

M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

A GGMplus nehézségi erőter modell vizsgálata Magyarország területén

Készítette: Deli Dániel

Konzulens: Dr. Tóth Gyula

BME Általános és Felsőgeodézia Tanszék

2014 ősz

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés.....	2
2. A függővonal-elhajlás	2
3. A GGMplus modell	3
4. Adatbeszerzés és - előállítás.....	4
5. Adatelemzések.....	4
a) Statisztikai elemzések	4
b) Kvantilisábrák elemzése	7
c) Térképek elemzése	11
6. Összefoglalás, további lehetőségek.....	14
7. Irodalomjegyzék.....	14
Mellékletek	15
Táblázatok	15
Diagramok	29
Kvantilisábrák	37
- Normális eloszlás.....	37
- Laplace-eloszlás.....	42
- Kvantilis-kvantilis ábrák.....	47
Térképek.....	49
Egyéb ábrák.....	60

1. Bevezetés

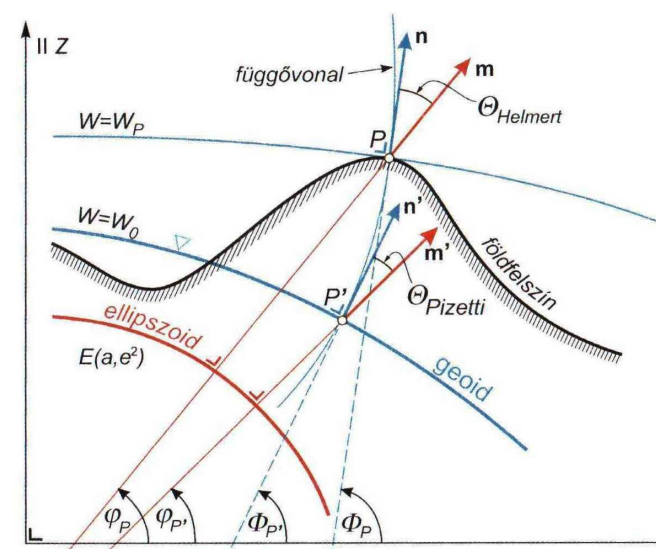
A geodézia egyik feladata a Föld alakjának meghatározása, amelyhez alapvető a nehézségi erőtér ismerete, mivel bolygónk matematikai alakját ezen erőtér potenciáljának szintfelületeként írhatjuk le. A földi nehézségi erőtér ismerete nem csak a mérnöki, geofizikai és egyéb tudományos területeknek szükséges, hanem ennél sokkal nagyobb jelentőséggel bír, hiszen kihat a mindennapi életünkre, legyen szó építkezésről, űrkutatásról, közlekedésről, navigációról vagy akár testünk mozgásáról, helyzetéről. Mivel a nehézségi erőtér az idő és a Föld sűrűségének függvényében is változik, folyamatosan újabb és pontosabb modellekre van szükség. Az eddigi, műholdas méréseken alapuló globális modellek 2-10km-es felbontással rendelkeznek, melyek messze alulmúlják a helyi jellegű feladatokhoz szükséges értéket. Ezen a téren hozott nagy változást a GGMplus modell az ultramagas felbontásával. A kutatás céljai: a modell vizsgálata statisztikai és grafikus eszközökkel, összefüggés keresése az eltérések és a topográfia között és a modell használhatóságának és határainak megállapítása.

2. A függővonal-elhajlás

A nehézségi erőteret több jellemző szerint is vizsgálhatjuk, ilyen például a szabadesés gyorsulása (nehézségi gyorsulás), a nehézségi rendellenesség, vagy a függővonal-elhajlás. Dolgozatom ezek közül az utolsóval, azaz a függővonal-elhajlással, azon belül is annak meridián irányú (É-D-i) és arra merőleges irányú (K-Ny-i) komponenseivel foglalkozik. A függővonal-elhajlás nem más, mint egy pontban a ponton átmenő ellipszoidi normális és a helyi függőleges irányának különbsége szögértékben kifejezve. Ebből kétféle van: a Helmert-féle vagy földfelszíni, és a Pizetti-féle vagy geoidi, melyek közül a GGMplus az előbbit tartalmazza.

Az egymásra merőleges komponensekből az alábbi összefüggés segítségével kaphatjuk meg magának a függővonal-elhajlásnak a nagyságát:

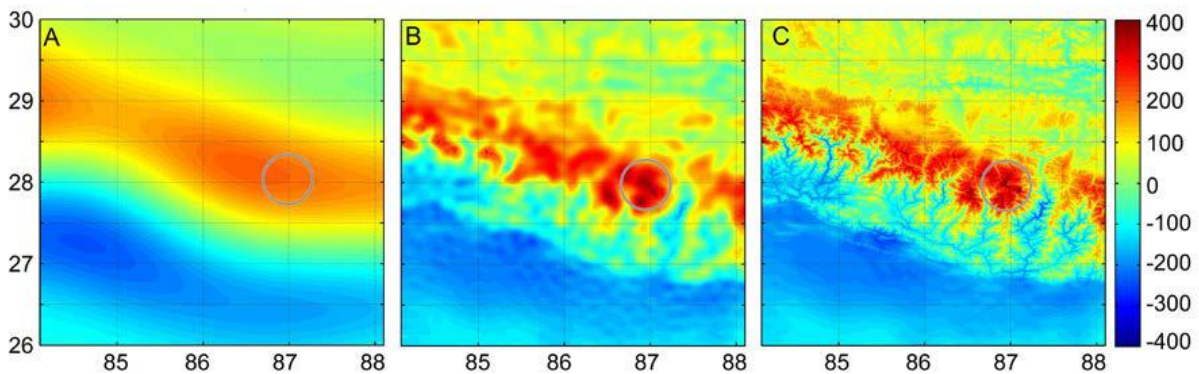
$$\Theta = \sqrt{\xi^2 + \eta^2} \tag{1.1}$$



2.1. ábra: A függővonal-elhajlás [2]

3. A GGMplus modell

Ahogy a bevezetőben is olvasható, a GGMplus modell nagy újdonságnak számít a nehézségi térerősség modellek között, hiszen az eddigi maximum 2-9 km felbontású modellekhez képest ez már ultramagas, megközelítőleg 200m-es felbontású, amely szinte teljes egészében lefedi a Földet ($\pm 60^\circ$ szélesség). Ezt úgy érte el a készítő, hogy az egyik eddigi legjobb felbontású modellt, a műholdas mérések és az EGM2008 alapján készült GGE-t kiegészítette nagyfelbontású SRTM topográfiával készített modellel, amely a nehézségi erőter helyi sajátosságait tartalmazza. Az EGM2008 felhasználásából következik, hogy azokon a területeken, amelyeken kevesebb a helyi mérés, a pontosság is kisebb. A modell megalkotója, Dr. Christian Hirt szerint azokon a helyeken, ahol ezek a mérések megfelelő sűrűségben helyezkednek el, a mért és a modelltől előállított függővonal-elhajlás komponensek között maximum 1 szögmásodperc lehet az eltérés. Mivel Magyarország ilyen szempontból a jól felmért területek közé tartozik, a dolgozatban ezen állítást is megvizsgáltam.



3.1 ábra: a) Csak műholdas mérésből készült modell, b) GGE modell (műhold+EGM2008), c) GGMplus modell a Himalájáról (bekarikázva a Mount Everest) [1]

A modellben a fent említett komponenseken kívül a nehézségi erőternek még másik 3 jellemzője is vizsgálható: a szabadesés gyorsulása (nehézségi gyorsulás), a nehézségi rendellenesség, és a normálmagasság. Ebből is látható, hogy rengeteg adatról van szó, ezért a kezelhetőség érdekében a modell által lefedett területet 5° szélesség x 5° hosszúság méretű mozaikokra bontották. A készítő nem csak ezeket az adatokat tette közzé, hanem egy Matlabban írt programot is, amely segítségével egy adott koordinátájú pontra interpolálható bármely jellemző értéke. (ddf.curtin.edu.au/gravity/GGMplus/)

4. Adatbeszerzés és -előállítás

A mérési adatok Magyarország 138 pontján végzett asztrogeodéziai mérések eredményei, melyeket a BME Általános és Felsőgeodézia Tanszék egyik oktatójától, Dr. Ádám Józseftől kaptam konzulensemen keresztül. A mérési eredmények adatgazdája a FÖMI. Az adatsor készítője egy volt munkatárs, aki azóta elhunyt, és feljegyzések híján nem minden jelzés egyértelmű rajta, ahogyan azt sem tudni biztosra, hogy ezek a földfelszínre vagy a geoidra vonatkoznak. Ennek fényében dolgozatom eredményeit kis fenntartással kell kezelni.

No.	PCODE	EOV-Y	EOV-X	HEIGHT	PNAME	G-LATITUDE	G-LONGITUDE	AR	YR	A-LATITUDE	A-LONGITUDE
56-1001	SZOL	691916.9120	216601.3940	229.2800	SZOLOHEGY	47-17-32.6156	19-36-09.9865	68	53	47-17-30.4400	19-36-10.1800

4.1. táblázat: Részlet a felhasznált mérési adatsorból

A modellből interpolációval állítottam elő a fent említett 138 pontban a függővonal-elhajlás komponenseket. Ehhez a fentebb említett, Matlabban megírt programot vettem alapul, amelyet átírtam saját igényeim szerint. A kapott ξ' és η' értékeket átraktam egy Excel-táblába, amelybe korábban már átvittem a mérési eredményeket, és ott folytattam a feldolgozásukat. Az (1.1) képlet segítségével előállítottam a függővonal-elhajlások értékeit (Θ , Θ') mind a mérési (ξ , η), mind az interpolált (ξ' , η') adatokból. (4.2. táblázat)

5. Adatelemzések

Az elemzések megkezdése előtt kiszámítottam a komponensek közötti eltéréseket ($\Delta\xi$, $\Delta\eta$), melyeket úgy képeztem, hogy a mérésekből kivontam a modellből kapott adatokat. Végül ezekre a $\Delta\xi$, $\Delta\eta$ eltérésekre alkalmaztam az (1.1) képletet, ezzel „ál-függővonal-elhajlásokat” ($\Delta\Theta$) számítottam.

a) Statisztikai elemzések

A statisztikai elemzések elvégzéséhez öt jellemzőt számítottam ki: maximum érték, minimum érték, átlag, medián és szórás. Ezeket előállítottam a mérési adatokra (ξ , η , Θ), az interpolált értékekre (ξ' , η' , Θ'), illetve a különbségértékekre is ($\Delta\xi$, $\Delta\eta$, $\Delta\Theta$) (5.1 táblázat). Ezek közül a különbségértékek átlagértékére elméletben 0-nak kellett volna kijönnie, azonban a meridiánirányú komponensek különbségénél ez közel -0.2"-re adódott. Ez meglehetősen nagy eltérés, azonban az EGM2008 modellhez viszonyítva is ugyanekkora különbség jelentkezik [3]. Ez megerősíti azt az elképzelést, amely szerint a mérési adatok nem a földfelszínre, hanem a geoidra vonatkoznak. Ezen felül még az is ezt az állítást bizonyítja, hogy a legnagyobb eltérés és a medián is negatív szám. Sőt, ahogyan az alábbi táblázatban is jól látható, a

legmarkánsabb eltérés is a $\Delta\xi$ -ben van, itt az 1''-es határ 2.5-szeresét is eléri a különbség értéke. A $\Delta\eta$ -ban jelentkező kétszeres eltérés sem nem nevezhető elhanyagolhatónak, azonban hozzá kell tennem, hogy itt jóval kevesebb volt az 1''-nél nagyobb eltérés – összesen 4 pontban – , mint a $\Delta\xi$ -k esetén, ahol ez az érték 12.

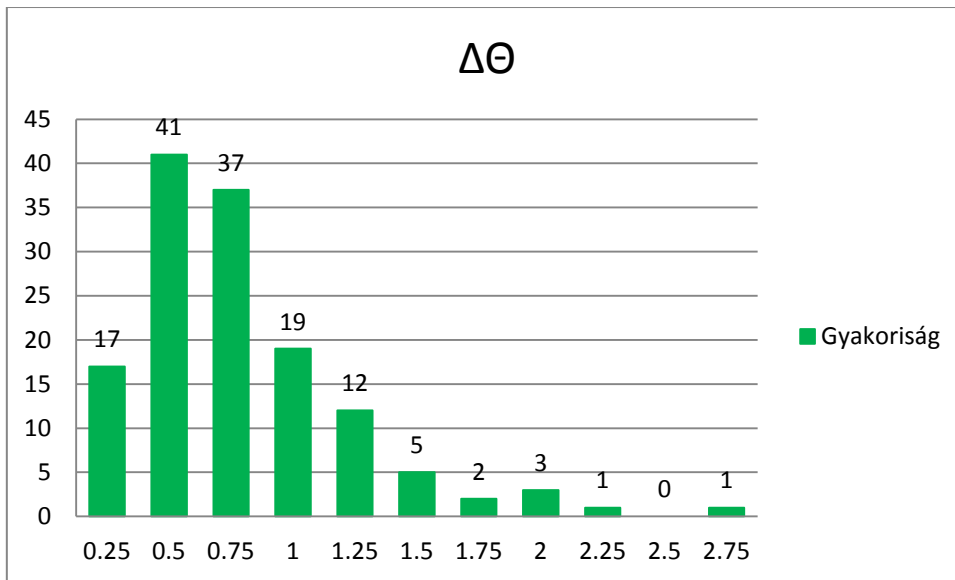
	ξ	η	θ	ξ'	η'	θ'	$\Delta\xi$	$\Delta\eta$	$\Delta\theta$
Minimum	-7,3252	-3,0947	0,8087	-6,5899	-2,4673	0,1575	-2,5986	-1,2007	0,1106
Maximum	6,3458	8,1602	10,2933	6,8149	8,6760	9,6379	1,5350	2,0191	2,6366
Átlag	0,5477	2,8476	3,9914	0,7467	2,7661	3,8758	-0,1990	0,0816	0,6564
Medián	0,4335	2,7916	3,8573	0,6458	2,6610	3,8076	-0,1832	0,0503	0,5658
Szórás	2,4636	2,1630	1,7959	2,3221	2,0816	1,7064	0,5831	0,4699	0,4197

5.1. táblázat: Az egyes paraméterek statisztikai jellemzői

Következő lépésben vizsgáltam az egyes $\Delta\xi$, $\Delta\eta$, $\Delta\theta$ értékek minimumtól, maximumtól, átlagtól, ill. mediántól való eltérését. (5.2. táblázat) Ezekből, illetve magából a $\Delta\xi$, $\Delta\eta$, $\Delta\theta$ értékekből is normál, ill. rendezett hisztogramokat készítettem, melyek nagyrészt normális eloszlást mutattak, ahogy várható volt. (5.3-17. táblázat, 5.1-15. ábra) A $\Delta\theta$ értékek viszont nagy eltérést mutattak, a görbe minden esetben balra tolódott el olyan mértékben, hogy már nem nevezhető normális eloszlásnak.

$\Delta\theta$			
Rekesz	Gyakoriság	Rekesz	Gyakoriság
0,25	17	0,5	41
0,5	41	0,75	37
0,75	37	1	19
1	19	0,25	17
1,25	12	1,25	12
1,5	5	1,5	5
1,75	2	2	3
2	3	1,75	2
2,25	1	2,25	1
2,5	0	2,75	1
2,75	1	2,5	0

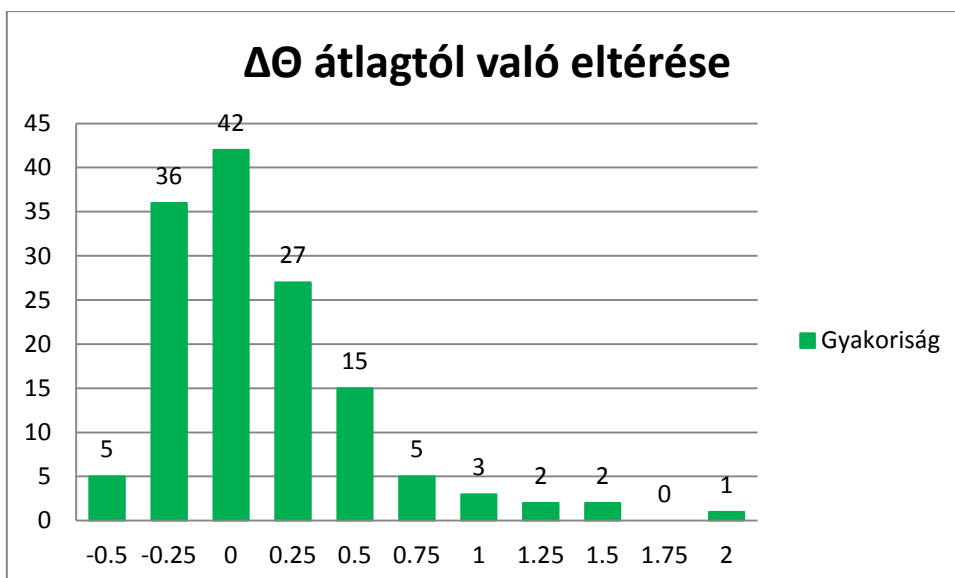
5.6. táblázat: A $\Delta\theta$ értékek hisztogramjai



5.3. ábra: A $\Delta\Theta$ értékek hisztogramjának grafikus ábrázolása

$\Delta\Theta$		$\Delta\Theta$	
Rekesz	Gyakoriság	Rekesz	Gyakoriság
-0,5	5	0	42
-0,25	36	-0,25	36
0	42	0,25	27
0,25	27	0,5	15
0,5	15	-0,5	5
0,75	5	0,75	5
1	3	1	3
1,25	2	1,25	2
1,5	2	1,5	2
1,75	0	2	1
2	1	1,75	0

5.9. táblázat: $\Delta\Theta$ átlagtól való eltérésének hisztogramja

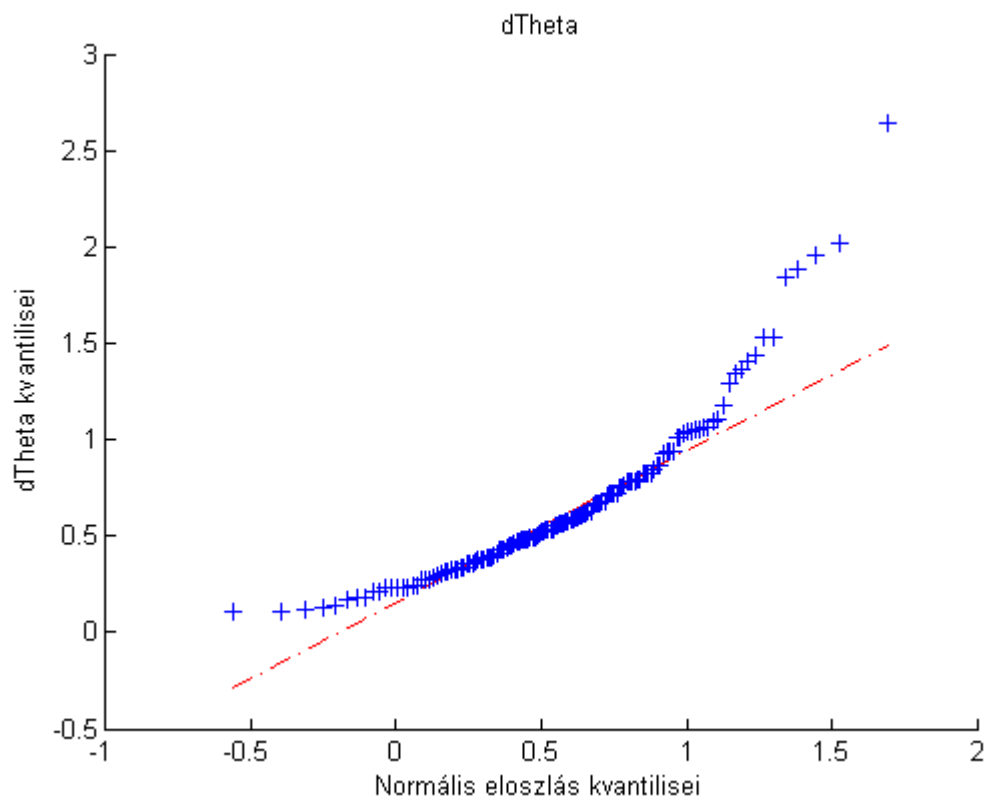


5.6. ábra: A $\Delta\Theta$ értékek átlagtól való eltérésének hisztogramja grafikusán ábrázolva

b) Kvantilisábrák elemzése

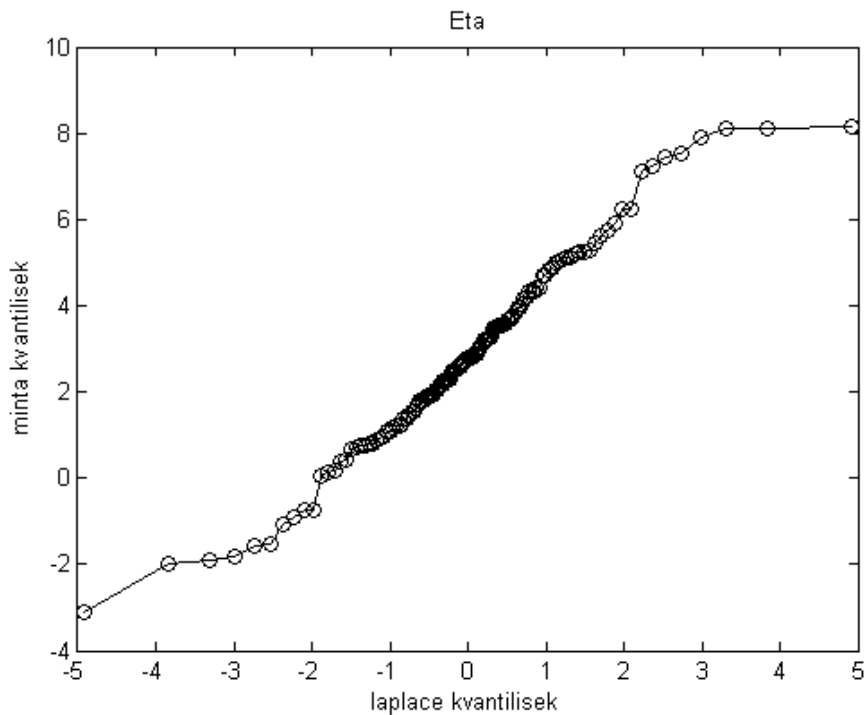
A hisztogramok mellett kvantilisábrákkal is megvizsgáltam, hogy az egyes adathalmazok (ξ , η , Θ , ξ' , η' , Θ' , $\Delta\xi$, $\Delta\eta$, $\Delta\Theta$) mennyire követik a normális eloszlást (5.16-24. ábra). Ugyanezt elvégeztem Laplace-eloszlásra (5.25-33. ábra), illetve azt is megnéztem, hogy az egyes összetartozó értékek (ξ és ξ' , η és η' , ill. Θ és Θ' .) ugyanolyan eloszlást követnek-e (5.34-36. ábra). Az ábrák elkészítéséhez a Matlab nevű programot használtam. Mivel ez a program nem ismeri a Laplace-elosztást, így az Octave nevű program statisztikai eszköztárát is segítségül kellett hívni, melyből már előállítható volt a megfelelő program.

A normális eloszlás vizsgálatánál minden ábrára jellemző, hogy a középső értékek a vonal mentén helyezkednek el, míg a széleken egyre távolabb esnek a pontok. A legnagyobb eltérés a $\Delta\Theta$ értékeknél látható, itt a széleken nagyon távolra kerülnek a pontok, amelyek valószínűleg minden geodéziában elfogadott konfidenciaszint esetén azt adná, hogy nem beszélhetünk normális eloszlásról ebben az esetben. Az összes többi ábráról leolvasható, hogy még a normális eloszlás határain belül vannak. Ettől függetlenül azonban célszerű lenne minden ábrát különböző konfidenciaszinteken megvizsgálni megfelelőség szempontjából.

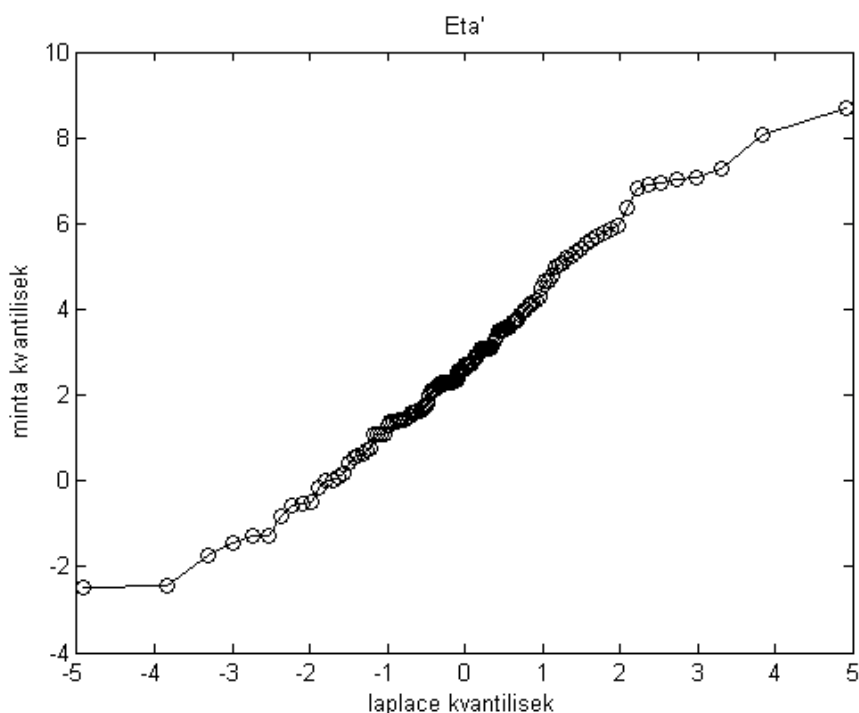


5.24. ábra: $\Delta\Theta$ értékek normális eloszlás kvantilisábrája

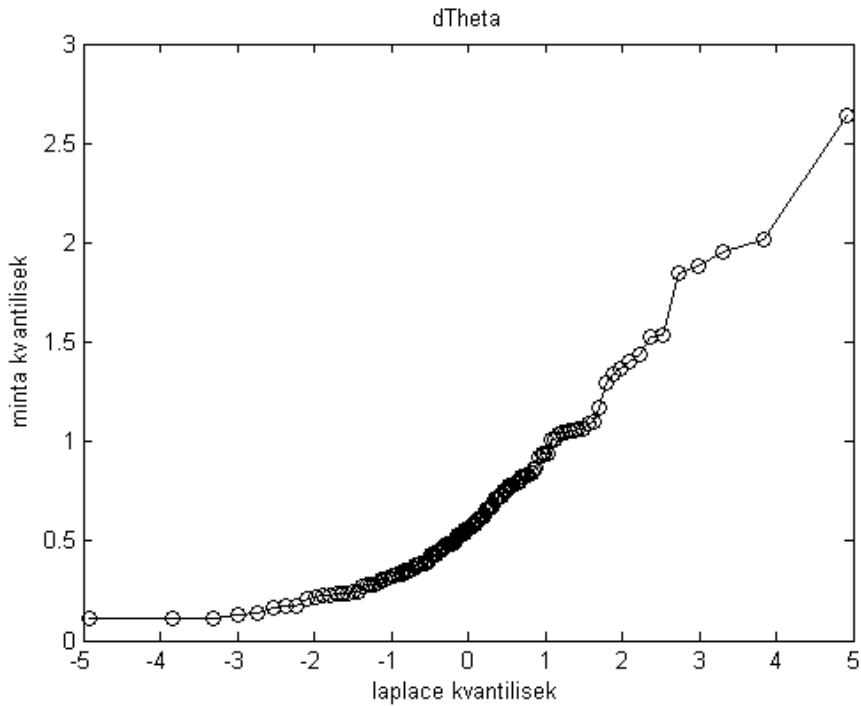
A Laplace-eloszlást jellemző ábrákat azért vizsgáltam meg, mert Papp Gábor (Sopron, MTA CSFKI) vizsgálatai szerint egyes nehézségi erőter paraméterek normális helyett inkább Laplace-eloszlást követnek. Az ábrák alapján viszont az állapítható meg, hogy az η és η' illetve Θ és Θ' értékeken kívül egyik sem közelíti a Laplace-eloszlást. Ezek normális eloszlási kvantilisábrájukat megvizsgálva megállapítottam, hogy az előbbiek biztosan Laplace-eloszlást követnek, míg az utóbbiak inkább normálist. Igazán kiugró értéket itt is csak a $\Delta\Theta$ értékek mutatnak. Érdeemes megjegyezni még, hogy a mért és interpolált η ábrák meredeksége is szinte azonos, vagyis azonos eloszlást követnek.



