alapján írható le, melyek nagy része dimenzió nélküli alakban is felírható. A levezetés kifejtése nélkül az alábbi összefüggésre juthatunk:

$$q_i^* = T_b \left( \tau_{si}^*, \frac{D_i}{D_g}, \sigma, R_{pg} \right)$$

ahol:  $q_i^*$  fajlagos hordalékhozam  
 $T_b$  dimenziómentes hordaléktranszport függvénye  
 $\tau_{si}^*$  a dimenziómentes Shields-szám  
 $D_i$  szemcseméret  
 $D_g$  szemösszetétel geometriai középértéke  
 $R_{pg}$  részecske Reynolds-szám

A fenti egyenlet mindkét oldalát  $(\tau_{si}^*)^{3/2}$ -vel redukálva a

$$W_i^* = \hat{T}_b \left( \tau_{si}^*, \frac{D_i}{D_g}, \sigma, R_{pg} \right)$$

alakra jutunk, ahol  $W_i^*$  az i-edik frakció dimenziómentes hordalékhozama. Ennek az összefüggésnek az előnye, hogy egyszerűsödik a szelektív szállítással való számítás.

Egyes kutatók szerint létezik egy kritikus vagy küszöbértéke a hordalékszállítást elsődlegesen meghatározó hidraulikus paraméternek, mely alatt megszűnik a hordaléktranszport. Habár az erre irányuló részletesebb kutatások szerint nem létezik „abszolút” küszöbérték a mozgásra vonatkozóan, definiálható egy olyan „effektív” küszöbérték, mely alatt a hordaléktranszport már olyan kis mértékű, hogy a meder morfordinamikájának időbeli változása jelentéktelenné válik. A gyakorlatban ez azt is jelenti, hogy ekkor a  $q^*$  fajlagos hordalékhozam nagy változásai is csak kis változást eredményeznek a  $\tau^*$  csúsztatófeszültségben.

### 3.2.2. Mederfelszín alatti rétegen alapuló vizsgálat

Egy másik megközelítés a mederfelszín alatt viszonylag vékony rétegben vett  $\bar{f}_i$  fajlagos frakció alapján határozza meg a  $q_{ui}^*$  dimenziómentes fajlagos hordalékhozamot:

$$q_{ui}^* = \frac{q_i}{\bar{f}_i \sqrt{RgD_i D_i}}$$

### 3.2.3. Összehasonlítás

A 3.2.1. pontban ismertetett megközelítéshez minden esetben ismernünk szükséges az aktív réteg összetételét, hogy meghatározhassuk a hordalékszállítást, mivel erre a rétegre az áramlásban bekövetkezett legkisebb változás is hatással van. Általában rendelkezésre állnak az információk a réteg összetételét illetően, de csak csekély áramlásra, amikor is lehetőség adódik mintavételre is. A gyakorlatban numerikus modellezés útján, hidraulikai alapegyenletek felhasználásával (az előző fejezetben már bemutatott Exner-féle egyenlet, a St. Venant elv, ...) kaphatjuk meg a keresett hordalékhozamot.

Amikor a numerikus számítás nem célravezető, a 3.2.2. pontban ismertetett megközelítés válhat hasznunkra. Ebben az esetben egy paraméter - a szemcseméret segítségével számíthatjuk a hordalékhozamot. Az előnye, hogy a szemcseméret mérhető, ezáltal megkönnyítve a számítást.

### 3.2.4. Összefüggések

A vegyes szemösszetételre vonatkozó hordalékhozam-becslő összefüggések már jóval összetettebbek a homogén mederanyagra érvényeseknél. A dolgozatomban későbbi fejezeteire tekintettel, itt főként csak azokra szeretnék kitérni, melyek a HEC-RAS hidrodinamikai modell hordaléktranszport moduljába is be vannak építve, hogy a későbbiek folyamán össze tudjam hasonlítani a modell alkalmasságát az egyszerűbb számításokkal. A jövőben természetesen fontos lenne a további összefüggéseket is közelebbről megvizsgálni.

**Engelund és Hansen (1967):**

$$q_t^* = \frac{0.05}{C_f} (\tau^*)^{5/2} = \frac{q_t}{\sqrt{RgD_{50} D_{50}}}$$

ahol:

$$\tau^* = \frac{\tau_b}{\rho R g D_{50}} = \frac{u_*^2}{R g D_{50}}$$

Összefüggésüket nagyszámú laboratóriumi adat alapján állították fel, 0.19 mm és 0.93 mm szemnagyságú mederanyagra. Relatív egyszerű függvénye sebességnek, csúsztatófeszültségnek és szemösszetételnek.

**Toffaletti (1968):**

$$q_T = q_{si} * B$$

ahol  $q_{si}$  egységnyi szélességre vett fajlagos hordalékhozam az egyes rétegek dimenziómentes hordalékhozamának összege. *Engelund és Hansen* összefüggéséhez hasonlóan, *Toffaletti* képlete is főként homok mederanyagú eredmények alapján született. Nagy vízfolyásokra alkalmazható, nem függ túlságosan sem a csúsztatósebességtől, sem a csúsztatófeszültségtől. Sőt, az összefüggés a hőmérséklet és egy empirikus exponens közti regressziót használták fel, ami leírja a hordalék és a hidraulikus karakterisztika kapcsolatát.

**Ashida és Michiue (1972):**

$$q_i^* = 17(\tau_{si}^* - \tau_{sci}^*)(\sqrt{\tau_{si}^*} - \sqrt{\tau_{sci}^*})$$

*Ashida és Michiue* összefüggése volt az első, vegyes szemösszetételre vonatkozó összefüggés, amelyet részletes tesztek alapján állítottak fel. A csúsztatófeszültség a mederérdességen alapul, a  $\tau_{scm}^*$  magas értékei esetén bonyolult alkalmazni.

**Ackers és White (1973):**

$$q_b = \sqrt{R g D_{50}} D_{50} (\tau_s^* - 0.05) (\sqrt{\tau_s^*} - \sqrt{0.05})$$

*Ackers és White* szintén laboratóriumi adatok alapján állították fel összefüggésüket, amely a homok tartománytól a kavics tartományig alkalmazható. Az összefüggés azon a feltevésen alapszik, hogy a csúsztatófeszültség egy része hozza mozgásba a durva mederfelszínt, míg a finomabb hordalékanyag szuszpendált mozgásában a nyírófeszültség teljes egésze szerepet játszik.

**Yang (1973, 1984):**

$$q_T = \frac{1}{(R + 1)} \frac{X_T}{(1 - X_T)} q_w$$

*Yang* összefüggése a sebesség és csúsztatófeszültség termékén alapszik, és homokos kavics szemösszetételre alkalmazható. Laboratóriumi és terepi mérések alapján állította fel, s tesztelte. A képlet az átlagnál érzékenyebb a sebességre, a sebesség csökkenésére pedig különösen.

**Parker (1990):**

$$W_i^* = \frac{Rgq_i}{F_i u_{*s}^3} = 0.00218G(\varphi)$$

*Parker* képlete a mederfelszín alatti rétegen alapuló összefüggések közé tartozik. Az Oak Creek-re végzett adatokat vizsgálta újra, a homok frakció elhagyásával normálva a szemösszetételt. Ennek oka, hogy egy nagyobb árhullám levonulásakor a kavics tartomány transzportja válik lényegessé, illetve, hogy sok vízfolyás szemösszetétele egyébként is erősen bimodális jellegű.

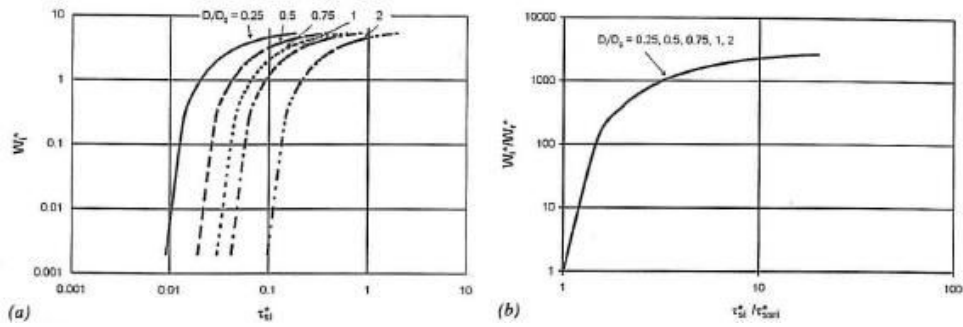
**Wilcock és Crowe (2003):**

$$W_i^* = \frac{Rgq_i}{F_i u_{*s}^3} = G(\varphi)$$

*Parker* összefüggésével ellentétben, *Wilcock és Crowe* összefüggése tartalmazza a homok tartományt is. Ennek fontos szerepe a  $\tau_{srg}^*$  referencia Shields feszültség csökkentésében jelentkezik. A kísérletek eredményei azt mutatják, hogy a kavicszállítást növeli a homok hozzáadása a homok-kavics vegyes szemösszetételhez.

### 3.3. Hasonlósági összefüggés

A 4. ábra alapján látható, hogy a különböző frakciók esetén más-más az összefüggés a  $\tau_{si}^*$  dimenziómentes szám és az adott frakció dimenziómentes hordalékhozam közt – ez lényegesen megnehezíti a kutatók dolgát.



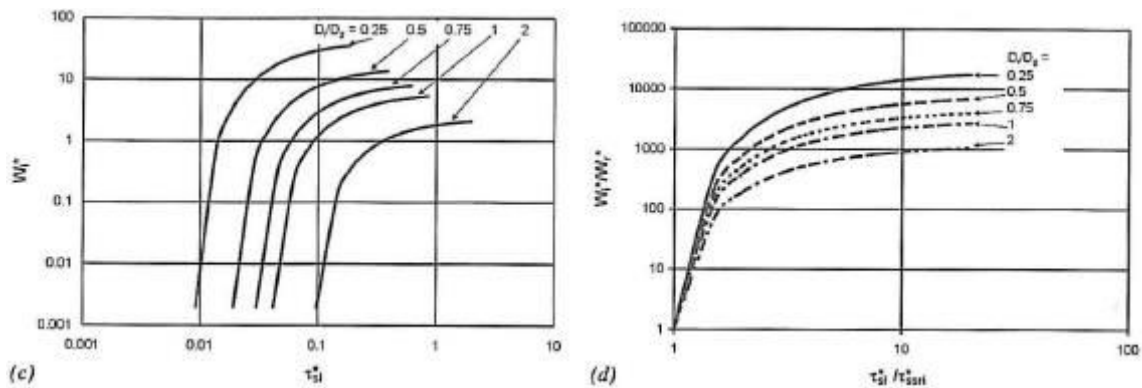
4. ábra - Hasonlósági összefüggés [4]

A hasonlósági összefüggés alapgondolata az, hogy valamilyen  $G_{sim}$  arányszám segítségével, egyetlen görbével (lásd 4. (b) ábra) jellemezhető legyen a hordalékszállítás.  $\tau_{si}^*$  és  $W_i^*$  értékét egyaránt egy meghatározott referenciaértékkel redukálva, a hasonlósági összefüggés a következő:

$$\frac{W_i^*}{W_r^*} = G_{sim} \left( \frac{\tau_{si}^*}{\tau_{ssri}^*} \right)$$

Parker és társai (1982) az Oregon államban található Oak Creek-en végzett méréseik alapján az i-edik frakció dimenziómentes hordalékhozamára a  $W_r^* = 0.002$  referenciaértéket határozták meg.  $\tau_{ssri}^*$  az egyes frakciók arányától függ, értéke kicsi, de mérések útján is meghatározható.

Ahogy az 5. ábra is mutatja, nem minden esetben alkalmazható teljes sikerrel a hasonlósági összefüggés, de mindenképpen megkönnyíti a hordalékhozam számítását.