5.26. ábra: η értékek Laplace-eloszlás kvantilisábrája

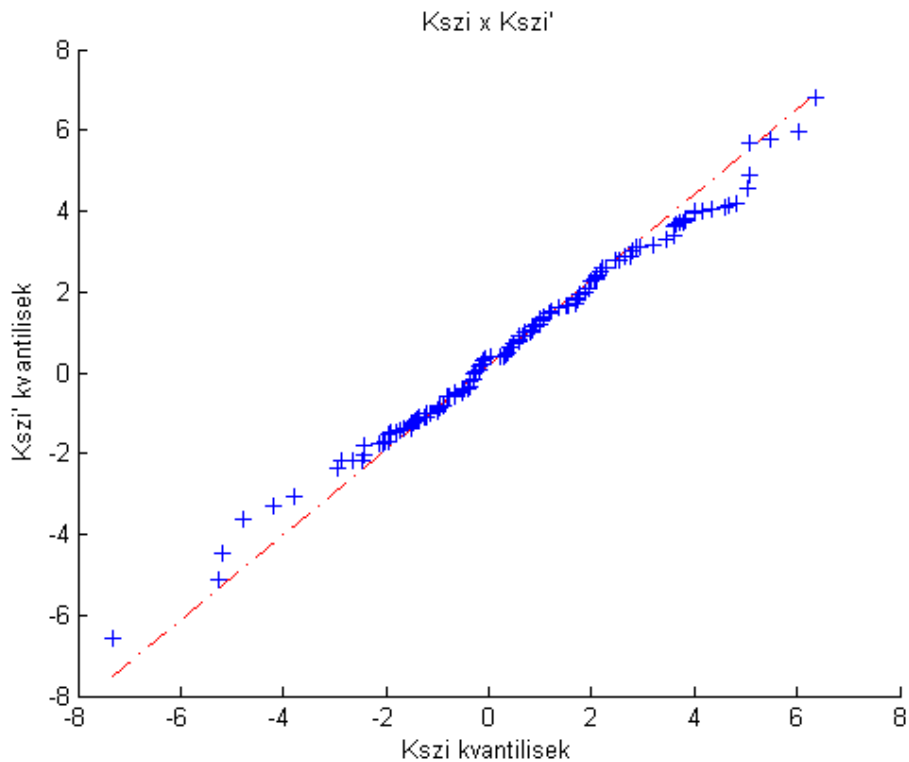


5.29. ábra: η' értékek Laplace-eloszlás kvantilisábrája

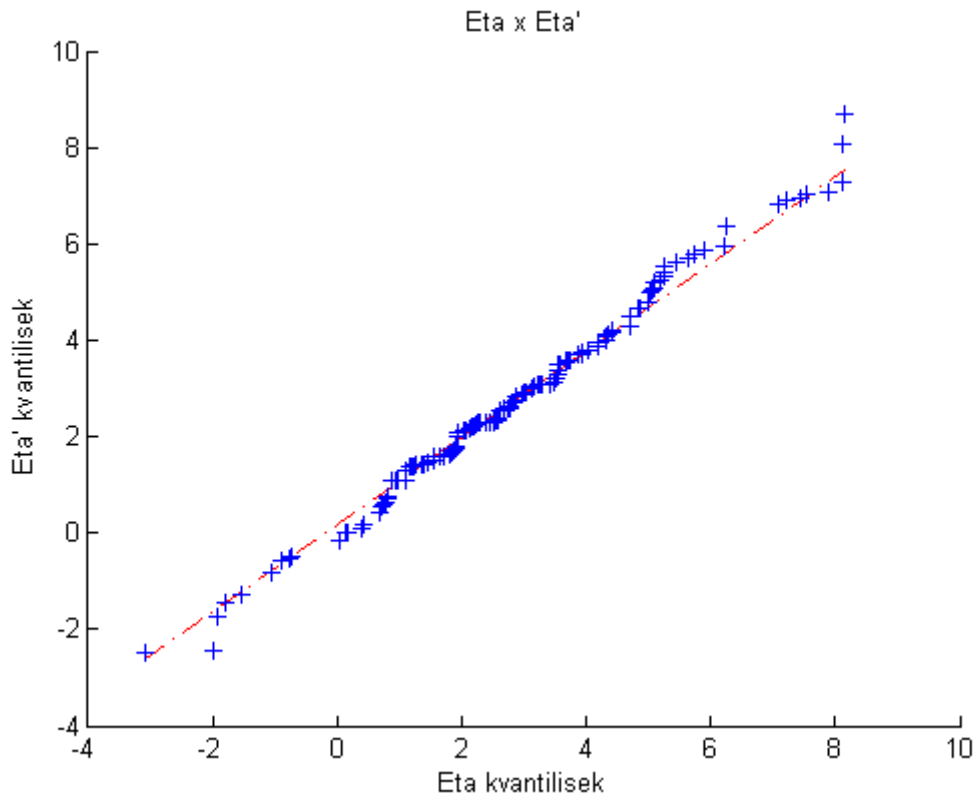


5.33. ábra: $\Delta\Theta$ értékek Laplace-eloszlás kvantilisábrája

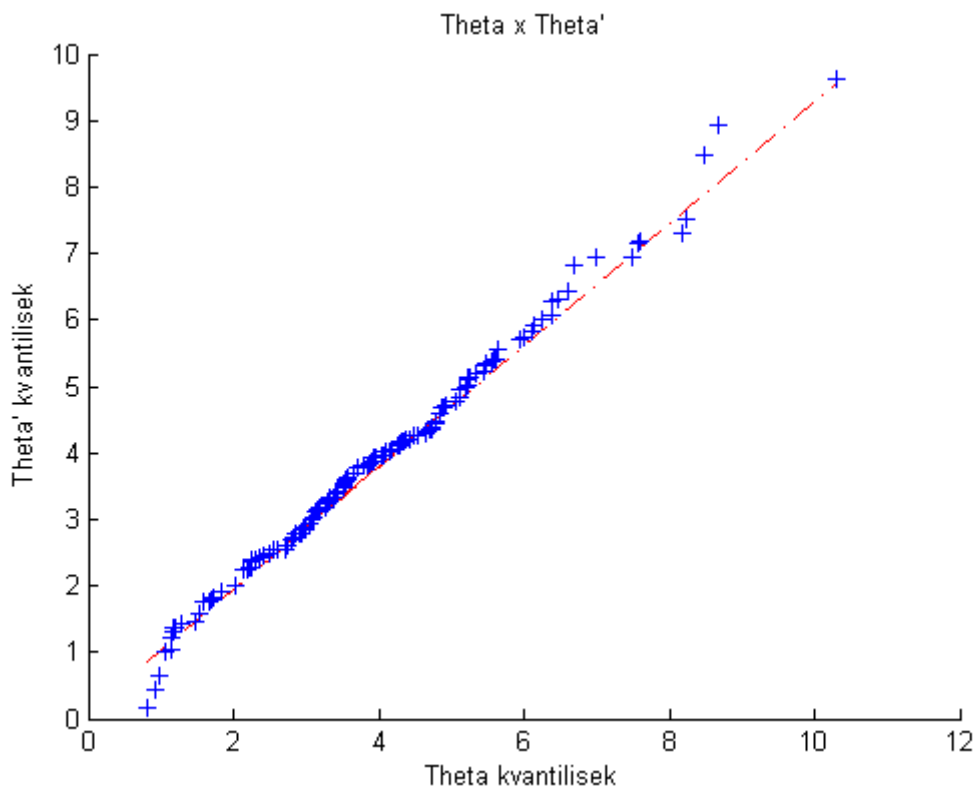
Az összehasonlító kvantilis-kvantilis ábrák közül a legnagyobb hasonlóságot itt is az η - η' páros mutatja. A legnagyobb eltérés a ξ -ábrákon tapasztalható, melyből ismét leszűrhető, hogy a mért adatok nem a pontok földfelszíni, hanem a geoidi magasságára vonatkoznak. Az összes többi esetben elmondható, hogy a mért-interpolált adatsor-párok hasonló eloszlást követnek.



5.34. ábra: ξ - ξ' értékek eloszlás-összehasonlító kvantilisábrája



5.35. ábra: η - η' értékek eloszlás-összehasonlító kvantilisábrája

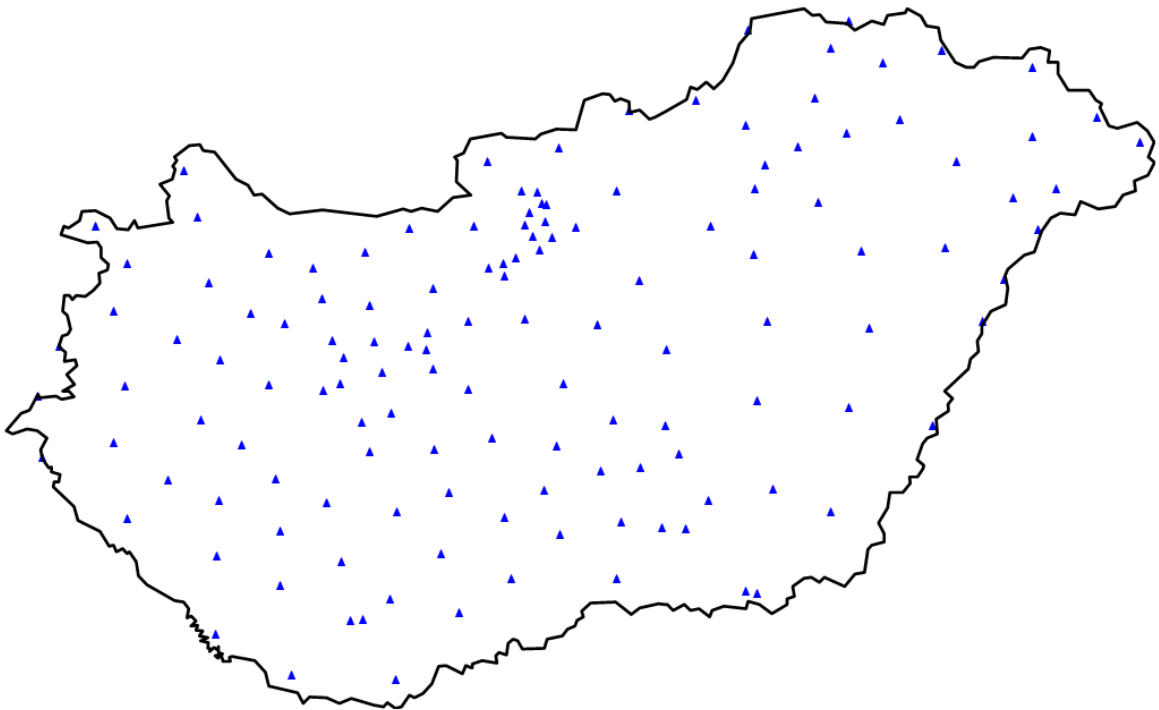


5.36. ábra: Θ - Θ' értékek eloszlás-összehasonlító kvantilisábrája

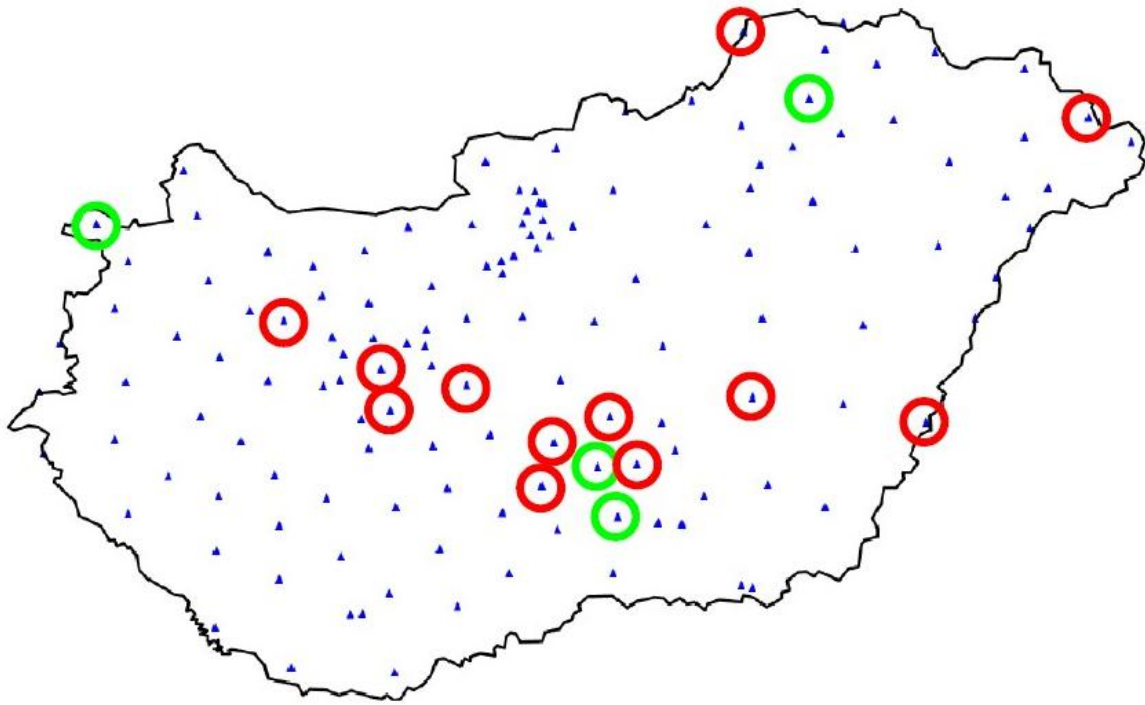
c) Térképek elemzése

Kutatómunkám során 2 típusú térkép készült. Az egyik a vizsgálathoz felhasznált pontok vannak feltüntetve (5.37-38. ábra), míg a másik típusú, színes, kitöltött szintvonalas térképeken az egyes adatsorok értékeit mint Z-koordinátát adtam meg az egyes pontokban. (5.39-47. ábra)

Az 5.38. ábrán látható térképen bekarikáztam azokat a pontokat, amelyekben a „mért-interpolált” ξ vagy η különbségek a korábban említett $\pm 1''$ -es határt túllépik. A piros körök jelzik azokat, ahol a $\Delta\xi$, zöld pedig azokat, ahol a $\Delta\eta$ értékek haladják meg a modell készítője által felállított határt. Itt még feltűnőbben látszik az, ami már a statisztikai elemzésnél előjött: többszöröse a $\Delta\xi$ eltérések száma a $\Delta\eta$ eltérésekhez képest, ami ismételten megerősíti azt, hogy a mérések valószínűleg geoidra vonatkoznak. Egyetlen olyan pont sincs, ahol mind a kettő jelen lenne, azonban feltűnően sok piros kör található, főleg a kiskunmajsai pont körül. Ez a terület a szintvonalas térképeken is elüt, így feltételezhető, hogy itt egy olyan anomália van, amelyet a modell nem tartalmaz.

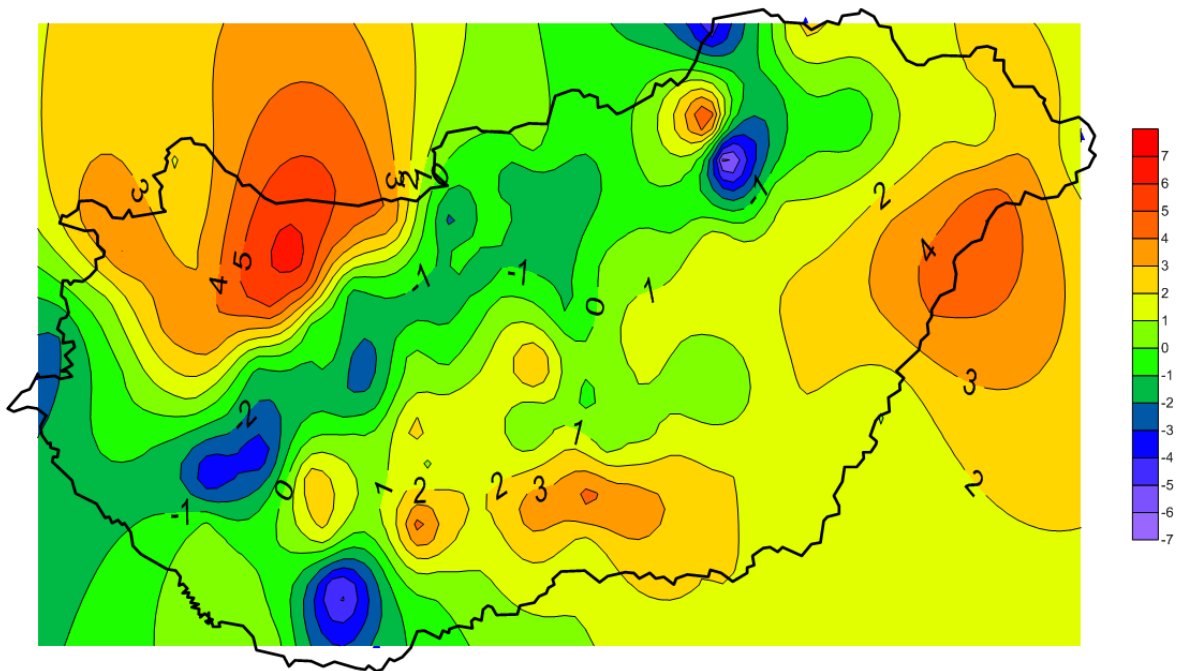


5.37. ábra: A vizsgált 138 db pont elhelyezkedése az országban

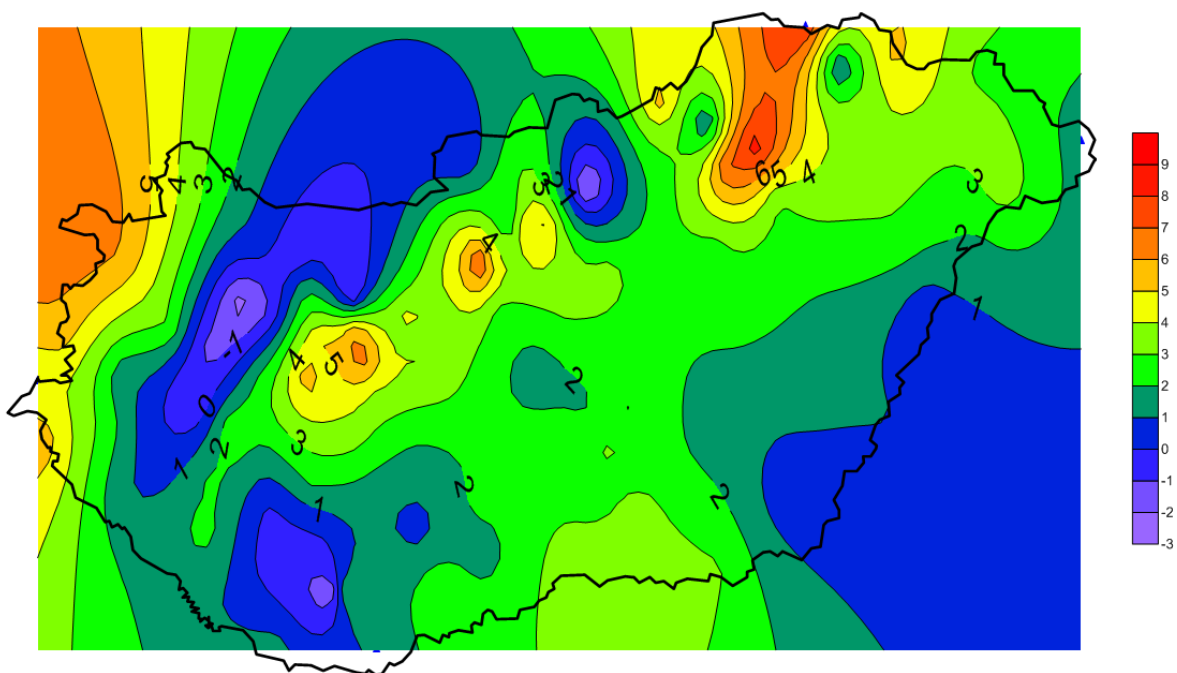


5.38. ábra: $A \pm 1''$ határt túllépő pontok

A szintvonalas térképeken a leglátványosabb a GGMplus modell pontossága. Legjobban az η és az η' ábrán érezhető a domborzat hatása: jól kivehető a Dunántúli- és az Északi-középhegység vonulata, és az Alföld is. A ξ - ξ' , ill. η - η' térképeket összehasonlítva látható legjobban az egyezés a mért és interpolált adatok között. Az eltérések is nagyon látványosan jelennek meg ezeken a térképeken. A legnagyobb $\Delta\xi$ eltérés – amelynek értéke közel $-2.6''$ – északon, a Poronya-tető (PORT) nevű pontnál van, amely a térképen is erős kiugrásként jelenik meg. Ez valószínűleg egy helyi anomáliát jelez, mivel az interpolált értékek térképén nyoma sincs annak, hogy azon a ponton bármilyen kiugrás vagy eltérés lenne. Szintén szembetűnő az eltérés a $\Delta\eta$ -ket ábrázoló térképen, a Pusztaház (PUTH) nevű pontnál. Ennél azonban kevésbé látványos eredményt kapunk, ha az η és η' térképeken vizsgáljuk a pontot, mivel mindkettőn kiemelkedik ez a pont a környezetéből.



5.40. ábra: η értékei szintvonalas térképen ábrázolva



5.43. ábra: η' értékei szintvonalas térképen ábrázolva

6. Összefoglalás, további lehetőségek

Kutatómunkám során megvizsgáltam a GGMplus nehézségi erőter modell pontosságát és megbízhatóságát a függővonal-elhajlás komponensek (ξ és η , ill. ξ' és η') tekintetében. Ehhez 138 magyarországi ponton végzett asztrogeodéziai mérés eredményét vettem alapul. A statisztikai elemzések legtöbb esetben a komponensek és a belőlük számolt függővonal-elhajlások (Θ) normális eloszlását mutatták, amelyet a kvantilis-ábrák egy része meg is erősített, azonban az η és η' adatsora inkább Laplace-eloszlást mutat. Az átlagoktól való eltérések vizsgálva $\Delta\xi$ esetén a vártnál jóval nagyobb különbséget kaptunk, amely az EGM2008 modellel kapott eredményekkel összehasonlítva arra enged következtetni, hogy a mérési adatok nem a pontok földfelszíni magasságára vonatkoznak. Ugyanezt a sejtést támasztja alá az is, hogy ezen értékek esetén az átlag mellett a medián is negatív számra jött ki. Ezen felül még azt is érdemes figyelembe venni, hogy sokkal több a $\Delta\xi$ -k között a ± 1 szögmásodperc meghaladó érték. Összességében a 138 pontból mindössze 16-nál volt $\pm 1''$ -nél nagyobb az eltérés, egy helyen valószínűleg anomáliát sikerült felfedezni. Ennek fényében állíthatom, hogy a modell pontosságban és megbízhatóságban is meghaladja elődeit. Ezt erősítik meg a szintvonalas térképek is, amelyen mind az anomália, mind a domborzat hatása látványos és könnyen kivehető.

További vizsgálati lehetőséget adnak a kvantilisábrák. Ezeket megfelelő konfidenciaszint mellett vizsgálva pontosan megállapítható, hogy mennyire követnek adott eloszlást az adatsorok. Ezen felül magát a modellt is érdemes lenne tovább elemezni a másik 3, modellből kinyerhető jellemző (nehézségi gyorsulás, normálmagasság, nehézségi rendellenesség) szerint is.

Ezúton is szeretnék köszönetet mondani konzulensemnek, Dr. Tóth Gyulának a segítségéért, illetve Dr. Ádám Józsefnek és a FÖMI-nek a mérési adatokatért.

7. Irodalomjegyzék

[1] Hirt, C, S.J. Claessens, T. Fecher, M. Kuhn, R. Pail, M. Rexer (2013), New ultra-high resolution picture of 1 Earth's gravity field, Geophysical Research Letters, Vol 40, doi: 10.1002/grl.50838.

[2] Biró-Ádám-Völgyesi-Tóth: A felsőgeodézia elmélete és gyakorlata. HM Zrínyi Térképészeti és Kommunikációs Szolgáltató Nonprofit Kft., Budapest, 2013.