5. ábra - Hasonlósági összefüggés [5]

### 3.4. Leárnýékoltság és kitétség

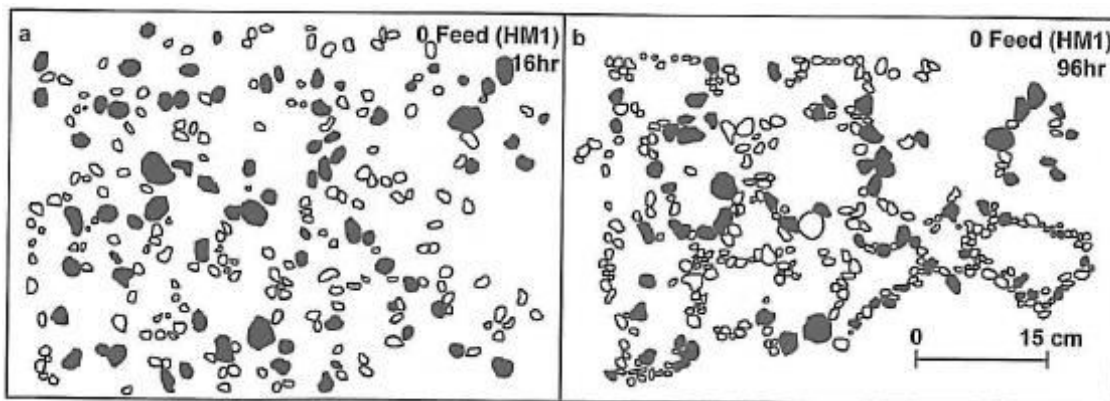
Egiazaroff szerint a nagyobb szemcsék nehezebben jönnek mozgásba, mivel nehezebbek – más részről azonban jobban éri őket az áramlás, ezért nagyobb erő éri ezeket a szemcséket, ami bevonná őket a mozgásba. Innen ered az elnevezés is: a finomabb szemcséket úgymond leárnýékolják a

nagyobbak, így ezek csak késleltetve vesznek részt a hordaléktranszportban. Ezt a jelenséget a hordalékhozam meghatározására szolgáló összefüggésekben is kezelni kell.

### 3.5. Mederpáncélozódás

A homok-medrű vízfolyások legalább nyomokban kavicsot is tartalmaznak, mely szemcsék felhalmozódhatnak, ahogy az áramlás a finomabb és könnyebb szemcséjű homokot kimossa a meder anyagából – végül egy stabil réteget, páncélt alkotnak. A probléma, hogy ezt a páncélt ugyan csak erősebb áramlatok, főként árvizek tudják kimosni helyükről – így viszont lényegesen nagyobb morfológiai változások következnek be a mederben. Ezzel a jelenséggel találkozhatunk a Duna felső magyarországi szakaszán is, éppen ezért jelen dolgozatban is szükséges róla szót ejteni.

A mederpáncélozódásnak két változata van. Statikus páncél olyan esetekben alakulhat ki, amikor nem kerül be újabb hordalék (az áramlás olyan csekély, hogy a csúsztatófeszültségek nem elegendően nagyok ahhoz, hogy a hordalékszemcsét bevonja a transzportba), így a mederfenék egyre durvábbá válik. A durva szemcsék felhalmozódnak, csomókat, gyűrűket, cellákat alkotnak – az 5. ábrán egy ilyen példa látható. Azzal, hogy efféle mintákba rendeződnek, tovább növelik ellenállásukat az áramlással szemben, így egyre nagyobb erejű áramlás szükséges ahhoz, hogy mozgásba hozza a mederanyagot.



6. ábra - Cellák időbeli kialakulása statikus mederpáncélozódás esetén <sup>[6]</sup>

A statikus mederpáncélozódás esetének numerikus modellezése az *Exner*-féle folytonossági egyenlet szemcseméret-specifikus változatán alapszik. Többek közt *Park és Jain* (1987), *Tsujimoto és Motohashi* (1990) is numerikus számítással kísérelte meg jellemezni a statikus páncélozódást, az eredményeket laborvizsgálatokból származó adatokkal is összevetve.



Ezzel szemben *Ashida és Michiue* (1971) lényegesen egyszerűbb megközelítést alkalmazott számításainál. Az általuk felállított, s más tudósok által korrigált egyenlet iterációs közelítéssel oldható meg, s végeredményként megadja azt a végállapotot, amely után már nem durvul tovább a mederanyag. *Parker és Sutherland* (1990) még tovább egyszerűsítette a számításokat, olyan formára jutva, melyet egyszerűen alkalmazható.

Az egyensúlyi hordalékszállítás esetén fellépő mederpáncélozódást mobilis páncélozódásnak nevezzük. A jelenség ismertetésére elsőként *Parker és társai* (1982) vállalkoztak. A mederanyagot alkotó finomabb szemcsék mobilisabbak a durvább szemcséknél, így elsőként azok kerülnek mozgásba (a leárnékoltság/kitettségétől függően) – míg nem a hordalékszállítás eléri az egyensúlyi állapotot. Ekkor ugyanis szemcsemérettől függetlenül, minden szemcsének részt kell vennie a mozgásban, a durvább szemeknek úgy kell rendeződniük, hogy ez megvalósulhasson. Az ezzel kapcsolatos számításokhoz például a *Gary Parker* (1990) által készített ACRONYM2 modell használható.

#### **4. A hordaléktranszport-becslő összefüggések vizsgálata**

Jelen fejezet a hordaléktranszport-becslő összefüggések vizsgálatára vonatkozó eredményeket hivatott összefoglalni. Az előző fejezetekben összegyűjtött és ismertetett, a hordalékszállítás becslésére szolgáló összefüggéseket Visual Basic környezetben történő implementálás segítségével vizsgáltam meg, ezáltal automatizálva a számításokat. A makrók által kapott eredmények összehasonlításához az irodalomkutatás során megszerzett ismereteket is felhasználva, egy általános téglalap keresztmetszelvényt tekintve vettem össze a felhasznált képleteket. A szemösszetétel leírásához egy korábbi (2013. évi), Gönyűnél végzett mérés adatait használtam fel <sup>[7]</sup>.

A Visual Basic egy olyan fejlesztői környezet, melyben kódsorokat programozhatunk be viszonylag nehézség nélkül (pl. a Mathcad is hasonló parancsokat használ). Az Excel-lel szemben nagy előnye, hogy átláthatóbb felületet eredményez (a közbenső számításokat nem muszáj lekérdeznünk), s azzal, hogy automatizálja az egész számítást, lényegesen gyorsabban lehet kiértékelni az adatainkat. Makró létrehozásával olyan táblázatokat kaptam, melyek néhány kiinduló adat megadásával automatikusan megadják a beprogramozott hordalékhozam-becslő képletek alapján a  $q^*$  dimenziómentes hordalékhozamot, illetve tömegáramot. Ez utóbbi a fajlagos hordalékhozamból, a következő képlet alapján számítható:

$$q = q_b * \rho * B = q^* * D * \sqrt{gRD} * (R + 1) * B$$

- ahol:  $q$  a tömegáram [kg/s]  
 $q_b$  fajlagos hordalékhozam [ $m^2/s$ ]  
 $\rho$  a hordalékanyag fajsúlya  
 $B$  a keresztiszelvény szélessége [m]  
 $q^*$  a dimenziómentes hordalékhozam  
 $D$  átlagos szemátmérő [m]

Az összehasonlító vizsgálathoz a következő adatokat kell a felhasználónak megadnia:

$H_{min}$  és  $H_{max}$  milyen vízmélység-tartományra számolja ki a program a vízhozamokat (Chézy-képlet alapján), így megtudjuk, mekkora vízhozam esetén mekkora a hordalékhozam

- $B$  mederszélesség  
 $\rho$  hordalék fajsúlya  
 $S$  mederfenék esése  
 $n$  Manning-féle érdességi együttható  
 $D_m$  átlagos szemátmérő (szükséges a szemösszetétel ismerete)

A makró eredményeiből a dimenziómentes hordalékhozamon és a tömegáramon kívül a csúsztatósebesség és a fenékcúsztató-feszültség is kiolvasható – így újabb alapokon is elvégezhető az összehasonlítás.

```

qbo = qsto * D * (g * R * D) ^ 0.5
QQo = qbo * rho * 1000 * B
Worksheets("W_P").Cells(9, 7).Value = QQo

Dim i As Integer
For i = 1 To nnh
    hi = hmin + (i * dh)
    Worksheets("W_P").Cells((9 + i), 2).Value = hi
    qi = B * hi * (1 / n) * ((B * hi) / (B + 2 * hi)) ^ (2 / 3) * (S) ^ 0.5
    Worksheets("W_P").Cells((9 + i), 3).Value = qi
    ui = (hi * S * g) ^ 0.5
    Worksheets("W_P").Cells((9 + i), 4).Value = ui
    tau = hi * S / (R * (Dm / 1000))
    Worksheets("W_P").Cells((9 + i), 5).Value = tau
    If tau > 0.0549 Then
        qsti = 2.66 * (tau - 0.0549) ^ (3 / 2)
    Else: qsti = 0
    End If
    Worksheets("W_P").Cells((9 + i), 6).Value = qsti
    qbi = qsti * D * (g * R * D) ^ 0.5
    QQi = qbi * rho * 1000 * B
    Worksheets("W_P").Cells((9 + i), 7).Value = QQi
Next i

Worksheets("W_P").Cells(14, 13).Value = qb * rho * 1000 * B
End Sub

Dim a As Single
a = 0
hi = hmin + (i * dh)
Worksheets("W_C").Cells((4 + i), 10).Value = hi
qi = B * hi * (1 / n) * ((B * hi) / (B + 2 * hi)) ^ (2 / 3) * (S) ^ 0.5
Worksheets("W_C").Cells((4 + i), 11).Value = qi
ui = (hi * S * g) ^ 0.5
Worksheets("W_C").Cells((4 + i), 12).Value = ui
tau = hi * S / (R * (dg / 1000))
Worksheets("W_C").Cells((4 + i), 13).Value = tau

Dim j As Integer
npp = Worksheets("W_C").Cells(3, 5).Value
For j = 1 To npp
    dj = Worksheets("W_C").Cells(3, 13 + j)
    bj = 0.69 / (1 + Exp(1.5 - (dj / dg)))
    fj = (tau / taussrg) * ((dj / dg) ^ (-bj))

    If fj < 1.35 Then
        gj = 0.002 * (fj) ^ 7.5
    Else: gj = 1.4 * (1 - (0.894 / (fj) ^ 0.5)) ^ 4.5
    End If
Worksheets("W_C").Cells(4 + i, 13 + j).Value = gj
End If