[3] Tóth Gy, Szűcs E: On the determination of a new combined EGM2008 based quasi-geoid model for Hungary. Acta Geod. Geoph. Hung Vol 46(4), pp 417-430, 2011

Mellékletek

Táblázatok

No.	PCODE	EOV-Y	EOV-X	HEIGHT	PNAME	G-LATITUDE	G-LONGITUDE	AR	YR	A-LATITUDE	A-LONGITUDE
56-1001	SZOL	691916.9120	216601.3940	229.2800	SZOLOHEGY	47-17-32.6156	19-36-09.9865	68.0000	53.0000	47-17-30.4400	19-36-10.1800

4.1. táblázat: Részlet a felhasznált mérési adatokból

Psz	Interpolált		Számolt	Psz	Interpolált		Számolt	Psz	Interpolált		Számolt	Psz	Interpolált		Számolt
	ξ'	η'	Θ'		ξ'	η'	Θ'		ξ'	η'	Θ'		ξ'	η'	Θ'
1	1.3124	4.7903	4.9668	36	0.6497	7.2848	7.3137	71	2.7997	2.0997	3.4996	106	-0.8764	3.7045	3.8068
2	1.6837	2.2967	2.8477	37	-0.3752	3.5823	3.6019	72	1.8670	3.0901	3.6103	107	-3.0487	5.5331	6.3174
3	-0.5192	3.2956	3.3362	38	-1.8203	6.9384	7.1732	73	3.6051	2.3209	4.2876	108	-1.1120	2.2774	2.5344
4	0.0007	2.6997	2.6997	39	4.2094	0.5728	4.2482	74	3.2963	2.2992	4.0189	109	-0.4705	5.1880	5.2093
5	-0.9445	0.4365	1.0405	40	2.3066	1.0688	2.5422	75	3.6943	3.0950	4.8194	110	-1.7252	3.3820	3.7966
6	-1.0931	3.9482	4.0967	41	0.4086	1.3999	1.4583	76	3.9343	-0.5543	3.9732	111	-0.5897	2.1960	2.2738
7	0.7946	1.1020	1.3586	42	0.3049	1.4046	1.4373	77	4.0252	-0.8135	4.1066	112	-2.1726	4.6591	5.1408
8	-1.7427	2.7647	3.2681	43	-1.1411	1.0929	1.5800	78	1.6004	1.5715	2.2430	113	2.0066	3.0116	3.6189
9	3.9999	1.6771	4.3373	44	-0.8061	3.0611	3.1655	79	-1.1594	4.2945	4.4483	114	-0.6001	4.6635	4.7020
10	3.0994	2.3001	3.8596	45	5.7699	-2.4673	6.2753	80	-1.4956	4.2073	4.4652	115	1.6798	3.5765	3.9513
11	5.9547	0.7628	6.0034	46	2.8842	2.3075	3.6937	81	3.8084	-0.0026	3.8084	116	-1.2634	5.6924	5.8309
12	1.1905	2.5931	2.8533	47	1.5066	1.6465	2.2318	82	-3.2823	1.3939	3.5660	117	2.5739	2.9068	3.8826
13	3.1000	1.6989	3.5350	48	2.3000	4.0893	4.6917	83	3.7144	5.8597	6.9378	118	3.3929	3.2254	4.6813
14	3.6981	3.7070	5.2362	49	0.4000	3.1000	3.1257	84	5.6864	0.5643	5.7143	119	1.2809	5.2629	5.4165
15	6.8149	-0.5179	6.8346	50	0.4316	-0.4767	0.6431	85	0.9902	0.7190	1.2237	120	0.1410	4.1292	4.1316
16	2.1013	2.7073	3.4271	51	-0.8064	2.5994	2.7216	86	2.4322	3.1253	3.9602	121	-0.4813	4.1659	4.1936
17	1.0000	0.1905	1.0180	52	0.7318	3.0691	3.1551	87	-3.6047	2.1318	4.1879	122	4.0971	-1.4414	4.3433
18	1.0680	1.3929	1.7552	53	-1.1909	5.9479	6.0660	88	-1.6879	5.0514	5.3259	123	0.4153	5.0862	5.1031
19	1.0467	1.6024	1.9140	54	0.8002	2.3117	2.4463	89	-1.3982	4.5005	4.7127	124	2.0982	2.5792	3.3249
20	4.5466	2.0156	4.9734	55	2.2641	-0.0006	2.2641	90	-1.4365	2.6222	2.9899	125	-1.0765	2.8451	3.0419
21	3.1405	6.8374	7.5241	56	-5.1130	-1.7288	5.3974	91	-4.4892	2.2283	5.0118	126	3.0000	3.4807	4.5951
22	4.1230	0.6376	4.1720	57	-0.3903	5.3430	5.3572	92	-2.1650	1.0744	2.4169	127	2.9000	1.6307	3.3270

23	1.1507	1.4276	1.8336	58	-1.3106	-2.4447	2.7738	93	0.2328	2.9268	2.9360	128	-0.9021	6.3664	6.4300
24	-1.5000	3.5438	3.8482	59	1.4571	2.3924	2.8012	94	1.9509	3.5628	4.0620	129	-1.2402	4.9978	5.1494
25	0.6419	2.7247	2.7993	60	2.3670	2.1393	3.1905	95	-0.5817	2.3138	2.3858	130	-1.0059	3.1253	3.2832
26	-1.2513	-1.2839	1.7928	61	-1.7700	1.7432	2.4843	96	-1.4598	3.7553	4.0291	131	1.3390	2.2380	2.6080
27	-2.3793	3.8040	4.4868	62	3.9895	2.5960	4.7598	97	-1.0888	5.6346	5.7388	132	0.4679	-1.2840	1.3666
28	1.1957	5.4259	5.5561	63	2.7853	3.1000	4.1675	98	0.3459	3.4920	3.5091	133	2.1024	2.7660	3.4743
29	-0.4282	0.0793	0.4355	64	-2.1670	8.6760	8.9425	99	3.7538	2.2754	4.3896	134	-0.5847	3.8846	3.9284
30	2.4891	2.3544	3.4262	65	-0.2308	2.5277	2.5382	100	1.4000	3.5000	3.7696	135	0.9000	1.5000	1.7493
31	3.6503	1.4288	3.9200	66	-0.1548	1.2868	1.2961	101	-0.8088	6.9048	6.9520	136	0.0000	-0.1575	0.1575
32	-1.3569	5.7681	5.9256	67	4.9075	2.1607	5.3621	102	1.7993	1.5991	2.4072	137	-1.0258	3.0841	3.2502
33	0.0603	2.3490	2.3498	68	-6.5899	7.0329	9.6379	103	2.5742	8.0833	8.4833	138	-1.6976	1.4460	2.2300
34	-0.3462	2.8703	2.8911	69	0.8956	1.7999	2.0104	104	1.6928	4.0000	4.3435				
35	-1.0944	7.0777	7.1618	70	-2.0295	2.7053	3.3819	105	3.3000	2.7000	4.2638				

4.2. táblázat: A GGMplus modellből interpolált adatok

	ξ	η	Θ	ξ'	η'	Θ'	$\Delta\xi$	$\Delta\eta$	$\Delta\Theta$
Minimum	-7,3252	-3,0947	0,8087	-6,5899	-2,4673	0,1575	-2,5986	-1,2007	0,1106
Maximum	6,3458	8,1602	10,2933	6,8149	8,6760	9,6379	1,5350	2,0191	2,6366
Átlag	0,5477	2,8476	3,9914	0,7467	2,7661	3,8758	-0,1990	0,0816	0,6564
Medián	0,4335	2,7916	3,8573	0,6458	2,6610	3,8076	-0,1832	0,0503	0,5658
Szórás	2,4636	2,1630	1,7959	2,3221	2,0816	1,7064	0,5831	0,4699	0,4197

5.1. táblázat: Az egyes paraméterek statisztikai jellemzői

Eltérések											
Átlagtól			Mediántól			Minimumtól			Maximumtól		
$\Delta\xi$	$\Delta\eta$	$\Delta\Theta$	$\Delta\xi$	$\Delta\eta$	$\Delta\Theta$	$\Delta\xi$	$\Delta\eta$	$\Delta\Theta$	$\Delta\xi$	$\Delta\eta$	$\Delta\Theta$
-0,1023	-0,0495	-0,3534	-0,1182	-0,0182	-0,2628	2,2973	1,2328	0,1924	1,8363	1,9870	2,3336
0,0065	0,2137	-0,3039	-0,0094	0,2451	-0,2133	2,4061	1,4960	0,2419	1,7275	1,7238	2,2841
0,0627	-0,1128	-0,5165	0,0468	-0,0814	-0,4260	2,4623	1,1695	0,0292	1,6713	2,0503	2,4968
0,5635	0,3887	-0,0613	0,5477	0,4201	0,0292	2,9631	1,6710	0,4844	1,1705	1,5488	2,0416
-0,2303	0,2991	-0,0826	-0,2462	0,3305	0,0079	2,1693	1,5814	0,4631	1,9643	1,6384	2,0628

-0,1035	-0,8031	0,1260	-0,1194	-0,7718	0,2165	2,2961	0,4792	0,6717	1,8375	2,7406	1,8543
0,1158	-0,7991	0,0659	0,0999	-0,7678	0,1565	2,5154	0,4832	0,6117	1,6182	2,7366	1,9143
0,5028	-0,6646	0,0010	0,4869	-0,6333	0,0916	2,9024	0,6177	0,5468	1,2312	2,6021	1,9792
0,5226	-0,0493	-0,3312	0,5068	-0,0180	-0,2406	2,9222	1,2330	0,2146	1,2114	1,9868	2,3114
-0,1405	0,2397	-0,1889	-0,1564	0,2711	-0,0984	2,2591	1,5220	0,3568	1,8745	1,6978	2,1692
0,2761	0,1323	-0,4290	0,2602	0,1637	-0,3385	2,6757	1,4146	0,1167	1,4579	1,8052	2,4093
0,7639	-0,1174	-0,0903	0,7481	-0,0861	0,0002	3,1635	1,1649	0,4554	0,9701	2,0549	2,0706
-0,2442	0,3360	-0,0474	-0,2601	0,3674	0,0431	2,1554	1,6183	0,4983	1,9782	1,6015	2,0277
0,3216	-0,2499	-0,4481	0,3057	-0,2186	-0,3576	2,7212	1,0324	0,0976	1,4124	2,1874	2,4284
-0,2701	-0,3192	-0,1305	-0,2860	-0,2879	-0,0400	2,1295	0,9631	0,4152	2,0041	2,2567	2,1108
-0,1682	0,0110	-0,2777	-0,1841	0,0423	-0,1871	2,2314	1,2933	0,2681	1,9022	1,9265	2,2579
0,3939	-0,2313	-0,4106	0,3781	-0,2000	-0,3201	2,7935	1,0510	0,1351	1,3401	2,1688	2,3909
-0,5740	-0,3815	0,1728	-0,5899	-0,3502	0,2633	1,8256	0,9008	0,7185	2,3080	2,3190	1,8075
-0,0074	-0,4142	-0,2649	-0,0233	-0,3829	-0,1744	2,3922	0,8681	0,2808	1,7414	2,3517	2,2452
0,7325	-0,7361	0,1880	0,7167	-0,7048	0,2786	3,1321	0,5462	0,7337	1,0015	2,6736	1,7922
0,6837	-1,2823	0,6385	0,6679	-1,2510	0,7290	3,0833	0,0000	1,1842	1,0503	3,2198	1,3418
0,7383	0,8207	0,3948	0,7224	0,8521	0,4853	3,1379	2,1030	0,9405	0,9957	1,1168	1,5854
-0,3782	0,1290	-0,0419	-0,3941	0,1604	0,0486	2,0214	1,4113	0,5038	2,1122	1,8085	2,0222
0,1848	0,4103	-0,1643	0,1690	0,4417	-0,0737	2,5844	1,6926	0,3815	1,5492	1,5272	2,1445
-0,1252	-0,4036	-0,1994	-0,1411	-0,3723	-0,1089	2,2744	0,8787	0,3463	1,8592	2,3411	2,1797
-0,0468	-0,6043	-0,0787	-0,0627	-0,5730	0,0118	2,3528	0,6780	0,4670	1,7808	2,5418	2,0590
0,1625	0,2959	-0,2771	0,1467	0,3273	-0,1866	2,5621	1,5782	0,2686	1,5715	1,6416	2,2574
-0,1910	-0,5138	-0,0742	-0,2069	-0,4825	0,0163	2,2086	0,7685	0,4715	1,9250	2,4513	2,0545
0,3549	0,7680	0,2074	0,3391	0,7994	0,2979	2,7545	2,0503	0,7531	1,3791	1,1695	1,7728
-0,3264	-0,1816	-0,1215	-0,3423	-0,1503	-0,0310	2,0732	1,1007	0,4242	2,0604	2,1191	2,1018
0,0237	0,3276	-0,2112	0,0078	0,3590	-0,1207	2,4233	1,6099	0,3345	1,7103	1,6099	2,1915
0,0350	-0,1004	-0,4913	0,0191	-0,0690	-0,4008	2,4346	1,1819	0,0544	1,6990	2,0379	2,4716
0,7325	-0,2753	-0,0888	0,7167	-0,2440	0,0017	3,1321	1,0070	0,4569	1,0015	2,2128	2,0691
0,0337	-0,1452	-0,4792	0,0178	-0,1139	-0,3887	2,4333	1,1371	0,0665	1,7003	2,0827	2,4595
-0,1860	0,9506	0,4453	-0,2019	0,9819	0,5358	2,2136	2,2329	0,9910	1,9200	0,9869	1,5350
0,6231	0,1706	-0,1629	0,6073	0,2020	-0,0724	3,0227	1,4529	0,3828	1,1109	1,7669	2,1432
0,4504	0,0359	-0,3789	0,4346	0,0673	-0,2883	2,8500	1,3182	0,1669	1,2836	1,9016	2,3591
-0,1041	0,8860	0,3576	-0,1200	0,9174	0,4481	2,2955	2,1683	0,9033	1,8381	1,0515	1,6227
0,0161	-0,2272	-0,4226	0,0003	-0,1959	-0,3321	2,4157	1,0551	0,1231	1,7179	2,1647	2,4029
-1,1897	-0,4667	0,7847	-1,2056	-0,4354	0,8753	1,2099	0,8156	1,3305	2,9237	2,4042	1,1955

-0,2868	-0,3124	-0,1185	-0,3027	-0,2811	-0,0280	2,1128	0,9699	0,4272	2,0208	2,2499	2,0988
0,5464	0,0634	-0,2799	0,5306	0,0947	-0,1894	2,9460	1,3457	0,2658	1,1876	1,8741	2,2602
0,0721	0,6277	0,0642	0,0562	0,6591	0,1547	2,4717	1,9100	0,6099	1,6619	1,3098	1,9161
-0,4097	-0,1338	-0,0454	-0,4256	-0,1025	0,0451	1,9899	1,1485	0,5003	2,1437	2,0713	2,0257
-0,7389	0,3833	0,3904	-0,7548	0,4147	0,4810	1,6607	1,6656	0,9362	2,4729	1,5542	1,5898
-0,7378	-0,1554	0,2833	-0,7537	-0,1241	0,3739	1,6618	1,1269	0,8291	2,4718	2,0929	1,6969
0,6605	-0,5061	-0,0293	0,6447	-0,4748	0,0612	3,0601	0,7762	0,5164	1,0735	2,4436	2,0096
-0,2226	0,2391	-0,1266	-0,2385	0,2705	-0,0361	2,1770	1,5214	0,4191	1,9566	1,6984	2,1069
0,7954	0,1044	-0,0316	0,7796	0,1358	0,0589	3,1950	1,3867	0,5141	0,9386	1,8331	2,0119
-0,4204	-0,5042	0,0935	-0,4363	-0,4729	0,1840	1,9792	0,7781	0,6392	2,1544	2,4417	1,8868
0,6938	0,8263	0,3776	0,6780	0,8577	0,4681	3,0934	2,1086	0,9233	1,0402	1,1112	1,6027
0,3226	-0,3673	-0,3451	0,3068	-0,3360	-0,2545	2,7222	0,9150	0,2006	1,4114	2,3048	2,3253
0,0437	0,2090	-0,3269	0,0278	0,2404	-0,2363	2,4433	1,4913	0,2189	1,6903	1,7285	2,3071
-1,0746	0,4064	0,7075	-1,0905	0,4378	0,7981	1,3250	1,6887	1,2532	2,8086	1,5311	1,2727
0,0405	0,7324	0,1729	0,0246	0,7638	0,2635	2,4401	2,0147	0,7186	1,6935	1,2051	1,8073
0,0568	0,1071	-0,4201	0,0409	0,1385	-0,3296	2,4564	1,3894	0,1256	1,6772	1,8304	2,4003
0,2066	-0,3234	-0,4144	0,1908	-0,2921	-0,3239	2,6062	0,9589	0,1313	1,5274	2,2609	2,3947
0,0081	-0,7316	0,0211	-0,0078	-0,7003	0,1116	2,4077	0,5507	0,5668	1,7259	2,6691	1,9592
-0,6821	0,2017	0,2692	-0,6980	0,2331	0,3597	1,7175	1,4840	0,8149	2,4161	1,7358	1,7111
0,6416	-0,3481	-0,1397	0,6258	-0,3168	-0,0492	3,0412	0,9342	0,4060	1,0924	2,2856	2,1200
0,7692	-0,6185	0,1268	0,7534	-0,5872	0,2174	3,1688	0,6638	0,6725	0,9648	2,5560	1,8534
-0,0122	0,1693	-0,3284	-0,0281	0,2007	-0,2379	2,3874	1,4516	0,2173	1,7462	1,7682	2,3087
-0,3878	0,2278	0,0070	-0,4037	0,2592	0,0975	2,0118	1,5101	0,5527	2,1218	1,7097	1,9733
-0,5876	-0,5974	0,2843	-0,6035	-0,5661	0,3748	1,8120	0,6849	0,8300	2,3216	2,5349	1,6960
0,0323	0,0840	-0,4214	0,0164	0,1154	-0,3309	2,4319	1,3663	0,1243	1,7017	1,8535	2,4017
-0,3025	-0,2639	-0,1228	-0,3184	-0,2326	-0,0322	2,0971	1,0184	0,4230	2,0365	2,2014	2,1030
0,3437	0,2748	-0,2717	0,3279	0,3062	-0,1812	2,7433	1,5571	0,2740	1,3903	1,6627	2,2520
-0,5363	0,1169	0,1053	-0,5522	0,1483	0,1958	1,8633	1,3992	0,6510	2,2703	1,8206	1,8750
-1,0011	0,6425	0,7453	-1,0170	0,6739	0,8358	1,3985	1,9248	1,2910	2,7351	1,2950	1,2350
-0,2124	-0,2053	-0,2268	-0,2283	-0,1740	-0,1362	2,1872	1,0770	0,3190	1,9464	2,1428	2,2070
-0,9114	0,6694	0,6842	-0,9273	0,7008	0,7747	1,4882	1,9517	1,2299	2,6454	1,2681	1,2961
-1,2541	0,3873	0,8705	-1,2700	0,4187	0,9610	1,1455	1,6696	1,4162	2,9881	1,5502	1,1097
1,1895	1,4759	1,1894	1,1737	1,5073	1,2799	3,5891	2,7582	1,7351	0,5445	0,4616	0,7909
-0,5688	0,1290	0,1398	-0,5847	0,1604	0,2303	1,8308	1,4113	0,6855	2,3028	1,8085	1,8405
0,3367	-0,4089	-0,3013	0,3208	-0,3776	-0,2108	2,7363	0,8734	0,2444	1,3973	2,3464	2,2815

-0,0168	-0,5971	-0,0975	-0,0327	-0,5658	-0,0070	2,3828	0,6852	0,4482	1,7508	2,5346	2,0778
1,2440	-0,0161	0,3907	1,2282	0,0152	0,4812	3,6436	1,2662	0,9364	0,4900	1,9536	1,5896
0,6902	-0,2738	-0,1289	0,6744	-0,2425	-0,0384	3,0898	1,0085	0,4168	1,0438	2,2113	2,1092
0,4773	-0,1693	-0,3646	0,4615	-0,1380	-0,2740	2,8769	1,1130	0,1811	1,2567	2,1068	2,3448
-0,2409	0,5778	0,1363	-0,2568	0,6092	0,2268	2,1587	1,8601	0,6820	1,9749	1,3597	1,8440
0,5620	0,0694	-0,2632	0,5462	0,1008	-0,1727	2,9616	1,3517	0,2825	1,1720	1,8681	2,2435
-0,2906	0,5827	0,1689	-0,3065	0,6141	0,2594	2,1090	1,8650	0,7146	2,0246	1,3548	1,8114
0,4938	-0,6953	0,0245	0,4780	-0,6640	0,1150	2,8934	0,5870	0,5702	1,2402	2,6328	1,9558
-0,0219	-0,4695	-0,2100	-0,0378	-0,4382	-0,1194	2,3777	0,8128	0,3357	1,7559	2,4070	2,1902
0,0975	-0,0313	-0,5431	0,0816	0,0000	-0,4526	2,4971	1,2510	0,0026	1,6365	1,9688	2,5233
-0,2745	0,4677	0,0689	-0,2904	0,4991	0,1594	2,1251	1,7500	0,6146	2,0085	1,4698	1,9114
-0,4016	0,0760	-0,0354	-0,4175	0,1074	0,0551	1,9980	1,3583	0,5103	2,1356	1,8615	2,0157
-0,0722	0,1103	-0,3241	-0,0881	0,1416	-0,2336	2,3274	1,3926	0,2216	1,8062	1,8272	2,3044
0,2291	-0,2555	-0,4799	0,2133	-0,2242	-0,3894	2,6287	1,0268	0,0658	1,5049	2,1930	2,4601
0,8710	0,2550	0,0952	0,8552	0,2864	0,1858	3,2706	1,5373	0,6409	0,8630	1,6825	1,8850
-0,4845	-0,2681	0,0521	-0,5004	-0,2368	0,1427	1,9151	1,0142	0,5978	2,2185	2,2056	1,9281
0,7038	-0,4007	-0,0592	0,6880	-0,3694	0,0314	3,1034	0,8816	0,4866	1,0302	2,3382	2,0394
0,4524	0,0366	-0,3767	0,4366	0,0679	-0,2862	2,8520	1,3189	0,1690	1,2816	1,9009	2,3570
-1,7175	0,2937	1,2965	-1,7334	0,3251	1,3871	0,6821	1,5760	1,8423	3,4515	1,6438	0,6837
0,2536	0,4814	-0,0907	0,2378	0,5128	-0,0002	2,6532	1,7637	0,4550	1,4804	1,4561	2,0710
-0,1292	-0,3653	-0,2225	-0,1451	-0,3340	-0,1320	2,2704	0,9170	0,3232	1,8632	2,3028	2,2028
-0,7789	0,1864	0,3576	-0,7948	0,2178	0,4481	1,6207	1,4687	0,9033	2,5129	1,7511	1,6227
0,3061	-0,3282	-0,3875	0,2903	-0,2969	-0,2970	2,7057	0,9541	0,1582	1,4279	2,2657	2,3678
0,0658	-0,4210	-0,2918	0,0499	-0,3897	-0,2012	2,4654	0,8613	0,2540	1,6682	2,3585	2,2720
0,3263	-0,0420	-0,5230	0,3105	-0,0107	-0,4325	2,7259	1,2403	0,0227	1,4077	1,9795	2,5033
0,0156	0,4392	-0,1042	-0,0003	0,4706	-0,0137	2,4152	1,7215	0,4415	1,7184	1,4983	2,0845
-0,3972	0,2283	0,0156	-0,4131	0,2597	0,1061	2,0024	1,5106	0,5613	2,1312	1,7092	1,9647
0,0920	-0,0487	-0,5444	0,0761	-0,0174	-0,4539	2,4916	1,2336	0,0013	1,6420	1,9862	2,5247
-0,5186	0,2372	0,1289	-0,5345	0,2686	0,2194	1,8810	1,5195	0,6746	2,2526	1,7003	1,8514
0,5071	-0,3224	-0,2653	0,4913	-0,2911	-0,1748	2,9067	0,9599	0,2804	1,2269	2,2599	2,2456
-0,8428	-0,2220	0,3949	-0,8587	-0,1907	0,4854	1,5568	1,0603	0,9406	2,5768	2,1595	1,5854
0,3904	-0,1783	-0,4419	0,3746	-0,1470	-0,3514	2,7900	1,1040	0,1038	1,3436	2,1158	2,4222
0,3686	-0,5592	-0,1495	0,3528	-0,5279	-0,0590	2,7682	0,7231	0,3962	1,3654	2,4967	2,1298
0,5347	-0,5595	-0,0723	0,5189	-0,5282	0,0182	2,9343	0,7228	0,4734	1,1993	2,4970	2,0526
-0,5527	0,4774	0,2804	-0,5686	0,5088	0,3709	1,8469	1,7597	0,8261	2,2867	1,4601	1,6999

-0,1857	-0,3707	-0,1751	-0,2016	-0,3394	-0,0846	2,2139	0,9116	0,3706	1,9197	2,3082	2,1554
-2,3996	0,3646	1,9803	-2,4155	0,3960	2,0708	0,0000	1,6469	2,5260	4,1336	1,5729	0,0000
0,2501	1,9375	1,3634	0,2343	1,9689	1,4539	2,6497	3,2198	1,9091	1,4839	0,0000	0,6169
-0,1543	-0,0505	-0,3017	-0,1702	-0,0191	-0,2112	2,2453	1,2318	0,2440	1,8883	1,9880	2,2820
-0,1060	-0,4349	-0,1896	-0,1219	-0,4036	-0,0991	2,2936	0,8474	0,3561	1,8400	2,3724	2,1699
-0,5039	-0,5062	0,1648	-0,5198	-0,4749	0,2554	1,8957	0,7761	0,7105	2,2379	2,4437	1,8154
1,0894	0,5082	0,4117	1,0736	0,5396	0,5022	3,4890	1,7905	0,9574	0,6446	1,4293	1,5686
0,0191	0,3685	-0,1716	0,0032	0,3999	-0,0811	2,4187	1,6508	0,3741	1,7149	1,5690	2,1519
0,6474	0,8860	0,4101	0,6316	0,9174	0,5006	3,0470	2,1683	0,9558	1,0866	1,0515	1,5702
0,2926	0,1267	-0,4280	0,2768	0,1581	-0,3375	2,6922	1,4090	0,1177	1,4414	1,8108	2,4083
-0,1274	0,1631	-0,2484	-0,1433	0,1945	-0,1579	2,2722	1,4454	0,2973	1,8614	1,7744	2,2287
-0,2670	-0,1939	-0,1770	-0,2829	-0,1626	-0,0865	2,1326	1,0884	0,3687	2,0010	2,1314	2,1573
-0,5742	0,0351	0,1256	-0,5901	0,0664	0,2161	1,8254	1,3174	0,6713	2,3082	1,9024	1,8547
0,1947	0,1949	-0,3798	0,1789	0,2263	-0,2893	2,5943	1,4772	0,1659	1,5393	1,7426	2,3601
0,6140	-0,1995	-0,2249	0,5982	-0,1682	-0,1344	3,0136	1,0828	0,3208	1,1200	2,1370	2,2052
-0,5135	0,0179	0,0631	-0,5294	0,0492	0,1536	1,8861	1,3002	0,6088	2,2475	1,9196	1,9172
0,2288	0,2313	-0,3420	0,2130	0,2627	-0,2515	2,6284	1,5136	0,2037	1,5052	1,7062	2,3223
-1,5428	0,6444	1,2307	-1,5587	0,6758	1,3212	0,8568	1,9267	1,7764	3,2768	1,2931	0,7496
-0,2845	-0,0162	-0,1685	-0,3004	0,0152	-0,0779	2,1151	1,2661	0,3773	2,0185	1,9537	2,1487
-0,0216	-0,3307	-0,3236	-0,0375	-0,2994	-0,2331	2,3780	0,9516	0,2221	1,7556	2,2682	2,3039
1,7340	-0,0451	0,8791	1,7182	-0,0137	0,9696	4,1336	1,2372	1,4248	0,0000	1,9826	1,1012
0,7814	-0,7170	0,2056	0,7656	-0,6857	0,2961	3,1810	0,5653	0,7513	0,9526	2,6545	1,7747
0,2783	-0,5600	-0,1714	0,2625	-0,5287	-0,0809	2,6779	0,7223	0,3743	1,4557	2,4975	2,1517
-0,2086	-0,2364	-0,2204	-0,2245	-0,2051	-0,1298	2,1910	1,0459	0,3254	1,9426	2,1739	2,2006
-0,8924	-0,1128	0,4355	-0,9083	-0,0815	0,5260	1,5072	1,1695	0,9812	2,6264	2,0503	1,5448
-0,5820	0,7944	0,5172	-0,5979	0,8258	0,6078	1,8176	2,0767	1,0630	2,3160	1,1431	1,4630
0,1004	-0,0314	-0,5457	0,0845	0,0000	-0,4552	2,5000	1,2509	0,0000	1,6336	1,9689	2,5260
-0,1364	-0,6576	0,0102	-0,1523	-0,6263	0,1007	2,2632	0,6247	0,5559	1,8704	2,5951	1,9701

5.2. táblázat: $\Delta\zeta$, $\Delta\eta$ és $\Delta\theta$ eltérései az adatsorok átlagától, mediánjától, minimumától és maximumától