```

7. ábra – Makró homogén (balra) illetve inhomogén (jobbra) szemösszetételre

#### 4.1. Az összefüggések összehasonlítása

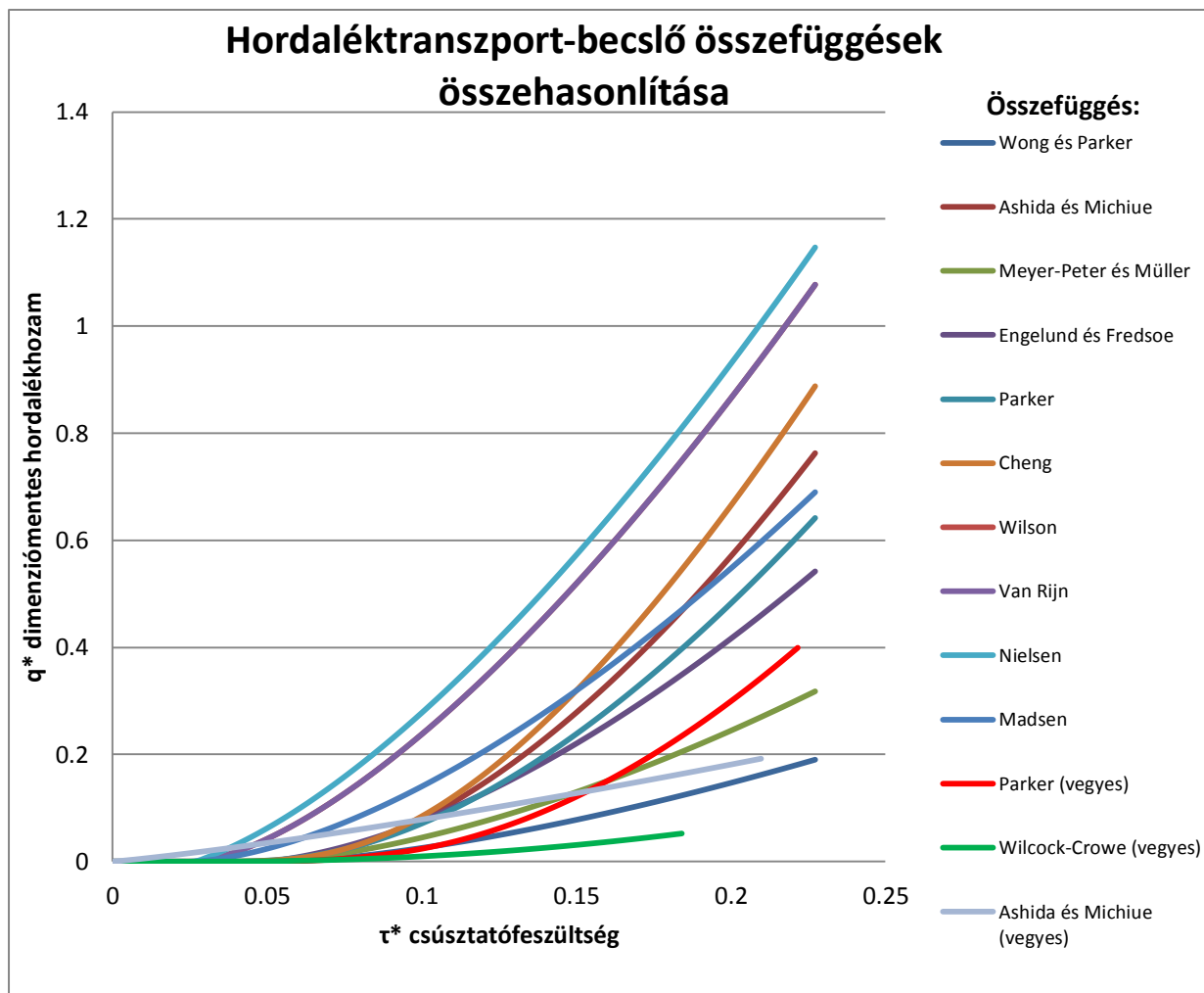
A 8. ábrán a homogén mederösszetételre felállított összefüggések összevetése látható. Már első ránézésre feltűnő, hogy a Nielsen-, illetve Van Rijn-összefüggés kétszer nagyobb, míg a Meyer-Peter

és Müller-, illetve Wong és Parker- összefüggés feleakkora értékeket ad eredményül, mint a képletek többsége.

A Nielsen-féle összefüggés főként a parti vízépítésben alkalmazott, pontos értékeket közel azonos szemösszetételű mederviszonyok esetén adna, azonban Gönyűnél homokos kavics a mederalkotó. Mint ahogy azt már az összefüggések elméleti áttekintése során is írtam, a Van Rijn-féle összefüggés 0.2 és 2.0 mm közötti szemnagyság esetén használható, a vizsgálat alapjául vett átlagos szemnagyság azonban ennél jóval nagyobb, 6 mm.

A Meyer-Peter és Müller-összefüggés a durva homok és kavics medrű alpesi vízfolyásokon végzett mérési eredmények alapján lett felállítva, emiatt a Duna magyarországi szakaszain nem lehet megfelelő pontossággal alkalmazni, nagyobb csúsztatófeszültségek esetén mind nagyobb a megbízhatósága. A Wong és Parker által - laboratóriumi vizsgálatok alapján- felállított összefüggés (mely alapvetően a keletkező hordalék fajlagos mennyiségének és a hordalékszemcse által a keletkezéstől a kiülepedésig megtett útnak figyelembe vételével keletkezett) eredményein szintén jól látszik, hogy a hordalékszemcse által a keletkezéstől a kiülepedésig megtett út a csúsztatófeszültséggel fordítottan arányos – ez vezet ahhoz, hogy nagyobb  $\tau^*$  tartományokban sokkal kisebb fajlagos hordalékhozamokat kapunk, mint a többi összefüggésnek megfelelően.

Kiugró még az eltérés a Madsen-féle összefüggés esetén is. Az összefüggés a homokszemcsék mozgásának leírásán alapul – a vizsgált mederösszetétel mellett a képlet pontatlansága tehát azzal is magyarázható, hogy nem tudjuk pontosan leírni a szemcsék mozgását (csúszik, gördül vagy ugrál az áramlás hatására). Az előzőekkel szemben azonban a Madsen-féle összefüggésnél a többi görbétől vett eltérése a nagyobb csúsztatófeszültség-tartományok felé egyre csökken.

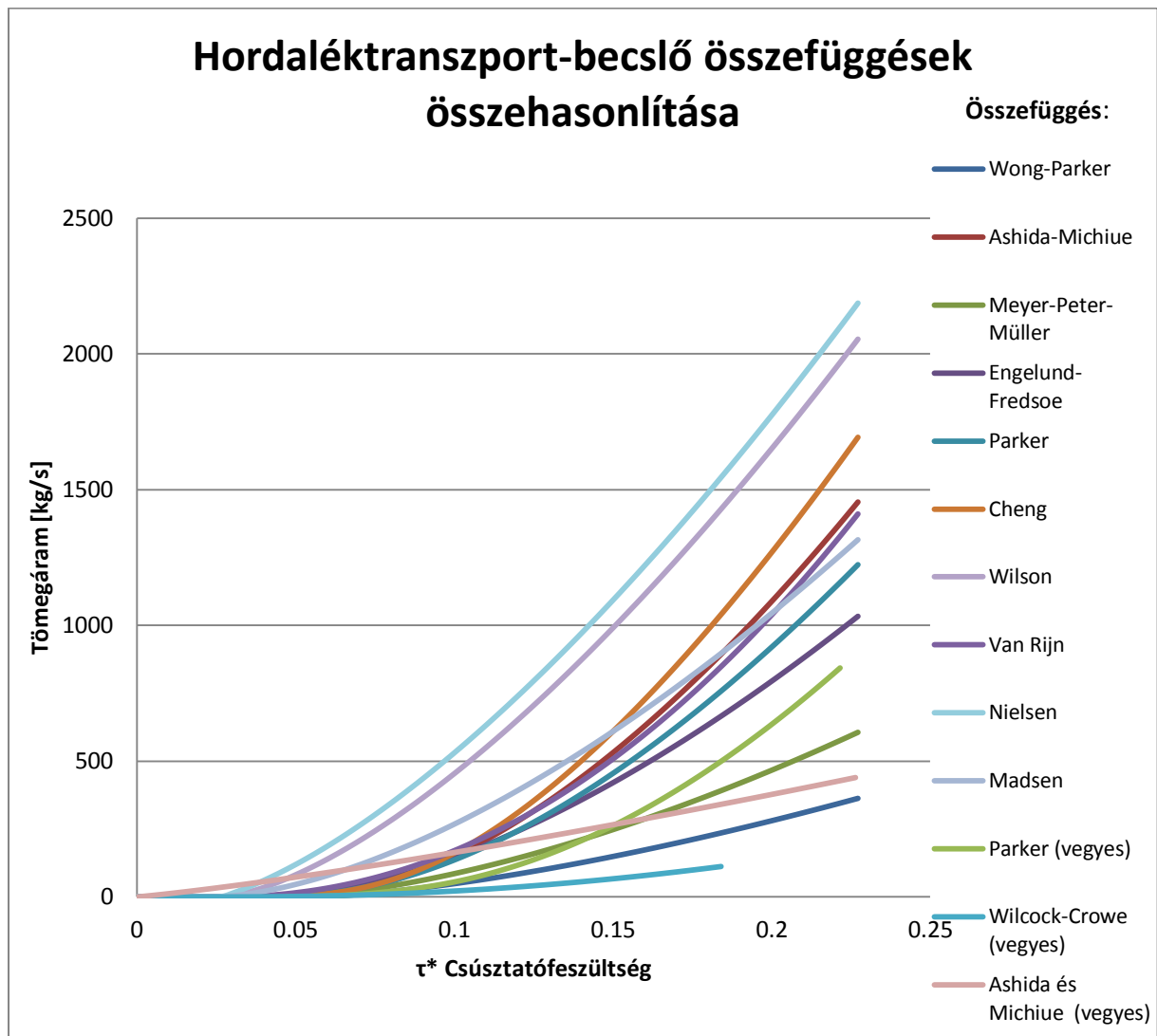


8. ábra - Az összefüggések összehasonlítása (fajlagos hordalékhozam)

A további összefüggések (*Ashida és Michiue*, *Cheng*, *Engelund és Fredsøe*, *Parker*) viszonylag hasonló fajlagos hordalékhozam értékeket eredményeztek, főleg az alacsonyabb csúszató-feszültségek esetén. *Ashida és Michiue* összefüggésüket 0.3 – 7.0 mm közötti szemösszetételű mederre állították fel, a vizsgálat alapjául vett 6 mm-es átlagos szemnagyság éppen beleesik ebbe a tartományba, így elméletileg kellően jó pontossággal alkalmazható. A *Parker*-képlet szintén kavicsmederre alkalmazható jól, a 8. ábra szerint nem is sokban tér el *Ashida és Michiue* összefüggésének eredményeitől. Az *Engelund és Fredsøe*- összefüggés esetén megfigyelhető az ábrán, amit már az elméleti áttekintés során is említettem, hogy más képletekhez hasonlóan a magasabb csúszatófeszültség-tartományokban szintén nem becsüli jól a hordalékhozamot.

Fontos még belátni, hogy a vegyes szemösszetételre felállított összefüggések egytől egyig alacsonyabb értékeket adnak, ahogy az az irodalmak, s a gyakorlat alapján is várható volt.

Az eltérések talán még jobban érzékelhetőek a 8. ábra alapján, melyen az összefüggéseket a csúsztatófeszültség és annak hatására kialakuló tömegáram viszonylatában hasonlítottam össze. Ez alapján az egyes összefüggések által adott eredmények közt már nagyságrendi eltérések figyelhetők meg.



9. ábra - Összefüggések összehasonlítása (tömegáram)

Gönyűnél összehasonlítva az előbb vizsgált 4 összefüggés szinte megegyezik, kb. 50 kg/s (körülbelül 2500 m<sup>3</sup>/s-os vízhozamot tekintve, középvíz esetén) tömegáramot eredményeznek, melyek a Duna viszonylataiban lényegében elhanyagolhatóan kicsinek számítanak, de a Vízépítési és Vízgazdálkodási Tanszék által végzett helyszíni mérések is ezt igazolják. Nagyságrendileg ezekkel azonosnak még a Meyer-Peter-Müller, a Wong-Parker és a Van Rijn-féle összefüggések által kapott eredmények tekinthetők, a Madsen- és a Nielsen-féle összefüggések már nagyságrendi eltérést mutatnak (150, illetve 300 kg/s Gönyűnél).

## 4.2. Ajánlás hazai vízfolyásokra

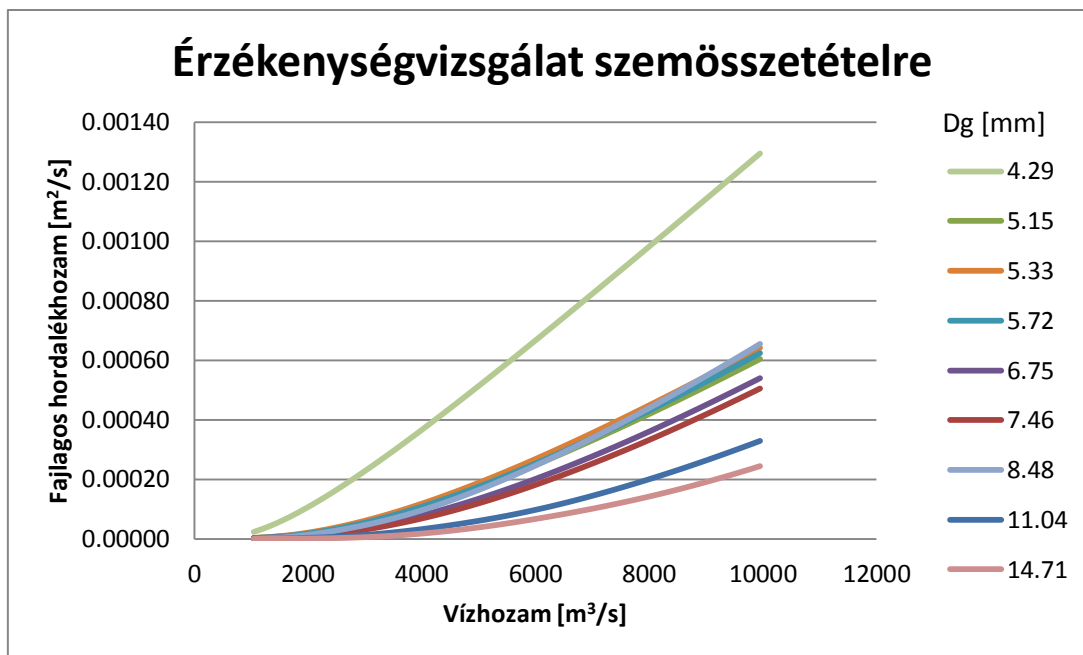
A Duna szemösszetételét, illetve lefolyási viszonyait tekintve elsősorban *Parker* összefüggését javasolnám hazai alkalmazásra, de megfelelőnek tartom *Ashida és Michiue* összefüggését is, mert olyan vízfolyásokra alkalmazható, melyek jellemző szemnagysága hasonló a Dunáéhoz. *Engelund és Fredsøe* hasonló összefüggésre jutott, mint *Ashida és Michiue*, így véleményem szerint ez alapján is becsülhetjük a hordalékhozamot. Érdekes, hogy habár a *Van Rijn*-féle összefüggés eredendően nem az általunk vizsgálandó szemösszetételi tartományt veszi alapul, mégis közel azonos eredményeket hoz az *Ashida és Michiue* alapján számítottakkal.

## 5. Érzékenységvizsgálat

Az előző fejezetben megvizsgáltam, mennyire eltérő eredményeket adhatnak a különböző feltevéseken alapuló, különféle vizsgálatok (vízfolyásokon végzett helyszíni mérésekből vagy laboratóriumi kísérletek alapján, esetleg csak elméleti megfontolások útján) alapján felállított összefüggések ugyanazon kiragadott mederviszonnyok esetén. De vajon mennyire függ az egyes paraméterektől önmagában egy-egy hordalékhozam-becsülő összefüggés? A fejezet célja, hogy egy konkrét összefüggésen keresztül megvizsgáljam, az mennyire érzékeny egy-egy paraméter megváltozására.

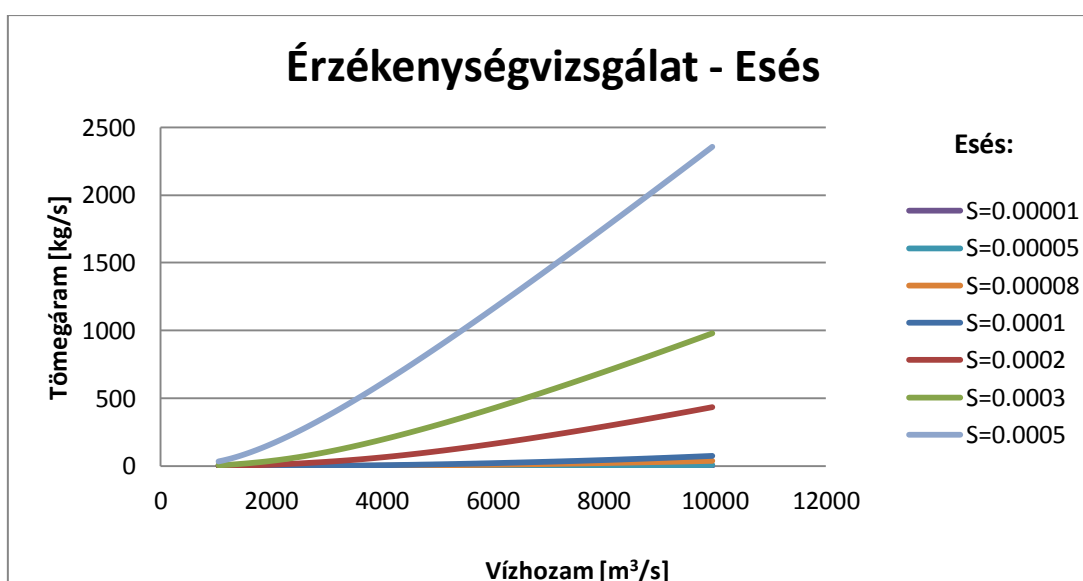
A vizsgálat tárgyául, konzulenseimmel közösen a *Gary Parker* által vegyes szemösszetételre felállított összefüggésre esett választásunk (*Parker, 1990*, lásd 3.2.4. fejezet). A vizsgált paraméterek a következők lehetnek: a mederanyag szemösszetételének megfelelő  $D_g$  geometriai közepes szemnagyság, a mederfenék  $S$  esése, a Nikuradse-féle érdességmagasság.

Elsőként vegyük a szemösszetételt – a Duna magyarországi szakaszát tekintve ebben jelentkeznek a legnagyobb eltérések. Az egyes szelvények szemösszetételét a Duna szemösszetételi hossz-szelvénye alapján vettem fel (*Bogárdi J., 1971*). Az érzékenységvizsgálat eredményét a 10. ábra mutatja. Mivel a *Parker* (1990) összefüggés vegyes szemösszetételre vonatkozik, a szemösszetételt a  $D_g$  geometriai közepes szemátmérővel jellemezhetjük (lásd 3.1. fejezetben). Jól látható, hogy minél finomabb a mederanyag, annál kisebb vízhozam szükséges a szemcsék mozgásba hozásához – a vízhozam növekedésével mind nagyobb tömeget szállít az áramlás.



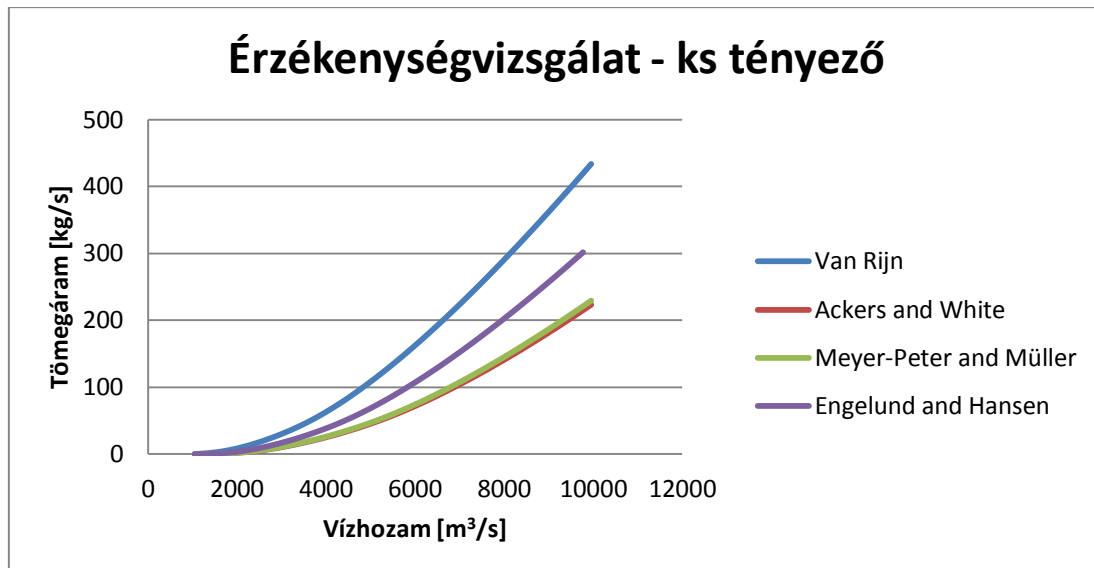
10. ábra - Érzékenységvizsgálat (Szemösszetétel)

A 11. ábrán az esés változtatására vonatkozó vizsgálat eredményei láthatók. Minél nagyobb az esés, annál egyszerűbb mozgásba lendíteni a szemcséket, annál több hordalékot szállít az áramlás. Azonban amíg az előző esetben a geometriai közepes szemátmérő háromszorosára változtatásával a tömegáram a 10-szeresére változott, addig az esés háromszorosára növelésével a tömegáram már 20-szorosára változott.



11. ábra - Érzékenységvizsgálat (Esés)

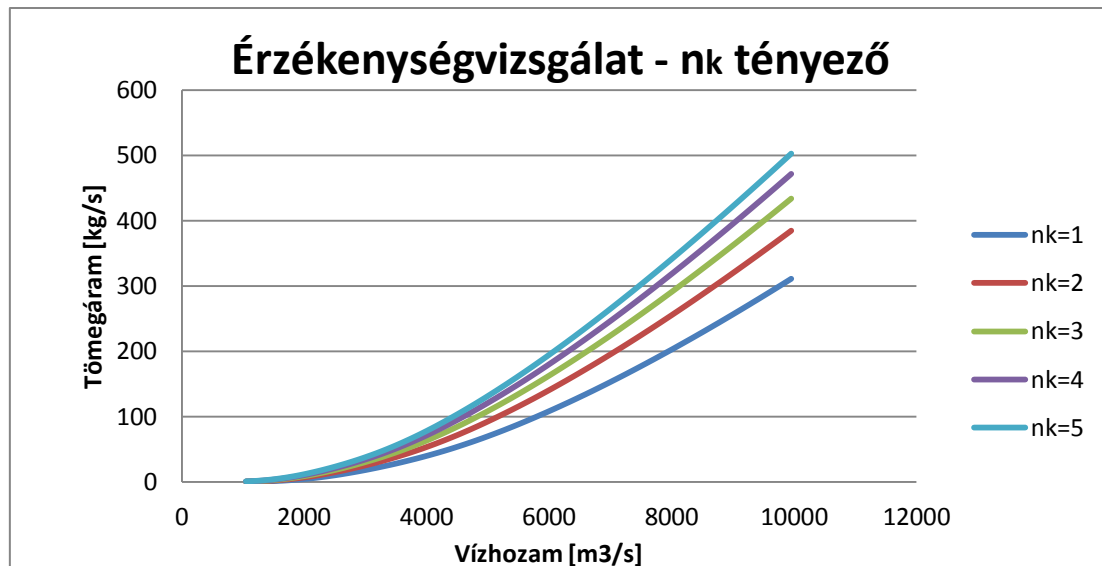
Következzen a Nikuradse-féle érdességmagasság változásának a tömegáram mennyiségére gyakorolt hatásának vizsgálata. Ez a paraméter a mederfenéken elhelyezkedő hordalékszemcsék méretéből adódó érdességet fejezi ki. A  $k_s$  tényezőt sokféleképpen lehet figyelembe venni, az alapösszefüggés szerint:  $k_s = \alpha_x \cdot D_x$ , ahol  $D_x$  jelöli azt a szemmagyságot, amelyet megszorozva  $\alpha_x$  tényezővel, megkapjuk az érdességmagasságot. Az érzékenységvizsgálathoz 4 eltérő paraméter (kitüntetett szemmagyság) alapján (*Ackers-White*, *Meyer-Peter-Müller*, *Engelund-Hansen* és *van Rijn*) számolt  $k_s$  tényezőre vizsgáltam meg *Parker* összefüggését. Ackers és White a  $D_{35}$ , Meyer-Peter és Müller a  $D_{50}$ , *Engelund és Hansen* a  $D_{65}$ , *van Rijn* pedig a  $D_{90}$  szemátmérő alapján veszi figyelembe a hordalékszemcsék méretéből adódó érdességet. Az eredmények a 12. ábrán láthatók. *Meyer-Peter-Müller*, illetve *Ackers-White* szerint szinte nincs is eltérés, hozzájuk képest *Engelund-Hansen* szerint 1,5-szer, *van Rijn*-szerint pedig több mint 2-szer akkora tömegáramot eredményez a képlet.