$\Delta\xi$			
Rekesz	Gyakoriság	Rekesz	Gyakoriság
-2	1	0,4	40
-1,6	1	0	38
-1,2	2	0,8	27
-0,8	6	-0,4	18
-0,4	18	-0,8	6
0	38	1,2	3
0,4	40	-1,2	2
0,8	27	-2	1
1,2	3	-1,6	1
1,6	1	1,6	1
2	1	2	1

5.3. táblázat: A $\Delta\xi$ értékek hisztogramjai

$\Delta\eta$			
Rekesz	Gyakoriság	Rekesz	Gyakoriság
-1,2	1	0,3	36
-0,9	0	0	33
-0,6	10	-0,3	28
-0,3	28	0,6	16
0	33	0,9	11
0,3	36	-0,6	10
0,6	16	-1,2	1
0,9	11	1,2	1
1,2	1	1,5	1
1,5	1	2,1	1
1,8	0	-0,9	0
2,1	1	1,8	0

5.4. táblázat: A $\Delta\eta$ értékek hisztogramjai

$\Delta\theta$			
Rekesz	Gyakoriság	Rekesz	Gyakoriság
0,25	17	0,5	41
0,5	41	0,75	37
0,75	37	1	19
1	19	0,25	17
1,25	12	1,25	12
1,5	5	1,5	5
1,75	2	2	3
2	3	1,75	2
2,25	1	2,25	1
2,5	0	2,75	1
2,75	1	2,5	0

5.5. táblázat: A $\Delta\theta$ értékek hisztogramjai

$\Delta\xi$			
Rekesz	Gyakoriság	Rekesz	Gyakoriság
-2	1	0,4	40
-1,6	1	0	38
-1,2	2	0,8	27
-0,8	6	-0,4	18
-0,4	18	-0,8	6
0	38	1,2	3
0,4	40	-1,2	2
0,8	27	-2	1
1,2	3	-1,6	1
1,6	1	1,6	1
2	1	2	1

5.6. táblázat: A $\Delta\xi$ értékek átlagtól való eltérésének hisztogramjai

$\Delta\eta$			
Rekesz	Gyakoriság	Rekesz	Gyakoriság
-1,2	1	0,3	36
-0,9	0	0	33
-0,6	10	-0,3	28
-0,3	28	0,6	16
0	33	0,9	11
0,3	36	-0,6	10
0,6	16	-1,2	1
0,9	11	1,2	1
1,2	1	1,5	1
1,5	1	2,1	1
1,8	0	-0,9	0
2,1	1	1,8	0

5.7. táblázat: A $\Delta\eta$ értékek átlagtól való eltérésének hisztogramjai

$\Delta\Theta$			
Rekesz	Gyakoriság	Rekesz	Gyakoriság
-0,5	5	0	42
-0,25	36	-0,25	36
0	42	0,25	27
0,25	27	0,5	15
0,5	15	-0,5	5
0,75	5	0,75	5
1	3	1	3
1,25	2	1,25	2
1,5	2	1,5	2
1,75	0	2	1
2	1	1,75	0

5.8. táblázat: A $\Delta\Theta$ értékek átlagtól való eltérésének hisztogramjai

$\Delta\xi$			
<i>Rekesz</i>	<i>Gyakoriság</i>	<i>Rekesz</i>	<i>Gyakoriság</i>
-2,4	1	0	39
-2	0	0,4	37
-1,6	1	0,8	27
-1,2	3	-0,4	20
-0,8	5	-0,8	5
-0,4	20	-1,2	3
0	39	1,2	3
0,4	37	-2,4	1
0,8	27	-1,6	1
1,2	3	1,6	1
1,6	1	2	1
2	1	-2	0

5.9. táblázat: A $\Delta\xi$ értékek mediántól való eltérésének hisztogramjai

$\Delta\eta$			
<i>Rekesz</i>	<i>Gyakoriság</i>	<i>Rekesz</i>	<i>Gyakoriság</i>
-1,2	1	0	36
-0,9	0	0,3	35
-0,6	8	-0,3	24
-0,3	24	0,6	18
0	36	0,9	11
0,3	35	-0,6	8
0,6	18	1,2	3
0,9	11	-1,2	1
1,2	3	1,8	1
1,5	0	2,1	1
1,8	1	-0,9	0
2,1	1	1,5	0

5.10. táblázat: A $\Delta\eta$ értékek mediántól való eltérésének hisztogramjai

$\Delta\theta$			
Rekesz	Gyakoriság	Rekesz	Gyakoriság
-0,25	25	0	44
0	44	0,25	34
0,25	34	-0,25	25
0,5	18	0,5	18
0,75	6	0,75	6
1	6	1	6
1,25	0	1,5	4
1,5	4	2,25	1
1,75	0	1,25	0
2	0	1,75	0
2,25	1	2	0

5.11. táblázat: A $\Delta\theta$ értékek mediántól való eltérésének hisztogramjai

$\Delta\xi$			
Rekesz	Gyakoriság	Rekesz	Gyakoriság
0	1	2,8	40
0,4	0	2,4	38
0,8	1	3,2	27
1,2	2	2	18
1,6	6	1,6	6
2	18	3,6	3
2,4	38	1,2	2
2,8	40	0	1
3,2	27	0,8	1
3,6	3	4	1
4	1	4,4	1
4,4	1	0,4	0

5.12. táblázat: A $\Delta\xi$ értékek minimumtól való eltérésének hisztogramjai

$\Delta\eta$			
<i>Rekesz</i>	<i>Gyakoriság</i>	<i>Rekesz</i>	<i>Gyakoriság</i>
0	1	1,5	35
0,3	0	1,2	34
0,6	6	1,8	25
0,9	21	0,9	21
1,2	34	2,1	9
1,5	35	0,6	6
1,8	25	2,4	5
2,1	9	0	1
2,4	5	3	1
2,7	0	3,3	1
3	1	0,3	0
3,3	1	2,7	0

5.13. táblázat: A $\Delta\eta$ értékek minimumtól való eltérésének hisztogramjai

$\Delta\theta$			
<i>Rekesz</i>	<i>Gyakoriság</i>	<i>Rekesz</i>	<i>Gyakoriság</i>
0	1	0,5	45
0,25	32	0,25	32
0,5	45	0,75	30
0,75	30	1	17
1	17	1,5	5
1,25	3	1,25	3
1,5	5	2	3
1,75	1	0	1
2	3	1,75	1
2,25	0	2,75	1
2,5	0	2,25	0
2,75	1	2,5	0

5.14. táblázat: A $\Delta\theta$ értékek minimumtól való eltérésének hisztogramjai

$\Delta\xi$			
Rekesz	Gyakoriság	Rekesz	Gyakoriság
0	1	2	46
0,4	0	1,6	28
0,8	3	2,4	25
1,2	21	1,2	21
1,6	28	2,8	8
2	46	0,8	3
2,4	25	3,2	3
2,8	8	3,6	2
3,2	3	0	1
3,6	2	4,4	1
4	0	0,4	0
4,4	1	4	0

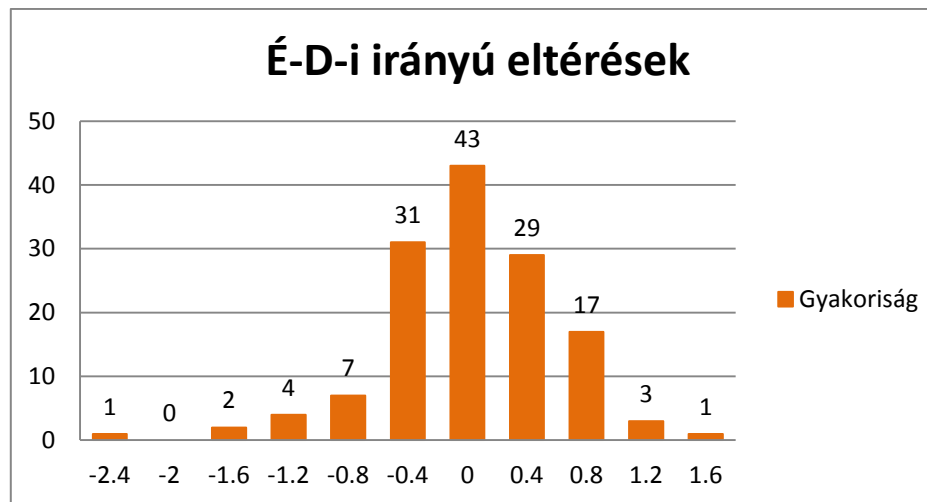
5.15. táblázat: A $\Delta\xi$ értékek maximumtól való eltérésének hisztogramjai

$\Delta\eta$			
Rekesz	Gyakoriság	Rekesz	Gyakoriság
0	1	2,1	34
0,3	0	2,4	33
0,6	1	1,8	28
0,9	0	2,7	19
1,2	7	1,5	12
1,5	12	1,2	7
1,8	28	3	2
2,1	34	0	1
2,4	33	0,6	1
2,7	19	3,3	1
3	2	0,3	0
3,3	1	0,9	0

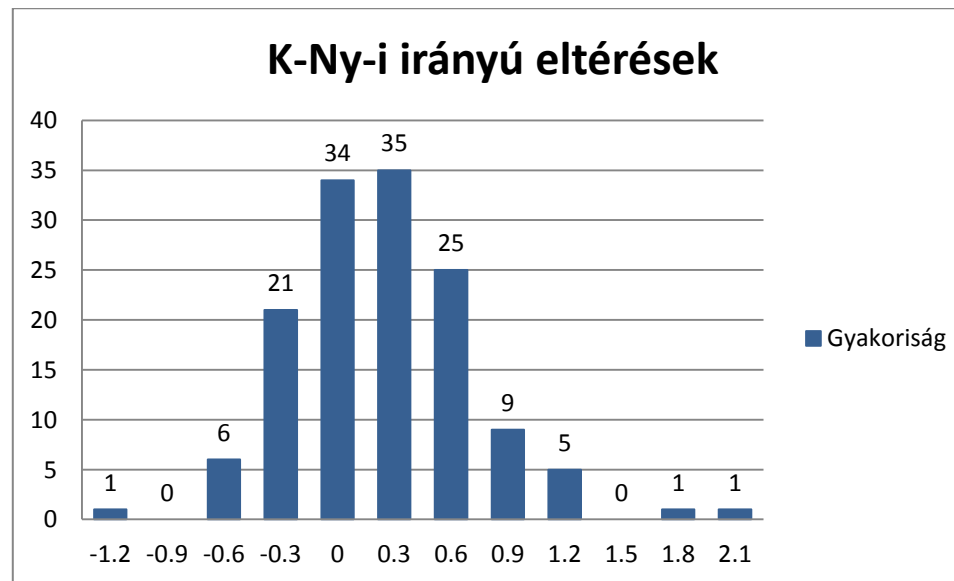
5.16. táblázat: A $\Delta\eta$ értékek maximumtól való eltérésének hisztogramjai

$\Delta\Theta$			
<i>Rekesz</i>	<i>Gyakoriság</i>	<i>Rekesz</i>	<i>Gyakoriság</i>
0	1	2,25	45
0,25	0	2,5	34
0,5	0	2	27
0,75	3	1,75	15
1	1	1,25	4
1,25	4	1,5	4
1,5	4	2,75	4
1,75	15	0,75	3
2	27	0	1
2,25	45	1	1
2,5	34	0,25	0
2,75	4	0,5	0

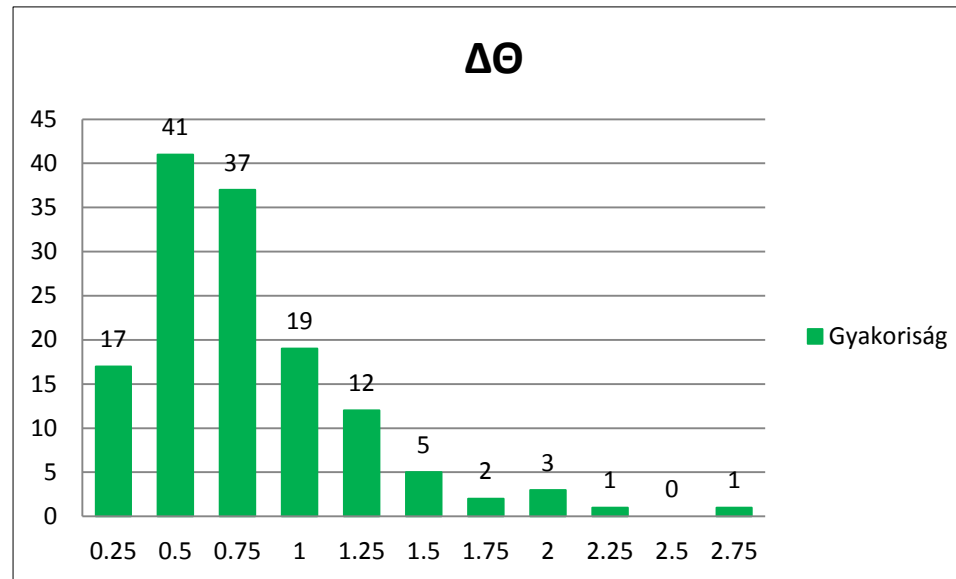
5.17. táblázat: A $\Delta\Theta$ értékek maximumtól való eltérésének hisztogramjai



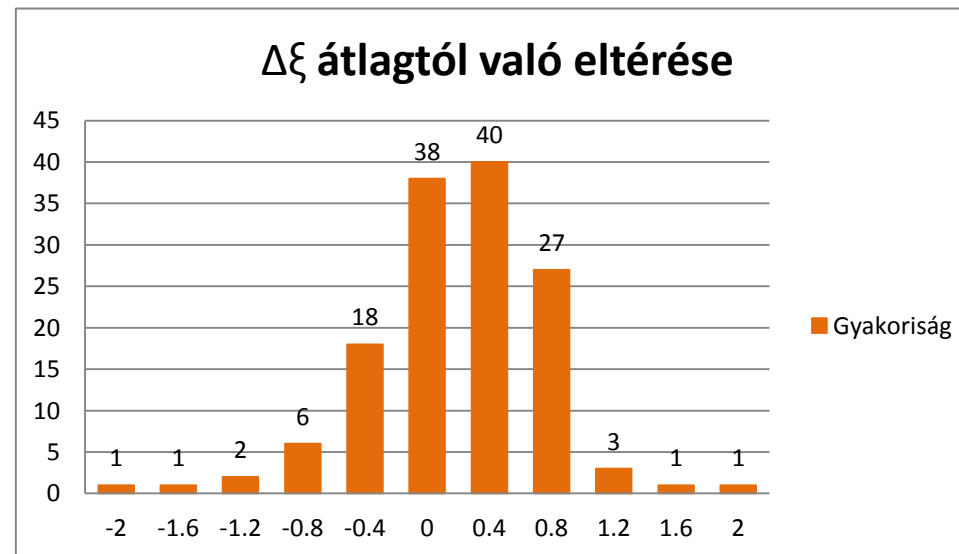
5.1. ábra: A $\Delta\xi$ értékek hisztogramjának grafikus ábrázolása



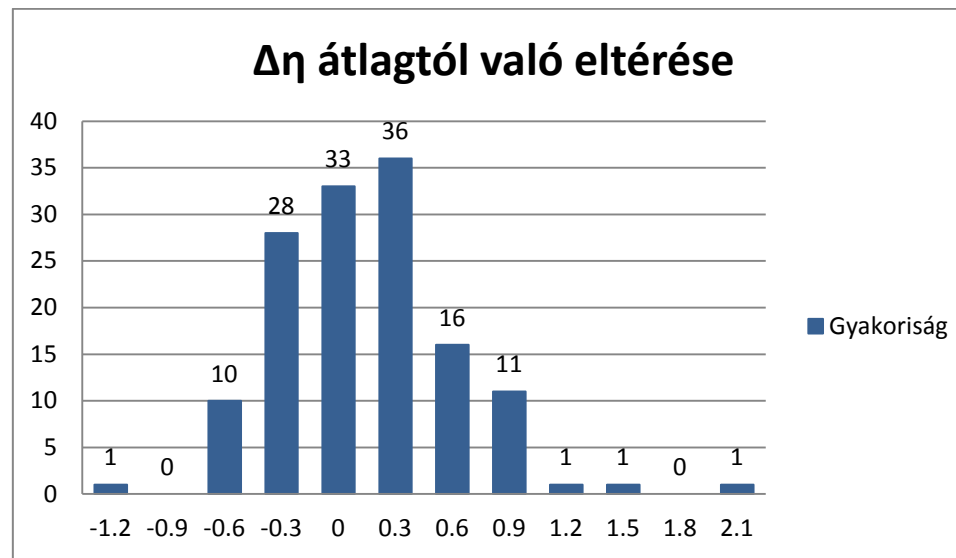
5.2. ábra: A $\Delta\eta$ értékek hisztogramjának grafikus ábrázolása



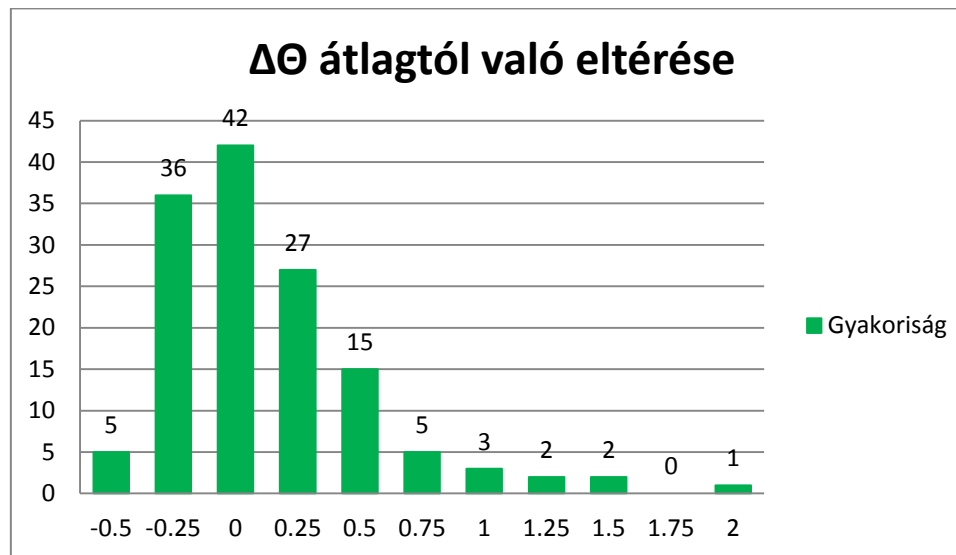
5.3. ábra: A $\Delta\theta$ értékek hisztogramjának grafikus ábrázolása



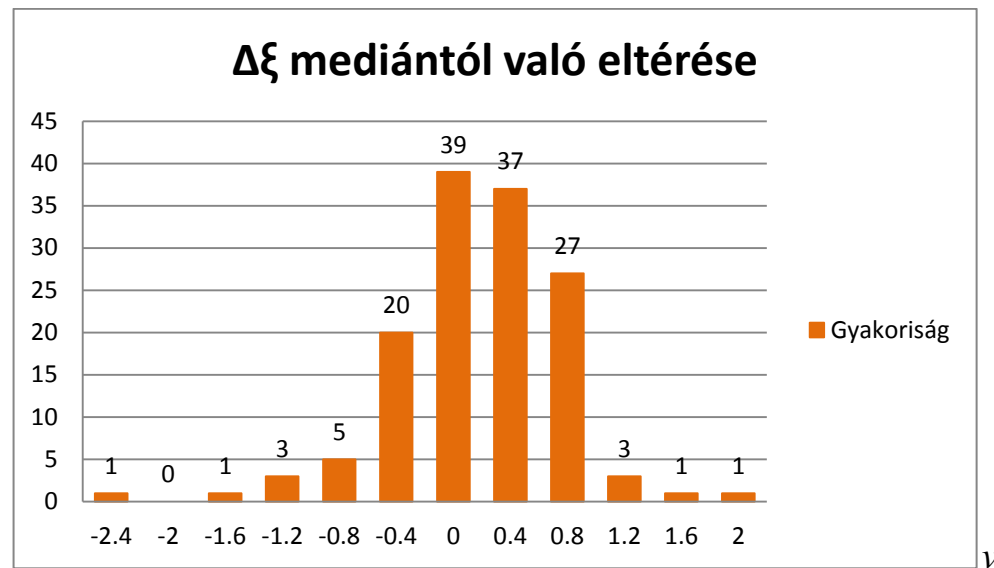
5.4. ábra: A $\Delta\xi$ értékek átlagtól való eltérésének hisztogramja grafikusán ábrázolva



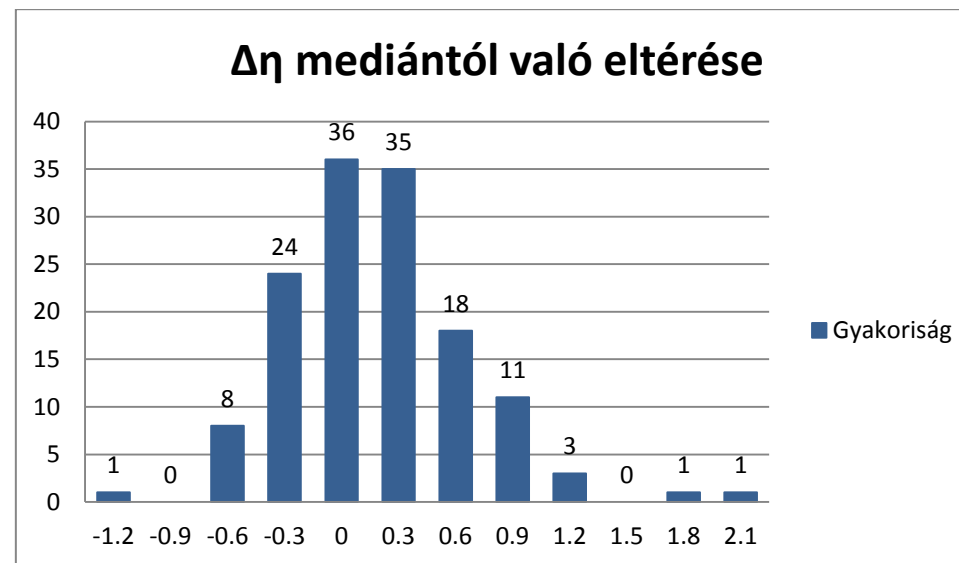
5.5. ábra: A $\Delta\eta$ értékek átlagtól való eltérésének hisztogramja grafikusán ábrázolva



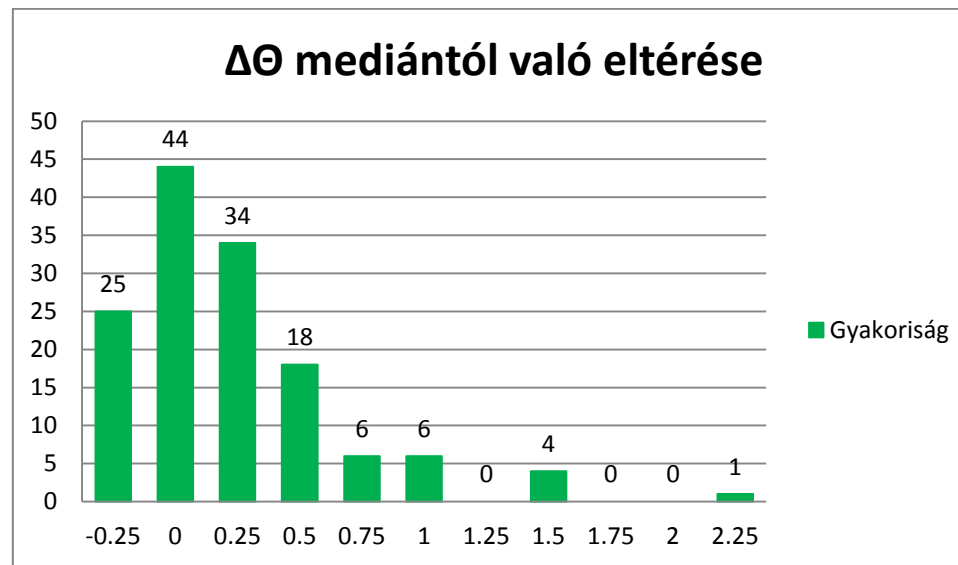
5.6. ábra: A $\Delta\theta$ értékek átlagtól való eltérésének hisztogramja grafikusán ábrázolva



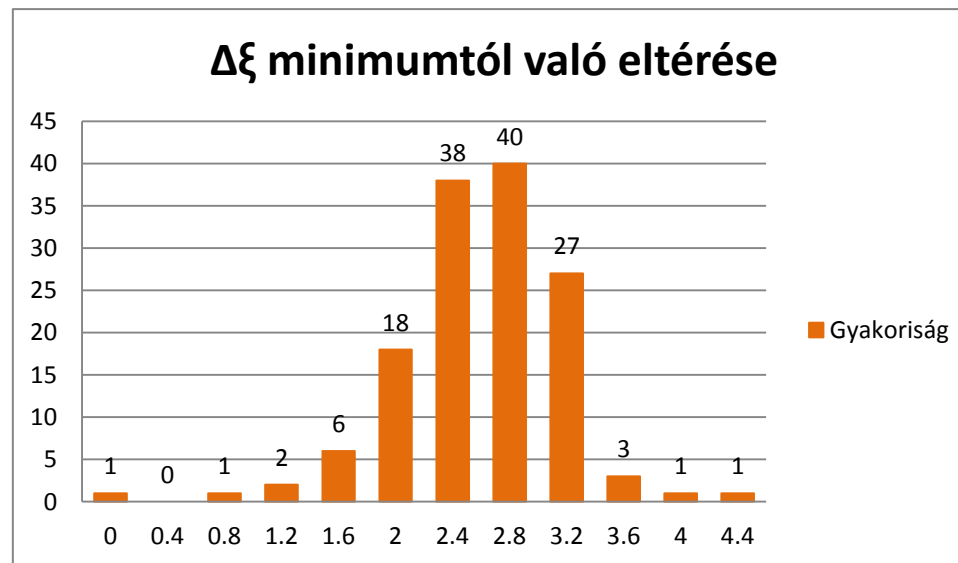
5.7. ábra: A $\Delta\xi$ értékek mediántól való eltérésének hisztogramja grafikusán ábrázolva



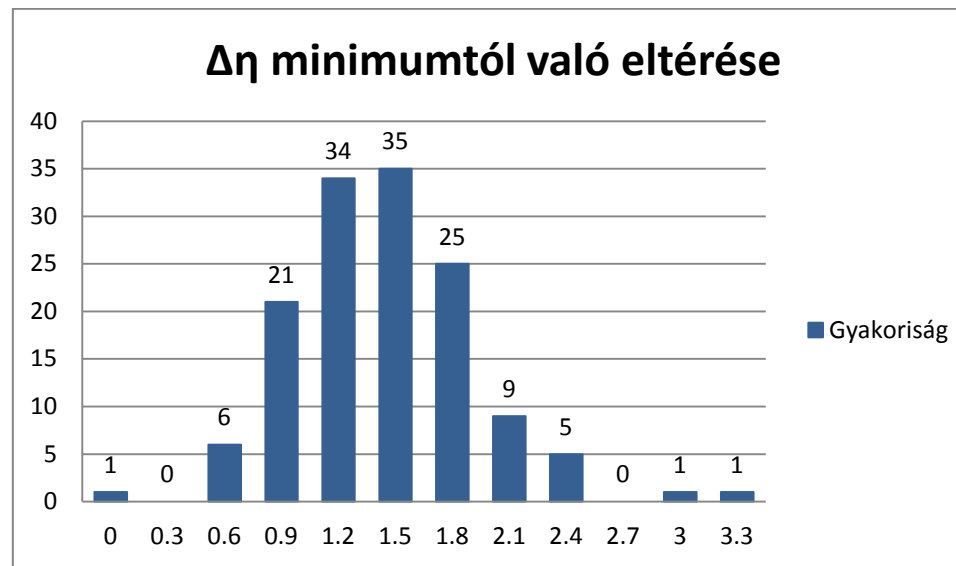
5.8. ábra: A $\Delta\eta$ értékek mediántól való eltérésének hisztogramja grafikusán ábrázolva