12. ábra - Érzékenységvizsgálat ( $k_s$  tényező)

Az összefüggés a legkisebb érzékenységet az  $n_k$  érdességi tényező változtatására mutatta. *Parker* összefüggésében az  $n_k$  tényező azt mutatja meg, hogy az érdességmagasság hányszorosa a  $D_{90}$  szemátmérőhöz. A 13. ábrát tekintve szemmel láthatóan kisebb eltérések jelentkeznek.





13. ábra - Érzékenységvizsgálat (nk tényező)

## 6. A hordalékszállítás modellezése

Az előző fejezetekben ismertettem a hordalékhozamot becslő képleteket, bemutattam a különböző paraméterekre vonatkozó érzékenységvizsgálatot – mindezt annak érdekében, hogy a hazai vízfolyásokra is alkalmazható összefüggést találjak. A számításaim és vizsgálataim azonban egy általános keresztszelvényre vonatkoztak, azonban egy vízfolyás mederváltozásainak leírásához hosszabb szakasz hordalékviszonyainak időbeli változását kell tekinteni. Így a továbbiakban a hordaléktranszportot leíró összefüggések egy hosszabb folyószakaszra, illetve időtartamra való vizsgálatával foglalkoztam, melyhez a HEC-RAS hidrodinamikai modellt használtam. A fejezet célja a hordalékszállítás 1D modellezésének vizsgálata – kiélezve arra, hogy a numerikus módszerekkel összevetve mennyire bizonyul pontosnak, mennyire alkalmas egy ilyen modell a tényleges mederváltozások leírására.

### 6.1. Áramlások egydimenziós modellezése

A HEC-RAS (*Hydrologic Engineering Centers River Analysis System*) egydimenziós hidrodinamikai modell hosszabb vízfolyás-szakaszok permanens, illetve nempermanens állapotának vizsgálatára egyaránt alkalmas. A vizsgálandó folyamatok (például egy árhullám levonulása) számítása diszkrét szelvényértékekkel történik. Négy különböző analízis végezhető: (1) permanens áramlás, (2) nempermanens áramlás, (3) hordalékszállítás modellezése, (4) vízminőség (transzportfolyamatok) modellezése. Az áramláshoz tartozó geometriai adatokat koordináták alapján kell bevinni.

### 6.1.1 Alapegyenletek

A vízmozgás leírására szolgáló alapegyenleteket (folytonossági, valamint dinamikai egyenlet) közös néven St. Venant- egyenleteknek nevezzük, s megmaradási törvények (térfogat, illetve energia) útján kaphatjuk meg őket. A következőkben az alapegyenleteket a könnyebb érthetőség kedvéért a *Hidroinformatika* c. HEFOP jegyzetből (BME Vízépítési és Vízgazdálkodási Tanszék, 2007) idézem.

A folytonosság feltételét egy olyan  $dx$  hosszúságú,  $A$  keresztmetszeti területű vízfolyásra kell értelmezni, melynek nedvesített keresztmetszete az időben változhat. A vizsgált vízfolyás-szakaszt egy áramcsővel tekintve a folytonosság feltétele:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q$$

ahol  $q$  [ $m^3/s/m$ ], a vonalmenti forrás. Pozitív érték felvétele jelenthet csapadékot, vagy talajvíz hozzáfolyást,  $h$  negatív értéket vesz fel, akkor pl. párolgást vagy talajba való beszívargást. <sup>[8]</sup>

A vízmozgásra érvényes energia-egyenlet (dinamikai egyenlet), az áramcső teljes keresztmetszvényére kiterjesztett Bernoulli-egyenlet nempermanens alakja:

$$Z_1 \frac{p_1}{\gamma} \frac{\alpha'_1 v_1^2}{2g} = Z_2 \frac{p_2}{\gamma} \frac{\alpha'_2 v_2^2}{2g} + \frac{1}{g} \alpha'' \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial v}{\partial t} dx + h_v$$

ahol  $z$  alsó indexek a  $\Delta x = x_2 - x_1$  hosszúságú vizsgált szakasz felső illetve alsó szelvénybeli értékre utalnak, ahol

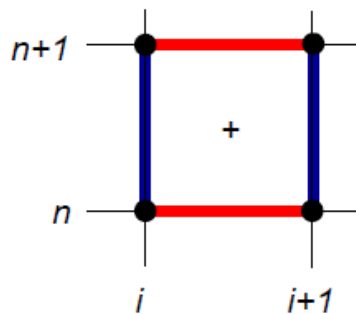
- $x$  a szelvény koordinátája a vízfolyás mentén
- $t$  idő
- $Z$  vízszint abszolút magassága
- $p$  nyomás
- $v$  szelvény középsebessége
- $\alpha', \alpha''$  a mozgásmennyiségnek ( $\alpha'$ ) és a lokális gyorsulásnak ( $\alpha''$ ) szelvény menti egyenlőtlenségét figyelembe vevő diszperziós tényezők
- $g$  nehézségi térerősség
- $\gamma$  a folyadék fajsúlya
- $h_v$  energiaveszteség (Manning alapján közelítve). <sup>[9]</sup>

### 6.1.2 Peremfeltételek

A modell működéséhez szükséges peremfeltételeket a befolyási, illetve a kifolyási szelvényben kell megadni. Bevett gyakorlat, hogy a befolyási szelvényben vízhozam-, míg a kifolyási szelvényben vízszint-típusú feltételt adunk meg, valamilyen ismert adatsor alapján. A modell kalibrálása az érdességi adatok változtatásával történik, majd a peremfeltételek alapján validáljuk.

### 6.1.3 Az implicit centrális differencia séma

A HEC-RAS nempermanens megoldója az implicit centrális véges differencia séma továbbfejlesztése. Implicit sémaként az explicit sémákkal ellentétben nem korlátozza stabilitási feltétel, centrális volta miatt a közelítés során nem részesíti előnyben sem az adott szelvény feletti, sem az alatta lévő szelvényt. Így tehát az implicit centrális séma szimmetrikus, másodrendű közelítés (vagyis kvadratikus függvényre ad egzakt eredményt). A séma alapja az alábbi ábrán látható:



14. ábra – Az implicit centrális séma <sup>[10]</sup>

Eszerint négy vízmélység tudja közelíteni középen a vízmélységet. A séma konzisztens, vagyis ha a  $\Delta t$  időlépés és a  $\Delta x$  lépésköz is tart a nullához, akkor a közelítés hibája is a nullához fog tartani – vagyis a séma megoldás meg fog egyezni az eredeti differenciálegyenlet megoldásával. A séma által adott felszín görbe nem teljesen tökéletes, az implicit sémákra jellemzően az árhullám gyorsabb a kelleténél, de az analízisre megfelelően alkalmazható.

## 6.2. Hordalékszállítás modellezése a HEC-RAS-ban

Már tapasztalhattuk, hogy önmagában már a hordalékszállítás leírása is lényegesen bonyolult feladat – nincs ez másképp a hordalékszállítás modellezésével sem. Az alkalmazott elméleti összefüggések, a

különböző változók (paraméterek) miatt már eleve bizonytalanabb a mederváltozások becslése. Ebben az alfejezetben szeretném ismertetni az elméleti háttér legfontosabb elemeit.

### 6.2.1. Kvázi-permanens áramlás és peremfeltételei

Mielőtt a modellt lefuttathatnánk, definiálni kell a kvázi-permanens áramlás adatait (a kvázi-permanens állapot feltételezése már eleve pontatlanságot eredményez a numerikus modellezésben). A kvázi-permanens modellezés átmenetet képez a permanens és a nempermanens megközelítés között; azonosan ismétlődő változások modellezését jelenti (például amikor az egy éven belüli vízhozam vagy vízállás változásait egy egész évre vonatkozó, átlagos idősorral adjuk meg, de az egymást követő évek idősorai között már nem teszünk különbséget).

A kvázi-permanens vizsgálatra vonatkozó peremfeltételeket úgy kell megadni, mint a permanens vagy a nempermanens állapot esetén. A vízhozam és a vízállás adatsoroknak megfelelően a legegyszerűbb, ha a befolyási szelvényben a Q-t, míg az alsó, kifolyási szelvényben a Z-t idősorokat adjuk meg peremfeltételként. Szintén a peremfeltételeknél kell megadni az ún. „számítási növekményt”, amivel azt adjuk meg, hogy mekkora időlépésenként írja felül a modellben a meder geometriáját. Az áramlás modellezéséhez a vízhőmérséklet változását is meg kell adnunk.

### 6.2.2. A hordalékhozam modellezésére vonatkozó adatok és peremfeltételek

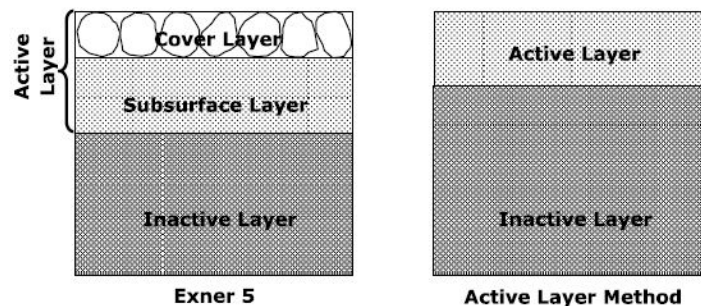
Ahogy a korábbi fejezetekben már bemutattam, igen sok összefüggés született már az idők során a hordalékhozam becslésére. A HEC-RAS környezetébe hét különböző összefüggés van beépítve: *Ackers-White*, *Engelund-Hansen*, *Laursen-Copeland*, *Meyer-Peter és Müller*, *Toffaletti*, *Yang és Wilcock*. A későbbi eredmények értékeléséhez érdemes megjegyezni, hogy az első három összefüggésből a teljes hordalékhozamot kaphatjuk meg. A modellben a hordalékszemcse ülepedési sebességének leírására is több módszer közül választhatunk, mely alapvetően a szemcsére ható gravitációs és felhajtó erő közti összefüggés (*Stokes*) vizsgálatán alapul (lásd *15. ábra*). Míg az *15. ábrán* a Ruby-féle összefüggés gömb alakú szemcsére vonatkozik, addig más leírások már különböző szemalakra vonatkoznak, így ezeknél a szemalagnak megfelelő paramétereket kell alkalmazni.

A HEC-RAS a hordalékszállítás folytonosságát a már ismertetett *Exner*-féle összefüggéssel veszi figyelembe. Az egyenletből egyben az is látszik, hogy mennyi hordalék tudja elhagyni a szelvényt, vagyis meghatározható a hordalékszálítási kapacitás.

$$\begin{array}{c}
 \uparrow F_D = \frac{1}{2} \pi \rho c_D \left( \frac{D}{2} \right)^2 v_s^2 \\
 \bullet \\
 \downarrow F_g = \frac{4}{3} \pi \rho R g \left( \frac{D}{2} \right)^3
 \end{array}$$

15. ábra – Gömb alakú hordalékszemszére ható erők<sup>[11]</sup>

A hordalékszállítás az aktív rétegben történik – az áramlás csak a meder egy bizonyos vastagságából tud elragadni, s mozgásba hozni szemcséket, ez a vastagság az ún. aktív réteg. A modell két különböző megközelítésben tudja vizsgálni az aktív réteg alapján történő osztályozódást (lásd 16. ábra). A két módszer között az alapvető különbség a leárnycóltóság-kitettségi jelenségének leírásában mutatkozik: míg az Exner 5 módszerrel figyelembe lehet venni, hogy a mederanyag durvulásával (vagyis a finomabb szemcsék kimosásával) a mozgásba hozható finomabb szemcsék arány csökken, addig az aktív réteg módszerével már nem tudjuk figyelembe venni a leárnycóltóságot. Fontos megjegyezni, hogy az aktív réteg módszere az aktív réteg vastagságát a  $D_{90}$  szemnagysággal megegyezőnek tekinti.