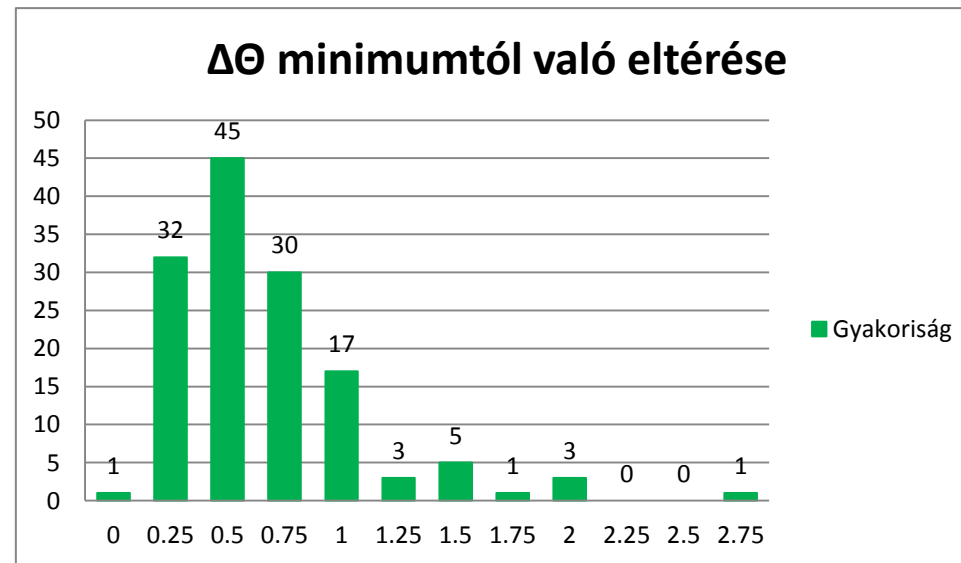
5.9. ábra: A $\Delta\theta$ értékek mediántól való eltérésének hisztogramja grafikusán ábrázolva



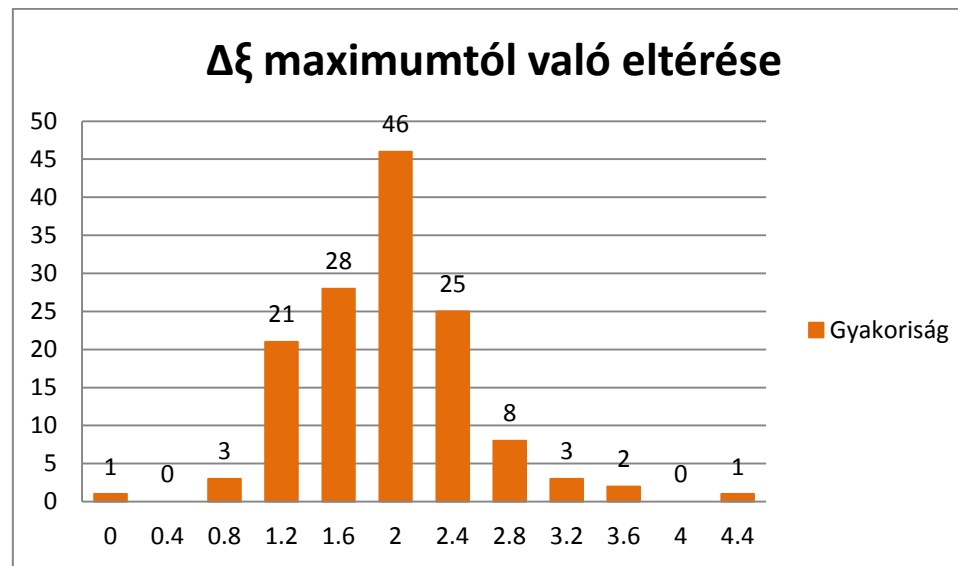
5.10. ábra: A $\Delta\xi$ értékek minimumtól való eltérésének hisztogramja grafikusán ábrázolva



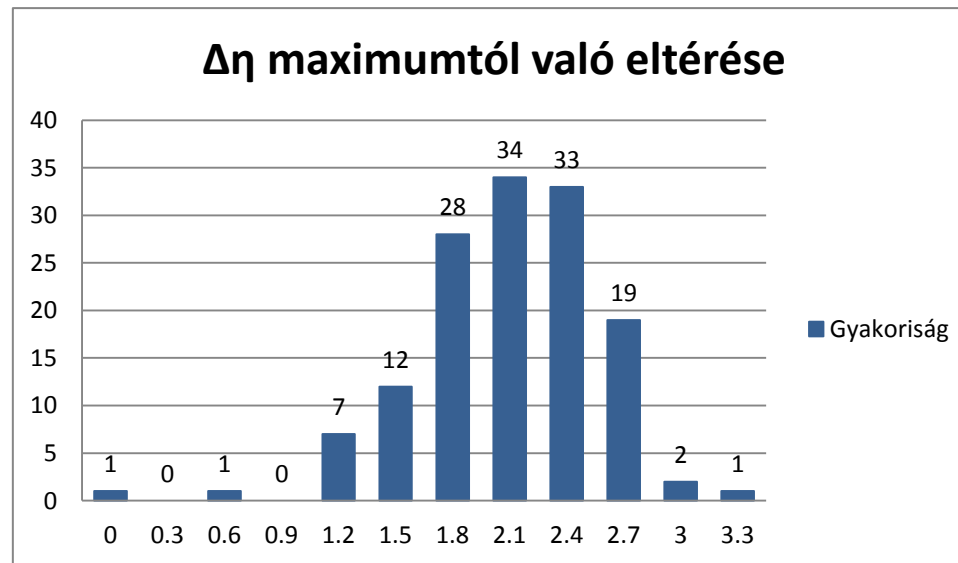
5.11. ábra: A $\Delta\eta$ értékek minimumtól való eltérésének hisztogramja grafikusán ábrázolva



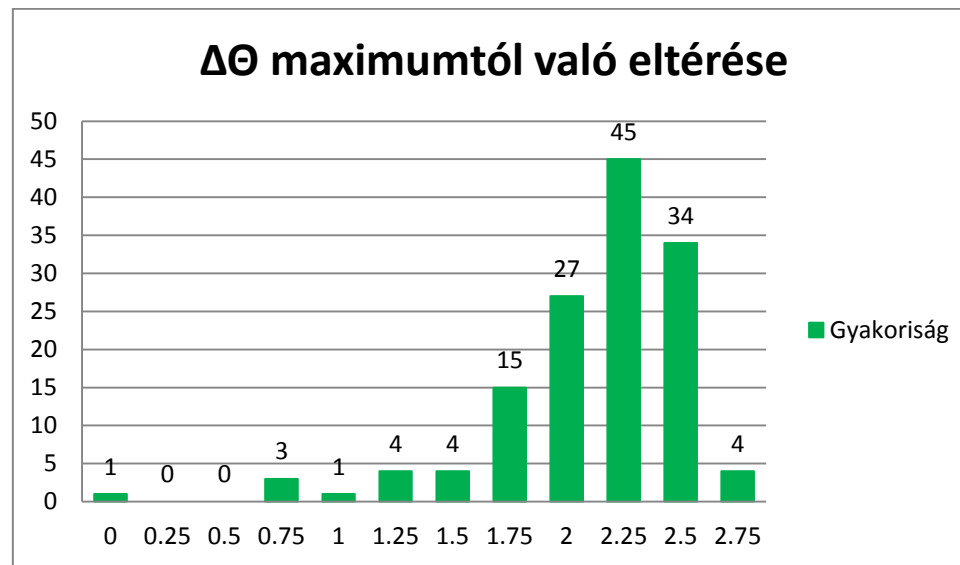
5.12. ábra: A $\Delta\theta$ értékek minimumtól való eltérésének hisztogramja grafikusán ábrázolva



5.13. ábra: A $\Delta\xi$ értékek maximumtól való eltérésének hisztogramja grafikusán ábrázolva



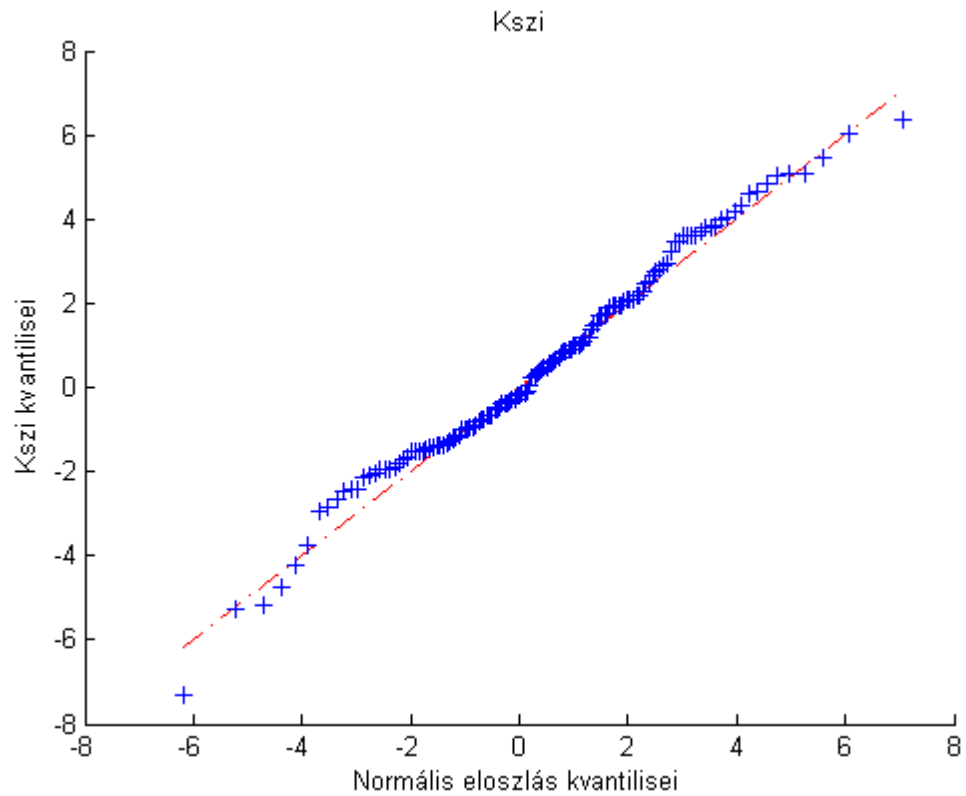
5.14. ábra: A $\Delta\eta$ értékek maximumtól való eltérésének hisztogramja grafikusán ábrázolva



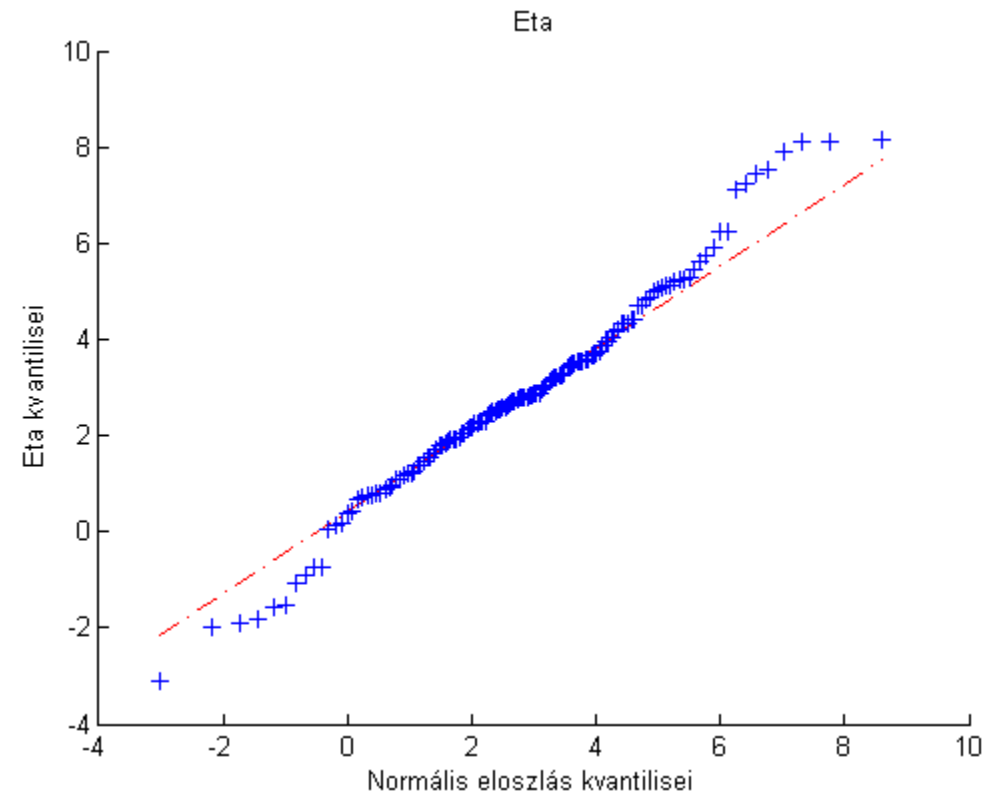
5.15. ábra: A $\Delta\Theta$ értékek maximumtól való eltérésének hisztogramja grafikusán ábrázolva

Kvantilisábrák

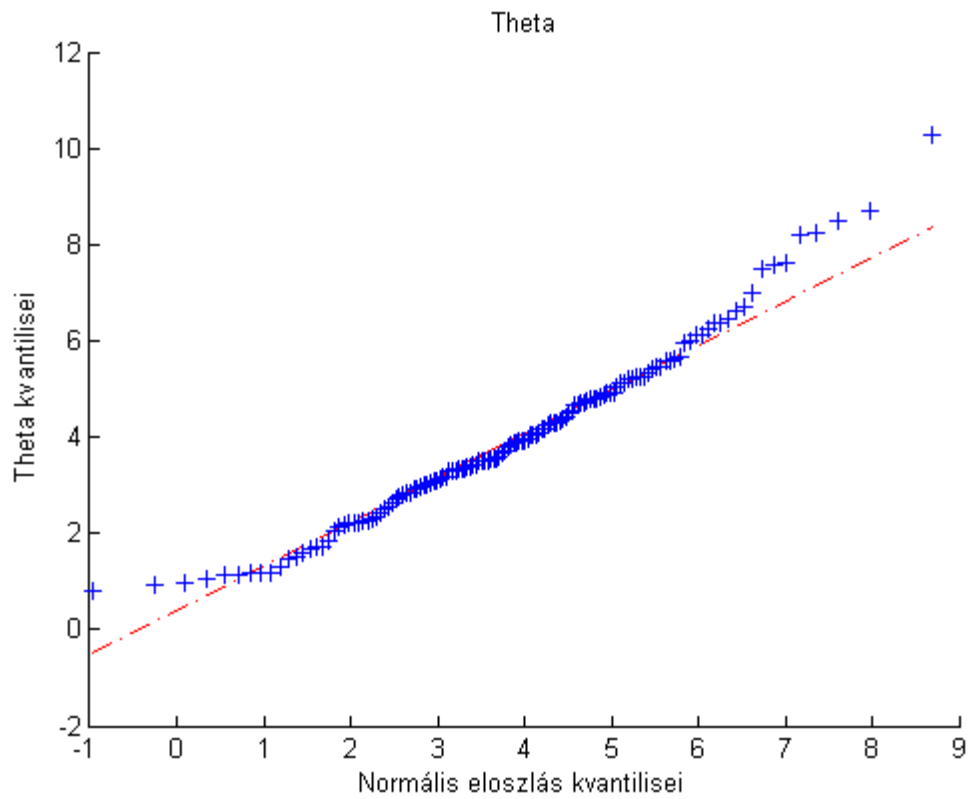
- Normális eloszlás



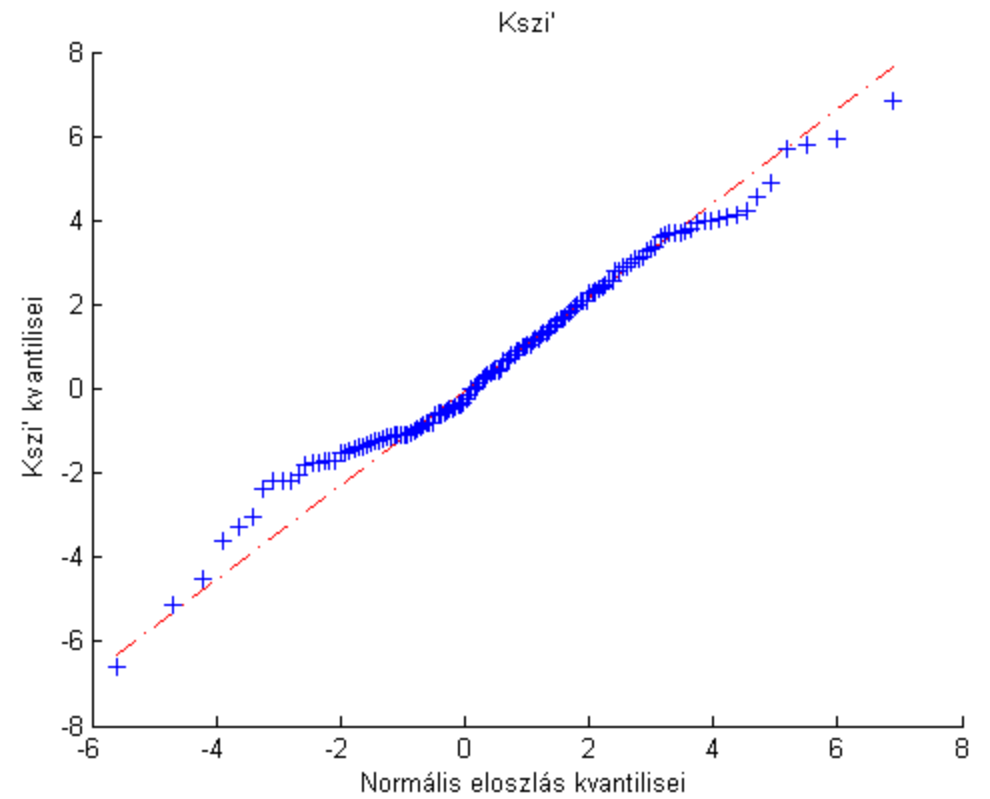
5.16. ábra: ξ értékek normális eloszlás kvantilisábrája



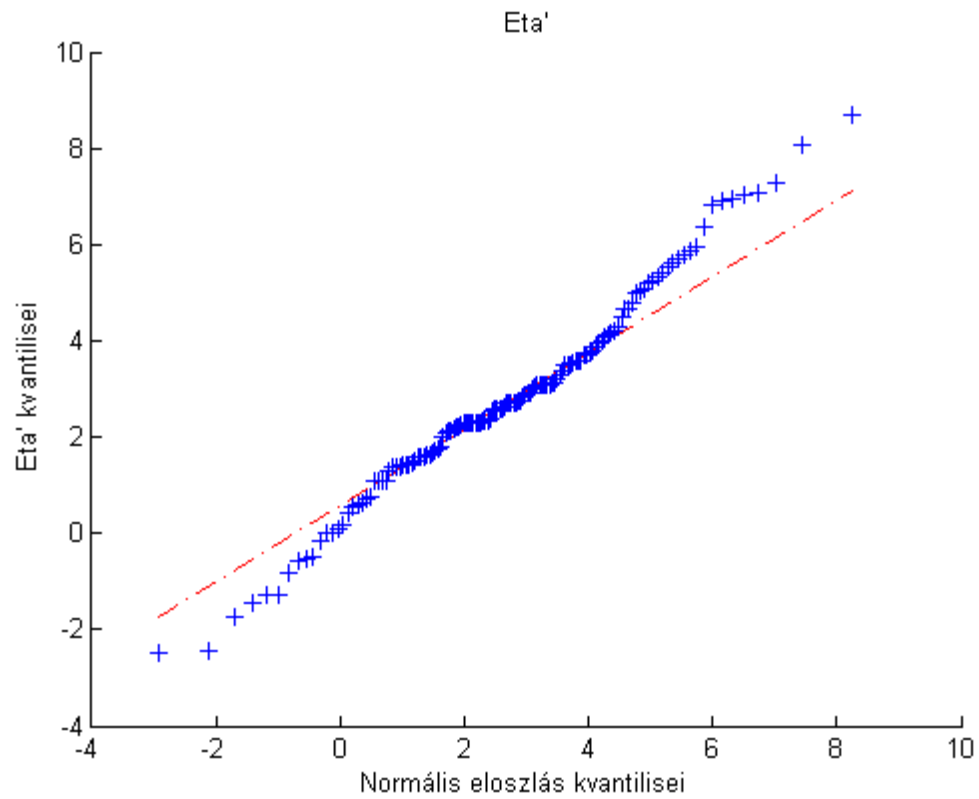
5.17. ábra: η értékek normális eloszlás kvantilisábrája



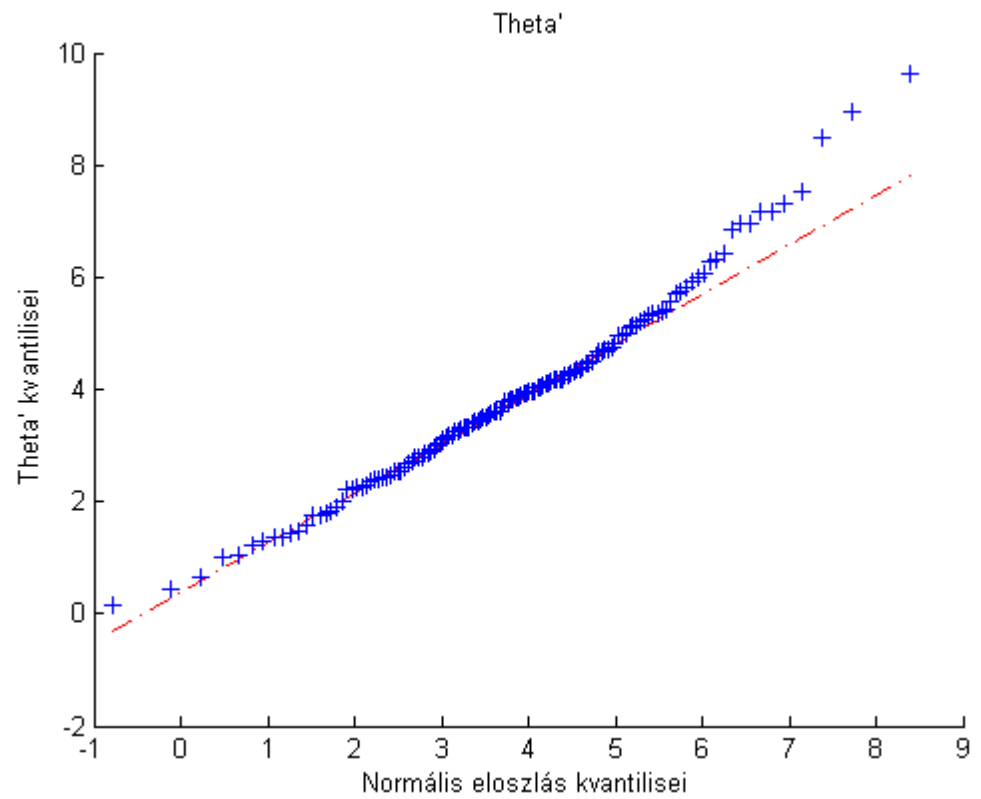
5.18. ábra: Θ értékek normális eloszlás kvantilisábrája



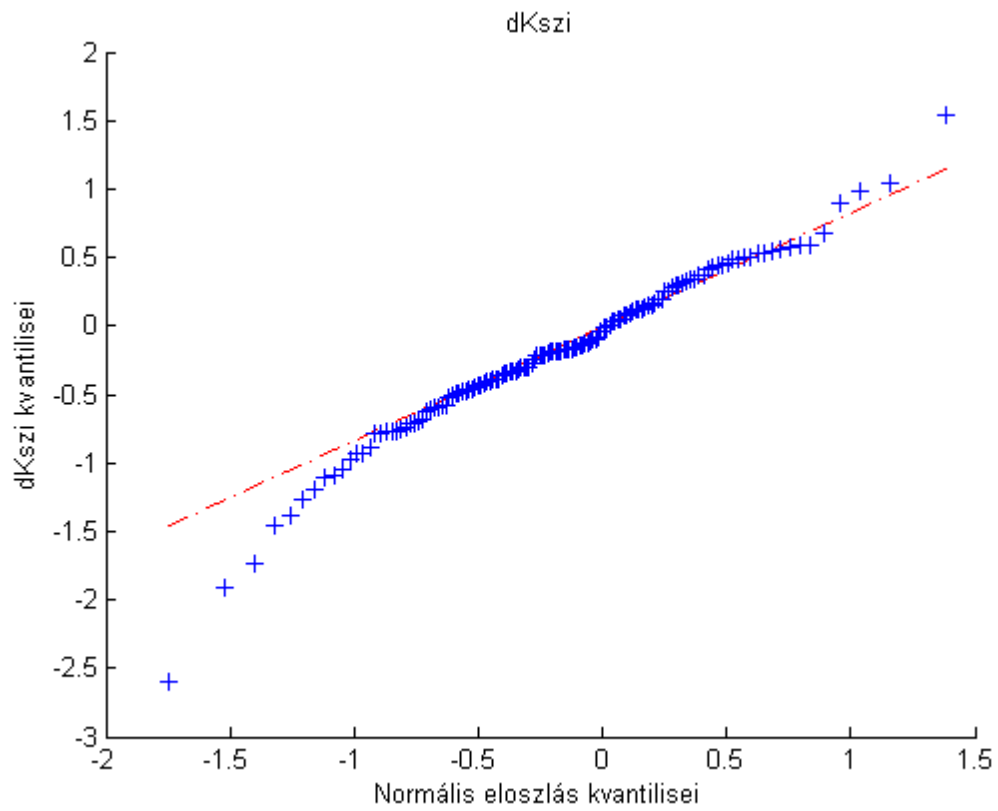
5.19. ábra: ξ' értékek normális eloszlás kvantilisábrája