16. ábra – Az aktív réteg megközelítései<sup>[12]</sup>

Három, lényegében eltérő peremfeltétel megadása közül választhatunk a hordalékszállítás modellezéséhez. Egyensúlyi szállítást feltételezve lényegében az Exner-féle egyensúlyi egyenletet alkalmazva kaphatjuk meg a hordalékszállítást jellemző eredményeket. Ekkor peremfeltételként azt adjuk meg, hogy az egész vizsgálandó folyószakaszra érvényes, hogy amennyi hordalék érkezik egy szelvénybe, annyi is megy tovább a következőbe. Egy másik lehetőségként megadhatjuk kezdeti peremfeltételként, hogy egyes vízhozamok mellett mekkora az összes szállított hordalék, illetve ez hogyan oszlik meg az egyes szemcsetartományokra vonatkoztatva. Ekkor ismernünk kell legalább 2 összetartozó vízhozam-hordalékszállítás adatpárt (a többi értéket ezek alapján interpolálja a program). Harmadik lehetőségként pedig ezt az egészet adott idősorhoz rendelhetjük.

### 6.2.3. A hordalék tulajdonságainak megadása

A hordalékszemcsék alapvető tulajdonságait - mint például a testsűrűség vagy az alak tényező -, a szemcsék közti kohéziós viselkedést (különösen az agyag-iszap tartományokban rendelkeznek jelentős hatással a kohéziós viszonyok) a HEC-RAS alapértelmezésként definiálja, de a minél pontosabb modellezés érdekében ezeket manuálisan át lehet állítani.

A vizsgált keresztshelvényekre, a teljes folyószakaszra meg kell adni a szemösszetételi görbét. Ez két módon történhet: vagy az egyszerű integrálgörbét írjuk le (amely megmutatja, hogy az adott szemcseméretnél a teljes szemösszetétel hány %-a finomabb), vagy az egyes frakciók súlyarányát (az egyes frakciók százalékos aránya a teljes szemösszetételhez képest) adjuk meg. Ehhez persze ismernünk kell legalább két szelvényben a szemösszetételt, a két szelvény közt ezután már interpolálni tud a program, de a változatos mederösszetétel leírására érdemes minél több szelvényre adatokkal rendelkezünk. Ez utóbbi szintén elég összetett feladat, már csak a megfelelő mintavétel és – elemzés tekintetében is.

### 6.2.4. Az eredmények megjelenítése

A jól felparaméterezett modell futtatása előtt kiválaszthatjuk, milyen változókat akarunk vizsgálni, mely paraméterek változásának leírására fusson a modell. A kívánt eredményeknek megfelelően a HEC-RAS 6 különböző szintű kimenetelt különböztet meg, mind több különböző változóra vonatkozó eredményeket tartalmazva (lásd 17. ábra). A modell lefutása után a kapott eredményeket megnézhetjük grafikusán és táblázatos formában is.

Level 1	Level 2	Level 3	Level 4	Level 5	Level 6
Bed Elevation	Bed Elevation WSE Observed Invert Change	Bed Elevation WSE Observed Invert Change Velocity Flow Shear XS Mass Out Tot	Bed Elevation WSE Observed Data Invert Change Flow Velocity Shear Energy Grade Slope Mass Out Tot Mass Out Cumulative Mass Bed Change Tot Mass Bed Change Cum Tot Mass Capacity tot Mean Effective Channel Invert Mean Effective Channel Invert $\Delta$ Longitudinal Cum Mass Change	All From Level 4 and... d50 Cover d50 Surface d50 Inactive Cover/Active Layer Thickness Subsurface Layer Thickness Mass Cover (All) Mass Surface (All) Mass Inactive (All) Sediment Concentration	All From Level 5 and... Sediment Discharge (Tot) Channel Manning's n Channel Froude # Shear Velocity ( $u^*$ ) d90 Cover d90 Surface d90 Inactive Effective Depth Effective Width Dredged Volume
(All) = This variable is output as a total for all materials and separately for each of the 20 grain classes Tot = Only total for all grain sizes combined      Cum/Cumulative = Cumulative mass from the beginning of the simulation to the current time WSE = Water Surface Elevation Delta Bed = Change of bed elevation					

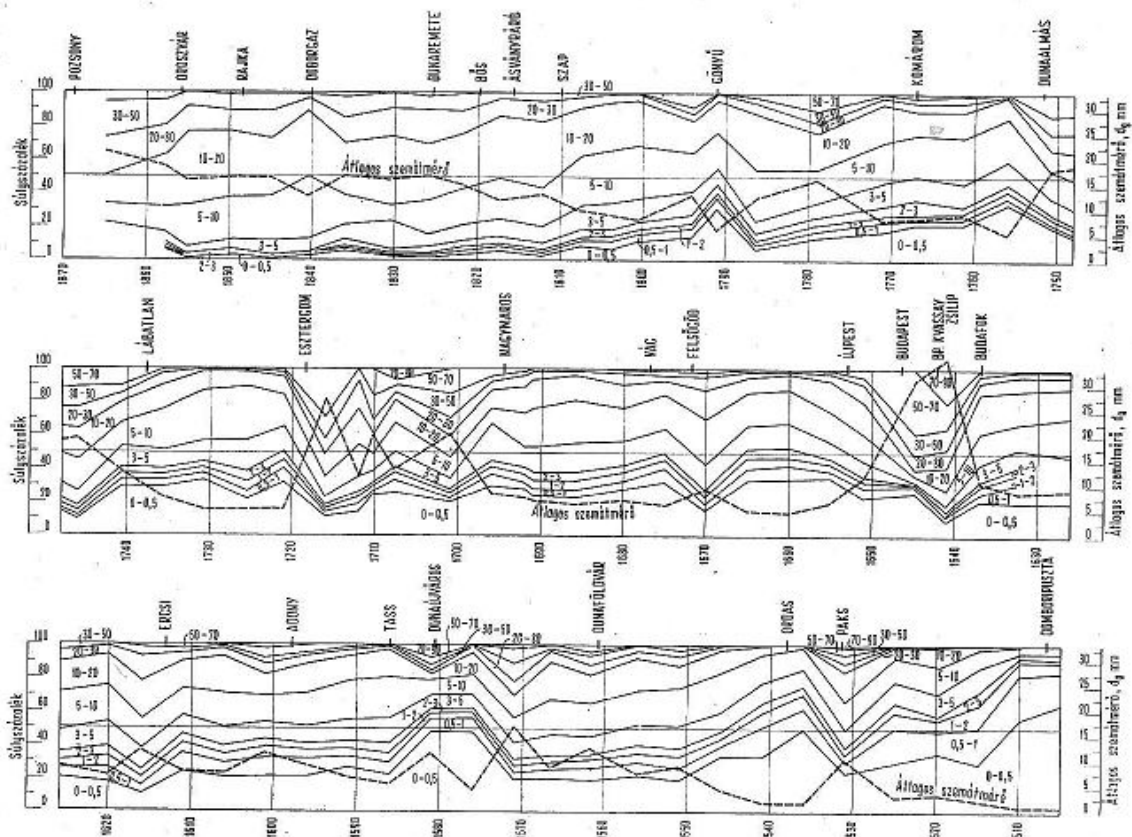
17. ábra – A HEC-RAS hordalékmodelljének output szintjei <sup>[13]</sup>

## 7. Hordalékszállítás modellezése a Duna egy szakaszára

A HEC-RAS 1D hordalékmodelljét és annak vizsgálatát a tanszék által felépített Duna-modellen alkalmaztam, amely a 2013. évi árvíz levonulását modellezi. A választás azért esett az 1811-1692 fkm közötti folyószakaszra, mert erre a területre rendelkezésre állnak hordalékadatok. Maga a szakasz az Észak-dunántúli Vízügyi Igazgatóság fennhatósága alá tartozik.

### 7.1. A modell paraméterezése

A 6.2. fejezetben ismertetett elméleti háttér alapján a modellt különböző peremfeltételek alkalmazásával (egyensúlyi hordalékszállítás, kezdeti hordalékszállítás), különféle hordalékhozam-becslő összefüggések kiválasztásával, stb. futtattam. A kvázi-permanens Q és Z idősorokat az eredeti modellből kiolvasva tudtam megadni (itt fontos volt a megfelelő időlépés kiválasztása, hogy egy kellően hosszú időszakot lehessen vizsgálni), míg a Duna egyes szelvényeinek mederanyagának szemösszetételét a 18. ábrán látható szemösszetételi hossz-szelvény alapján vettem fel. Habár ez a szemösszetételi hossz-szelvény több évtizede készült, frissebb adatok hiányában ezzel lehet dolgozni.



3.3.1—12. ábra. A Duna Pozsony—Dombori-pusztá közötti szakaszának szemösszetételi hossz-szelvénye

18. ábra – A Duna szemösszetételi hossz-szelvénye [14]

## 7.2. Az 1D modell érzékenységvizsgálata

A különböző paraméterek alapján történő futtatások eredményei alapján elvégeztem a modell érzékenységvizsgálatát is. A dolgozatomban a hordalékszállító-képességre, illetve mederváltozásra tekintve közlöm eredményeimet. A hordalékhozam-becslő összefüggések vizsgálatánál már beláttuk, mennyire fontos lehet egy érzékenységvizsgálat, hiszen ha már eleve bizonytalan képletekkel, adatokkal számolunk, akkor hiába fut le akár stabilan a modell, mégsem kapunk helyes eredményeket. Az érzékenységvizsgálat ábrái a *Függelék*ben található.

A peremfeltétel fajtájára vonatkozóan nem jelentkezett érzékenység: a kezdeti szakasztól eltekintve tökéletes az egyezés a két változatban. A kezdeti eltérés pont a két peremfeltétel különbségéből ered – a hordalékszállító-képesség ugyanakkora mindkét esetben, csak míg az egyensúlyi áramlás esetében az egyensúlynak megfelelően alakul ki már a kezdeti szelvényben is, addig a második esetben (ahol hordalékszállítás-idősort adtam meg), az általam megadott értékről indul. (*Függelék: 19. ábra*)

Az ülepedési sebesség számítási módját tekintve szintén nem keletkezett nagyobb eltérés. Itt persze közrejátszik, hogy nem igazán tudjuk, milyen szemalakú a szemösszetétel, így alapértelmezettként ez egyes ülepedési sebesség-összefüggések egyaránt gömb alakot tekintenek. (*Függelék: 20. ábra*)

A modell az osztályozódásra sem mutatott sokkal nagyobb különbségeket: nem okoz számottevő változást, ha az alapértelmezett Exner 5 helyett az aktív réteg alapján történő osztályozódást használjuk. Ennek oka az lehet, hogy esetünkben a hordalékmozgás mindkét osztályozódás alapján nagyjából ugyanabban a rétegvastagságban történik. A jövőben fontos lenne lényegesen eltérő szemösszetétel alapján is elvégezni az érzékenységvizsgálatot. (*Függelék: 21. ábra*)

Ahogy az már a korábbi fejezetek alapján is várható volt, a legnagyobb eltérés a hordaléktranszport-becslő összefüggések megválasztásánál adódott. *Laurson*, illetve *Engelund és Hansen* alapján kiugró értékek születnek, *Toffaletti és Meyer-Peter és Müller* által pedig alacsonyabb értékek. (*Függelék: 22. ábra*)

A mederváltozásokat tekintve hasonló érzékenységek mutatkoztak – míg egy bizonyos összefüggést tekintve nem változik sokat az eredmény, bármelyik osztályozódást, vagy a peremfeltételt is adjuk meg, addig a hordalékhozam-becslő képletekben már eleve fellépő pontatlanságok itt is a legnagyobb eltéréseket eredményezik. (*Függelék: 23. ábra*)



### 7.3. Hosszú idejű szimuláció eredményei

A Duna kiragadott szakaszára egy hosszabb időszakra is lefuttattam a modellt, hogy egy korábbi BSc diplomamunka (Varga-Lehofer Debóra (2014): *A felső-magyarországi Duna morfológiai változásainak elemzése*) eredményeivel össze tudjam vetni az eredményeket, s azokból következtethessenek az 1D modell alkalmasságára. Mielőtt azonban ismertetném az összehasonlítás eredményeit, tekintsük meg a hossz-szelvényt: vajon mi indokolhatja a hirtelen kimélyüléseket/feltöltődéseket? A 24. ábra (Függelék) alapján egyértelmű, hogy a hordalékszállító-képesség változása összefügg a mederváltozás alakulásával, hiszen minél több hordalékot tud magával ragadni az áramlás, annál nagyobb lokális kimélyülés következik be az adott szelvényben. A hordalékszállító-képesség pedig nagyban függ a terepviszonyoktól – hirtelen esésváltásoknál az áramlás energiája megtörik, a hordalék kiüledik.

A vizsgált időszak a teljes 2006. évre terjedt ki, amikor is az addigi legnagyobb jégmentes árvíz vonult le, így feltételezhetően nagy mederváltozások történtek abban az évben. Felhasználva az éves vízhozam-idősort bemenő peremfeltételként, a kvázi-állandó áramlás alsó peremfeltételeként pedig Q-Z görbét definiálva, a modell eredményei alapján a mederváltozást vizsgáltam. A hordalékhozam számítását Ackers és White alapján állítottam be – ez közepes értékeket ad a hat összefüggés közül.

A kapott mederváltozást grafikusán összevetettem hivatkozott dolgozatban kapott eredményekkel (Függelék: 25. ábra). A modell nagyságrendileg eltérő mederváltozásokat eredményezett. Erre a feltűnő eltérésre a jövő folyamán még feltétlenül fontos lenne vizsgálatokat végezni. Ránézésre nem lehet egyértelműen kijelenteni, hogy megfelelően reprodukálja a tendenciát, vagyis hogy mindenhol a méréseknek megfelelően történt feltöltődés vagy süllyedés. Pozitívum azonban, hogy az éves átlagos mederváltozás a modell alapján is negatívra jött ki, azaz a Duna-szakasz mélyült az év során.

### 7.3. Az 1D hordaléktranszport-modell értékelése

Habár az általam elvégzett modellvizsgálatok igen kezdetlegesnek mondhatók, annyi már ezek alapján is látszik, hogy az 1D modell hordaléktranszport-moduljának jelentős fejlesztése lenne célravezető. A modell eredményei alulbecsülték a várható értékeket – a mederváltozás ekkora eltéréseinek miéértje további vizsgálatokat igényel. Érdemes lenne több hordalékhozam-becslő összefüggést beépíteni, akár a makróval tesztelt összefüggésekre támaszkodva a hazai vízfolyásokra legalkalmasabbat. Fontos lenne további, kiterjesztett vizsgálatokat végezni.

## 8. Összefoglalás és kitekintés

A folyami hordalékmozgás vizsgálata rendkívül összetett kérdéskör, a mozgató erők, a mozgás leírása már önmagában elég bonyolult. Mivel a hazai gyakorlatban meglehetősen kevesen foglalkoztak ezzel a tudományterülettel, fontos volt egy frissebb, áttekintő képet nyújtani a jelenségről, mely az elméleti alapismereteken túl, széleskörűen bemutatja a görgetett hordalékhozam-becslő összefüggéseket is. Az összefüggések vizsgálatának eredményei iránymutatóként szolgálhatna a későbbi hordalékvizsgálatokhoz, hiszen a dolgozat egyik célja végső soron az volt, hogy a külföldi tanulmányok alapján a hazai vízfolyásokra is megfelelően alkalmazható összefüggést találjon. Az egydimenziós hordaléktranszport-modell felállításának és vizsgálatának lényege szintén a távlati elemzések irányába mutat – az 1D modell lényeges továbbfejlesztése lenne szükséges, mert a jelenség annyira összetett, hogy azt a modell nem tudja megfelelő pontossággal leírni. A jövőben fontosnak tartom még hosszabb időre (több évre) vonatkozó szimulációk végrehajtását és erre a nagyobb időszakokra kapott mederváltozásokat összevetni mért adatokkal. Mivel a mederpáncélozódás fontos szerepet játszik a kavicsmedrű folyóink esetében, annak numerikus leképzése szintén lényeges. Ez alapján szükségesnek tartom a jövőben a mederpáncélozódás folyamatának szimulációját célirányosan vizsgálni, jóllehet ehhez megbízható ellenőrző adatokra van szükség, ami hazai folyókra alig vagy egyáltalán nem állnak rendelkezésre. Ehhez kapcsolódóan érdemes lenne további hordaléktranszport összefüggések beépítése, amelyek a képletek tesztelése során magasabb hordalékvándorlást eredményeztek. Ha az ilyen jellegű modellfejlesztés nem kivitelezhető, akkor érdemes lenne más szoftver hordaléktranszport moduljának tesztelése is (pl. Mike11).

## Köszönetnyilvánítás

Köszönettel tartozom **Dr. Baranya Sándor** egyetemi docensnek, amiért lehetőséget adott, hogy egy olyan szerteágazó területen készíthessem el dolgozatomat, amelyben belátásom szerint még rengeteg kutatási potenciál van. Témavezetésének és tanácsainak köszönhetően remélhetőleg megalapozzuk legalább elméleti síkon a közeljövő hordalékkutatását ezen dolgozaton keresztül.

Köszönet illeti **Török Gergely Tihamér** doktoranduszt is, amiért gyakran más perspektívából látta meg a dolgokat, s szintén rengeteg segítő tanáccsal látott el a dolgozat készítése közben. A modellezés témakör elkészítése közben gyakorlati tudása nagyon jól jött.

Ezúton szeretnék köszönetet mondani **Dr. Krámer Tamás**nak is, amiért rendelkezésemre bocsátotta a Duna hidroeinformatikai modelljét.

## Felhasznált irodalom

BME Vízépítési és Vízgazdálkodási Tanszék (2007): *Hidroinformatika*; HEFOP jegyzet

Bogárdi János (1971): *Vízfolyások hordalékszállítása*; Akadémiai Kiadó, Budapest

Dr. Krámer Tamás: *Nempermanens vízmozgás 1D számítása*; Hidroinformatika BSc. előadás

Gary Parker (2004): *1D Sediment Transport Morphodynamics with Applications to Rivers and Turbidity Current*; [http://hydrolab.illinois.edu/people/parkerg/morphodynamics\\_e-book.htm](http://hydrolab.illinois.edu/people/parkerg/morphodynamics_e-book.htm)

Gary Parker: *Transport of Gravel and Sediment Mixtures*; *ASCE Sedimentation Engineering (2008)*

Marcelo H. García: *Sediment Transport and Morphodynamics*; *ASCE Sedimentation Engineering(2008)*

Robert C. MacArthur, Charles R. Neill, Brad R. Hall, Vic J. Galay, Andrey B. Shvidchenko: *Overview of Sedimentation Engineering*; *ASCE Sedimentation Engineering (2008)*

US Army Corps of Engineers (2010): *HEC-RAS River Analysis System v.4.1. Hydraulic Reference Manual*; elméleti útmutató

US Army Corps of Engineers (2010): *HEC-RAS River Analysis System v.4.1. User's Manual*; használati útmutató

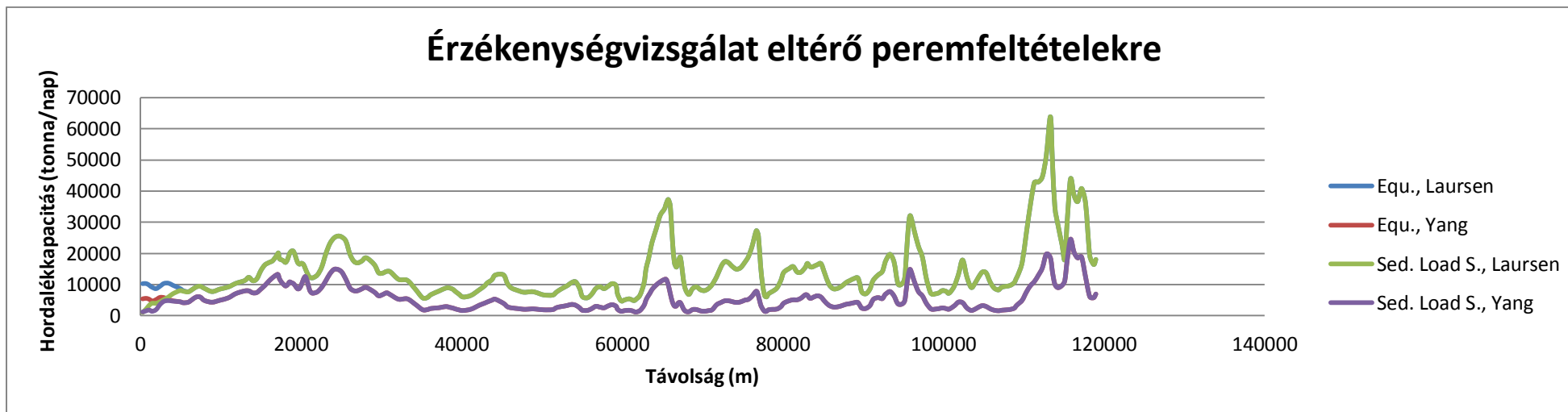
Varga-Lehofer Debóra (2014): *A felső-magyarországi Duna morfológiai változásainak elemzése*; BSc diplomamunka

## Források

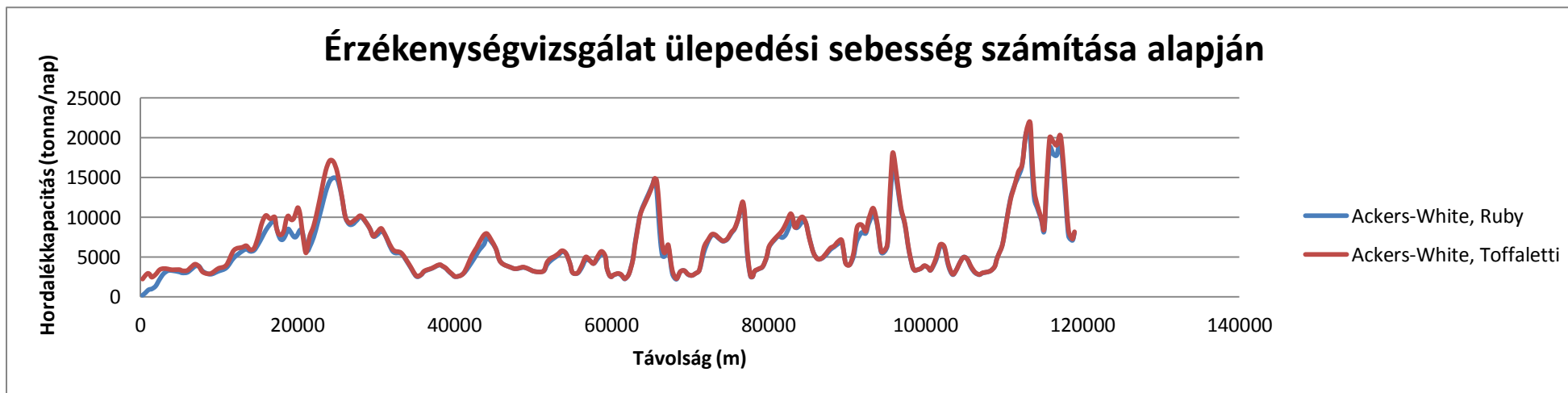
- [1] - Robert C. MacArthur, Charles R. Neill, Brad R. Hall, Vic J. Galay, Andrey B. Shvidchenko: *Overview of Sedimentation Engineering*: [Fig. 2-31. Definition diagram for sediment-laden open channel flow]
- [2] - Marcelo H. García: *Sediment Transport and Morphodynamics*: [Fig. 3-17. Probability density and distribution function of (a) a unimodal and (b) a bimodal sediment sample]
- [3] - Marcelo H. García: *Sediment Transport and Morphodynamics*: [Fig. 3-17. (d) Probability distribution function versus  $D$  in mm on a linear scale]
- [4][5] - Marcelo H. García: *Sediment Transport and Morphodynamics*: [Fig. 3-33. Plots illustrating the use of similarity]
- [6] - Marcelo H. García: *Sediment Transport and Morphodynamics*: [Fig. 3-43. Evolution of stone cells on the bed surface of a laboratory flume as the bed evolves in response to the cutoff of sediment supply]
- [7] - Dr. Józsa J., Dr. Krámer T., Baranya S. (2008): *Veszélyes Duna-szakaszok hidrodinamikai modellezése folyószabályozás tervezéséhez*; kutatási jelentés
- [8] [9] - BME Vízépítési és Vízgazdálkodási Tanszék (2007): *Hidroinformatika*; HEFOP jegyzet
- [10] - Dr. Krámer Tamás: *Nempermanens vízmozgás 1D számítása*; Hidroinformatika BSc. előadás
- [11] - US Army Corps of Engineers (2010): *HEC-RAS River Analysis System v.4.1. Hydraulic Reference Manual*: [Fig. 13-3. Free body diagram used for computing fall velocity]
- [12] - US Army Corps of Engineers (2010): *HEC-RAS River Analysis System v.4.1. Hydraulic Reference Manual*: [Fig. 13-7. Schematic of the mixing layers in HEC-RAS' sorting and armoring methods]
- [13] - US Army Corps of Engineers (2010): *HEC-RAS River Analysis System v.4.1. User's Manual*: [Table 17-2. Variables associated with each level of output]
- [14] - Bogárdi J. (1971): *Vízfolyások hordalékszállítása*: [3.3.1-12. ábra. A Duna Pozsony-Domboripuszta közötti szakaszának szemösszetételi hossz-szelvénye]