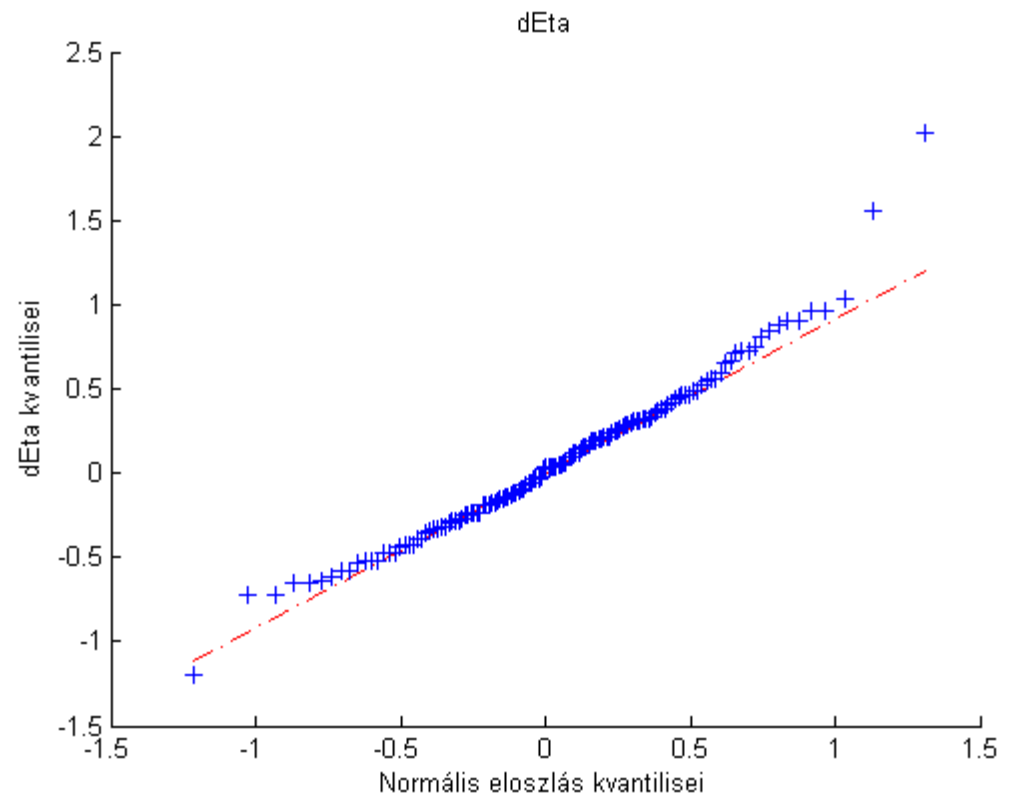
5.20. ábra: η' értékek normális eloszlás kvantilisábrája



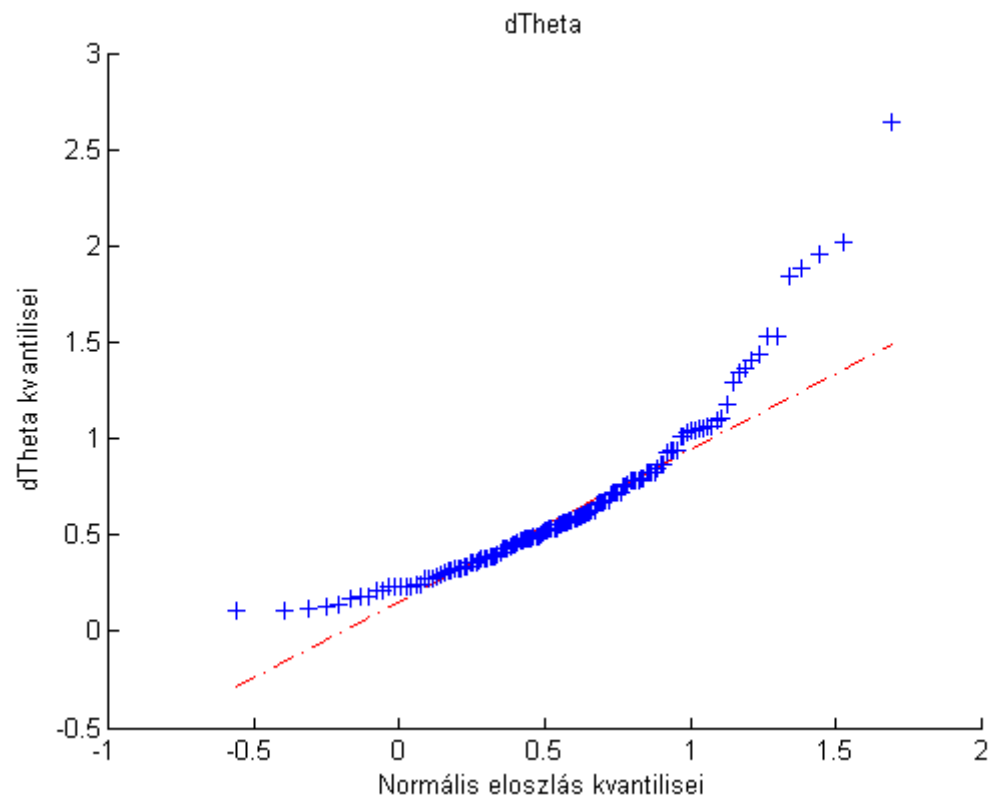
5.21. ábra: θ' értékek normális eloszlás kvantilisábrája



5.22. ábra: $\Delta\xi$ értékek normális eloszlás kvantilisábrája

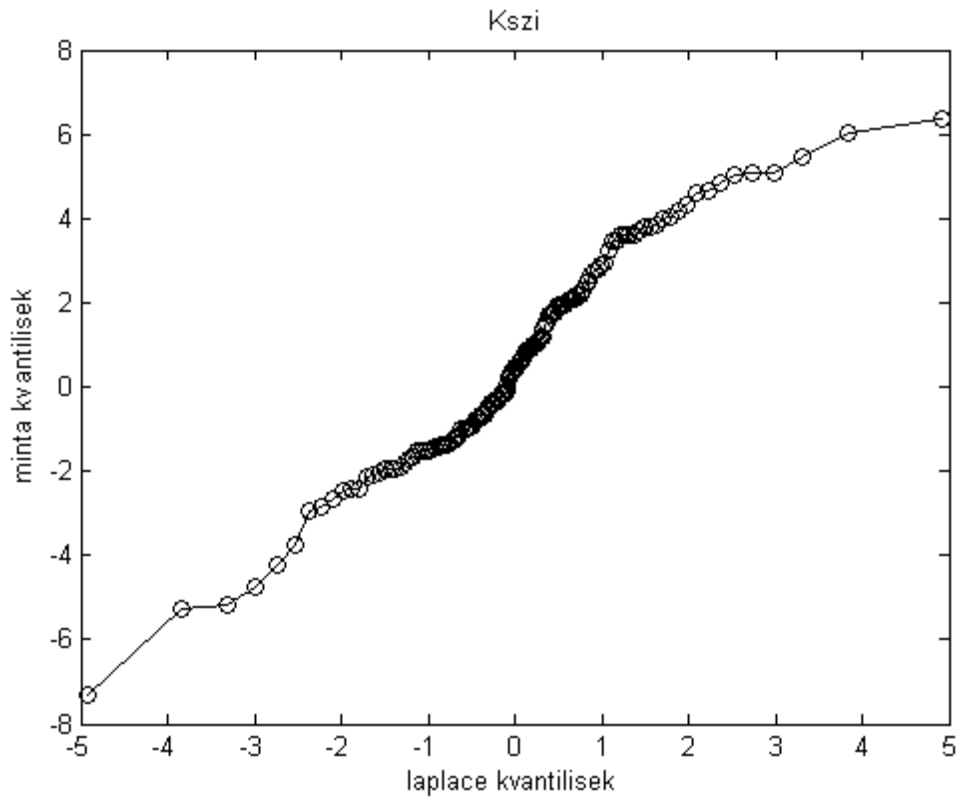


5.23. ábra: $\Delta\eta$ értékek normális eloszlás kvantilisábrája

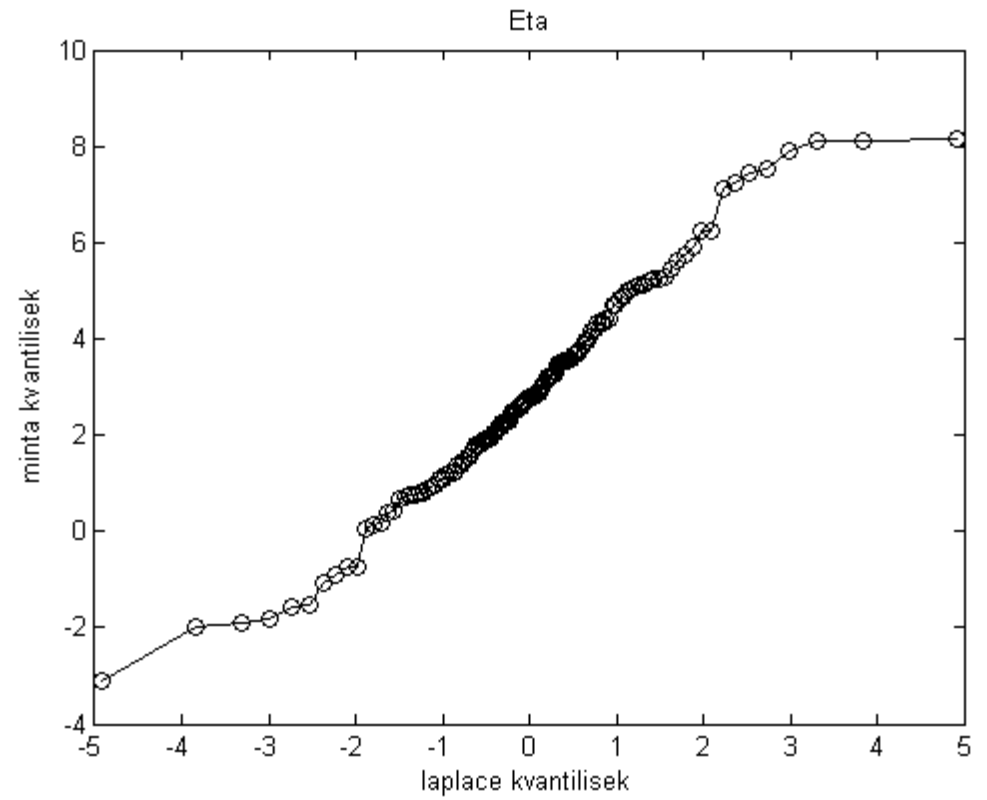


5.24. ábra: $\Delta\Theta$ értékek normális eloszlás kvantilisábrája

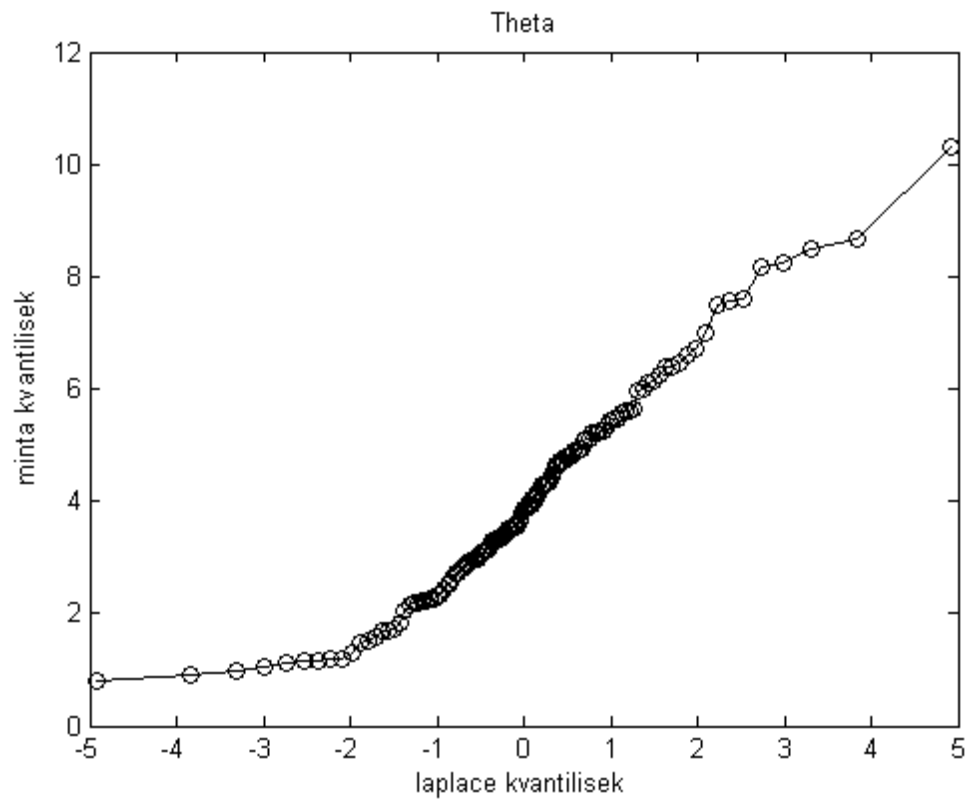
- Laplace-eloszlás



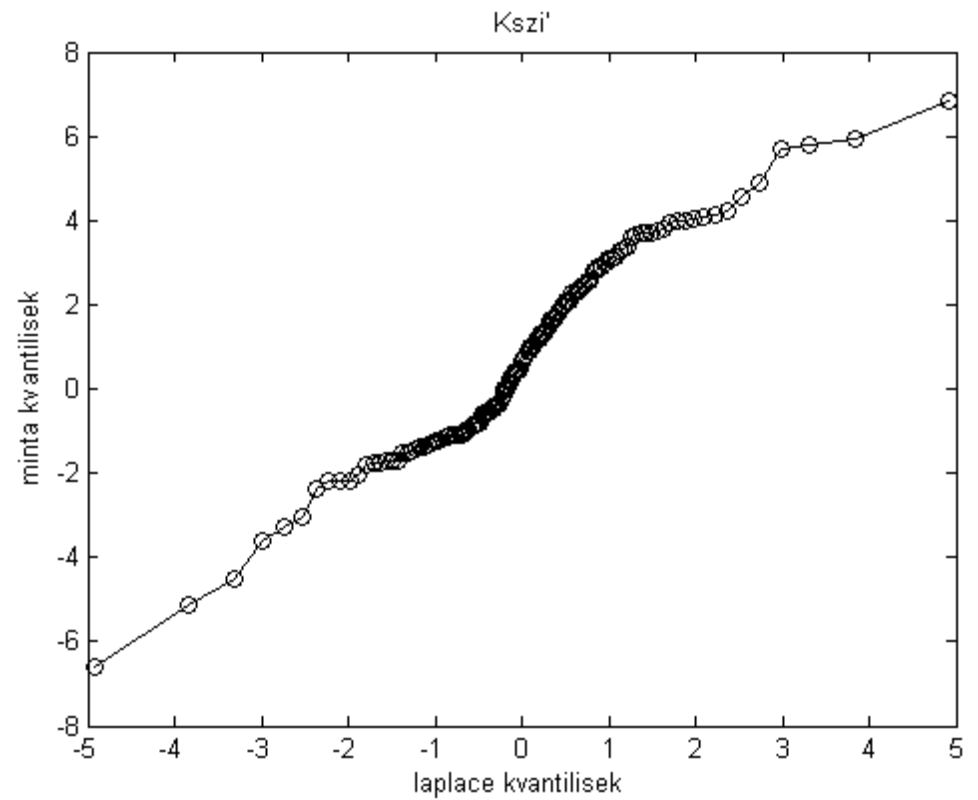
5.25. ábra: ξ értékek Laplace-eloszlás kvantilisábrája



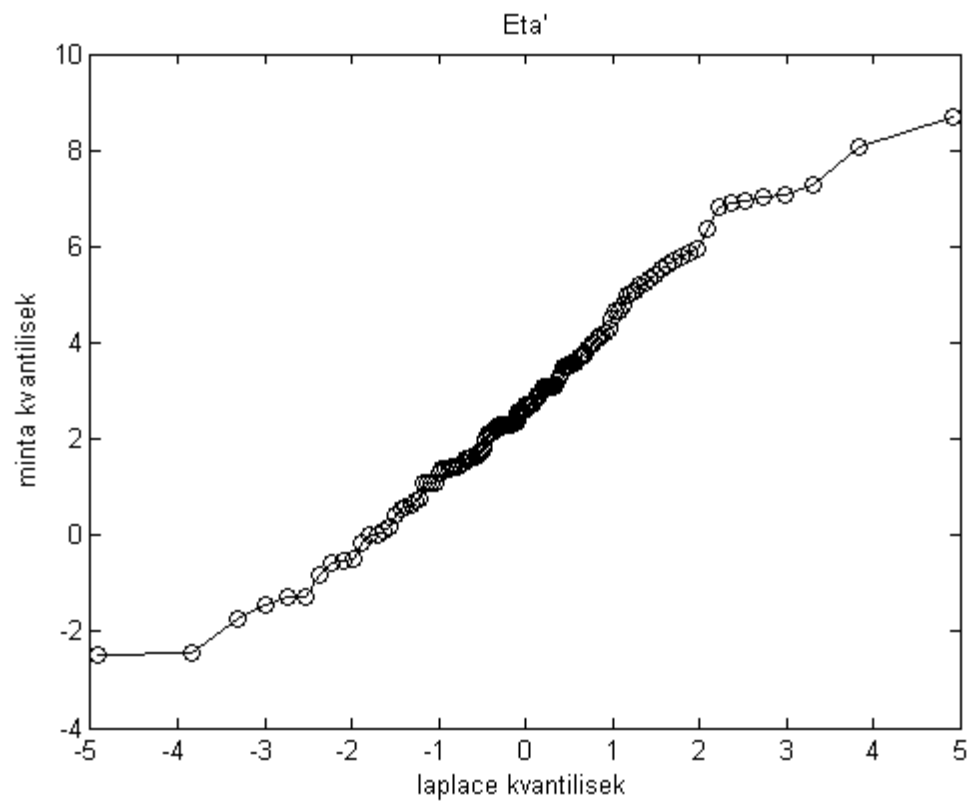
5.26. ábra: η értékek Laplace-eloszlás kvantilisábrája



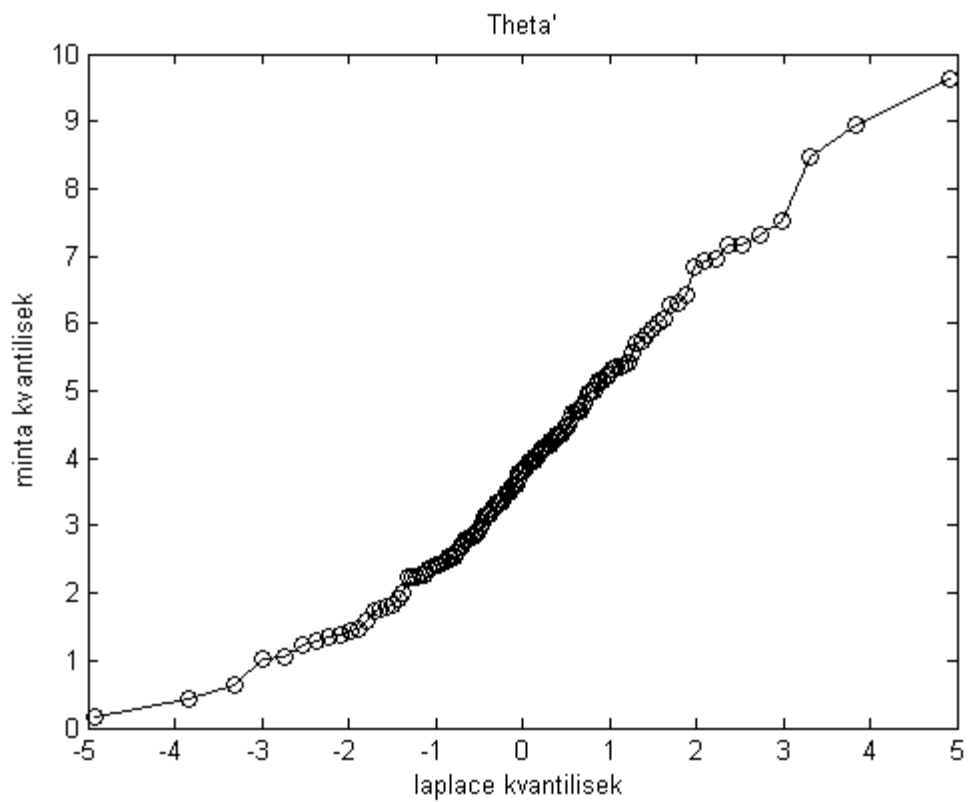
5.27. ábra: Θ értékek Laplace-eloszlás kvantilisábrája



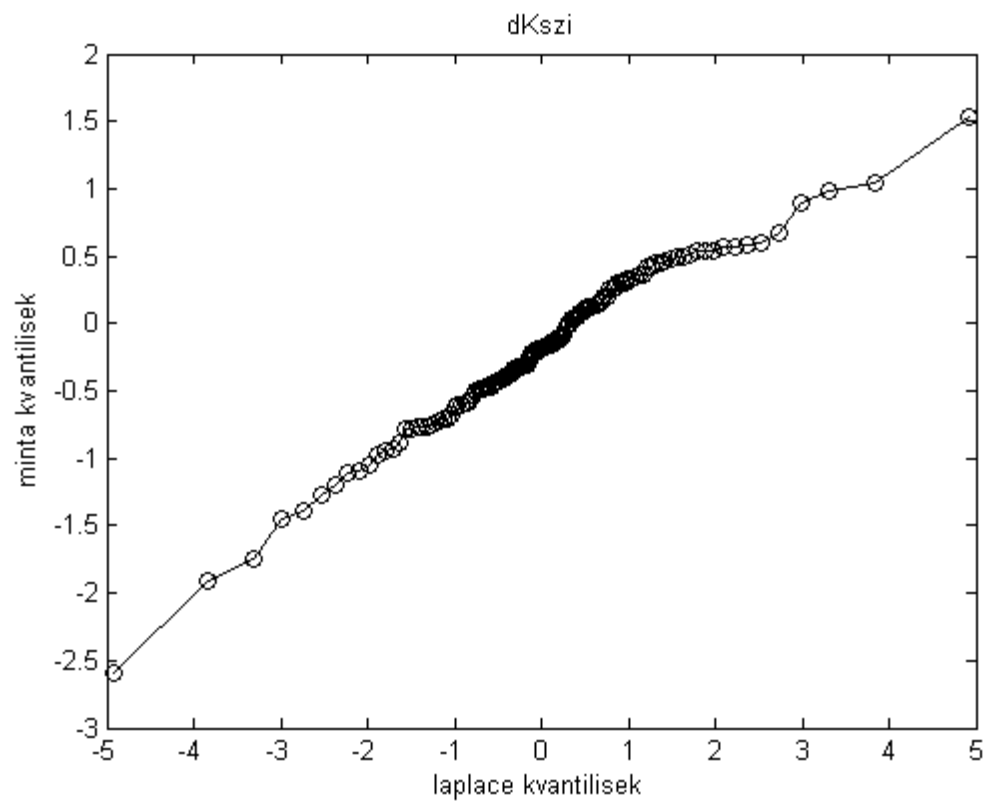
5.28. ábra: ζ' értékek Laplace-eloszlás kvantilisábrája



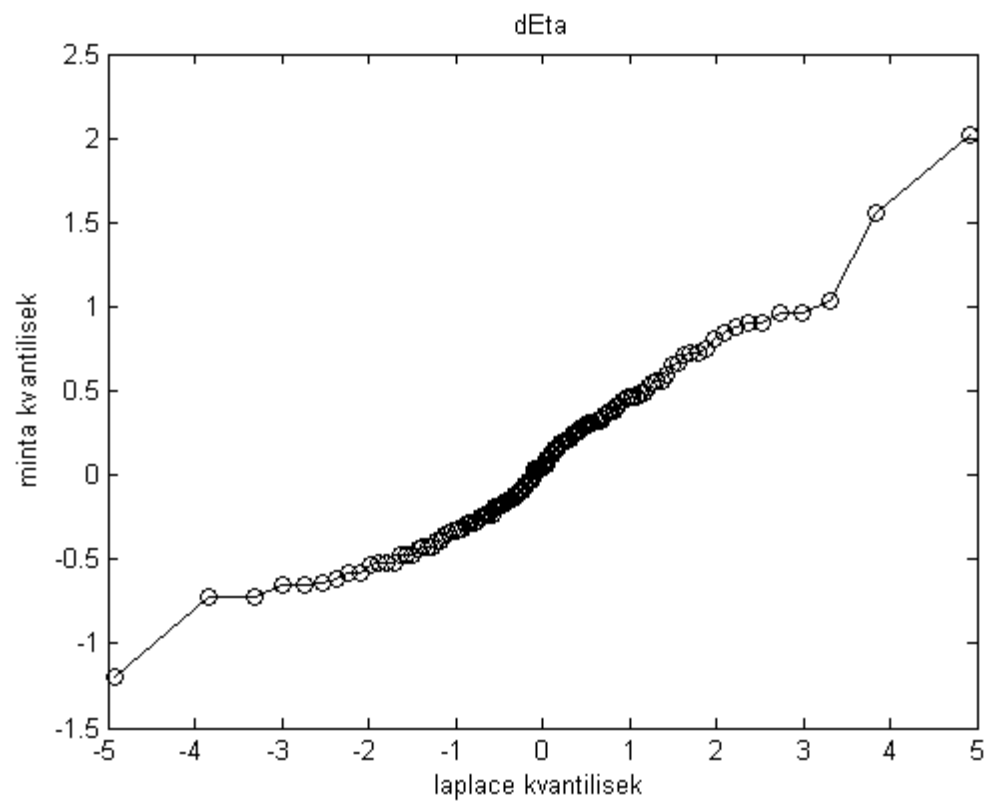
5.29. ábra: η' értékek Laplace-eloszlás kvantilisábrája



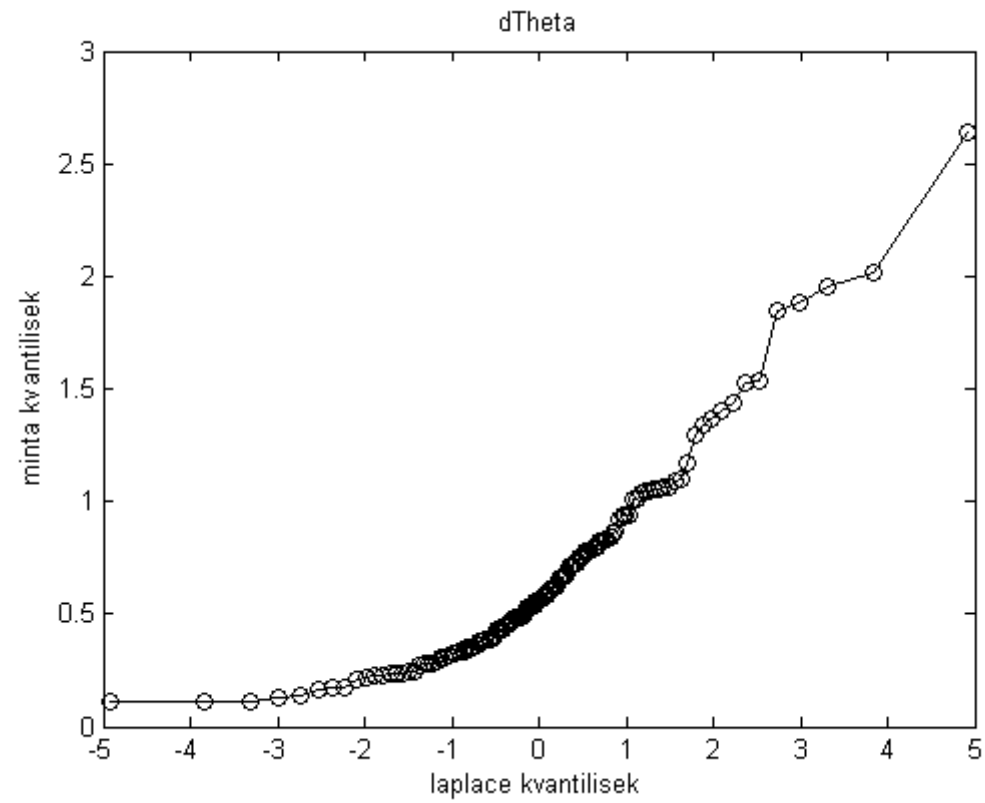
5.30. ábra: Θ' értékek Laplace-eloszlás kvantilisábrája