Gary Parker, illetve Ashida és Michiue vegyes szemösszetételre vonatkozó összefüggésének vizsgálatához a *RTe-bookAcronym1\_0825.xls* és a *RTe-bookWPHydResAMBL.xls* táblázatok voltak segítségemre, melyek letölthetők a [http://hydrolab.illinois.edu/people/parkerg/morphodynamics\\_e-book.htm](http://hydrolab.illinois.edu/people/parkerg/morphodynamics_e-book.htm) oldalról.

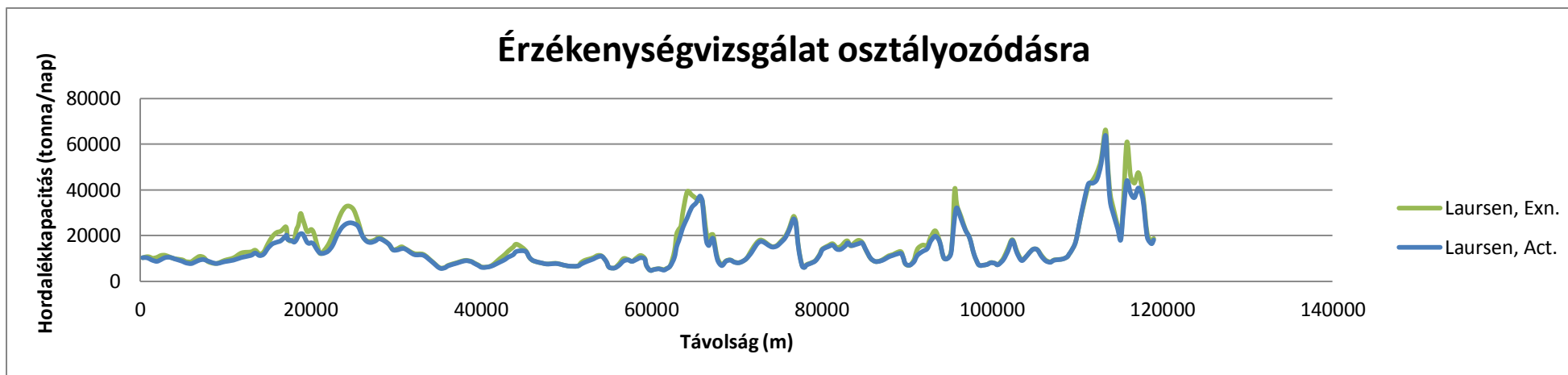
## Függelék



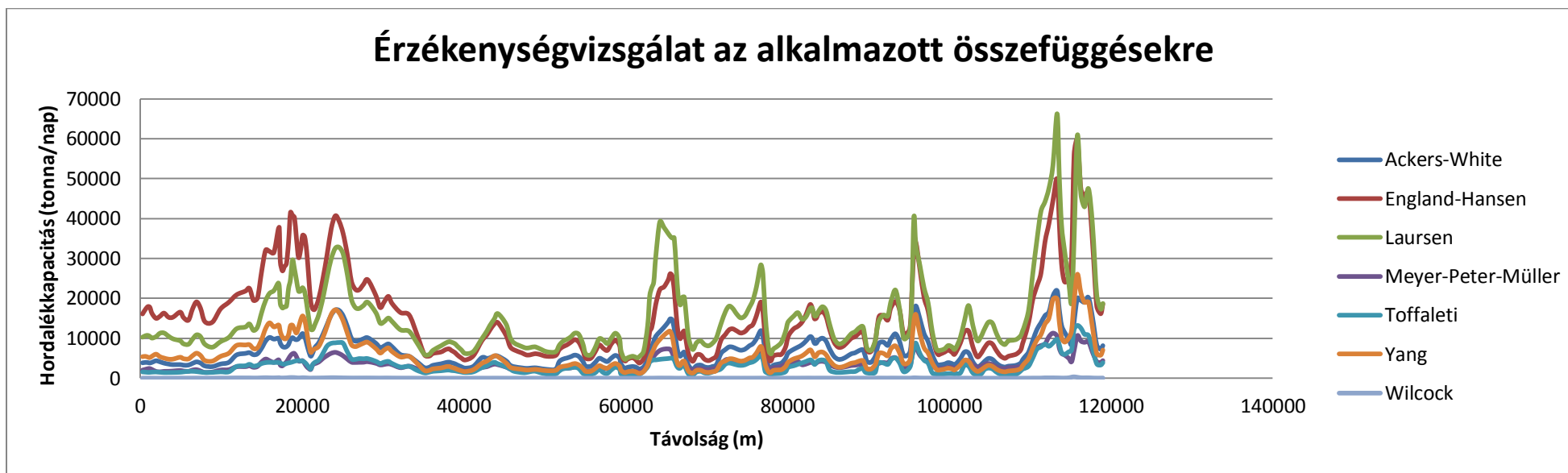
19. ábra – 1D modell érzékenységvizsgálata a peremfeltételekre



20. ábra – 1D modell érzékenysége az ülepedési sebesség számítási módjára



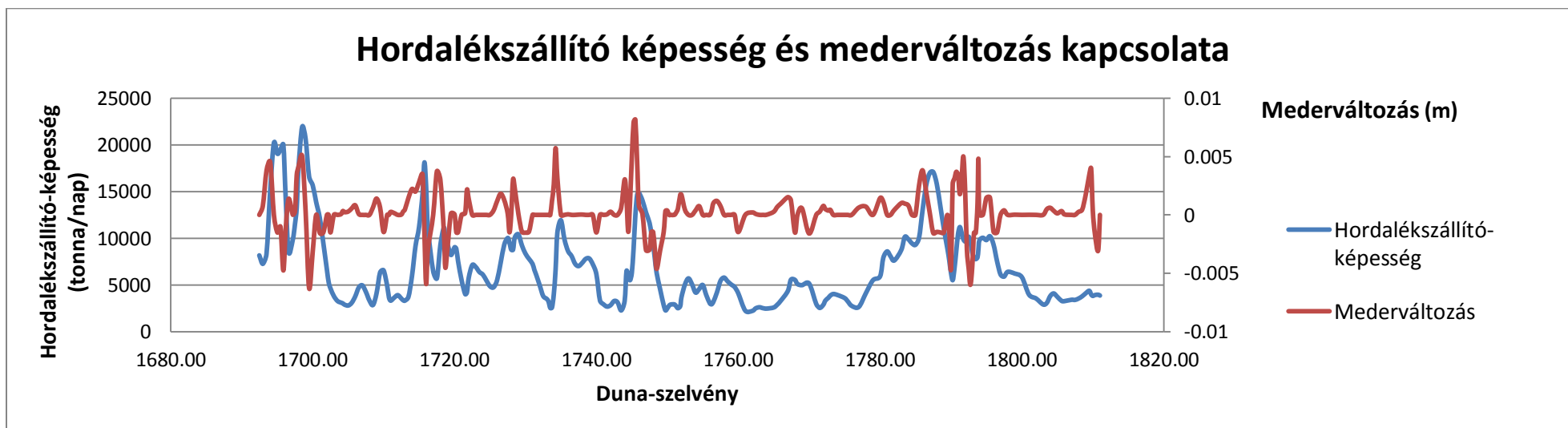
21. ábra – 1D modell érzékenységvizsgálata osztályozódásra



22. ábra – 1D modell érzékenységvizsgálata a hordalékhozam-becslő összefüggések megválasztására

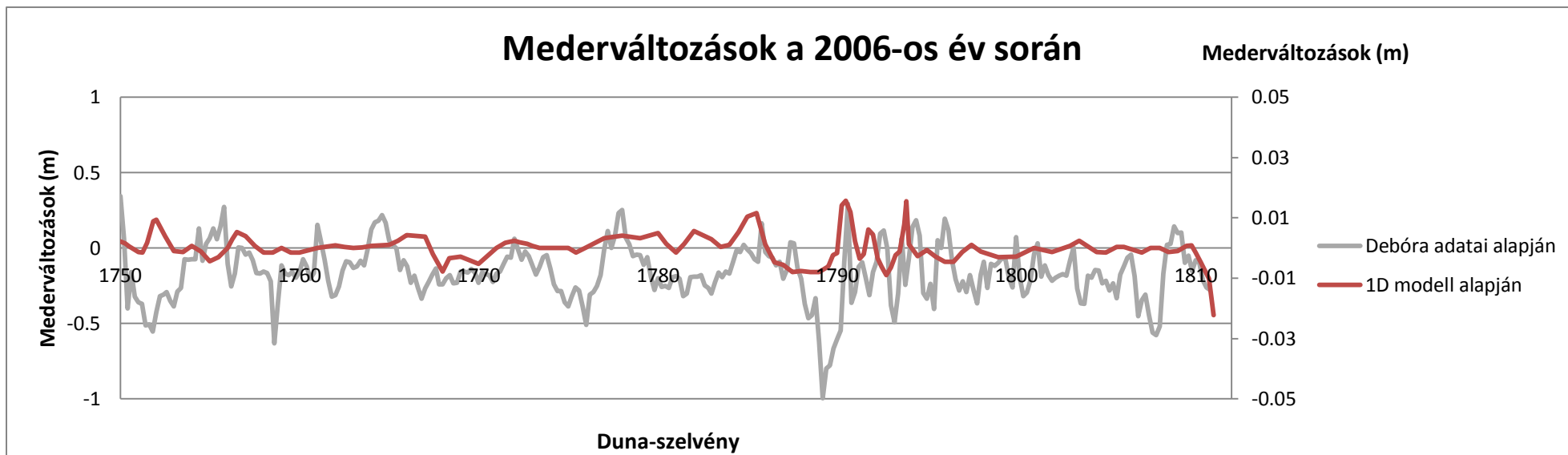


23. ábra – Mederváltozások érzékenységvizsgálata



24. ábra – Hordalékszállító-képesség és mederváltozás kapcsolata





25. ábra – Mederváltozások a 2006-os év során