5.31. ábra: $\Delta\xi$ értékek Laplace-eloszlás kvantilisábrája

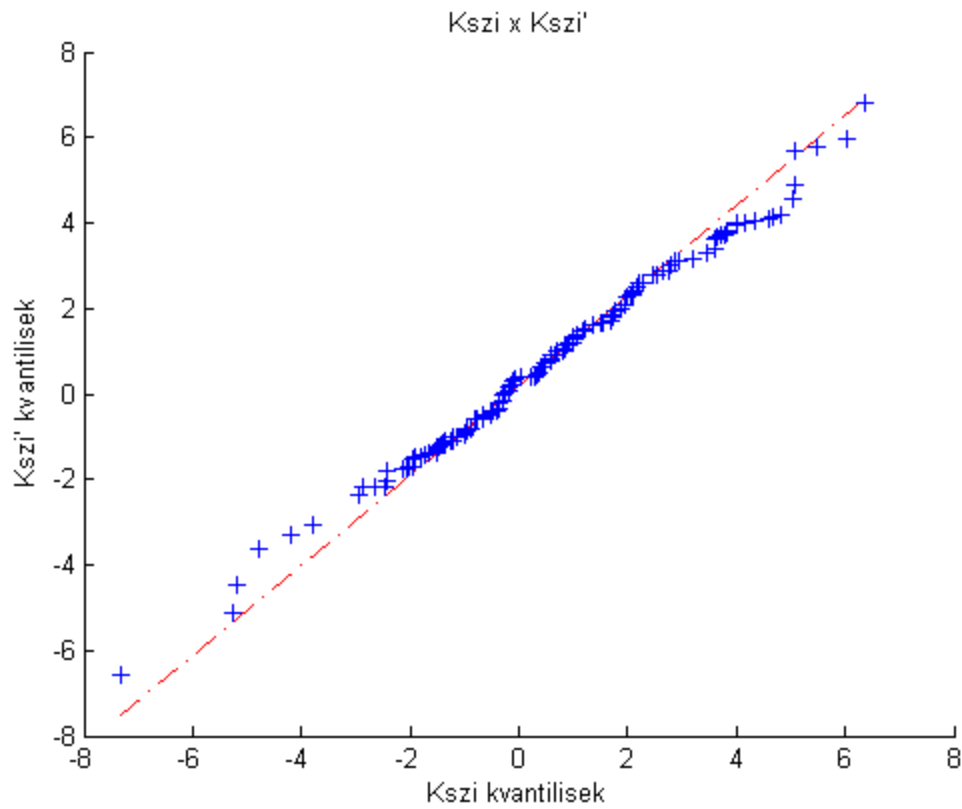


5.32. ábra: $\Delta\eta$ értékek Laplace-eloszlás kvantilisábrája

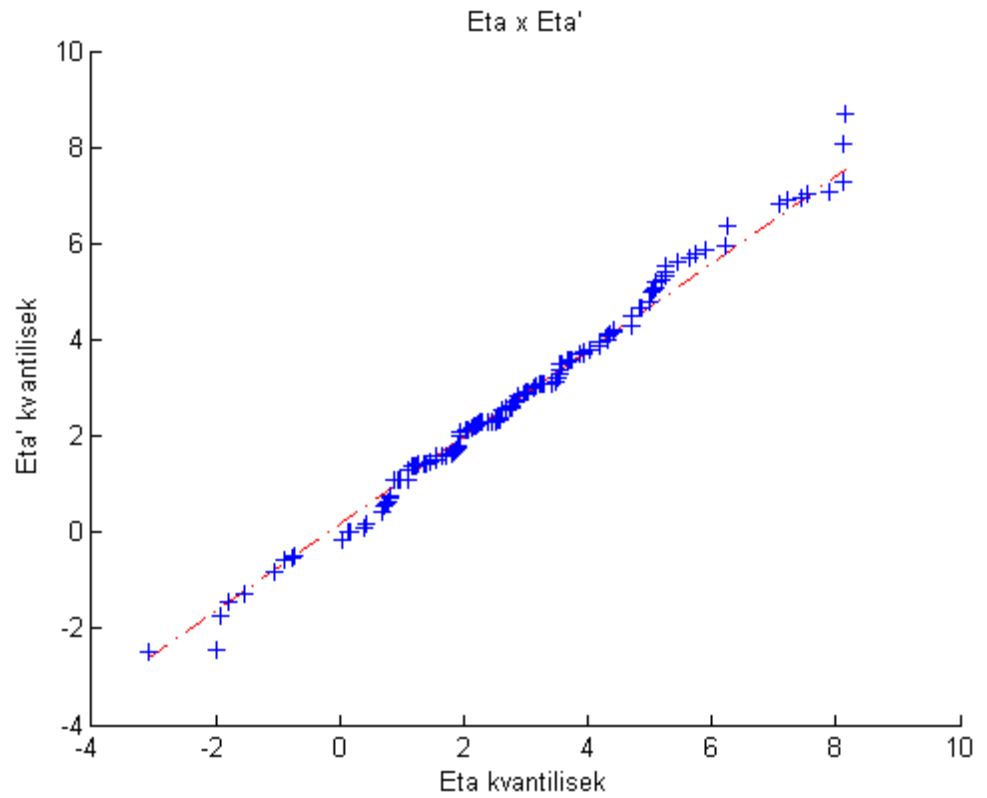


5.33. ábra: $\Delta\Theta$ értékek Laplace-eloszlás kvantilisábrája

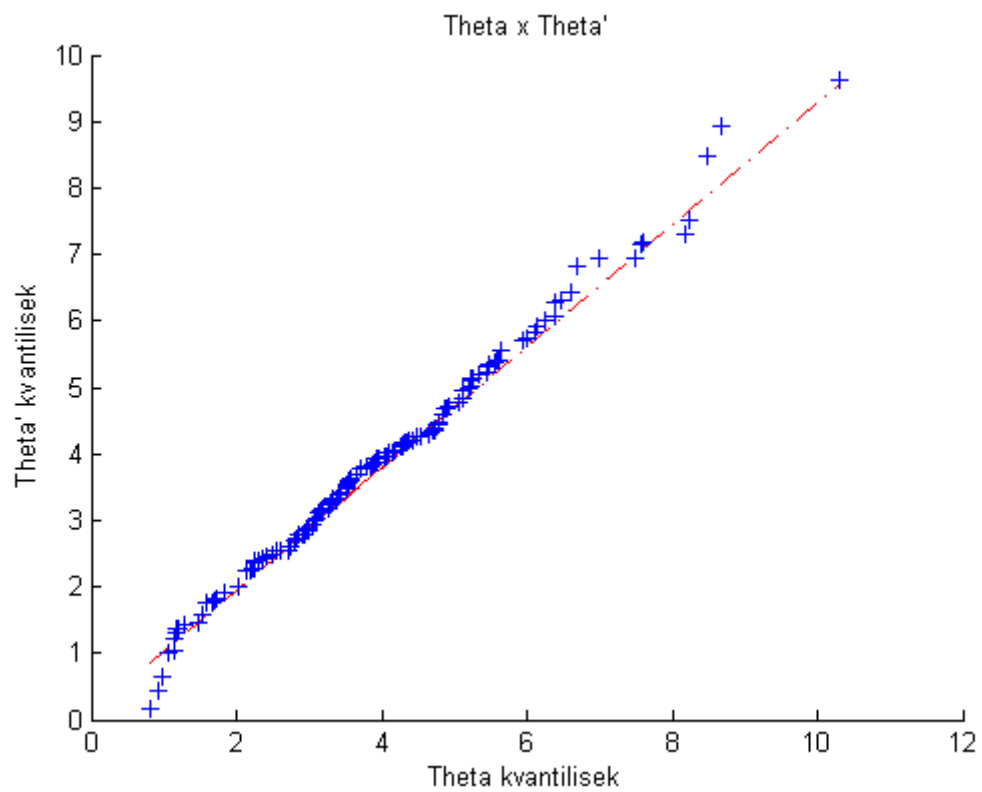
- Kvantilis-kvantilis ábrák



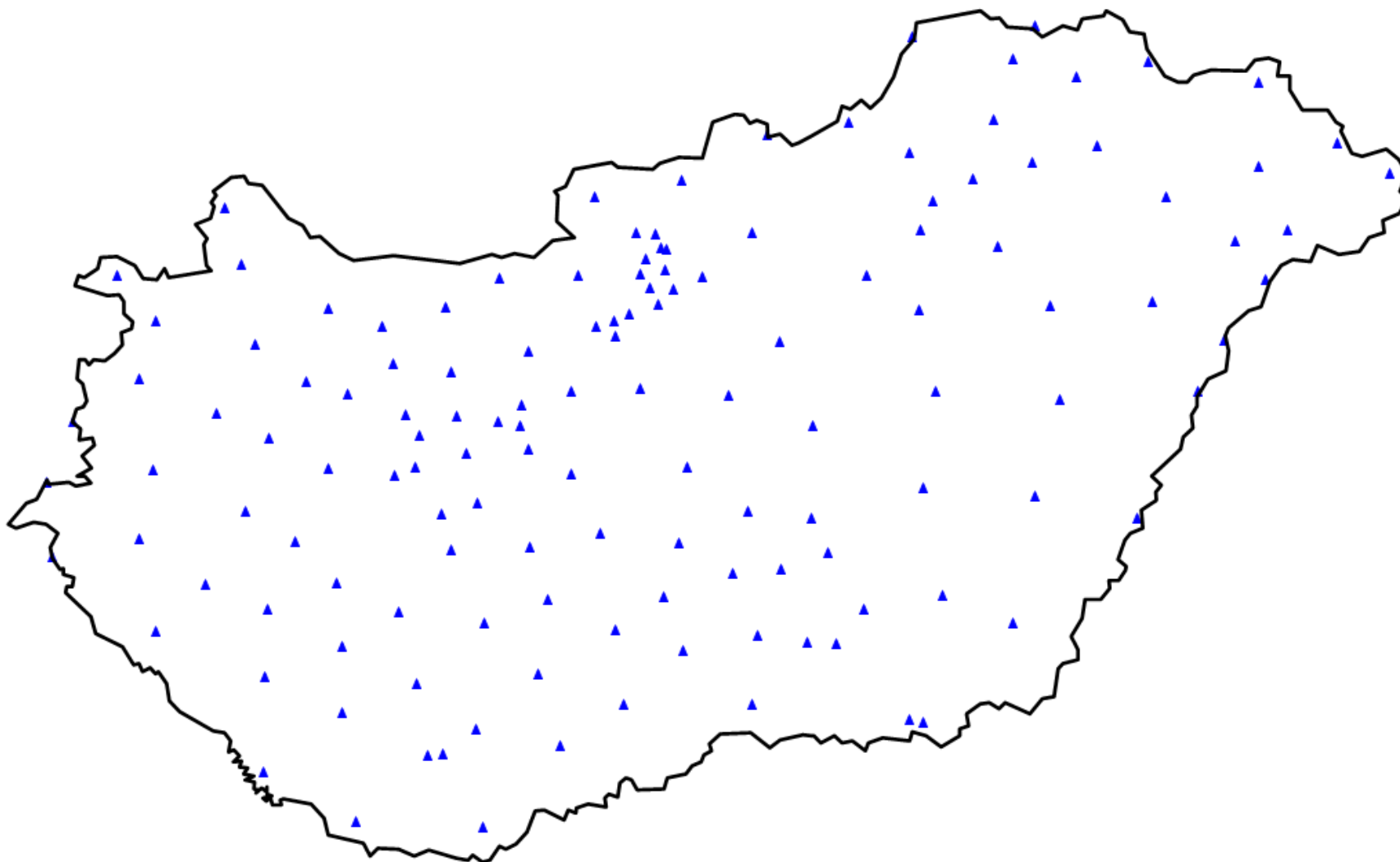
5.34. ábra: ξ - ξ' értékek eloszlás-összehasonlító kvantilisábrája



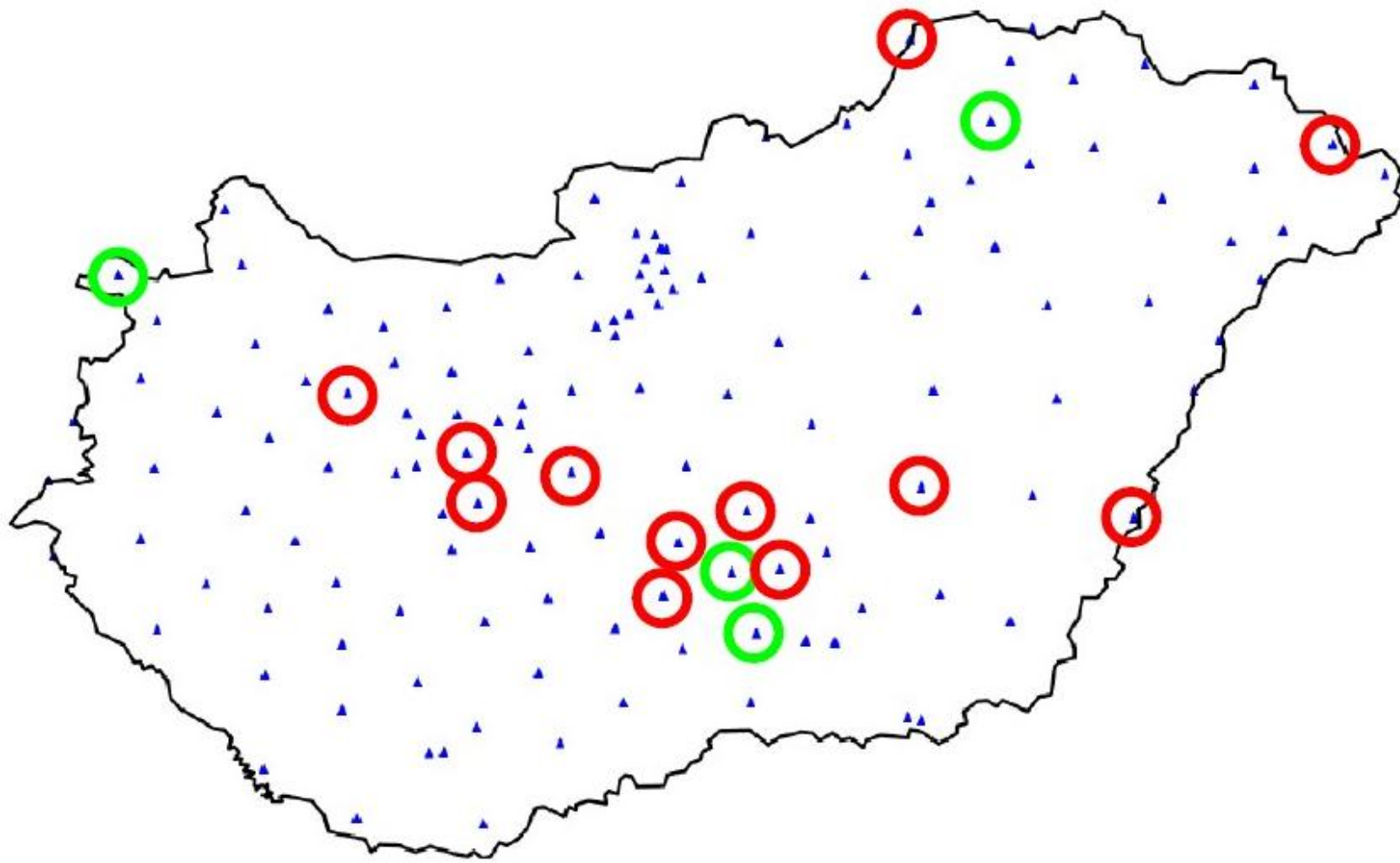
5.35. ábra: η - η' értékek eloszlás-összehasonlító kvantilisábrája



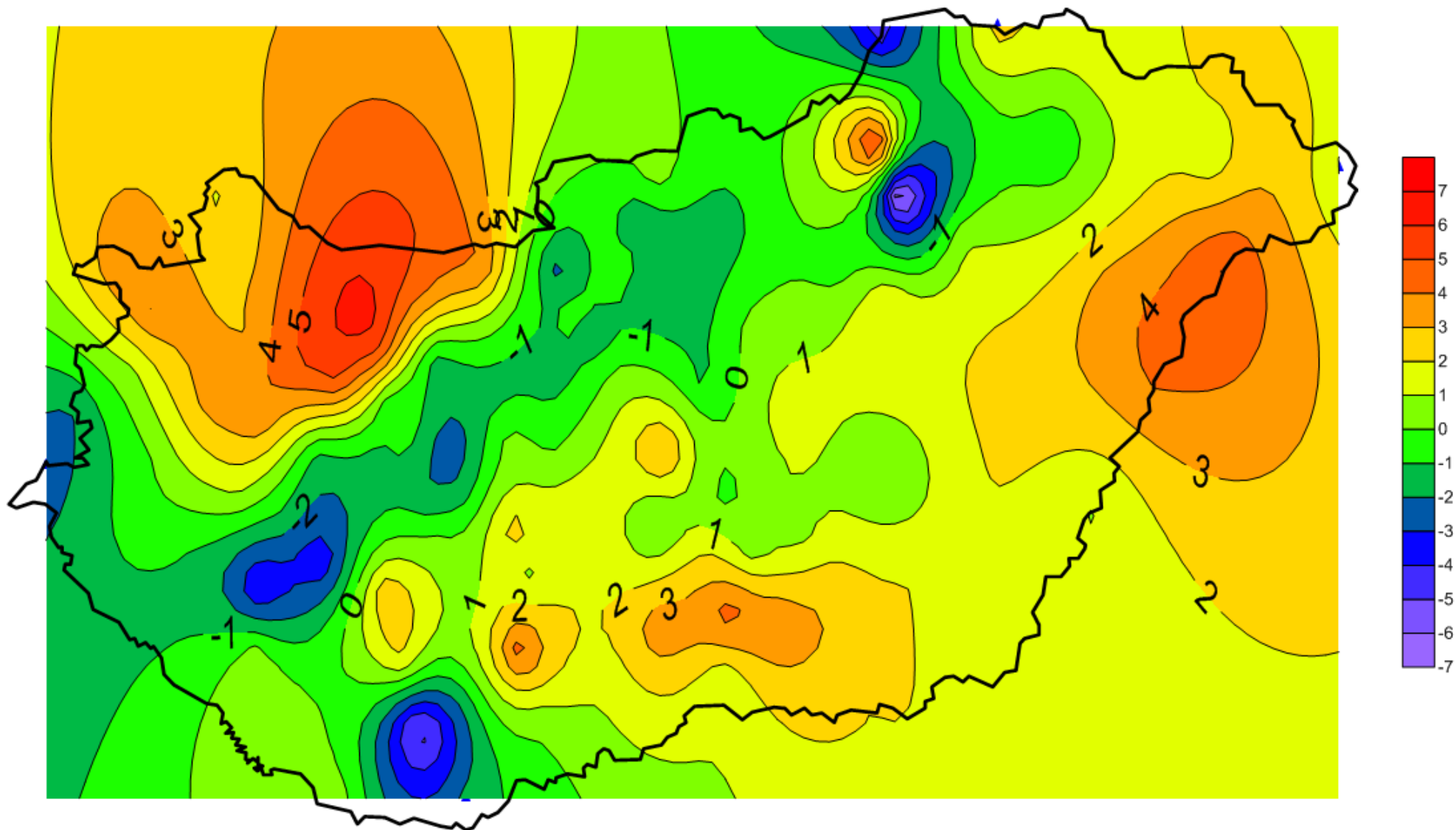
5.36. ábra: Θ - Θ' értékek eloszlás-összehasonlító kvantilisábrája



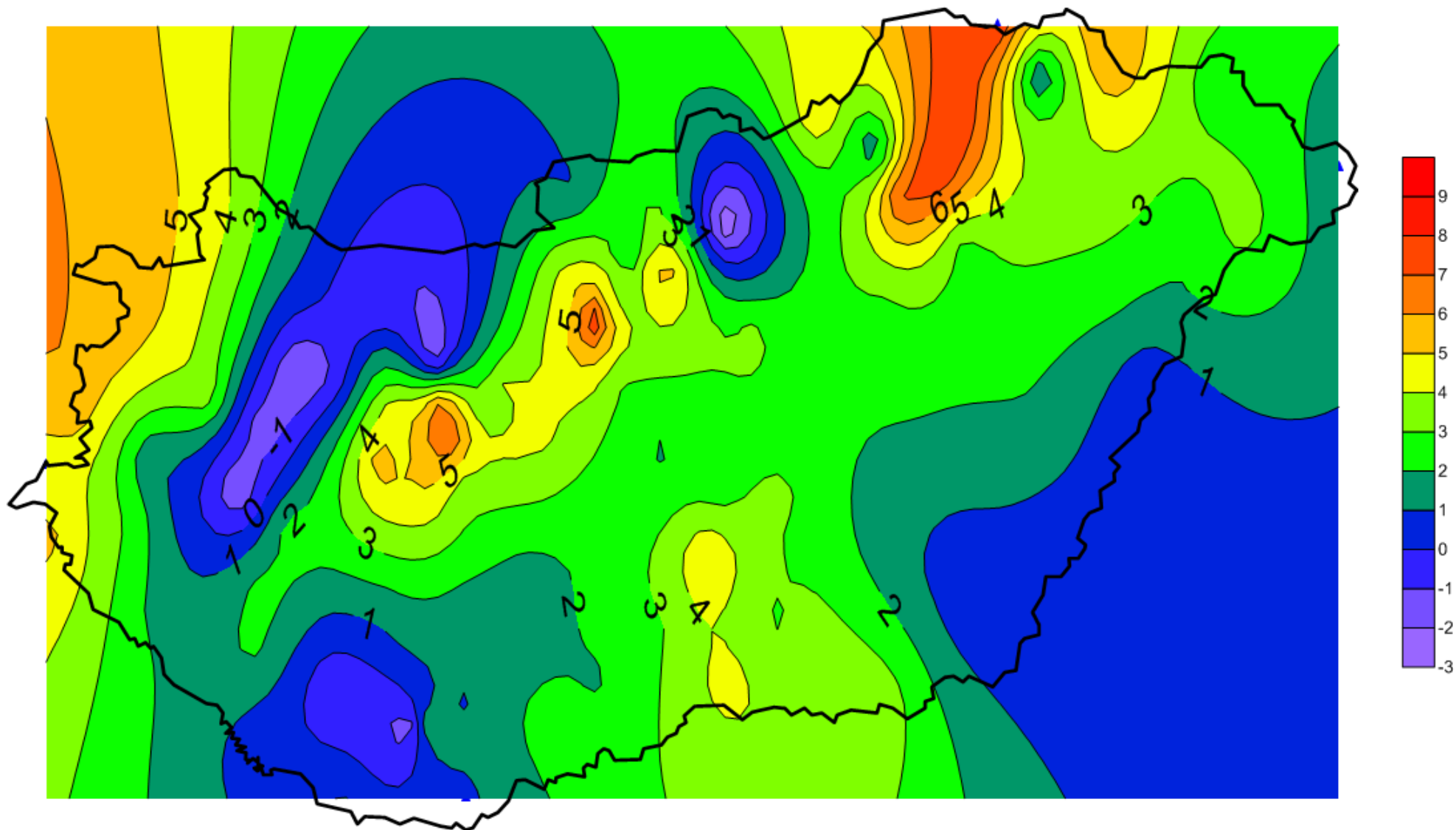
5.37. ábra: A vizsgált 138 db pont elhelyezkedése az országban



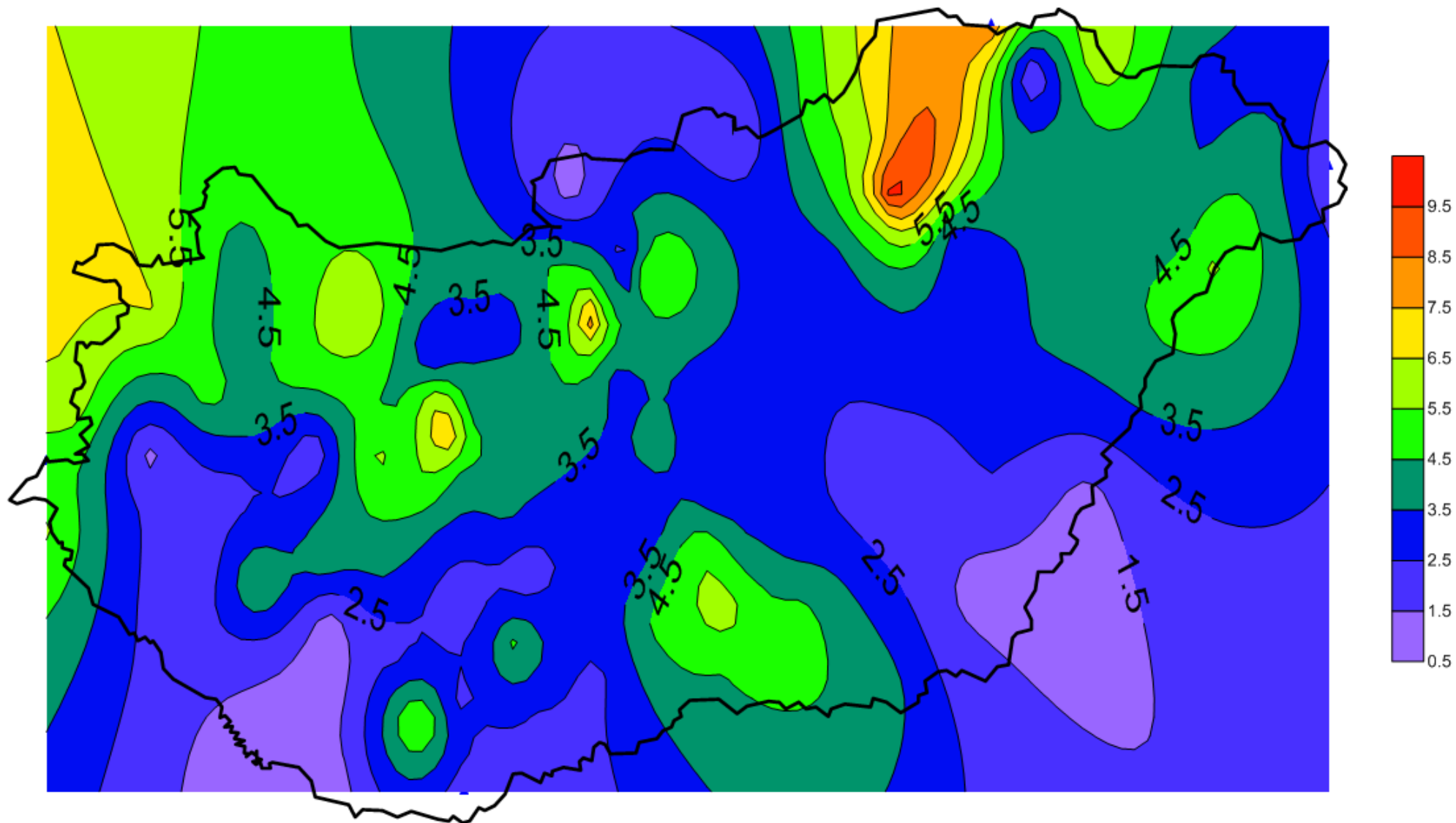
5.38. ábra: $A \pm 1''$ határt túllépő pontok



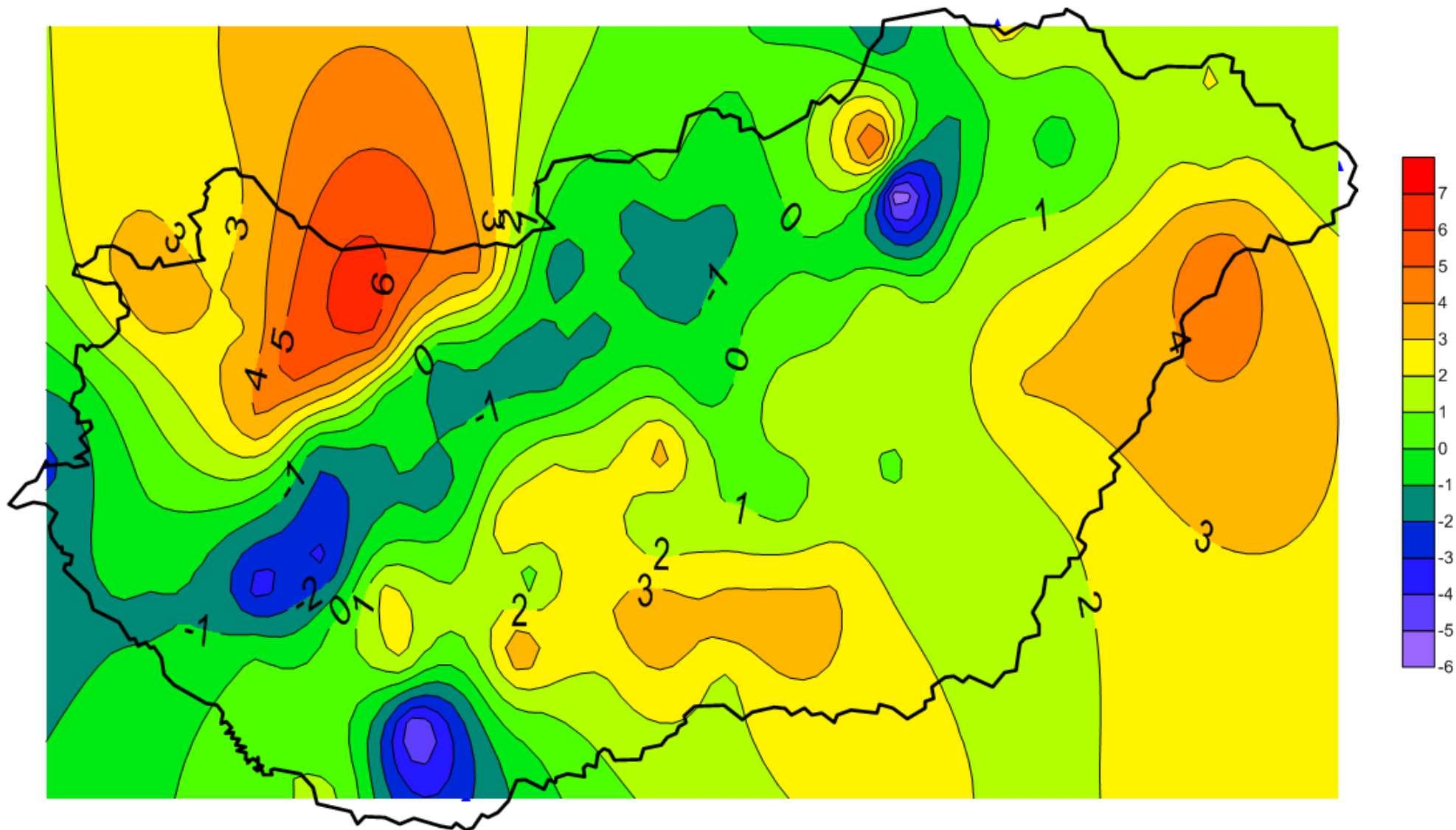
5.39. ábra: ξ értékei szintvonalas térképen ábrázolva



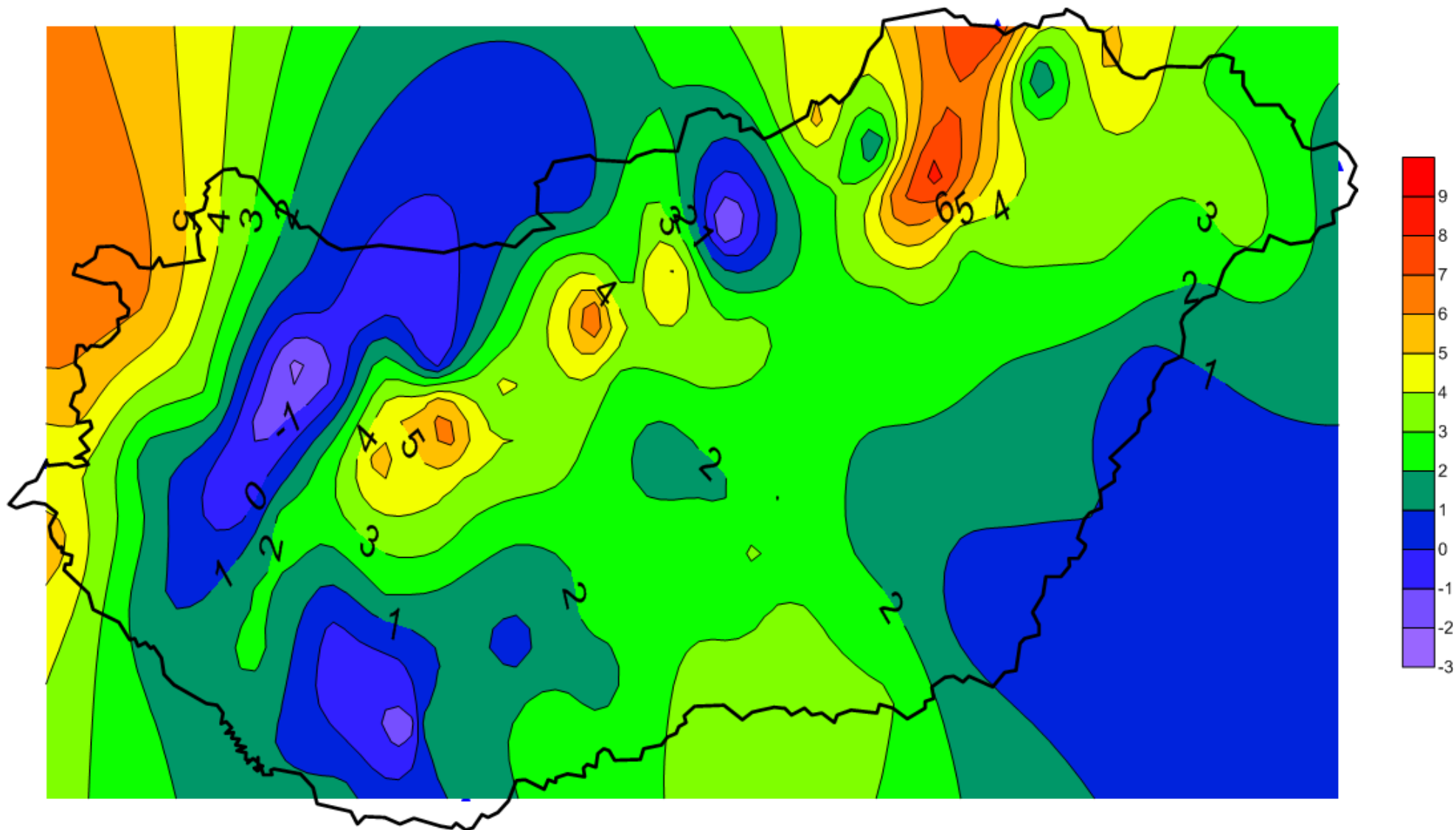
5.40. ábra: η értékei szintvonalas térképen ábrázolva



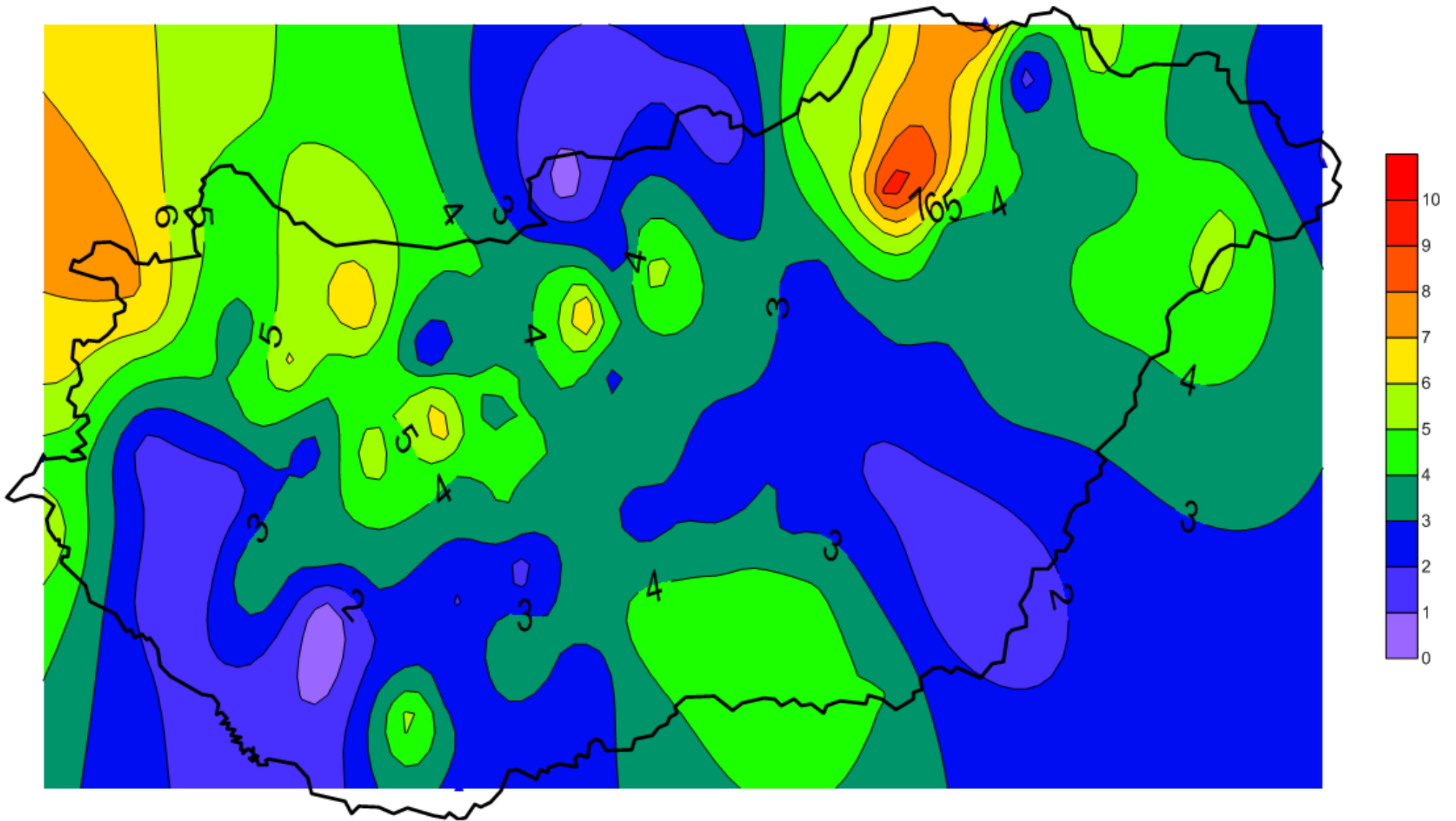
5.41. ábra: Θ értékei szintvonalas térképen ábrázolva



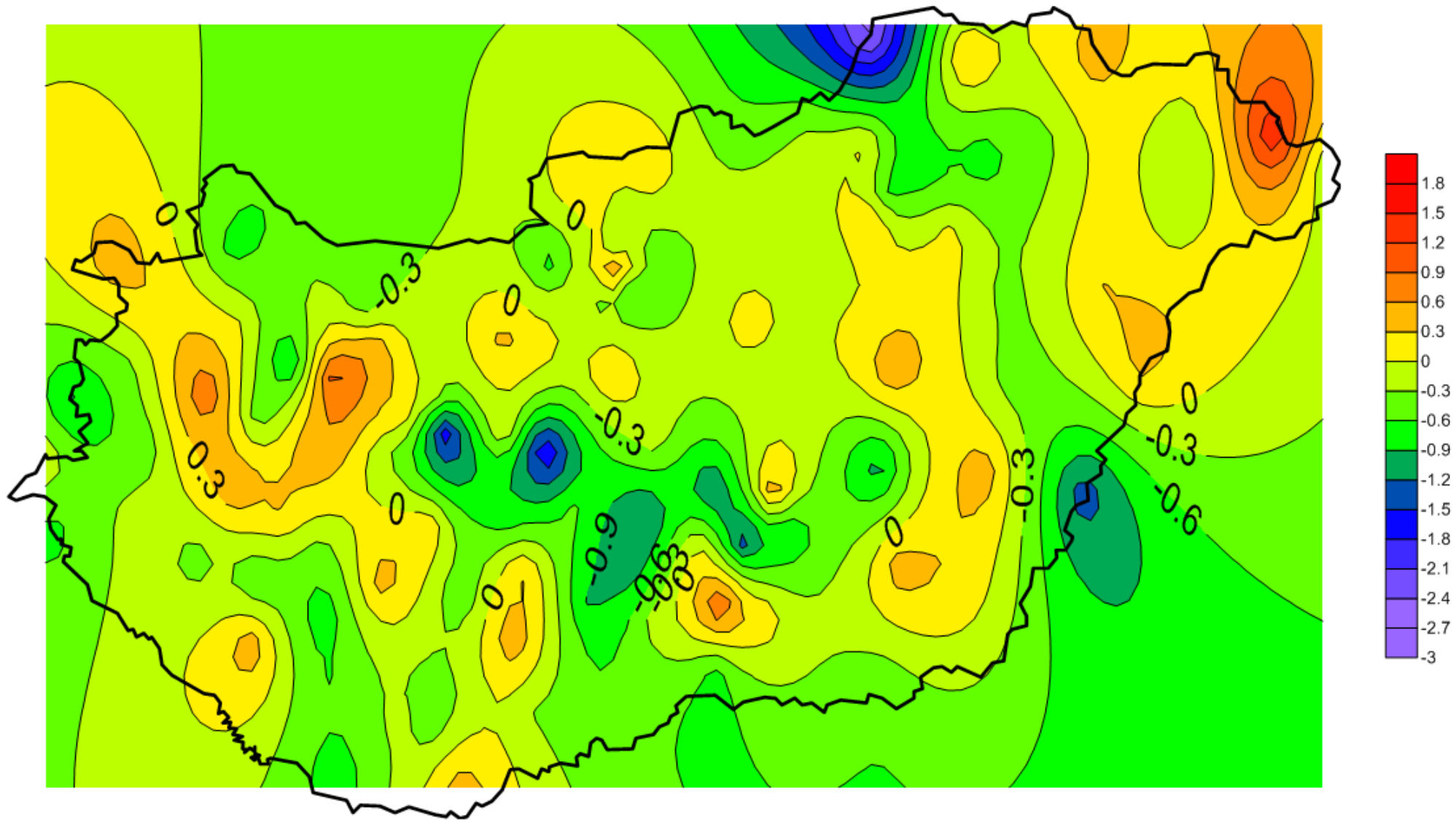
5.42. ábra: ζ' értékei szintvonalas térképen ábrázolva



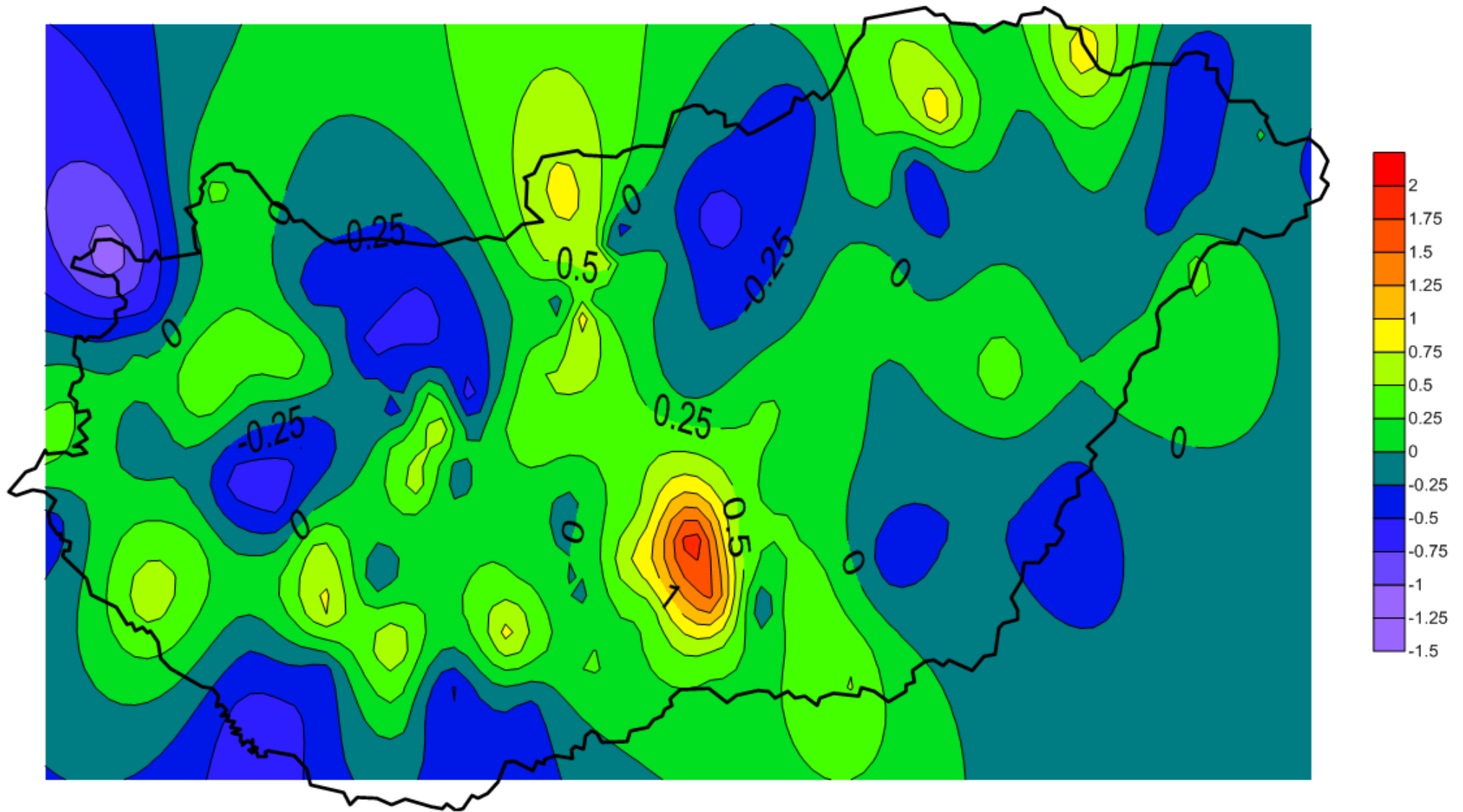
5.43. ábra: η' értékei szintvonalas térképen ábrázolva



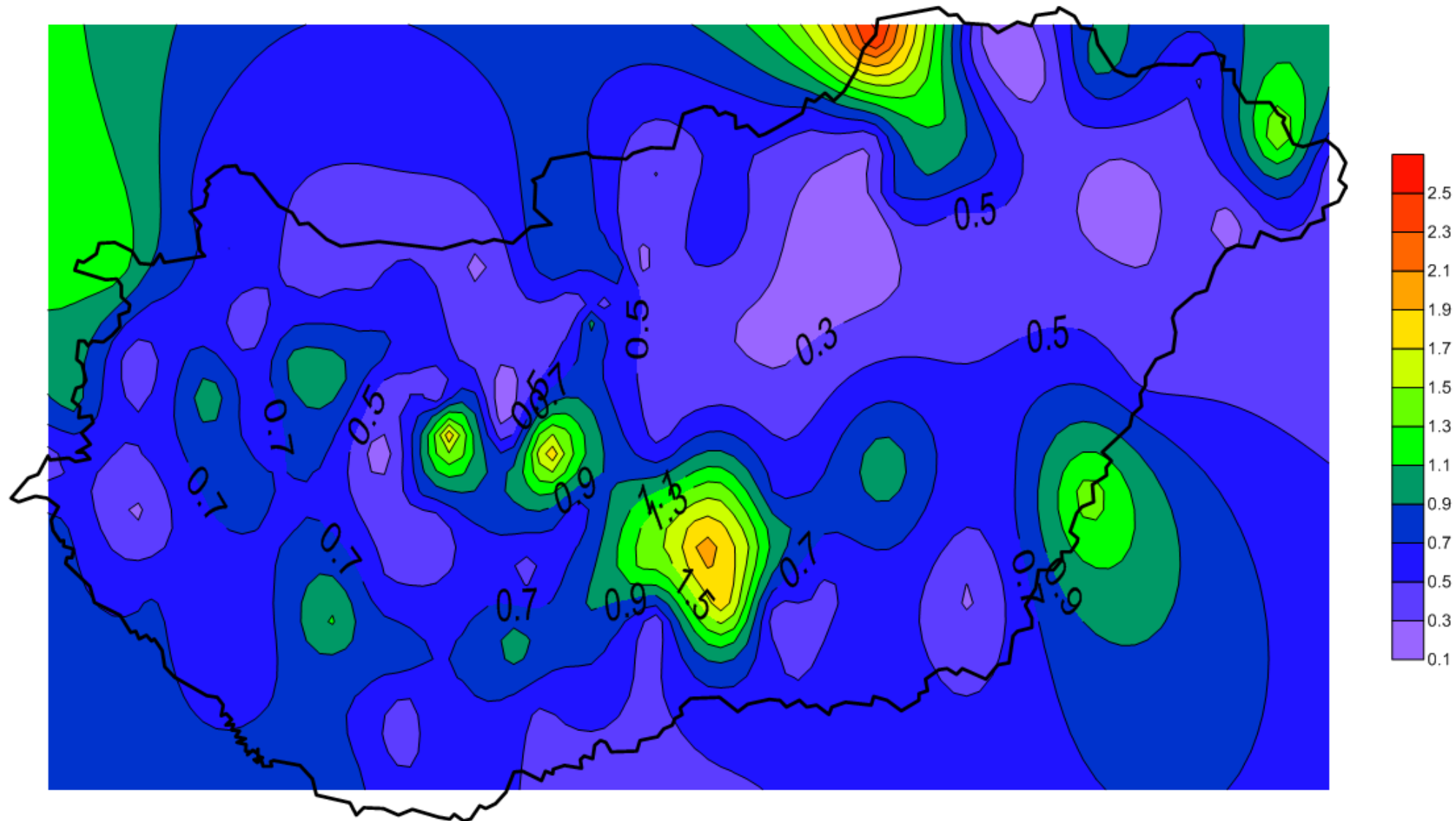
5.44. ábra: Θ' értékei szintvonalas térképen ábrázolva



5.45. ábra: $\Delta\zeta$ értékei szintvonalas térképen ábrázolva

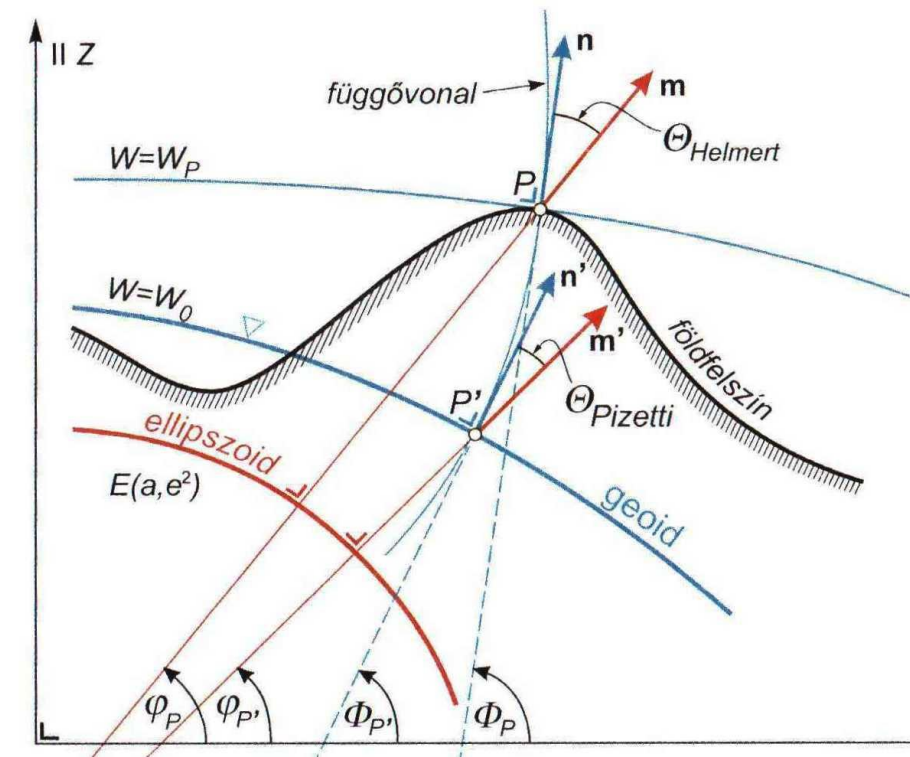


5.46. ábra: $\Delta\eta$ értékei szintvonalas térképen ábrázolva

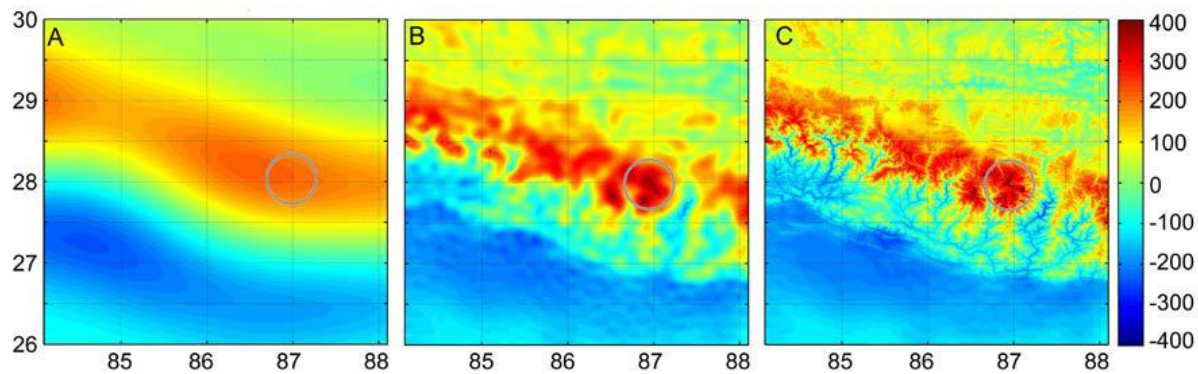


5.47. ábra: $\Delta\theta$ értékei szintvonalas térképen ábrázolva

Egyéb ábrák



2.1. ábra: A fűgővonal-elhajlás [2]



3.1 ábra: a) Csak műholdas mérésből készűlt modell, b) GGE modell (műhold+EGM2008), c) GGMplus modell a Himalájáról (bekarikázva a Mount Everest) [1]